NUMERO : 347

DATA : 13/09/2012

A P P U N T I

STUDENTE : N'Guessan Dido

MATERIA : Idraulica
Prof. Butera

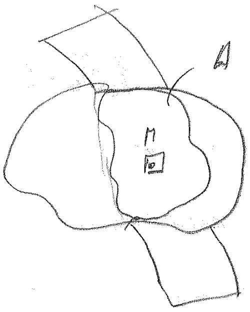
CORSO DI IDRAULICA

N'Guessan Aido Simon Justo

Anno 2017-2018

ILARIA BUTTERA

Esame:
- Parte scritta
  - Quiz
  - Esercizio con valore di 5 punti
- Parte Orale: Domanda di teoria: 10 punti



Immaginiamo di avere suddiviso il corpo in 2 e ne studiamo la parte di sinistra. Poiché la parte studiata sia in equilibrio è necessario che sulla superficie A venga applicato un sistema di forze (Π) che sia equivalente all'effetto che la parte di destra dava. Queste forze saranno distribuite in maniera uniforme

- Nel punto M agisce una forza infinitesima ($d\vec{\Pi}$)

$\boxed{\frac{d\vec{\Pi}}{d\vec{A}} = \vec{\phi}_n}$ $\left[\frac{N}{m^2}\right]$ $d\vec{A}$ estensione di A nell'intorno di M.

$[Pa]$ $\vec{\phi}_n$ = Sforzo unitario, ed è lo sforzo unitario agente in M.

Lo sforzo unitario ($\vec{\phi}_n$) in M dipende dalla giacitura, ovvero dell'orientamento della superficie dA nello spazio. La superficie dA ha un versore normale n che individua la superficie dA.

$\vec{\phi}_n$ = è quindi lo sforzo che agisce su un elemento (dA) che ha per versore n.

Se è noto $\vec{\phi}_n$ allora possiamo

$\boxed{d\vec{\Pi} = dA\, \vec{\phi}_n}$ $d\vec{\Pi}$ = Spinta elementare = ed è la forza che agisce la superficie dA.

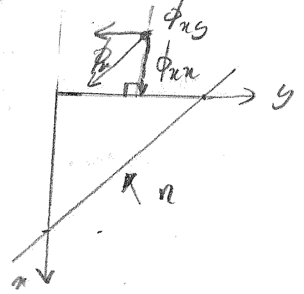
Se si conosce la distribuzione $d\vec{\Pi}$ sulla superficie dA possiamo calcolare il sistema di forze applicato.

$\boxed{\vec{\Pi} = \int \vec{\phi}_n\, dA}$ $\Rightarrow$ $\vec{\phi}_n(\vec{n}, m)$ ovvero $\vec{\phi}_n$ dipende dall'orientamento della superficie ($\vec{n}$) e dal punto in cui ci si trova.

Come varia ϕ_n al variare di $\vec{n}$?

Per capirlo si va a studiare l'equilibrio nell'intorno del punto M.

Te



ϕ_x = lo sforzo che agisce su una faccia che ha per perpendicolare l'asse x.

ϕ_{xx} (σ_x): sono componenti ~~normali~~ di ϕ_x, diretti secondo x perciò agisce normalmente alla faccia in cui agisce ϕ_x.

ϕ_{xy} (τ_z): componente di x che agisce lungo y. ed è tangente alla superficie in cui agisce ϕ_x.

- Se la terna x, y, z è tale che le τ sono nulle si parla di terna principale, ed i piani sono piani principali
- Se la descrizione dello sforzo ϕ_n è tale che comunque orientiamo la terna le τ sono sempre nulle, quindi lo sforzo è sempre normale si dice che il sistema è isotropo a riguardo degli sforzi.

La densità: è il rapporto fra la massa e il volume di un corpo $\boxed{\rho = \frac{M}{V}} = \left[\frac{Kg}{m^3}\right]$ $\boxed{\rho_{H_2O} = 1000\ Kg/m^3}$ $\boxed{\rho_{aria} = 1,22\ Kg/m^3}$

Il peso specifico: è il rapporto fra il peso e il volume di un corpo
peso specifico $\boxed{\gamma = \frac{Peso}{Volume}}$ $[N/m^3]$

$$\boxed{\gamma = \rho \cdot g} \Rightarrow \gamma_{acqua} = 1000 \cdot 9,806 = 9806\ N/m^3$$

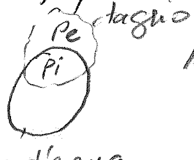
NB La densità è funzione sia della pressione che della temperatura, noi riteniamo la densità dell'acqua praticamente costante in funzione della pressione. La densità cambia però in funzione della temperatura.

$\rho(P, T)$

"Reminder: Il peso è la forza che il campo gravitazionale esercita con una massa verso il centro della terra: $\boxed{F = m\,g}$"

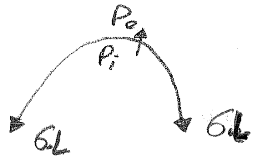
La presenza della tensione superficiale è responsabile della curvatura della membrana e defalda da variazioni brusche di pressioni che ci sono fra l'interno e l'esterno.

Quando l'acqua libera si forma in gocce ha una forma sferica perché la superficie sferica a parità di volume garantisce il minimo contatto, quindi il minimo contatto possibile con l'esterno



goccia d'acqua a forma sferica

l'equilibrio ⇒



$P_i > P_e$ ciò garantisce l'equilibrio.

· A causa della forma sferica si hanno pressioni interne P_i ed esterne P_e che non hanno lo stesso valore.

La differenza di pressione che si genera fra l'interno e l'esterno (ΔP) è

$$\boxed{\Delta P = \sigma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)}$$

formula della Place

σ = tensione superficiale.

R_i = sono i raggi principali di curvatura della superficie

· Se la superficie è sferica $R_1 = R_2 = R$ (raggio della sfera) $\Rightarrow \boxed{\Delta P = \frac{2\sigma}{R}}$

Questo effetto di curvatura è anche la ragione del fenomeno di capillarità.

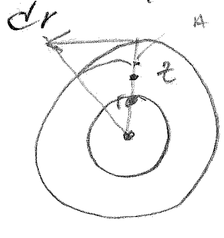
Viscosità:

Quando un fluido è in movimento è sede di uno stato di sforzo che hanno componenti normali e tangenziali. Le componenti tangenziali (τ) sono nulle quando il moto cessa.

Esperimento:

Si usano 2 cilindri coassiali, uno dentro l'altro che sono liberi di ruotare uno indipendentemente dall'altro. Riempiamo l'intercapedine fra i due cilindri di fluido. Indichiamo con R_i il raggio del cilindro interno e R_e quello del cilindro esterno.

$\frac{du}{dr}$ = variazione di velocità lungo R.



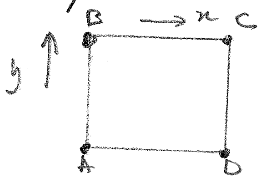
A e 2 sono due particelle d'acqua con velocità diverse ciò che fa si che nel moto vi è più attrito ovvero viscosità dinamica. Se avessero la stessa velocità non ci sarebbe viscosità.

NB: I fluidi che hanno viscosità zero sono chiamati fluidi perfetti e non dissipano energia

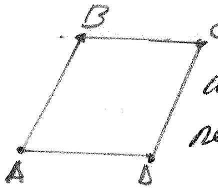
La viscosità dinamica (μ) si misura in $\left[\frac{N \cdot S}{m^2}\right]$. Esiste un altra viscosità detta viscosità cinematica (ν) $\boxed{\nu = \frac{\mu}{\rho}}$ $\left[\frac{m^2}{s}\right]$, μ (mi).

- La viscosità (μ) dipende da $\frac{du}{dr}$ ed è costante nel tempo?

NB: Quando c'è un gradiente di velocità si ha deformazione.



si trasla verso destra. BC hanno una u maggiore di A e D, allora nel tempo ⇒



Perché abbiamo un gradiente di velocità nella direzione di y

La presenza di $\frac{du}{dr}$ implica una deformazione nel tempo, perciò $\frac{du}{dr}$ = velocità di deformazione.

- A seconda del fluido la viscosità può dipendere dalla velocità di deformazione angolare e può essere costante con la temperatura.

$\boxed{\tau = \mu \frac{du}{dr}}$ è detta legge di Newton.

- I fluidi per cui il valore di μ è costante si chiamano fluidi Newtoniani perciò la viscosità è costante qualunque sia il $\frac{du}{dr}$. In $(\tau, \frac{du}{dr})$ si ha un andamento lineare
- fluidi alla Binghan: Si comportano come Newtoniani però hanno bisogno di uno sforzo iniziale. Cioè per un valore di $\tau < \tau_0$ non si ottiene nessun valore di $\frac{du}{dr}$. Esempio di questi fluidi: il dentifricio
- fluidi Pseudoplastici: fluidi la cui ~~velocità~~ viscosità diminuire all'aumentare di $\frac{du}{dr}$. Esempi: soluzioni di polimeri

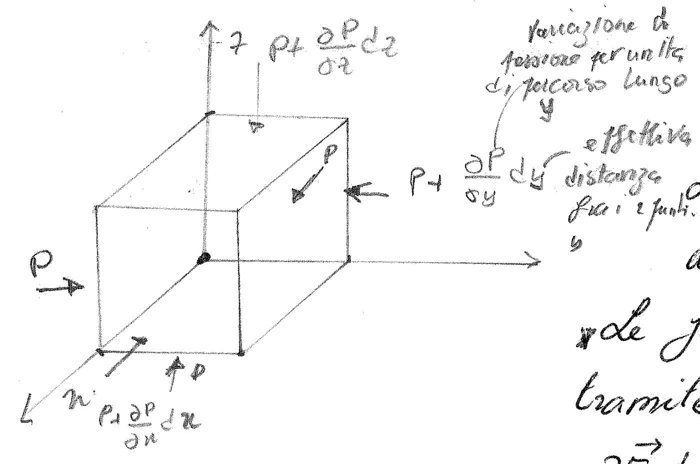
⇒ In condizione di quiete il fluido è soggetto a solo sforzi normali, lo sforzo dipende dal punto ma non dipende dalla giacitura. Perché comq siano orientate le facce l'entità dello sforzo è sempre la stessa, l'intensità dello sforzo si chiama pressione.
Quindi in condizione di quiete la pressione in un punto non dipende dalla giacitura, perciò si dice che il sistema è isotropo a riguardo degli sforzi.

* <u>L'equilibrio in un punto di un fluido in quiete tramite le equazioni indefinite della statica</u>

Equazione indefinita: Equazione che deve valere in qualunque punto del fluido.

<u>L'equazione indefinita della statica</u> è una relazione tra le grandezze che caratterizzano l'equilibrio e vale in qualunque punto.

Studiamo un elemento di dimensione piccolo nell'intorno di un punto



ρ = densità ; volume = $dx\,dy\,dz$

massa = $\rho\,dx\,dy\,dz$

L'equilibrio dell'elemento è garantito dalle azioni di massa e delle forze di superficie.

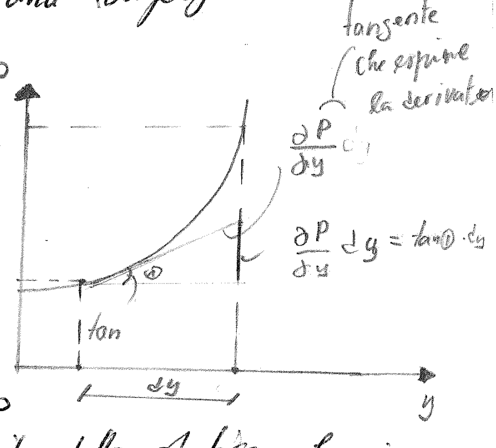
* Le forze di massa per unità di massa si indicano tramite $\vec{F}$. Quindi le forze di massa sono: $\rho\vec{F}\,dx\,dy\,dz$

* Le forze di superficie: visto che siamo in condizione di quiete sul nostro elemento agiscono solo sforzi normali alla superficie

spinte elementari:

forze di superficie

$$\begin{cases} // \ \vec{y} : \ p\,dz\,dx - \left(p+\frac{\partial p}{\partial y}dy\right)dz\,dx = -\frac{\partial p}{\partial y}dy\,dz\,dx \\ // \ \vec{z} : \ p\,dx\,dy - \left(p+\frac{\partial p}{\partial z}dz\right)dx\,dy = -\frac{\partial p}{\partial z}dz\,dx\,dy \\ // \ \vec{x} : \ p\,dz\,dy - \left(p+\frac{\partial p}{\partial x}dx\right)dy\,dz = -\frac{\partial p}{\partial x}dy\,dz\,dx \end{cases}$$

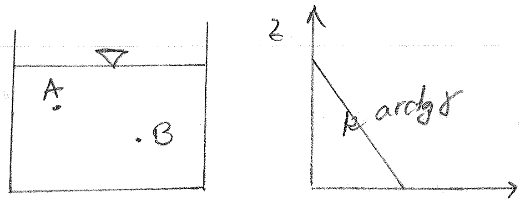


Facendo l'equilibrio $\Sigma\vec{F}=0$ ⇒

$$\rho\vec{F}\,dx\,dy\,dz - \frac{\partial p}{\partial y}dx\,dz\,dy\,\vec{j} - \frac{\partial p}{\partial x}dx\,dy\,dz\,\vec{i} - \frac{\partial p}{\partial z}dz\,dx\,dy\,\vec{k} = 0$$

⇒ $\boxed{\rho\vec{F} = \frac{\partial p}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial p}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial p}{\partial z}\vec{k}}$ equazione indefinita della statica che si applica solo ai corpi ~~comprimibili~~ incomprimibili.

* Se si ha un recipiente molto semplice a contatto con l'atmosfera. E si può tracciare il diagramma delle pressioni ovvero il diagramma che dice come vanno le pressioni all'interno del nostro recipiente



* la legge di Stevin $z + \frac{p}{\gamma} = cost$; presi due punti A e B ⇒

$$z_A + \frac{p_A}{\gamma} = z_B + \frac{p_B}{\gamma} \; ; \text{ noto } p_A, z_A, z_B \Rightarrow p_B =$$

$$p_B = \left(z_A + \frac{p_A}{\gamma} - z_B\right)\gamma = p_A + \gamma(z_A - z_B)$$

$$p_B = p_A + \gamma(z_A - z_B) \Rightarrow \text{ se } z_A > z_B \Rightarrow z_A - z_B > 0$$

$$z_A < z_B \Rightarrow z_A - z_B < 0$$

<u>Esercizio:</u> (Condizione di quiete, e l'acqua è incomprimibile)

Noto z_1 ; $p_A = 0$ $\gamma = 9806 \frac{N}{m^3}$; $p_2 = 30.000 \, Pa$ z_2?

Legge di Stevin:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} \Rightarrow z_2 = z_1 + \frac{p_1}{\gamma}^{0} - \frac{p_2}{\gamma}$$

$$z_2 = z_1 - \frac{p_2}{\gamma} = z_1 - \frac{30.000}{9806} = z_1 - 3,1$$

Quindi ci troviamo 3,1 m sotto z_1

$$\boxed{z + \frac{p}{\gamma} = cost}$$

z = quota

$\frac{p}{\gamma}$ = altezza piezometrica

$\left(z + \frac{p}{\gamma}\right)$ è detta quota piezometrica.

5- Se R è il peso specifico, D è una lunghezza e b è la tensione superficiale quale delle seguenti espressioni è adimensionale?

$R = \frac{N}{m^2}$; $D = m$, $b = \frac{N}{m}$

a) $\left(\frac{N}{m} m^2\right) \cdot \frac{m^3}{N}$ no, b) $RD/b = \left(\frac{N}{m^3} \cdot m\right) \cdot \frac{m}{N}$ no,

c) $\left(\left(\frac{N}{m^3}\right)^{1/3} \cdot \frac{N}{m}\right) \cdot m^{-1}$ no, $\boxed{d) \left(\frac{N}{m^3} \cdot m^2\right) \cdot \frac{m}{N} \text{ ok}}$

6- Se V è una velocità, l una lunghezza, e f è la tensione superficiale indicare le dimensioni dell'espressione $V \cdot f / l$

$V = \frac{m}{s}$; $f = \frac{N}{m}$; $l = m \Rightarrow \frac{V \cdot f}{l} = \frac{\cancel{m} \cdot N}{s \cdot m \cancel{m}} = \frac{N}{m \cdot s} \Rightarrow \cancel{f}$

$N = \frac{m \cdot kg}{s^2}$; $Pa = N/m^2 = kg/ms^2$

$$\frac{V f}{l} = \frac{\cancel{m} \cdot N}{s \cdot \cancel{m} \cdot m} = \frac{N}{s \cdot m} = \frac{\cancel{m} \cdot kg}{s^2 \cdot s \cdot \cancel{m}} = \frac{kg}{s^3}$$

$\Rightarrow$ e) $= M/T^3 = \frac{kg}{s^3}$.

1) $\frac{\Delta W}{W} = -\frac{\Delta P}{\varepsilon} \Rightarrow \Delta W = -W \cdot \frac{\Delta P}{\varepsilon} = \frac{-1 \cdot 35 \cdot 10^6}{2{,}03 \cdot 10^9} = -1{,}7 \cdot 10^{-2} m^3$

$= -1{,}7\%$

Il liquido si porta dunque alla quota necessaria per essere alla pressione atm.
La quota alla quale ha la pressione atmosferica è la quota del piano carichi idrostatici.

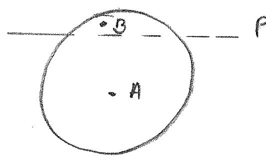
Lo strumento usato è il piezometro, permette al fluido di disporsi in equilibrio con l'atmosfera e ci indica per i fluidi in quiete la posizione del piano dei carichi idrostatici. Per i fluidi in movimento ci indica la posizione della piezometrica.

Per misurare il livello d'acqua per esempio in campagna si usa il piezometro: che sono dei tubi, alti 10 cm (micro-piezometro), con fori su ogni lato che vengono infiltrati nel terreno. ~~Ciò~~ ci permette di vedere quanto l'acqua è sotto il terreno.

Il P.C.I è molto utile perché: se conosciamo la sua posizione, possiamo applicare la legge di Stevin fra questo ed un punto del fluido:

$$z_{P.C.I\,rel} + \overbrace{\frac{p_{P.C.I\,rel}}{\gamma}}^{0} = z_A + \frac{p_A}{\gamma} \Rightarrow p_A = \gamma(\underbrace{z_{P.C.I\,rel} - z_A}_{h_A})$$

$$\boxed{p_A = \gamma h_A}$$ ed esprime l'affondamento del punto A dal piano dei carichi idrostatici.



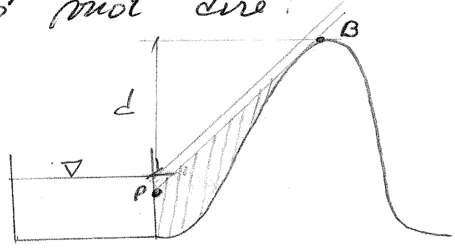
$h_B < 0 \Rightarrow p_B > 0$

$h_A > 0 \Rightarrow p_A > 0$

Il valore di pressione relativa minima è $-101330\ Pa \Rightarrow p_{B\,min} = -101330\ Pa \Rightarrow h_{B\,max}$ "l'affondamento massimo che si potrebbe avere"

$$|z_{P.C.I} - z_B| = h_{B\,max} = \frac{\pm 101330}{\gamma} = \frac{\pm 101330}{9806} = \pm 10{,}33\ m$$

Ciò vuol dire:

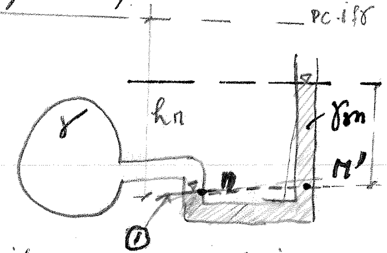


• Per non passare dentro alla collina, si porta l'acqua sopra aspirandola.
Se $d > 10{,}33$, senza una pompa l'acqua non arriverà mai al di sopra del P.C.I.
P_0: Posizione della pompa per dare energia sufficiente all'acqua per permetterle di salire.

---: Livello in cui arriverebbe l'acqua per il principio dei vasi comunicanti.

NB: 1 atm d'acqua ~~corrisponde~~ è dato dalla pressione di una colonna di 10,33 m d'acqua.

<u>Il manometro semplice</u>: Invece di lasciare il fluido la possibilità di espandersi, gli si mette sopra un fluido più pesante, con un γ <u>più pesante</u>. Il manometro semplice è un tubo in forma U



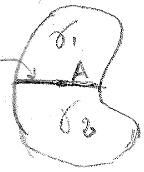
$\gamma_{mercurrio} = 133000\ N/m^3$

Δ = lettura manometrica

Il fluido manometrico riceve una spinta delle pressioni da parte del fluido γ e si dispone fino a portarsi lui in equilibrio con l'atmosfera. Il fluido manometrico più utilizzato è il mercurrio. ($= 13 \cdot \gamma_{acqua}$)

NB: La legge di Stevin si applica per 2 ~~fluidi~~ punti appartenenti allo stesso fluido. Però, se si hanno 2 fluidi in equilibrio fra di loro e in condizioni statiche. I punti che appartengono alla superficie di separazione possono essere pensati o appartenenti al fluido γ_1 o a γ_2, il punto A ha sempre un unico valore di pressione P_A.

superficie di separazione fra i due fluidi



$$P_A = \gamma_1 \cdot h_{A1} \quad o \quad P_A = \gamma_2 \cdot h_{A2}$$

① Superficie di separazione detta anche menisco

- Se riteniamo il punto ($\cdot M$) appartenente alla superficie manometrica allora si applica la legge di Stevin fra ($\cdot M$) e ($\cdot M'$) e dico che questi punti che si trovano alla stessa quota hanno lo stesso valore di pressione:

$$P_M = P_{M'} \ ; \ P_{M'} = \gamma_m \Delta \ ; \ P_M = \gamma \cdot h_M \Rightarrow$$

$$\gamma h_M = \gamma_M \Delta \ ; \ \boxed{h_M = \left(\frac{\gamma_m}{\gamma}\right) \Delta}$$ Posizione del P.C.I. fluido γ

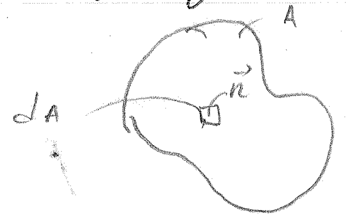
- NB: Il fluido γ_m ha un peso specifico maggiore del fluido γ perché
- i fluidi si dispongono secondo il loro peso di volume dall'alto verso il basso con peso specifico crescente quindi $\gamma_m > \gamma \Rightarrow \frac{\gamma_m}{\gamma} > 1 \Rightarrow h_m > \Delta$

<u>Il manometro metallico</u>: è un ~~gradiente~~ quadrante a spirale per la misura delle pressioni che viene inserito all'interno del recipiente. All'interno dell'aspirale c'è un tubicino cavo dove il fluido può entrare ed esercita la sua pressione a livello del quadrante. A seconda della pressione che si sente a livello del quadrante la lancetta si gira.

Spinta di un fluido in quiete su una superficie piana

14-03-2012

Consideriamo una qualunque superficie piana, contenuta in un piano ed indichiamo con A la superficie. Su questa superficie comunque orientata grava un fluido con peso specifico γ, e ne vogliamo conoscere la spinta.



La spinta per essere nota, deve essere noto la sua direzione, il suo verso, il modulo e il punto di applicazione

La direzione della spinta: la superficie A è scomponibile in tante superfici infinitesimi di dimensioni dA. Se su una di queste infinitesimi superfici dA agisce il fluido di peso specifico γ, e il fluido è in quiete, possiamo dedurre che la spinta sulla superficie dA è data dalla spinta elementare ($d\vec{S}$)

$\boxed{d\vec{S} = \vec{\Phi}_n \, dA}$; essendo in condizioni di quiete, lo sforzo $\vec{\Phi}_n$ è dovuto agli effetti della pressione perciò.

$d\vec{S} = P\vec{n}\,dA \Rightarrow \boxed{P\vec{n}\,dA = d\vec{S}}$ $\vec{n}$ = Versore normale alla superficie.

NB: In idraulica se il versore è intrante lo consideriamo positivo perché i fluidi possono essere soggetti a solo sforzi di compressione.

La risultante della spinta è la somma delle $d\vec{S}$ agenti su tutte le superficie infinitesimi $d\vec{A}$. E la somma che si trova è anche essa diretta lungo $\vec{n}$ perché tutte le superfici elementari $d\vec{A}$ hanno per ~~versore~~ normale il versore $\vec{n}$.

La direzione della spinta che agisce sulla superficie agisce sul piano perpendicolare al piano contenente la figura perché è somma di spinte elementari tutte dirette secondo la normale alla superficie

Il modulo: È dato dalla somma di spinte fra di loro parallele, perciò il modulo è la somma dei moduli. $\vec{S} = \int d\vec{S} = \int_A P\,dA = \int_A \gamma h\,dA = \int_A x \sin\alpha\,dA$

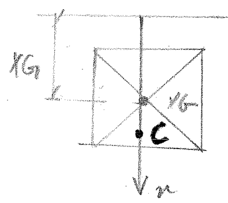
$\Rightarrow \boxed{\gamma \operatorname{sen}\alpha \int_A x\,dA = S}$ dove **P** è la pressione nel punto, h è l'affondamento

$\Rightarrow \boxed{S = \gamma \operatorname{sen}\alpha \, x_G \cdot A}$ perché $\dfrac{\int_A x\,dA}{A} = x_G \Rightarrow x_G A = \int_A x\,dA$

$$\eta = \frac{\gamma \operatorname{sen}\alpha \int_A xy\, dA}{\gamma \operatorname{sen}\alpha\, x_G A} = \frac{I_{xy}}{M} \qquad \boxed{\eta = \frac{I_{xy}}{M}}$$

2-14-03-2012

. Se la figura è simmetrica rispetto alla linea di massima pendenza (x) e l'asse x coincide con l'asse di simmetria ($I_{xy}=0$). Perciò se la superficie è simmetrica rispetto alla linea di massima pendenza $\eta=0$ cioè il centro di spinta si trova sull'asse di simmetria



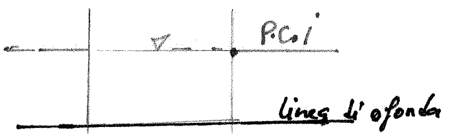
$$\eta = 0, \quad \xi = \frac{I_{xx}}{M}; \quad I_{xx} = I_{xGG} + A \cdot x_G^2 \Rightarrow M = A x_G \Rightarrow \; >0$$

$$\xi = \frac{I_{xGG}}{A \cdot x_G} + \frac{A x_G^2}{A x_G} \Rightarrow \boxed{\xi = x_G + \frac{I_{xGG}}{M}}$$

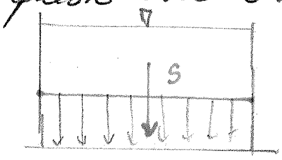
$\frac{I_{xGG}}{M} > 0 \Rightarrow$ equivale a dire che il centro di spinta si trova sotto il baricentro.

NB: X_G: è misurato lungo il piano che contiene la figura.

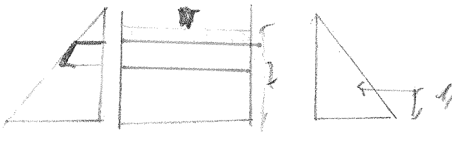
. Se C coincide con X_G vuol dire che $\frac{I_{xGG}}{M} = 0$ ovvero quando il momento statico è ~~nullo~~ tende all'infinito. Il momento statico (M) che esprime l'area della superficie per la distanza del baricentro dalla linea di sponda. Se la superficie su cui si va a calcolare la spinta è orizzontale, la linea di sponda è all'infinito e X_G è all'infinito e in questo caso $X_G = C$.



La spinta su questa superficie da il diagramma di P



Il diagramma delle pressioni sulle superfici verticali



L'equazione indefinita dell'equilibrio ~~della statica~~ in condizioni statiche ($\rho \vec{F} = \operatorname{grad} p$) esprime l'equilibrio in qualunque punto della massa volumica. Ci permette di trovare il valore della pressione in un punto, avendo una derivata, per trovare la pressione si devono conoscere le condizioni al contorno. Noto il valore della pressione in tutti i punti, posso calcolare la spinta sulla superficie. Il valore della pressione in tutti i punti per molte applicazioni è superflua, allora si passa dall'equazione indefinita dell'equilibrio in condizioni statiche a:

(fluido γ)

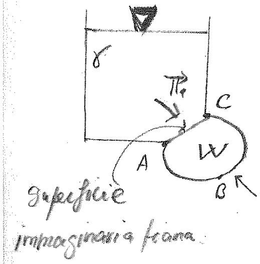
l'esterno, dà sul contorno dà sul contorno di W. 3-14-03-2012

$\Rightarrow$

$\boxed{\vec{\Pi} = -G}$ (*) Archimede

(*) Un corpo immerso in un liquido riceve una spinta dal basso verso l'alto pari al peso del liquido spostato (W). dal circostante

Calcolo della spinta sulle superficie curve:



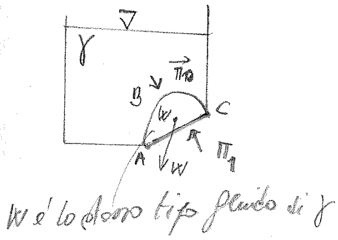
NB: La spinta che un fluido esercita su una superficie è uguale e contraria a quella che questa superficie applica sul fluido.

Applichiamo a W l'equazione globale della statica. $\vec{G} + \vec{\Pi} = 0 \Rightarrow$

$\vec{G} + \vec{\Pi_0} + \vec{\Pi_1} = 0 \Rightarrow \boxed{-\vec{\Pi_0} = \vec{G} + \vec{\Pi_1}}$ — spinta

Peso del volume contenuto in W.

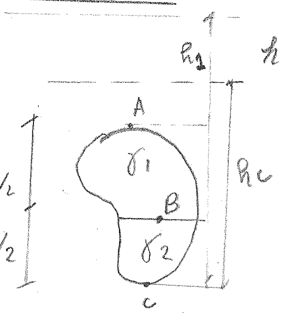
Π_0 = la forza che la superficie curva esercita sul volume W. Perciò la forza che il fluido esercita sulla superficie curva è $-\vec{\Pi_0}$.



$\vec{G} + \vec{\Pi} = 0 \Rightarrow \vec{G} + \vec{\Pi_0} + \vec{\Pi_1} = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{\Pi_0} = -\vec{G} - \vec{\Pi_1}}$

Esercitazione 1

Esercizio 1



$h = 4 m$; $\gamma_1 = 9806\ N/m^3$; $\gamma_2 = 12395\ N/m^3$, $n = 1{,}2\ kgP/cm^2$

• Si ha un recipiente chiuso alto 4m, contiene nella metà superiore un liquido di peso specifico γ_1, e nella metà inferiore un liquido di γ_2. ($\gamma_2 > \gamma_1$). Se n è la pressione nel fondo del recipiente determinare: la pressione P_A in Pa e le quote z_C e z_A rispetto al fondo del recipiente dei P.C.I dei 2 fluidi.

Tracciare il diagramma delle pressioni.

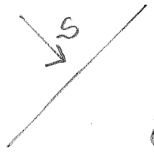
Soluzione: Applicazione della legge di Stevin.

$n = 1{,}2\ KgP/cm^2 \cdot \frac{9{,}8}{10^{-4}} = 117600\ Pa$.

Applichiamo Stevin fra C e B:

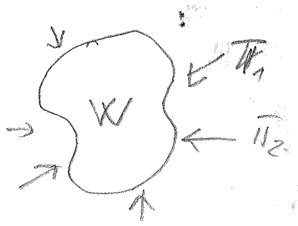
$z_C + \frac{P}{\gamma_2} = z_B + \frac{P_B}{\gamma_2} \Rightarrow P_B = P_C + \gamma_2(z_C - z_B) = 117600 + 12395(-2) = 92800\ Pa$

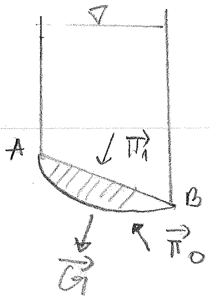
19-03-2012



$S = p_G \cdot A = h_G \cdot \gamma \cdot A$

$\vec{G} + \vec{\Pi} = 0$



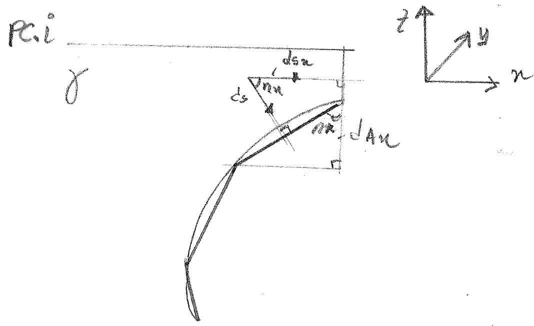


$\vec{G} + \vec{\Pi}_1 + \vec{\Pi}_0 = 0$

Super Carta $\Rightarrow -\Pi_0 = \vec{G} + \vec{\Pi}_1$

Metodo delle Componenti

. fluido in quiete



. La superficie totale viene suddivisa in tante superfici infinitesime piane (dA).
La spinta totale è quindi data dalla somma delle spinte agenti sulle piccole aree.

$dS = p_G \cdot dA = \gamma \cdot h_G \cdot dA \Rightarrow$

La componente lungo x di dS:

$dS_x = dS \cos \hat{n}x = p\, dA \cos \hat{n}x = p_G \cdot dA_x$

dA_x: è la superficie che si ottiene proiettando quella curva iniziale in direzione x (ovvero su un piano verticale)

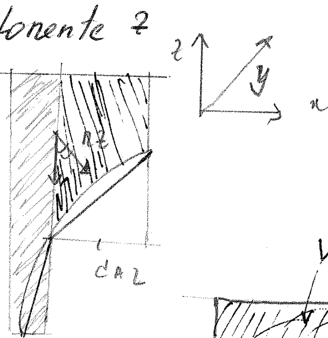
$$\boxed{S_x = \int dS_x = \gamma \cdot h_{Gx} \cdot A_x}$$

Per le altre dizioni. direzione y:

$dS_y = dS \cos \hat{n}y = p_G \cdot dA \cos \hat{n}y = p_G \cdot dA_y \Rightarrow$

$$\boxed{S_y = \int dS_y = \gamma\, h_{Gy} \cdot A_y}$$

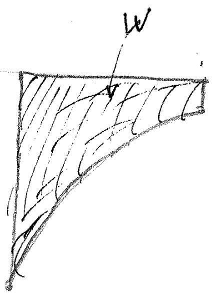
. La Componente z



$dS = \gamma \cdot h_G \cdot dA \Rightarrow dS_z = \gamma\, h_G \cdot dA \cos \hat{n}z = \gamma\, h_G\, dA_z$

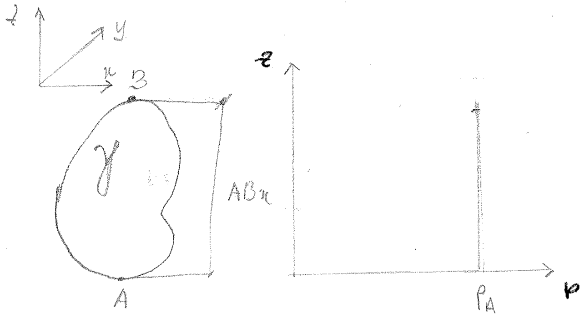
$h_G \cdot dA_z$: è il cilindro per base dA_z ed altezza h_G.

$S_z = \int dS_z = \int \gamma\, h_G \cdot dA_z = \gamma W$; $\boxed{S_z = \gamma W}$



W: Volume compreso fra la superficie e il P.C.i

21-03-2012



. Il fluido è in quiete perciò la pressione è uguale in tutti i punti di una quota z.

* Visto che il fluido ha γ molto piccolo, il diagramma delle pressioni è praticamente costante. Perciò per un fluido di piccolo peso specifico possiamo ritenere la pressione costante in tutti i punti. E ciò vuol dire che il piano dei carichi idrostatici è all'infinito.

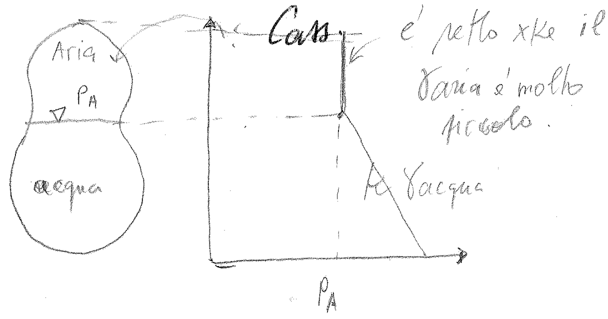
$$S_x = \int dS_x = \int_{AB} P\,dA\cos\hat{n}x = \int_{AB} P\,dA_x = P\cdot A_{ABx}$$

Con A_{Bx} = area della superficie proiettata in direzione x.

$$S_y = P\cdot A_{ABy} \; ; \quad S_z = P\cdot A_{ABz}$$

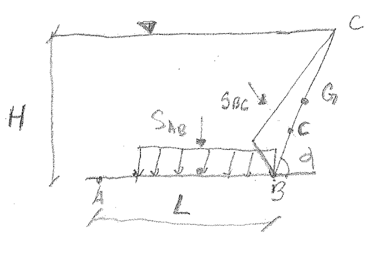
- Quindi nel caso di un fluido di un piccolo peso specifico, le tre componenti della spinta si calcola come pressione moltiplicata per superficie proiettata nelle rispettive direzioni.

*



Cassa d'aria: negli edifici si trova in cantina e permette all'acqua proveniente degli acquedotti di arrivare ai piani elevati

Esercizio 1



NB: Quando la superficie è orizzontale, il centro di spinta e il baricentro coincidono.

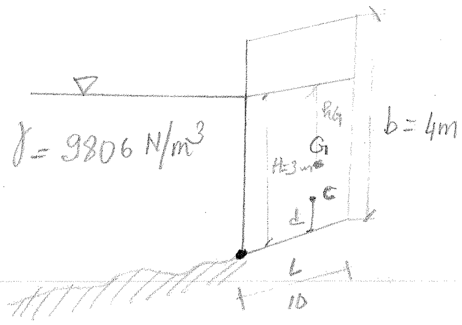
$$S_{AB} = P_G\cdot L\cdot 1 = h_G\cdot\gamma\cdot L\cdot 1 \qquad B):\ S_{AB}\cdot b_{AB} - S_{BC}\cdot b_{BC} = 0$$

$$b_{AB} = \frac{L}{2}\ ;\quad S_{bc} = \gamma\cdot\frac{H}{2}\cdot 1\cdot\frac{H}{\operatorname{sen}\alpha}\ ;\quad b_{BC} = \frac{1}{3}\frac{H}{\operatorname{sen}\alpha}$$

$$\Rightarrow H\cdot\gamma\cdot L\cdot\frac{L}{2} - \gamma\cdot\frac{H}{2}\cdot\frac{H}{\operatorname{sen}\alpha}\cdot\frac{1}{3}\frac{H}{\operatorname{sen}\alpha} = 0 = H\cdot\gamma\cdot\frac{L^2}{2} - \frac{\gamma H^3}{6(\operatorname{sen}\alpha)^2} \Rightarrow$$

$$L^2 = \frac{H^2}{3(\operatorname{sen}\alpha)^2} \Rightarrow \boxed{L = \frac{H}{\operatorname{sen}\alpha\sqrt{3}}}$$

(3) 2-21-03-2012



Una paratoia piana verticale è incernierata nella sua parte inferiore. Determinare il modulo della spinta e il suo momento rispetto alla cerniera nell'ipotesi che l'acqua sopra la cerniera sia a 4 m.

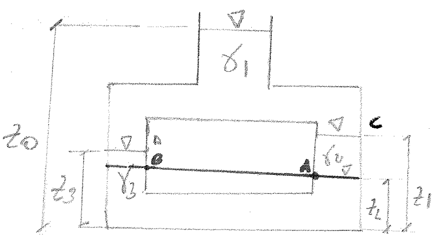
$\frac{1}{2} \cdot 3$

$S = p_G \cdot A = \gamma \cdot h_G \cdot A = 9806 \cdot 1{,}5 \cdot 10 \cdot 3 = 441270\ N$

$?\ d = \frac{H}{3}$; $\Rightarrow M = 441270 \cdot 1\ Nm$ perché $\boxed{M = S \cdot d}$

$\Rightarrow$ La spinta sulla paratoia non dipende dalla pendenza (irregolarità della superficie) a monte e nemmeno dalla profondità dell'acqua.

(4)



Il recipiente contiene 3 liquidi di diverso peso specifico. Verificare che il piano di separazione fra i diversi liquidi, ammessi incomprimibili sia indipendente dalla quota della superficie del liquido più alto.

Uso della legge di Stevin:

Verifichiamo che $p_A = p_B$ visto che appartengono allo stesso fluido.

$p_A = p_C + \gamma_2 (z_1 - z_2)$; $p_C = p_{rel} + \gamma_1 (z_0 - z_1) \Rightarrow$

$p_A = \gamma_1 (z_0 - z_1) + \gamma_2 (z_1 - z_2)$

$p_B = p_D + \gamma_3 (z_3 - z_2)$; $p_D = p_{rel} + \gamma_1 (z_0 - z_3) \Rightarrow$

$p_B = \gamma_3 (z_3 - z_2) + \gamma_1 (z_0 - z_3)$

$p_A = p_B \Rightarrow \gamma_1 (\cancel{z_0} - z_1) + \gamma_2 (z_1 - \gamma_2) = \gamma_3 (z_3 - z_2) + \gamma_1 (\cancel{z_0} - z_3)$

Perciò il caso è indipendente da z_0.

3-21-03-2012

1. Quando è ∂_x in un punto, se in quel punto la velocità cambia nel tempo (accelerazione trovata secondo l'approccio Euleriano ($\frac{\partial v}{\partial t}$).

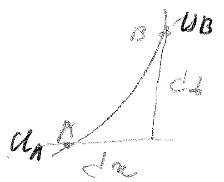
2. La particella passando da A a B passa per velocità diverse, perciò la particella subisce un accelerazione dovuto al fatto che si sposta da un punto che ha una velocità ad un altro che ha un altra velocità.

$$\Rightarrow \quad \vec{A}_{particella} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + A_{convettiva}$$

Accelerazione convettiva: dovuta al fatto che la particella passa da un punto che possiede la sua velocità ad un altro punto con velocità diversa dalla precedente.

Quantificazione del fatto che la particella spostandosi da un punto ad un altro subisce un accelerazione oltre al fatto che la velocità cambia nel tempo.

Se i due punti sono molto vicini



$$u_B = u_A + \frac{\partial u}{\partial x}dx + \frac{\partial u}{\partial y}dy + \frac{\partial u}{\partial z}dz \quad ; \text{ ma}$$

l'accelerazione convettiva: $$\frac{u_B - u_A}{dt} = \frac{\partial u}{\partial x}\overset{u}{\left(\frac{dx}{dt}\right)} + \frac{\partial u}{\partial y}\overset{v}{\left(\frac{dy}{dt}\right)} + \frac{\partial u}{\partial z}\overset{w}{\left(\frac{dz}{dt}\right)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Acc\ convett_x = u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} \\ Acc\ convett_y = u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z} \\ Acc\ convett_z = u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial w}{\partial z} \end{cases}$$

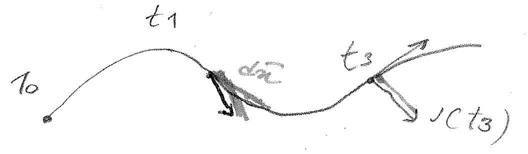
$$\Rightarrow \quad \vec{A}_{acc\ convett} = u\frac{\partial \vec{v}}{\partial x} + v\frac{\partial \vec{v}}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} \Rightarrow$$

$$\boxed{\text{Accelerazione della particella: } \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{u\,\partial \vec{v}}{\partial x} + \frac{v \cdot \partial \vec{v}}{\partial y} + \frac{w\,\partial \vec{v}}{\partial z}} = \frac{D\vec{v}}{Dt}$$

(derivata totale del vettore velocità, si dice anche derivata Euleriana)

22-03-2012

La traiettoria: è il luogo dei punti successivamente occupato da una particella



$d\bar{x}$: è lo spostamento della particella che è in ogni istante tangente al vettore velocità del punto in cui ci troviamo.
$d\bar{x} = v\,dt \Rightarrow$

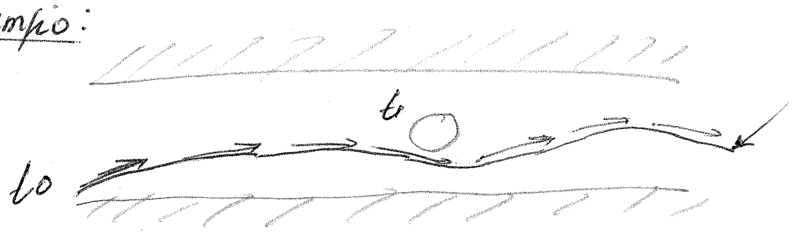
$dx(t) = u(x,y,z,t)\,dt$: Spostamento lungo x nel tempo dt
$dy(t) = v(x,y,z,t)\,dt$ . . . . y . . . . dt
$dz(t) = w(x,y,z,t)\,dt$ . . . . z . . . . dt

$\Rightarrow$ lo spostamento è parallelo in ogni punto al vettore velocità. Si osserva quindi che il percorso seguito dalla particella dipende da come è il campo di moto quando la particella arriva in quel punto.

La linea di flusso o linea di corrente: ad un dato istante, è l'insieme delle linee tangenti in ogni punto al vettore velocità in quell'istante. $\Rightarrow$

$$\frac{dx}{u(x,y,z,t_0)} = \frac{dy}{v(x,y,z,t_0)} = \frac{dz}{w(x,y,z,t_0)}$$

Esempio:



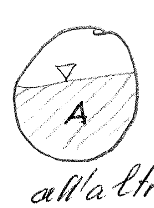
linea di corrente al tempo t_0.

La linea di corrente potrebbe essere una traiettoria se il vettore velocità non cambia nel tempo. Perché la linea di corrente è tangente in ogni punto al vettore velocità. Perciò le linee di flusso fotografano ciò che succede in un dato instante. Mentre le traiettorie rappresentano il percorso di una ~~trai~~ particella nel tempo.

Quando il vettore velocità non dipende dal tempo il moto è detto permanente o stazionario, ma il vettore velocità può essere funzione del tempo, se la velocità non dipende né dal tempo né dallo spazio

2-22-03-2012

$\boxed{v_{media} = \frac{Q}{A}} \Rightarrow \boxed{Q = v_{media} \cdot A}$



Con area (A) intendiamo quella occupata dal liquido

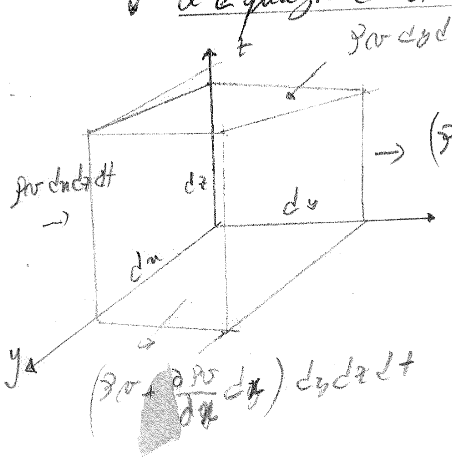
. Se la velocità media rimane costante da una sezione all'altra, si dice che il moto è uniforme. Ovvero la velocità media (v_m) non dipende dal tempo, e non dipende dallo spazio.

L'equazione di continuità: si scrive in tre modi:

- In un punto: equazione locale (parallelepipedo infinitesimo)
- In un volume equazione globale
- Applicata alle correnti

L'equazione di continuità stabilisce la conservazione della massa. Cioè in un dato intervallo di tempo, se in un volume la massa entrante è maggiore della massa uscente allora si accumulato all'interno del volume della massa.

• L'equazione di continuità in forma locale:



. Nel tempo dt

$\underbrace{M_E}_{\text{massa entrante}} - \underbrace{M_U}_{\text{massa uscente}} = \underbrace{\Delta M_{int}}_{\text{Variazione di massa all'interno del solido}}$

La massa all'interno del solido all'inizio è $\rho\, dx\, dy\, dz$ e perciò la sua variazione nell'unità di tempo $\frac{\partial}{\partial t}(\rho\, dx\, dy\, dz)$, allora la variazione di massa nel tempo dt è:

$$\Delta M_{int} = \frac{\partial}{\partial t}(\rho\, dx\, dy\, dz)\, dt = \frac{\partial \rho}{\partial t}\, dx\, dy\, dz\, dt$$

$$\boxed{\Delta M_{int} = \frac{\partial \rho}{\partial t}\, dx\, dy\, dz\, dt}$$

Avendo una componente della velocità perpendicolare alle facce allora:

$$M_E - M_U \begin{cases} \rho v\, dx\, dz\, dt - (\rho v + \frac{\partial \rho v}{\partial y} dy)\, dx\, dz\, dt = -\frac{\partial \rho v}{\partial y}\, dy\, dx\, dz\, dt \\ \rho u\, dy\, dz\, dt - (\rho u - \frac{\partial \rho u}{\partial x} dx)\, dy\, dz\, dt = -\frac{\partial \rho u}{\partial x}\, dy\, dx\, dz\, dt \\ \rho w\, dz\, dx\, dt - (\rho w - \frac{\partial \rho w}{\partial z} dz)\, dy\, dx\, dt = -\frac{\partial \rho w}{\partial z}\, dx\, dy\, dz\, dt \end{cases}$$

Caso di fluido incomprimibile: $\boxed{B-22-03-2012}$

Densità (ρ = costante) è costante sia nello spazio che nel tempo $\Rightarrow$

$$\frac{\partial \rho W}{\partial t} dt \Rightarrow \underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial t}}_{0} W \, dt = \rho \int v_n \, dA \, dt = 0 \Rightarrow \Rightarrow$$

$\int_A v_n \, dA = 0$ A è la superficie del volume e la dividiamo in 3 parti

$$A = A_0 + A_u + A_e$$

$$\Rightarrow \int_A v_n \, dA = \int_{A_0} \underbrace{v_n}_{0} dA + \underbrace{\int_{A_u} v_n \, dA}_{-Q_u} + \underbrace{\int_{A_e} v_n \, dA}_{Q_e} = 0 \Rightarrow \boxed{Q_e - Q_u = 0} \quad (1)$$

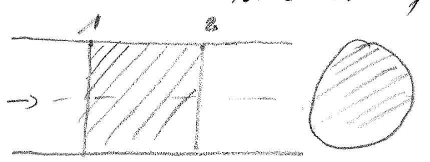
A_0 = Parte di superficie del volume W alla quale il vettore velocità è tangente. Allora $v_n = 0$

A_e = Porzione di superficie dove il flusso è entrante perciò $\int_{A_e} v_n \, dA = Q_e$ (Portata entrante in W) e $v_n > 0$.

A_u = Porzione di superficie dove il flusso è uscente, allora $v_n < 0$

(1) Se il fluido è incomprimibile, assegnato un volume che ha una certa superficie, la portata entrante (Q_e) deve essere uguale a quella uscente (Q_u)

Esempio: Condotta totalmente piena di fluido ovvero Condotta in pressione



Applichiamo l'equazione di Continuità: $\boxed{Q_e = Q_u} \Rightarrow Q_1 = Q_2 \Rightarrow$

$v_{m1} \cdot A_1 = v_{m2} \cdot A_2$.

Ciò ci permette di calcolare la velocità in una condotta nota la portata

$$\boxed{V_2 = V_1 \cdot \frac{A_1}{A_2}}$$

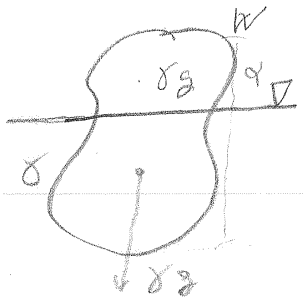
Equazione di continuità applicata alle Correnti:

Le Correnti: descrivono un moto caratterizzato dal fatto che le traiettorie hanno circa la stessa direzione.

Non avendo le traiettorie realmente la stessa direzione, questi studi vengono fatti in monodimensionale, ovvero si prende una sezione e si cerca di capire la direzione, la velocità media. Quindi ci limitiamo

Esercizi dai Quiz:

22-03-2012

① 

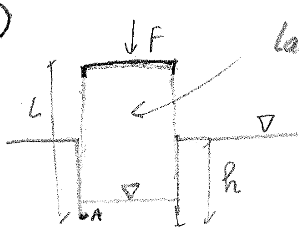
Quale la frazione di volume di acqua che emerge sapendo che il peso specifico del ghiaccio $\gamma_g < \gamma_{acqua}$.

Indicando con α la frazione che emerge:

E diciamo che ne emerge tanto acqua finché non siamo in condizione di equilibrio: (spinta del fluido)

$\downarrow \gamma_g \cdot W = \uparrow \gamma_{H_2O}(1-\alpha)W \Rightarrow$

$\gamma_g \cdot W = \gamma(1-\alpha)W \Rightarrow \gamma_g \cdot W = \gamma W - \alpha\gamma W \Rightarrow \boxed{\dfrac{-\gamma_g+\gamma}{\gamma} = \alpha}$

② 

la pressione esercitata dalla forza F è uguale e contraria alla pressione dell'aria all'interno

Un cilindro di diametro D, e lunghezza L disposto con l'asse verticale, viene forzato in acqua con azione verticale $F = 9806\,N$. Trascurando il peso proprio del cilindro, e nell'ipotesi di trasformazioni isoterme determinare la posizione di equilibrio del cilindro.

$L = 8m$, $D = 2m$, $\gamma = 9806\ N/m^3$.

Nel punto A la pressione è costante sia se lo consideriamo appartenente al cilindro o al fluido: $P_A = \gamma \cdot h$ (Punto esterno al volume)

$P_A = P_{aria} + \gamma(L-x)$ (Punto interno al volume)

Sapendo che pressione esercitata dalla forza F è uguale e contraria alla pressione dell'aria

$\Rightarrow F/\dfrac{\pi D^2}{4} = P_{aria} \Rightarrow P_{aria} = \dfrac{9806}{\pi D^2} \cdot 4 = 31213{,}30\ Pa$

Il volume subendo una trasformazione isoterma $\Rightarrow P_i^* V_i = P_f^* \cdot V_f \Rightarrow P_i^* \dfrac{\pi D^2}{4} L = P_f^* \dfrac{\pi D^2}{4} x$

$\Rightarrow x = \dfrac{P_i^* \cdot L}{P_f^*}$; $P_i^* = 101330\ Pa$; $P_f^* = P_{aria} + P_i^* = 31213 + 101330 = 132543\ Pa$

$x = \dfrac{101330 \cdot 8}{132543} = 6{,}12\ m$; $\gamma \cdot h = P_{aria} + \gamma(L-x) \Rightarrow h = \dfrac{P_{aria}}{\gamma} + L - x$

$= \dfrac{31213}{9806} + 8 - 6{,}12 = 5{,}06\ m$

$\boxed{h = 5{,}06\ m}$

L'equazione dell'equilibrio dinamico in forma locale si dice prima equazione indefinita dell'equilibrio in cond. dinamiche, perché non c'è un punto preciso per cui ha validità ma deve valere in tutti i punti.

L'equazione indefinita di equilibrio in condizioni statiche si presentava come $\boxed{\rho F = \text{grad}\, p}$. Dall'equazione dell'equilibrio dinamico in forma locale si potrebbe ricavare in condizioni statiche l'equ. indef. di equil. in condizioni statiche.

In condizioni statiche:

L'accelerazione della particella diventa nulla: $\vec{A} = 0$

Gli sforzi:

Lo sforzo che agisce sulla superficie che ha per normale l'asse x si trova diretto secondo l'asse x e perciò rappresenta la pressione.

$\phi_x = p\vec{i}$; Così come per tutti gli assi: $\vec{\phi_y} = p\vec{j}$; $\vec{\phi_z} = p\vec{j}$

$$\Rightarrow \rho\vec{F} = \underbrace{\frac{\partial p}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial p}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial p}{\partial z}\vec{k}}_{\text{gradiente di } p}$$

$$\Rightarrow \boxed{\rho\vec{F} = \text{grad}\, p}$$

L'equazione del moto vale per qualunque fluido. Esistono però dei fluidi che anche in condizione di moto le τ (tensioni tangenziali) all'interno sono nulle, si parla di fluidi perfetti. (Non dissipano energia)

Per questi fluidi, in condizione di moto l'equazione dell'equilibrio dinamico in forma locale diventa: $\boxed{\rho(\vec{F} - \vec{A}) = \text{grad}\, p}$ Equazione di Eulero

Ed esprime l'equilibrio dinamico in forma locale per i fluidi perfetti

. Se dovessi scrivere l'equazione dell'equilibrio dinamico in forma locale nelle tre componenti (lungo x, y, z):

$$\begin{cases} \rho\left(F_x - \overset{\text{derivata totale}}{\dfrac{\Delta u}{\Delta x}}\right) = \dfrac{\partial \phi_x}{\partial x} + \dfrac{\partial \phi_{yx}}{\partial y} + \dfrac{\partial \phi_{zx}}{\partial z} \\ \rho\left(F_y - \dfrac{\Delta v}{\partial y}\right) = \dfrac{\partial \phi_y}{\partial y} + \dfrac{\partial \phi_{xy}}{\partial x} + \dfrac{\partial \phi_{zy}}{\partial z} \\ \rho\left(F_z - \dfrac{\Delta w}{\Delta z}\right) = \dfrac{\partial \phi_{xz}}{\partial x} + \dfrac{\partial \phi_{yz}}{\partial y} + \dfrac{\partial \phi_z}{\partial z} \end{cases}$$

sistema di equazione differenziale: per risolverlo bisogno che siano date le condizioni al contorno, e se il problema non è stazionario bisogno che siano date anche le condizioni iniziali.

Le forze di massa sono note, le incognite sono dunque:

$\rho, u, v, w; \sigma_x, \sigma_z, \sigma_y, \tau_x, \tau_y, \tau_z$ poiché il sistema sia definito ovvero se la velocità non dipende dal tempo $\Rightarrow \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = 0 \Rightarrow \vec{I} = 0$

$$* \quad \underbrace{\int_W \rho \vec{F} \, dW}_{\vec{G}} \underbrace{- \int_W \rho \vec{A} \, dW}_{(\vec{I} - \vec{\Pi})} = \underbrace{\int_W \left(\frac{\partial \phi_x}{\partial x} + \frac{\partial \phi_y}{\partial y} + \frac{\partial \phi_z}{\partial z} \right) dW}_{-\vec{\Pi}}$$

diventa

$$\boxed{\vec{G} + \vec{\Pi} + \vec{I} + \vec{\Pi} = 0}$$

flusso di quantità di moto uscente

$$\vec{\Pi} = \int_A \rho \vec{V} v_n \, dA = \underbrace{\int_{Ae} \rho \vec{V} v_n \, dA}_{\vec{\Pi}_e} - \underbrace{\int_{Au} \rho \vec{V} |v_n| \, dA}_{\vec{\Pi}_u}$$

(flusso entrante) (flusso uscente)

$\Rightarrow$ il volume W è in equilibrio sotto le azioni:

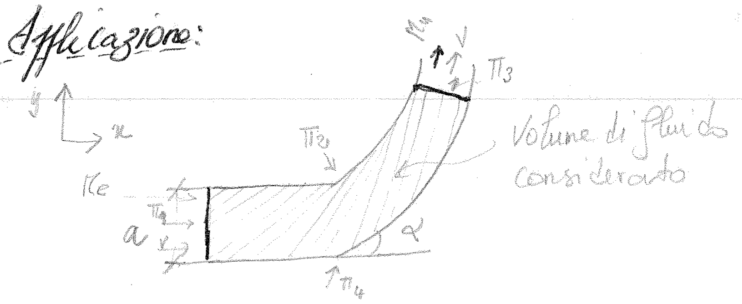
$$\boxed{\vec{G} + \vec{\Pi} + \vec{I} + \vec{\Pi}_e - \vec{\Pi}_u = 0}$$

Il flusso della quantità di moto di una sezione (A)

$$\boxed{M = \beta \cdot \rho V^2 A} \qquad \text{ma} \quad Q = V \cdot A$$

$$\Rightarrow \quad M = \beta \cdot \rho \frac{Q^2}{A} = \beta \rho \cdot V \cdot Q$$

Applicazione:



Qual'è la spinta del getto sul deflettore?

$V_e = V_u$ perché non ci sono attriti nel deflettore.

La spinta dell'acqua sul deflettore è uguale e contraria alla spinta del deflettore sull'acqua (getto). Perciò isoliamo un volume di fluido in condizione dinamica dove una delle forze di superficie esprime la spinta della piastra (deflettore) sul getto.

Il volume è in equilibrio sotto: $\vec{G} + \vec{\Pi} + \vec{I} + \vec{M_e} - \vec{M_u} = 0$

$\Pi_4 =$ spinta della piastra sul getto perciò la spinta del getto sulla piastra $= -\vec{\Pi_4}$

Siamo in condizione di moto permanente $\vec{V} =$ costante e $\vec{I} = 0$

Forze agenti sul piano (x,y): $\vec{\Pi_1} + \vec{\Pi_2} + \vec{\Pi_3} + \vec{\Pi_4} + \vec{M_e} - \vec{M_u} = 0$

essendo ~~il~~ volume nell'atmosfera: $\vec{\Pi_2} = 0$

Π_1, Π_3: Abbiamo sotto la pressione atmosferica, sopra la pressione atmosferica,

le traiettorie sono rettilinee allora si dice che quando tutto il getto di liquido è nell'atmosfera) (è all'interno di gas) e le traiettorie sono rettilinee, anche all'interno si ha la stessa pressione che si ha sia sopra come sotto, ovvero quella esterna. Perciò non vale più la legge di Stevin $\vec{\Pi_1} = \vec{\Pi_3} = 0$

$\Rightarrow \; -\vec{\Pi_4} = \vec{M_e} - \vec{M_u}$

$/\!/x: \; S_x = M_e - M_u \cos\alpha \; ; \; M_e = \beta \rho V^2 A = \beta \cdot \rho \cdot V^2 a \cdot 1$

$$M_u = \beta \cdot \rho \cdot V^2 a \cdot 1 \Rightarrow$$

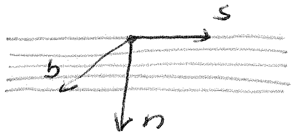
$$S_x = \beta \rho V^2 a \cdot (1 - \cos\alpha)$$

$$S_y = 0 - M_u \operatorname{sen}\alpha = -\beta \rho V^2 \operatorname{sen}\alpha \cdot a$$

Il modulo della spinta è dunque: $\sqrt{(S_x)^2 + (S_y)^2} = \beta \rho V^2 a \sqrt{2(1 - \cos\alpha)}$

Come deve essere sagomato il deflettore per dare massima spinta all'acqua?

$\alpha = 180°$



Quindi se le traiettorie sono rettilinee la quota piezometrica è costante nella sezione trasversale al moto perciò nella direzione del moto l'andamento delle pressioni segue ancora la legge di Stevin. Ma le situazioni variano da una sezione traversale all'altra anche se rimangono costanti all'interno di una sezione.

$$\frac{\partial}{\partial s}\left(z+\frac{p}{\gamma}\right)=-\frac{\vec{A}}{g} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial s}\left(z+\frac{p}{\gamma}\right)=-\frac{1}{g}\left(\frac{\partial v}{\partial t}+v\cdot\frac{\partial v}{\partial s}\right)$$

4. Aggiungiamo l'ipotesi di moto permanente: e quindi $\frac{\partial v}{\partial t}=0$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial s}\left(z+\frac{p}{\gamma}\right)=\frac{1}{2g}\frac{\partial v^2}{\partial s}=\frac{\partial}{\partial s}\left(z+\frac{v^2}{2g}\right)=0$$

$\boxed{H=z+\frac{p}{\gamma}+\frac{v^2}{2g}}$ trinomio di Bernoulli o Carico totale

5. Lungo una traiettoria $\frac{\partial H}{\partial s}=0$ e quindi lungo una traiettoria $H=\text{cost.}$

Enunciato del teorema di Bernoulli:

["Per un fluido perfetto, incomprimibile, nel campo della gravità, in condizione di moto permanente, lungo la una traiettoria mantiene il carico totale costante ($H=\text{cost}$)."]

H: Carico totale $=z+\frac{p}{\gamma}+\frac{v^2}{2g}$ e descrive l'energia meccanica per unità di peso del fluido.

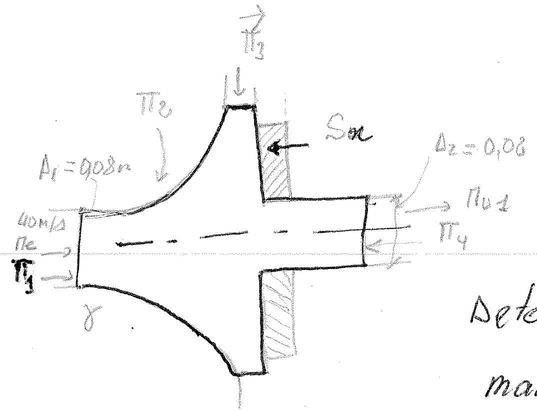
Energia: [Joule = Nm], e quindi $H=\frac{\text{Energia}}{\text{Peso}}\frac{[N\cdot m]}{[N]}=[m]$ perciò H è la somma di tre lunghezze

$z=$ Energia per unità di peso che dipende dalle forze del campo, si parla di energia di posizione. Energia potenziale $=\frac{m\cdot g\cdot z}{\text{Peso}}=\frac{m\cdot g\cdot z}{mg}$.

$\frac{v^2}{2g}$: Energia cinetica per unità di peso. Energia cinetica $=\frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{1}{2}\frac{mv^2}{mg}=\frac{v^2}{2g}=$ altezza cinetica

$\frac{p}{\gamma}=$ Energia di pressione per unità di peso.

Possibile quiz



Un piatto circolare di diametro è mantenuto orizzontale da un getto d'acqua che nel piatto entra da una parte. Nel piatto è fatto un foro circolare da cui l'acqua esce.

Determinare la forza orizzontale necessaria a mantenere il piatto fermo.

L'equazione dinamica in forma globale.

$$\vec{G} + \vec{\Pi} + \underbrace{\cancel{\vec{I}}}_{0} + \Pi_e - \Pi_u$$

$$G_x = 0; \Rightarrow G_x - S_x + \Pi_e = 0 \Rightarrow S_x = \Pi_e - \Pi_{u1}$$

$$S_x = \beta \rho V^2 \cdot \pi \cdot \frac{D_1^2}{4} - \beta \rho V^2 \cdot \pi \cdot \frac{D_2^2}{4}$$

$$= \beta \cdot 1{,}2 \cdot 40^2 \cdot \frac{\pi}{4}\left(0{,}08^2 - 0{,}02^2\right) = 9{,}108 N$$

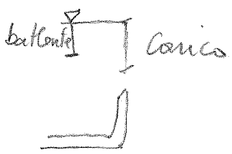
$$\boxed{S_x = 9{,}108\ N}$$

Applicazione del teorema di Bernoulli: ~~che~~ riguarda i misuratori di portata (Q)

Il teorema di Bernoulli si applica ai fluidi ideali ma se si ha ~~un~~ fluido reale che sta accelerando, e segue un percorso non lungo, lo schema del fluido perfetto può essere applicato al fluido reale con qualche correzioni.

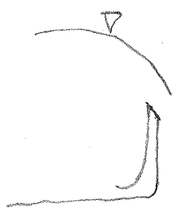
Processi di efflusso: passaggio di un liquido attraverso dei fori, in idraulica invece di fori si parla di luci e ne distinguiamo 2 tipi:

1. luci a battente.



Luci in cui si ha un serbatoio che contiene del liquido e nella parete è praticato un foro, ~~si~~ ha uno spigolo vivo per permettere il distacco della vena e tutto il contorno della luce è bagnato. Quindi il livello è più in alto della luce. Il battente è la distanza fra il livello a monte e la quota superiore della luce. e il carico sulla luce è la distanza fra il livello a monte e il baricentro della luce.

2. luci a stramazzo: (luce a battente nullo)

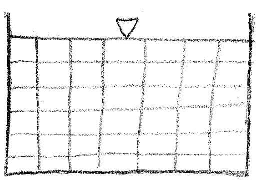


Sono le luci che riguardano i passaggi sopra una soglia (... una sbarramento) dove il contorno superiore della luce non è toccato dal flusso

- Nota la geometria della luce, cioè la forma del foro, da una sola lettura di livello si può riuscire a calcolare la portata. Quindi la portata sarà funzione dell'area del foro (A) e dell'apertura di un livello h, $Q(A,h)$

Diversamente dovendo calcolare la portata con $Q=\int v\,dA$

dovremmo dividere A in tante porzioni (dA) e la $Q=\sum v_i A_i$



dove v_i = velocità in ogni area A_i

visto la difficoltà ricorriamo a Bernoulli.

$0{,}97 \leq C_v \leq 0{,}98;\ 0{,}95$ a seconda dei casi

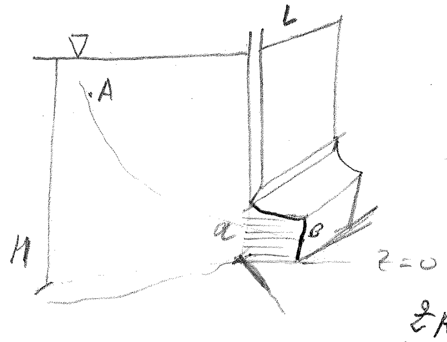
$Q = V_{reale} \cdot A$ dove A = area della sezione contratta. Questa area ha la stessa forma della sezione d'uscita, solo che è più piccola.

$A_c = C_c \cdot A \Rightarrow$

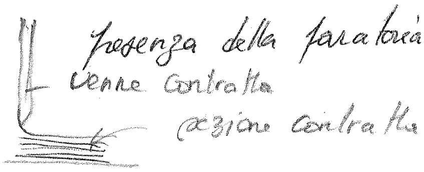
$$Q = C_v \cdot \sqrt{2g \cdot h} \cdot A_c \cdot C_c \Rightarrow Q = C_c C_v \cdot A \cdot \sqrt{2gh}$$

dove $C_c \cdot C_v = \mu$ = coefficiente d'eflusso. $\Rightarrow \boxed{Q = \mu \cdot A \cdot \sqrt{2g \cdot h}}$

② Si vuole sapere la Q che passa sotto questa paratoia.



Consideriamo il flusso di una particella. La presenza della paratoia genera una sezione contratta.



$H_A = H_B$

$$\underbrace{z_A + \frac{p_A}{\gamma}}_{H} + \underbrace{\frac{V_A^2}{2g}}_{0} = \underbrace{z_B + \frac{p_B}{\gamma}}_{a \cdot C_c} + \underbrace{\frac{V_B^2}{2g}}_{V_B^2/2g}$$

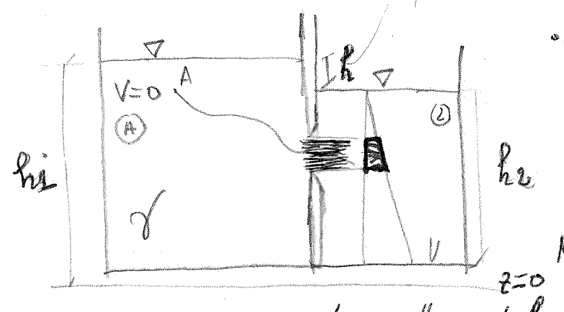
$$V_B = \sqrt{2g(H - a \cdot C_c)} = V$$

$$V_{reale} = C_v \cdot \sqrt{2g(H - a \cdot C_c)} \cdot a L \cdot C_c$$

$$Q = C_c C_v \cdot a \cdot L \cdot \sqrt{2g(H - a C_c)}$$

③

questo dislivello rimane costante nel tempo.



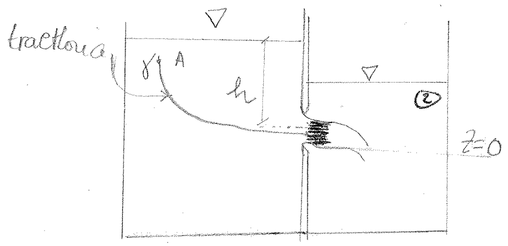
• Sezione contratta: è una sezione che ha forma più piccola del foro e in questa le traiettorie sono rettilinee e parallele.

Nella sezione contratta la distribuzione delle pressioni nel getto è quella del fluido circostante

$$H_A = H_B \Rightarrow \underbrace{z_A + \frac{p_A}{\gamma}}_{h_1} + \underbrace{\frac{V_A^2}{2g}}_{0} = \underbrace{z_B + \frac{p_B}{\gamma}}_{h_2} + \frac{V_B^2}{2g} \Rightarrow V_B = \sqrt{2g(h_1 - h_2)} = \sqrt{2gh}$$

$$V_{reale} = C_v \sqrt{2gh}\ ; \quad Q = C_c C_v \cdot A \sqrt{2gh} = \mu A \cdot \sqrt{2gh}$$

04-04-2012



Processo d'efflusso in un serbatoio dove c'è un gas con un certo valore di pressione (P)
h = carico nella luce
Si vuole calcolare la portata che passa.

$$H_A = H_B \Rightarrow \overbrace{z_A + \frac{P_A}{\gamma}}^{h} + \frac{V_A^2}{2g} = z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g}$$

Nella sezione contratta in un gas, i punti subiscono il valore della pressione che si ha all'esterno, e la pressione è costante in tutta la sezione.

$$\Rightarrow V_B = \sqrt{2g\left(h - z_B - \frac{P}{\gamma}\right)}$$

Si nota che la velocità non è più un valore indipendente dal punto considerato ovvero la velocità non è più costante. Si dovrà calcolare il valore della velocità media. Ma visto che la luce è molto piccola rispetto al carico. Con un piccolo errore si ammette la velocità media come la velocità del baricentro (dove $z_G = 0$) $\Rightarrow$

$$V = V_g = \sqrt{2g\left(h - \frac{P}{\gamma}\right)}$$. dove P = la pressione nel serbatoio che accoglie il fluido nel nostro caso (2).

Tenendo conto della perdita di energia:

$$V_{reale} = C_V \cdot V_g = C_V \sqrt{2g\left(h - \frac{P}{\gamma}\right)}$$

$$\Rightarrow Q = A C_c \cdot C_V \cdot \sqrt{2g\left(h - \frac{P}{\gamma}\right)} = \boxed{A\,\mu \cdot \sqrt{2g\left(h - \frac{P}{\gamma}\right)}}$$

Caso particolare:

A valle non abbiamo più il serbatoio 2, ma la vena fluida fuoriesce nell'atmosfera dove $P = P_{atm} = P = 0$. $\Rightarrow$

$$\boxed{Q = \mu \cdot A \cdot \sqrt{2gh}}$$

Con la legge d'efflusso: $Q = \mu \cdot A \cdot \sqrt{2g\left(h - \frac{P}{\gamma}\right)}$ si osserva che a parità di h, di A si ha portata massima in uscita:

$P\downarrow \Rightarrow Q\downarrow$, quindi con la pressione decrescente. Il valore minimo di $P = -101330\,Pa$

$$\Rightarrow Q_{max} = A \cdot \mu \cdot \sqrt{2g\left(h - \left(-\frac{101330}{\gamma}\right)\right)} = \boxed{A \cdot \mu \sqrt{2g\left(h + \frac{101330}{\gamma}\right)}}$$

Se $P\uparrow$ (aumento) $\Rightarrow Q\downarrow$ (decresce) e se $P = \gamma h \Rightarrow Q = 0$

$\Rightarrow$ Aumentando la pressione contrastiamo il getto. Se aumentiamo troppo P si ha l'ingresso del gas all'interno del serbatoio.

$V_B = \sqrt{2g \cdot \frac{7}{4} h} \Rightarrow V_{real} = C_v \cdot V_B = C_v \sqrt{2g \frac{7}{4} h}$ 02-04-04-2012

$\Rightarrow Q = C_c \cdot A \cdot C_v \cdot \sqrt{2g \frac{7}{4} h} \Rightarrow Q = \mu \cdot A \cdot \sqrt{2g \cdot \frac{7}{4} h} = \mu \cdot \frac{\sqrt{7}}{2} \cdot A \cdot \sqrt{2g \cdot h}$

* Per luci circolare $\mu = 0,6 \Rightarrow 0,6 \cdot \frac{\sqrt{7}}{2} = \underline{0,8}$

$\Rightarrow \boxed{Q = 0,8 \cdot A \sqrt{2gh}}$

Quindi a parità di carico h, se si vuole determinare la portata maggiore è meglio mettere un tubo addizionale esterno (3).

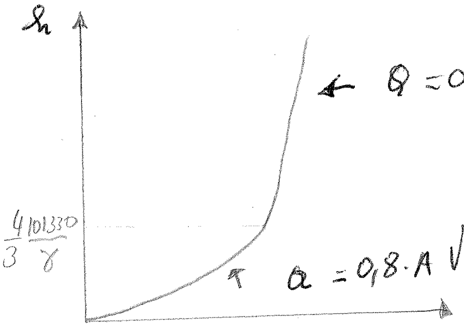
Problema legato al tubo addizionale esterno:

Al crescere di h, e visto che la pressione nella sezione contratta non può scendere sotto un atmosfera succede che l'altezza piezometrica $(-\frac{3}{4}h)$ che indica il livello della pressione deve: $-\frac{3}{4}h < -\frac{101330}{\gamma}$ che nel caso dell'acqua $\simeq$ 13,77 m

Se per caso $\frac{3}{4}h > 80m$ $h \geq \frac{4}{3} \cdot \frac{101330}{\gamma}$? si forma nella sezione contratta una sezione di controllo ovvero si ha una pressione minima ben fissata di -1 atm nella sezione contratta, quindi qualunque sia il valore di h è sempre questa sezione a determinare l'andamento della portata

$$\Rightarrow z_A + \frac{p_A}{\gamma} + \underset{0}{\frac{V_A^2}{2g}} = z_B + \underbrace{\frac{p_B}{\gamma}}_{p=-101330} + \frac{V_B^2}{2g} \Rightarrow V_B = \sqrt{2g\left(h + \frac{101330}{\gamma}\right)}$$

Quindi la legge d'efflusso derivante: $\boxed{Q = \mu \cdot A \cdot \sqrt{2g\left(h + \frac{101330}{\gamma}\right)}}$



$\leftarrow Q = 0,6 \cdot A \cdot \sqrt{2gh}$ (per $h > \frac{4}{3}\frac{101330}{\gamma}$)

$Q = 0,8 \cdot A \sqrt{2gh}$ (per $h < \frac{4}{3}\frac{101330}{\gamma}$)

La sezione di controllo è una in cui si ha un valore di pressione (−101330) che controlla l'andamento.

Ipotizziamo: la corrente con traiettorie circa rettilinee e parallele 03-04-04-2012

si chiamano anche correnti gradualmente variabili.

In questo caso, nella sezione traversale $z + \frac{p}{\gamma}$ = costante, ~~quir~~ $\Rightarrow$

$$P = \gamma h Q + \gamma \int \frac{v^2}{2g} v\, dA$$

velocità media

Per poter usare la velocità media invece di ricorrere all'integrale aggiungiamo un coefficiente di ragguaglio, $\alpha \Rightarrow \boxed{P_c = \alpha \gamma \frac{V^2}{2g} VA}$ Q

Con $\alpha = \int \frac{v^2}{2g} v\, dA \Big/ \frac{V^3}{2g} \cdot A$

α = Coefficiente di ragguaglio delle potenze cinetiche

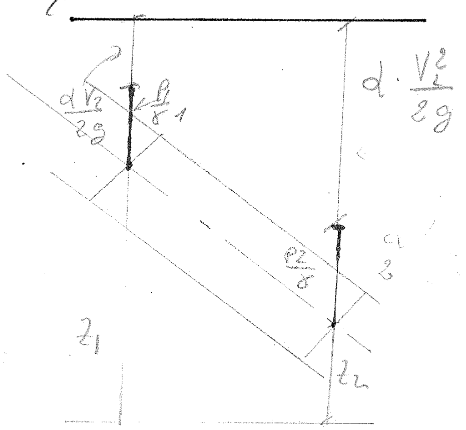
$$P = \gamma h Q + \alpha \gamma \frac{V^2}{2g} Q \Rightarrow \gamma Q \left(h + \frac{\alpha V^2}{2g}\right)$$

$$\boxed{P = \gamma Q \left(h + \alpha \frac{v^2}{2g}\right)} \Rightarrow P = \gamma Q \cdot \left(z + \frac{p}{\gamma} + \alpha \frac{U^2}{2g}\right)$$

Cost cost costante

Per una ~~fluido~~ corrente di fluido perfetto, incomprimibile, nel campo della gravità, in condizione di moto permanente di sezione in sezione $z + \frac{p}{\gamma} + \frac{V^2}{2g}$ = costante

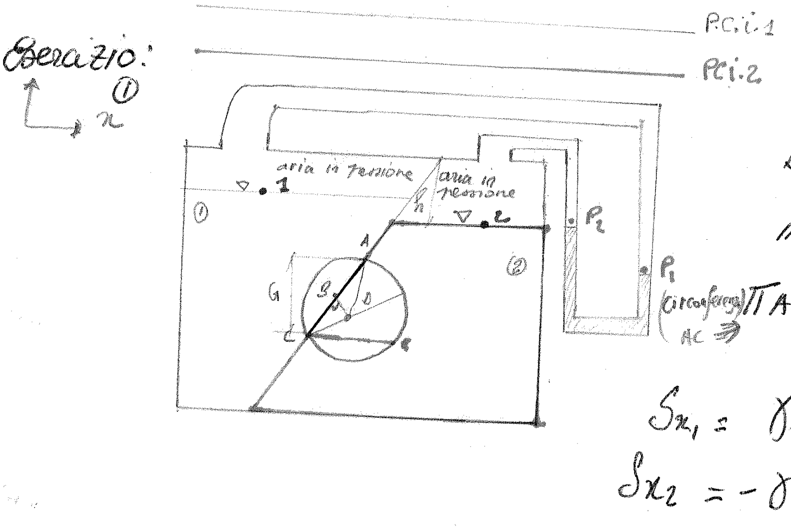
quindi ci isoliamo dalla traiettoria ed andiamo a vedere cosa succede fra una sezione e l'altra.



p_1 e p_2 sono le pressioni nel baricentro

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \alpha \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$$

Esercizio:



$D = 1m$, $\Delta = 0{,}2\, m$; $\gamma_m = 133362\, N/m^3$

$h = 1m$, $\alpha = 45°$, $\beta = 60°$

Determinare i componenti verticali

$\parallel x$: $AB = \frac{D}{2} \sin\alpha$, Area proiettata nel piano che ha per perpendicolare l'asse x.

(circonferenza AC) $\Rightarrow \pi AB^2 = \frac{D^2}{4} \sin^2\alpha \cdot \pi$; $A_x = \frac{D^2}{4} \sin\alpha \cdot \pi$

$S_{x_1} = \gamma h_{G_1} \cdot \frac{D^2}{4} \sin^2\alpha \cdot \sin\beta \cdot \pi$ (serbatoio 1)

$S_{x_2} = -\gamma h_{G_2} \cdot \frac{D^2}{4} \sin^2\alpha \cdot \sin\beta \cdot \pi$ (serbatoio 2)

$$Q = \sqrt{\frac{23{,}2 \cdot A}{\beta \rho (1 - \cos 60°)}} \qquad \beta = 1$$

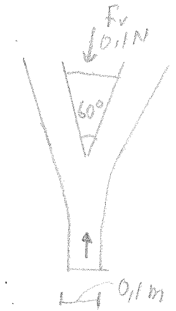
04-04-04-2012

$$\boxed{Q = 0{,}28 \ m^3/s}$$

NB: $Q_e = Q_u \Rightarrow V_e \cdot A_e = V_u \cdot A_u$ ma $V_e = V_u \Rightarrow A_e = A_u = A$.

$$A = \frac{\pi \cdot 0{,}15^2}{4} \text{ (sezione circolare)}$$

③



. Un getto d'aria verticale in sezione circolare investe lo schema indicato. Sapendo che è necessaria una forza verticale pari a 0,1 N per mantenere il deflettore fermo. Nell'ipotesi che la velocità nel deflettore sia uniforme, determinare la massa del deflettore, trascurando il peso proprio dell'aria.

Nel tratto divergente, il fluido rallenta e quindi ci sono più perdite di energia. Quindi tratto divergente è fatto più lungo in modo da rendere più graduale il rallentamento del fluido e quindi avere meno perdite. L'acqua va nella direzione opposta al tratto convergente e quindi la direzione dell'acqua del tratto più breve è dal diametro più grande a quello piccolo.

NB: Per indicare la linea del carico totale e la linea dei carichi piezometrici ci riferiamo alla z del baricentro

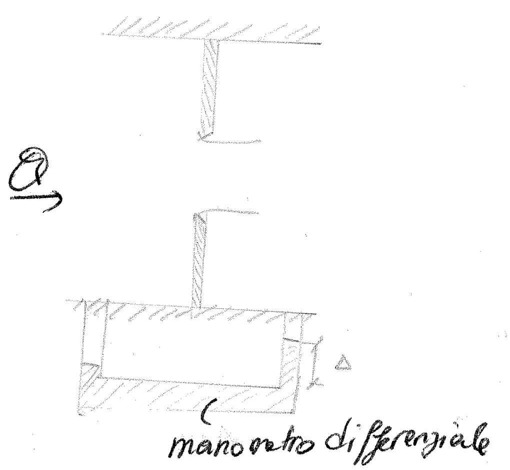
La linea piezometrica è la somma della $z + \frac{p}{\gamma}$ quindi la distanza fra linea piezometrica e la linea dei carichi totali è l'altezza cinetica $\frac{\alpha V_4^2}{2g}$

Dove la tubazione ha diametro costante la velocità è costante

Con il venturimetro calcolo distanza fra le quote piezometriche come se fosse la distanza fra i piani dei carichi idrostatici dei serbatoi ad esso collegati.

Altri strumenti di misura:

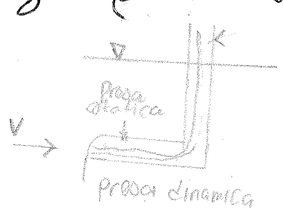
① Il boccaglio



Si vuole misurare la portata che passa, si crea un restringimento in modo tale che la portata di fluido che arriva è costretto ad accelerare altrimenti non riesce a passare. Se ho una velocità maggiore avrò una differenza piezometrica che leggiamo col manometro

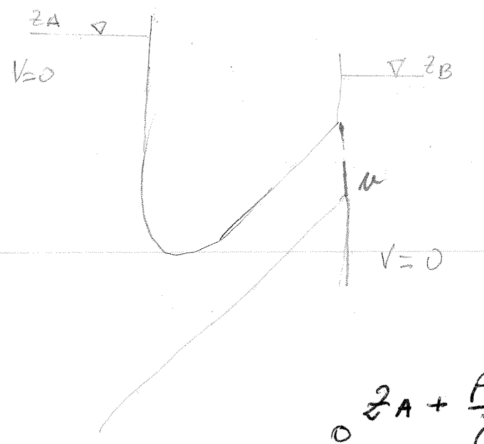
Come possiamo misurare la velocità di un fluido?

Uno degli strumenti è detto Tubo di Pitot



É un corpo affusolato in modo da non disturbare la corrente, all'interno del quale è presente una piccola cavità dalla quale entra acqua (Presa dinamica

18-04-2012



Fluido perfetto, incomprimibile, nel campo della gravità, allora il moto è da A a B.

$\boxed{H_A = H_u}$

L'eccesso di energia nel serbatoio di sinistra genera un moto da sinistra a destra

$$z_A + \frac{p_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = z_u + \frac{p_u}{\gamma_{patm}} + \frac{\alpha V_u^2}{2g}$$

ma $z_u + \frac{p_u}{\gamma} = z_B + \frac{p_B}{\gamma} = z_B$

$\Rightarrow \quad z_A = z_B + \frac{V_u^2}{2g} \Rightarrow z_A - z_B = \frac{V_u^2}{2g} \Rightarrow V_u = \sqrt{2g(z_A - z_B)}$

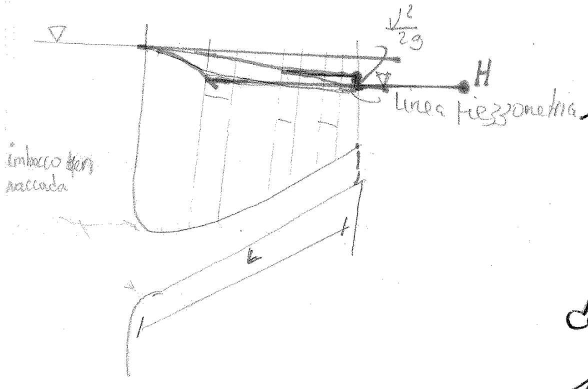
$\Rightarrow$ L'eccesso di energia del serbatoio A rispetto al serbatoio B si trasforma in energia cinetica. Quindi tutto l'eccesso di energia nel serbatoio A si trasforma in energia cinetica per fare passare la portata al serbatoio a valle (B).

$V_u = \sqrt{2g(z_A - z_B)} \Rightarrow$

La portata che passa è $Q = V_u \cdot A$ NB: Fluido perfetto

Linea del carico totale, piezometrica $(H; h)$

- In A la velocità è trascurabile allora $H_A = h_A =$ superficie libera del serbatoio perché la pressione è 0. H = energia meccanica per unità di peso del fluido. Durante il moto il fluido (perfetto) non perde energia allora H è costante



- La linea piezometrica (h) è parallela a (H) ed è distante da essa dell'altezza cinetica $\left(\frac{V^2}{2g}\right)$ la V è costante e quindi $h \parallel H$
- Posizionando delle canne piezometriche il livello dell'acqua in esse si porta al livello della linea piezometrica.

NB: La portata che passa è dettata soltanto dal livello a monte e quello a valle.

Perdite di carico distribuite: perché si distribuiscono lungo il percorso. Accanto a queste ci sono le perdite di carico localizzate: quelle perdite che si verificano in specifiche sezioni. $\boxed{2 - 18\text{-}04\text{-}2012}$

- Se conosciamo il carico $H_0(s=0)$ di partenza possiamo determinare il carico $H(s)$ in una generica ~~sezione~~ ascissa s.

$$H(s) = H_0 - \int_0^s J(s)\,ds$$

In base al carico che troviamo, possiamo decidere se cambiare o no le portate circolanti. Se il moto è uniforme:

$J =$ costante $\Rightarrow H(s) = H_0 - J \cdot s$.

Con riferimento al nostro esempio, la sezione d'uscita avrà un carico H_u.

$$H_u = \underbrace{H_A}_{\text{carico iniziale } (H_0)} - J \cdot \underbrace{L}_{\text{percorso } (s)} = \overbrace{z_u + \frac{p_u}{\gamma}}^{z_B} + \alpha \frac{V_{u2}^2}{2g} = z_B + \alpha \frac{V_{u2}^2}{2g}$$

$$\Rightarrow V_{u2} = \sqrt{2g\,(z_A - z_B - L \cdot J)} \Rightarrow Q = V_{u2} \cdot A$$

Se Q è poca e che non possiamo agire su $z_A - z_B$ possiamo cambiare la tubazione per avere perdite minori lungo il percorso.

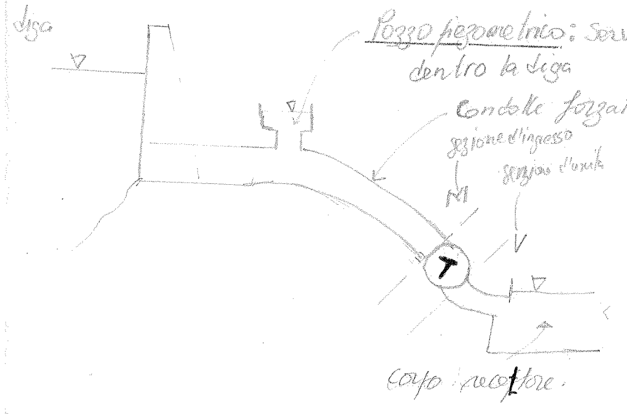
Macchine idrauliche che s'inseriscono all'interno delle correnti:

Macchine motrici: Macchine che assorbono energia dalla corrente quindi trasformano energia idraulica in energia meccanica: Esempio: Turbini

Macchine operatrici: Macchine che cedono energia alla corrente, trasformano energia meccanica in energia idraulica. Ovvero danno energia alla corrente: Esempio: Pompe

Esempio:

Si ha una turbina installata, e vogliamo sapere il rendimento della turbina, e quale la potenza che si può derivare



Pozzo piezometrico: Serve nel caso di fuori-uso della turbina per evitare un'onda di pressione dentro la diga

Condotte forzate: convogliano la portata derivata alla turbina

sezione d'ingresso

sezione d'uscita

La potenza ceduta dalla corrente fluida:

$$= P_{entra} - P_{uscita} = P_M - P_V = \gamma Q \underbrace{(H_M - H_V)}_{\text{salto utile}}$$

carichi totali immediatamente a monte e a valle.

~~Esercizio 1~~: Calcolare l'espressione della prevalenza della pompa e la potenza della pompa. 03-18-04-2012

Sono noti: z_A, z_B, Δ, Q. Siamo nel caso di fluido reale.

Condotta di aspirazione: Condotta a monte.

Condotta di mandata: Condotta a valle

Equazione indefinita di equilibrio globale: $\rho(\vec{F}-\vec{A}) = \frac{\partial \phi_x}{\partial x} + \frac{\partial \vec{\phi_y}}{\partial y} + \frac{\partial \phi_z}{\partial z} +$

in forma globale: $\vec{G} + \vec{\Pi} + \vec{I} + \vec{\Pi_e} - \vec{\Pi_u} = 0$

Caso fluido reale newtoniano: presenta un legame lineare fra sforzi e velocità di deformazione.

$\tau = \mu \frac{du}{dr}$ e $\mu = \text{cost} \Rightarrow \boxed{\rho(\vec{F}-\vec{A}) = \text{grad}\, p - \mu \nabla^2 \cdot \frac{1}{3}\mu\, \text{grad}(\text{div}\, \vec{V})}$

Equazione dell'equilibrio locale per un fluido Newtoniano

Per un fluido incomprimibile $\text{div}\, \vec{V} = 0 \Rightarrow \boxed{\rho(\vec{F}-\vec{A}) = \text{grad}\, p - \mu \nabla^2 \vec{V}}$ equazione di Navier-Stockes.

$$\underbrace{\int_\omega \rho \vec{F} d\omega}_{\vec{G}} - \underbrace{\int_\omega \rho \vec{A} d\omega}_{\vec{\Pi_e} - \vec{\Pi_u} + \vec{I}} - \underbrace{\int_\omega \text{grad}\, p\, d\omega}_{\vec{\Pi_p}} + \underbrace{\int_\omega \mu \nabla^2 \vec{V} d\omega}_{-\int_A \mu \frac{\partial \vec{v}}{\partial n} dA} = 0$$

Equazione globale dell'equilibrio in condizioni dinamiche per un fluido Newtoniano incomprimibile:

$$\boxed{\vec{G} + \vec{\Pi_e} - \vec{\Pi_u} + \vec{I} + \vec{\Pi_p} - T = 0}$$

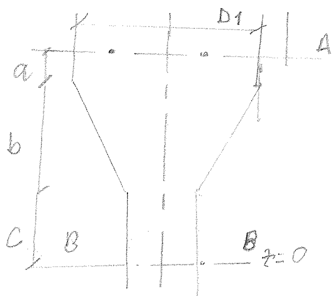
Con $\vec{\Pi_p}$ = effetto sulla superficie laterale dato dalla sola pressione.

$T = + \int_A \mu \frac{\partial \vec{v}}{\partial n} dA$ = Azione di trascinamento della corrente fluida sull'esterno

$-T$ = resistenza dell'esterno che si oppone al moto della corrente

Esercitazione:

Esercizio 1:



$Q = 0{,}2\ m^3/s$ $a = 0{,}2\ m$, $b = 2\ m$, $C = 0{,}4\ m$, $D1 = 0{,}4\ m$

$D2 = 0{,}2\ m$. In fluido perfetto in moto permanente, calcolare la differenza di pressione fra la sezione A e B.

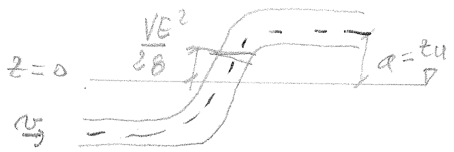
$$H_A = H_B \Rightarrow z_A + \frac{p_A}{\gamma} + \alpha\frac{V_A^2}{2g} = z_B + \frac{p_B}{\gamma} + \alpha\frac{V_A^2}{2g}$$

Nella sezione A e B le traiettorie sono rettilinee e parallele quindi la distribuzione delle pressioni è di tipo idrostatico, sono 2 sezioni orizzontali e quindi in tutti i punti della sezione A abbiamo lo stesso valore di pressione, lo stesso caso nella sezione B: $\Rightarrow$

$$\frac{p_A}{\gamma} - \frac{p_B}{\gamma} = z_B - z_A + \frac{Q^2}{2gA_B^2} - \frac{Q^2}{2gA_A^2} \quad \text{xke } V_A = \frac{Q_A}{A_A} \text{ e } V_B = \frac{Q_B}{A_B}$$

Esercizio 3:

~~01~~-18-04-2012



Nella corrente di un pozzo d'acqua che defluisce con una velocità V uniforme $= 10\,m/s$ è immesso un tubo a forma di S contro-corrente con un estremità sopra il pelo libero, ammesso il fluido perfetto, determinare la portata effluente dal tubo.

$a = 1\,m$, $D = 0{,}08\,m$

L'acqua del pozzo con una certa energia iniziale, trasforma parte di questa energia in energia potenziale per poter salire nel tubo.
L'energia meccanica per unità di peso per un fluido perfetto si conserva sezione per sezione quindi

$$H_F = H_u$$

NB: non mettiamo α perché la velocità è uniforme in tutti i punti del fiume.

$$\cancel{z_F}^{\,0} + \cancel{\frac{p_F}{\gamma}}^{\,0} + \frac{V_F^2}{2g} = z_u^{\,a} + \cancel{\frac{p_u}{\gamma}}^{\,0} + \frac{V_u^2}{2g}$$

$$\frac{V_F^2}{2g} = a + \frac{V_u^2}{2g}$$

$\Rightarrow$ L'energia cinetica della corrente in arrivo si trasforma in parte in energia potenziale (a) e in parte in velocità d'uscita ($\frac{V_u^2}{2g}$) $\Rightarrow$

$$V_u = \sqrt{V_F^2 - a \cdot 2g}$$

$$V_u = \sqrt{(100 - 2 \cdot 9{,}81 \cdot 1)} = 8{,}9\ m/s \Rightarrow$$

$$Q_u = v_u \cdot A = v_u \cdot \frac{\pi \cdot 0{,}08^2}{4} = \frac{8{,}9 \cdot 0{,}08^2}{4}$$

NB: $\frac{v_u^2}{2g} = \frac{v_F^2}{2g} - a$

se $a > \frac{v_F^2}{2g} \Rightarrow$ l'energia cinetica della corrente in arrivo non è sufficiente a portare il fluido alla quota a, cioè non esce portata e il fluido si fermerà ad una quota $\frac{V_F^2}{2g}$.

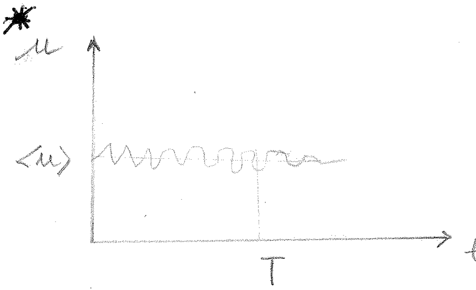
Se prendiamo un punto P, tutte le traiettorie che passano per quel punto hanno lo stesso ~~questo~~ valore di velocità.

Nel caso del moto turbolente si dovrà considerare le fluttuazioni istantanee. Quindi la velocità in un punto P è:

$$V \begin{cases} u = \langle u \rangle + u' & \text{con } \langle u \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T u \, dt \\ v = \langle v \rangle + v' \\ w = \langle w \rangle + w' \end{cases}$$

dove u', v', w' sono le fluttuazioni che sono i valori che caratterizzano istantaneamente il valore della velocità nelle 3 direzioni

*



* In un punto P, esiste un valore di velocità medio caratterizzato, dalla media dei valori di velocità media fatta in un tempo T (qualche frazioni di secondo).

Il valore medio temporale della fluttuazione

$$\langle u' \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T u' \, dt = \frac{1}{T}\int_0^T (u - \langle u \rangle) \, dt = \frac{1}{T}\int_0^T u \, dt - \frac{1}{T}\int_0^T \langle u \rangle \, dt$$
$$= \langle u \rangle - \frac{1}{T} \langle u \rangle * T.$$

$$\boxed{\langle u' \rangle = 0}$$

Caso del moto turbolento: in questo caso i valori esatti di u, v, w non li conosciamo, perciò l'equazione di equilibrio istantaneo viene studiata come un equilibrio nel tempo caratteristico della turbolenza (cioè quello che ci permette di ottenere i valori medi nel tempo T)

$\vec{G} + \vec{\Pi}_p + \vec{\Pi}_e - \vec{\Pi}_u + \vec{I} - \int_A \mu \frac{\partial \vec{V}}{\partial n} dA$ valutata con i valori medi temporali: Non conoscendo i valori medi li integriamo nel tempo $\int_0^T$ e dividiamo per $\frac{1}{T}$ per ottenere i valori medi

- $\frac{1}{T}\int_0^T \vec{G} \, dt = \vec{G}$ perché il peso non fluttua nel tempo.

Πp componenti instantanee della pressione

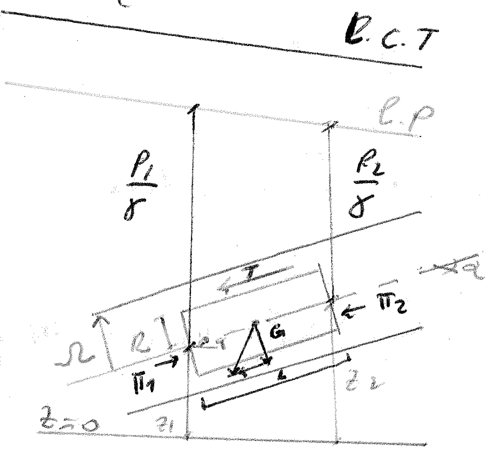
- $\frac{1}{T}\int_0^T \int_A (\langle p \rangle + p') \, dA \, dt$

$$= \int_A \frac{1}{T}\int_0^T (\langle p \rangle + p') \, dt \, dA = \int_A \left(\frac{1}{T}\int_0^T \langle p \rangle \, dt\right) + \frac{1}{T}\int_0^T p' \, dt \, dA$$

Le Condotte in pressioni percorse da fluidi reali

Hp: Condizioni di moto uniforme e permanente, e quindi le velocità non cambiano ne nello spazio ne nel tempo. Se siamo in moto turbolento diciamo che nello spazio non cambiano i valori medi temporali ma potranno cambiare le fluttuazioni.

Per poter esser in condizione di moto uniforme, la dimensione della condotta deve essere costante.



Considerando un fluido reale, quindi LCT e' inclinata nella direzione del moto e visto che siamo in condizioni di moto uniforme la linea piezometrica (LP) e' // a L.C.T

Il cilindro e' in equilibrio sotto:

$$② \vec{G} + \vec{\Pi} + \vec{\Pi_e} - \vec{\Pi_u} + \vec{I} - \underbrace{\int_A \mu \frac{\partial \langle \vec{v} \rangle}{\partial n} dA}_{①} + \underbrace{\int_A \rho \langle v' v'_n \rangle dA}_{②} = 0$$

$\vec{G}$ = Peso del cilindro ed è diretta verticalmente;

Condizioni di moto permanente $\Rightarrow \vec{I} = 0$; Essendo il moto uniforme il flusso

$\Pi_e = \rho B V_e^2 A_e$, $\Pi_u = \rho B V_u^2 A_u$ ma $A_u = A_e$, $V_e = V_u$ (moto uniforme) $\Rightarrow \Pi_e - \Pi_u = 0$

① e ② esprimono delle forze che agiscono secondo il vettore velocità allora agiscono parallelamente alla direzione del moto e sul contorno ed esprimono la resistenza che l'esterno offre al cilindro allo scorrimento del fluido ~~nel cilindro~~ cilindrico interno. $T = \int_A \mu \frac{\partial \langle \vec{v} \rangle}{\partial n} dA - \int_A \rho \langle \vec{v}' v'_n \rangle dA$

Allora ② $\Rightarrow$ $\boxed{\vec{G} + \Pi p - T = 0}$ ③

Proiettiamo la ③ nella direzione del moto, e consideriamo l'asse x inclinato lungo esso.

effetto dovuto alla sola pressione

$// x: -G \operatorname{sen}\alpha + \Pi_1 - \Pi_2 - T = 0 = -\gamma A_b L \operatorname{sen}\alpha + P_1 A_b - P_2 A_b = T$; $z_2 - z_1 = L \sin\alpha$

$= -\gamma A_b (z_2 - z_1) + P_1 A_b - P_2 A_b = T$

$\Rightarrow T = A_b \gamma \left(z_1 - z_2 + \frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} \right) = \gamma A_b (h_1 - h_2) \left(\frac{L}{L}\right)$

multiplichiamo per L e dividiamo per L

$\Rightarrow A_b L = W$ (Volume cilindro) e $\frac{h_1 - h_2}{L} = J$

$\Rightarrow \boxed{T = \gamma W J}$ Resistenza al moto che si oppone allo scorrimento del cilindro

Lo sforzo τ: si distribuisce in maniera uniforme sulla superficie laterale

$$\tau = \frac{T}{A_{lateral}} = \frac{\gamma \pi R^2 \cdot L \cdot J}{2\pi R L} = \gamma \frac{R}{2} J \Rightarrow \boxed{\tau = \gamma \frac{R}{2} J}$$ (sforzo laterale)

R = distanza dall'asse (vedere figura). Gli sforzi all'interno della condotta sono zero quando R=0 ovvero $\tau = 0$ e crescono allontanandosi, sono max alla parete

Il moto delle τ, viscose e turbolenti dipendono dal numero di Reynolds. ~~Se il~~ ~~moto è~~ ~~laminare~~ $-\cancel{\mu \frac{d\langle u\rangle}{dr}} = 0$

$$\tau = -\mu \frac{d\langle u\rangle}{dr} + \rho \langle u'v'\rangle = \gamma \frac{R}{2} J$$

Legato alle τ è il profilo della velocità all'interno della condotta, perché dove le τ sono basse, il fluido scorre di più e quindi la velocità vale di più; dove le τ sono massime, il fluido scorre di meno e la velocità è più bassa o nulla. Allora si può studiare la variazione della $\langle u\rangle$ all'interno della condotta $\frac{d\langle u\rangle}{dr}$.

$$\cancel{\frac{d\langle u\rangle}{dr} = -\mu \frac{d\langle u\rangle}{dr} + \rho \langle u'v'\rangle = \gamma}$$

$$\frac{d\langle u\rangle}{dr} = -\frac{\gamma}{\mu}\frac{r}{2}J + \frac{\rho}{\mu}\langle u'v'\rangle$$

$$\langle u\rangle = -\frac{\gamma}{\mu}\frac{r^2}{4}J + \int_0^r \frac{\rho}{\mu}\langle u'v'\rangle\, dr + C$$

$C: \langle u(r = \frac{D}{2})\rangle = 0$ (aderenza alla parete = alla parete il fluido ha la velocità della parete quindi fermo)

$$0 = -\frac{\gamma}{\mu}\frac{1}{4}\frac{D^2}{4}J + \int_0^{D/2} \frac{\rho}{\mu}\langle u'v'\rangle\, dr + C$$

$$C = \frac{\gamma}{\mu}\frac{1}{4}\frac{D^2}{4}J - \frac{\rho}{\mu}\int_0^{D/2}\langle u'v'\rangle\, dr$$

$\Rightarrow$

$$\langle u\rangle = -\frac{\gamma}{\mu}\frac{1}{4}r^2 J + \frac{\gamma}{4}\frac{1}{4}\frac{D^2}{4}J + \int_0^r \frac{\rho}{\mu}\langle u'v'\rangle\, dr - \int_0^{D/2}\frac{\rho}{\mu}\langle u'v'\rangle\, dr$$

$$\langle u\rangle = \frac{\gamma}{\mu}\frac{1}{4}\left(\frac{D^2}{4} - r^2\right)J - \underbrace{\int_r^{D/2}\frac{\rho}{\mu}\langle u'v'\rangle\, dr}_{>0 \text{ (dimostrato sperimentalmente)}}$$

	Moto laminare	M. transizione	M. turbolento	M. turbolento completamente sviluppato
Tubi lisci	$\lambda = \frac{64}{Re}$ con $Re = \frac{\rho u D}{\mu}$	/	formula di Blasius $\lambda = 0,316 \cdot Re^{-0,25}$ formula di Plank $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log_{10}\left(\frac{2,51}{Re\sqrt{\lambda}}\right)$	/
Tubi scabri	$\lambda = \frac{64}{Re}$	/	formula di Colebrooke-White $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log_{10}\left(\frac{2,5}{Re\sqrt{\lambda}} + \frac{1}{3,71}\frac{\varepsilon}{D}\right)$	- f. Colebrooke-White o $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log_{10}\left(\frac{1}{3,71}\frac{\varepsilon}{D}\right)$ o $\lambda = \frac{1}{4}\left[\log_{10}\left(3,71\frac{D}{\varepsilon}\right)\right]^{-2}$

Con ε = misura della scabrezza

NB: Più il moto è turbolento più aumenta il numero di Reynolds.

Posto $\alpha = 1$. $\frac{V_u^2}{2g} = z_f - z_u \Rightarrow V_u = \sqrt{2g(z_f - z_u)} = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 20}$

$V_u = 19{,}8 \ m/s \Rightarrow$

$Q = V_u \cdot A = \frac{\pi \cdot 0{,}05^2}{4} \cdot 19{,}8 = 0{,}04 \ m^3/s \Rightarrow 40 \ l/s$

2. La potenza della pompa

$$P = \frac{P_{idr}}{\eta} = \frac{\gamma Q (H_v - H_m)}{\eta}$$

$$H_v - H_m \ \ H_v = \underset{(a+b)}{z_u} + \cancelto{0}{\frac{p_u}{\gamma}} + \alpha \underset{h}{\frac{V_u^2}{2g}} = H_u$$

$\Rightarrow H_v - H_m = a + b + h$ (Prevalenza della pompa)

$$H_m = H_p = \underbrace{z_p + \frac{p_p}{\gamma}}_{0} + \underset{0}{\frac{V_p^2}{2g}}$$

$$\Rightarrow \quad P = \frac{9806 \cdot 0{,}04 (2 + 1 + 20)}{0{,}75} = 12028{,}68 \ W \cong 12 \ KW$$

(2) $Q = 0{,}05 \ m^3/s$; $D = 0{,}2 m$, $\nu = 11{,}2 \cdot 10^{-4} m^2/s$, $L = 100 m$

Attraverso una tubazione di un diametro, defluisce del fluido. Verificato che il regime del moto sia laminare, calcolare la perdita di carico per una lunghezza L della condotta. Determinare il diametro D che ~~poi si dimezzi~~ la medesima portata la perdita di carico si dimezzi.

1. Moto laminare?

$$Re = \frac{\rho u D}{\mu} = \frac{u D}{\nu} \quad \text{ma } u = \frac{4Q}{\pi D^2} \Rightarrow$$

$$Re = \frac{4 \cdot Q}{\pi D^2 \nu} \cdot \frac{D}{\nu} = \frac{0{,}05 \cdot 4}{\pi \cdot 0{,}2 \cdot 11{,}2 \cdot 10^{-4}} = 284 < 2000 \Rightarrow \text{moto laminare}$$

2. La perdita di carico

$H(s) = H_0 - \int_0^s J(s)\,ds$ Ma nel nostro caso la tubazione è costante, la q è costante, il fluido è incomprimibile $\Rightarrow$

$$J = \text{costante} \Rightarrow H(s) = H_0 - J \cdot L$$

$$\Rightarrow \Delta H = H_{ini} - H_{fin} = J \cdot L \quad \text{ma } J = \frac{\lambda V^2}{2gD} = \frac{64 \nu}{V D} \cdot \frac{V^2}{2gD} = \frac{32 \nu V}{D^2 g}$$

$$J = \frac{32 \nu}{g D^2} \cdot \frac{Q \, 4}{D^2 \pi} = \frac{128 \nu Q}{g \cdot \pi \cdot D^4}$$

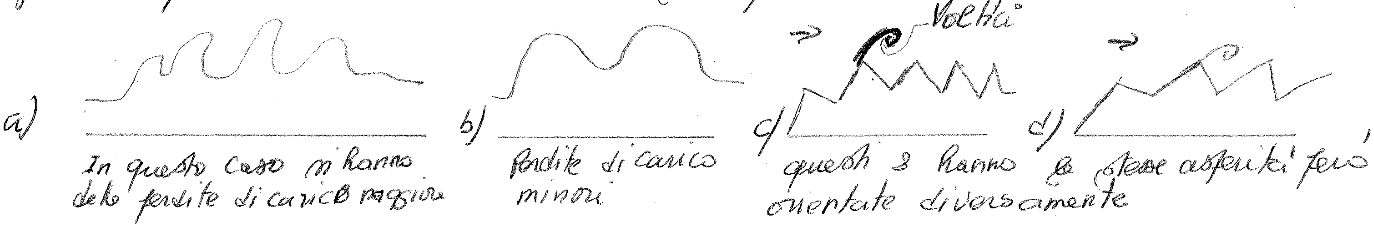
$$J = \frac{128 \cdot 11{,}2 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}05}{9{,}8 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}2^4} = 0{,}146$$

08-05-2012

Nel caso di moto uniforme, la cadente dei carichi è anche la cadente piezometrica:

$$J = -\frac{\partial H}{\partial s} = -\frac{\partial h}{\partial s} = \lambda \frac{v^2}{2gD}$$

λ = Indice di resistenza ed è funzione $\lambda(Re, \frac{\varepsilon}{D})$ dove ε = Scabrezza e $\frac{\varepsilon}{D}$ = Scabrezza relativa. ε (la scabrezza) ed è la misura delle asperità presenti nelle condotte, e dipende dal tipo di materiale.

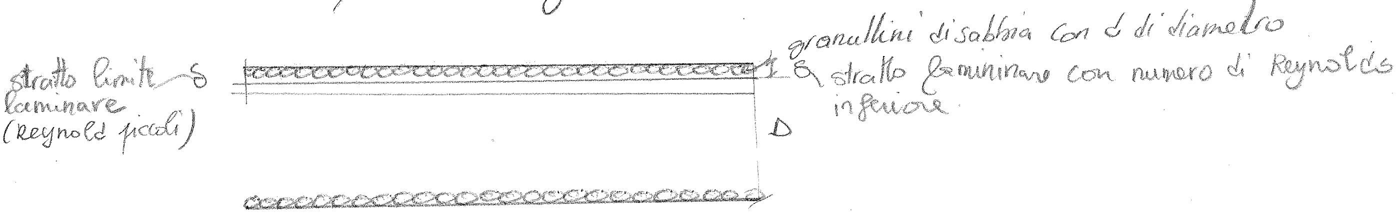


ε che misura la scabrezza ed è una lunghezza, deve essere quella misura significativa dell'asperità. Si potrebbe pensare di considerare ε come la lunghezza dell'asperità più alta o si potrebbe considerarlo come l'altezza media delle asperità. Questi ipotesi tengono conto solo della descrizione geometrica del fenomeno e ciò però non è esauriente perché non descrive gli effetti della perdita di carico diverso. Si potrebbe pensare di cercare un criterio che tiene conto anche della forma delle asperità, ma le stesse tipi di asperità danno effetti diversi a seconda di come il fluido percorre la tubazione perciò questa idea non è sufficiente.

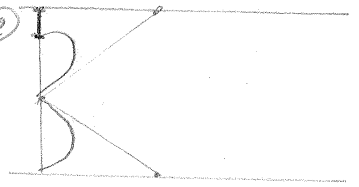
Vortici: fenomeno che richiedono grande quantità di energia e quindi grande perdite di carico.

"Sperimenti di NIKURADSE"

Ha ~~lavorato~~ con delle scabrezze ottenute applicando dei granulli di sabbia omogenea all'interno di una tubazione.



Fece poi degli sperimenti caratterizzati dal diametro (d) dei granullini di sabbia e da un diametro (D) della tubazione. Egli riportò poi i risultati su un grafico.

(2) 

02-08-05-2012

(3) strato limite laminare: questo strato si assottiglia all'aumentare del numero di Reynolds. Se il numero di Reynolds non è troppo grande si ha uno strato limite laminare più grande che contiene i granellini di sabbia, e questi in moto laminare non inducono quindi perdite di carico. All'aumentare del numero di Reynolds, lo strato limite laminare si assottiglia fino a che è più piccolo dei granellini di sabbia ($\delta < d$) allora quest'ultimi escono contemporaneamente da questo strato laminare venendo nello strato di turbolenza ed accentuandola dando un incremento di perdite di carico.

(4) La linea tende all'orizzontale: ciò vuol dire che l'indice di resistenza λ e dunque le perdite di carico J non sono più influenzate dal numero di Reynolds, λ continua però a dipendere dalla scabrezza.

Formula di colebrook: $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log_{10}\left(\frac{2,51}{Re\sqrt{\lambda}} + \frac{1}{3,71}\frac{\varepsilon}{D}\right)$ al crescere di Re, $\frac{2,51}{Re\sqrt{\lambda}} \simeq 0$

$Re^* = 70$

Ci permette di dire da quale punto in poi, il comportamento è indipendente dal numero di Reynolds.

Abaco di Moody (Pg 215; è quello che si usa nella realtà)

Nasce per tubazione con scabrezze non definibili. La scabrezza delle tubazioni vere viene definita dalla scabrezza equivalente (ε) ed è quel valore del diametro di sabbia che si deve dare per avere gli stessi effetti della formula di colebrook per una tubazione vera:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log_{10}\left(\frac{2,51}{Re\sqrt{\lambda}} + \frac{1}{3,71}\frac{\varepsilon}{D}\right) \quad \text{(tubazione commerciale)}$$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log_{10}\left(\frac{2,51}{Re\sqrt{\lambda}} + \frac{1}{3,71}\cdot\frac{d}{D}\right) \quad \text{(tubazione di NIKURADSE)}$$

A parità di numero di reynolds, a parità del numero della tubazione $\varepsilon = d$ (diametro di sabbia) che si deve dare per avere gli stessi effetti di resistenza

Il dimensionamento delle Condotte

09-05-2018

Note ε, Q, J calcoliamo D (diametro della turbazione)

1. $Re = \frac{\rho v D}{\mu}$, $\lambda = \frac{J}{V^2/2gD}$

$\Downarrow$

$$Re = \frac{\rho/\rho \; v D}{\mu/\rho} = \frac{v D}{\nu} \qquad v = \frac{Q}{A}$$

$$\Rightarrow \quad Re \cdot \frac{D}{\varepsilon} = \frac{Q 4}{\pi \cancel{D} \nu} \cdot \frac{\cancel{D}}{\varepsilon} = \frac{4Q}{\pi \nu \varepsilon} = C_1$$

$$\log Re + \log \frac{D}{\varepsilon} = \log C_1$$

$$\log Re = \log \frac{\varepsilon}{D} + \log C_1 \qquad \text{(esprime una linea)}$$

2. $Re^5 \lambda = C_3$

$$Re = \frac{4Q}{\pi \nu D} \qquad \lambda = J/(Q^2 16/\pi^2 D^4 2g Re)$$

$$Re^5 \cdot \lambda = \left(\frac{4Q}{\pi \nu D}\right)^5 \cdot \lambda = \frac{4^3 Q^3 J \cdot 2g}{\pi^2 \nu^5} \Rightarrow$$

$$5 \log Re = -\log \lambda + \log C_3$$

$$\Rightarrow \quad \log \lambda = -5 \log Re + C_4$$

NB: $J = \lambda V^2/2gD$

Moto laminare

$\lambda = \frac{64}{Re} = \frac{64\nu}{VD}$, $J = \frac{64\nu}{VD}\frac{V^2}{2gD} \Rightarrow J \propto V^{(1)}$ (Nel moto laminare J è proporzionale alla velocità alla prima potenza (1))

Tubo liscio, con un moto turbolento di transizione

J = formula di Blasius $= 0{,}316 \cdot Re^{-0{,}25} \cdot \frac{V^2}{2gD}$ ma Re è proporzionale alla velocità alla prima potenza $(V^{(1)})$ allora

$J \propto V^{1{,}75}$ quindi a parità di velocità le perdite di carico per unità di percorso aumentano rispetto al caso precedente.

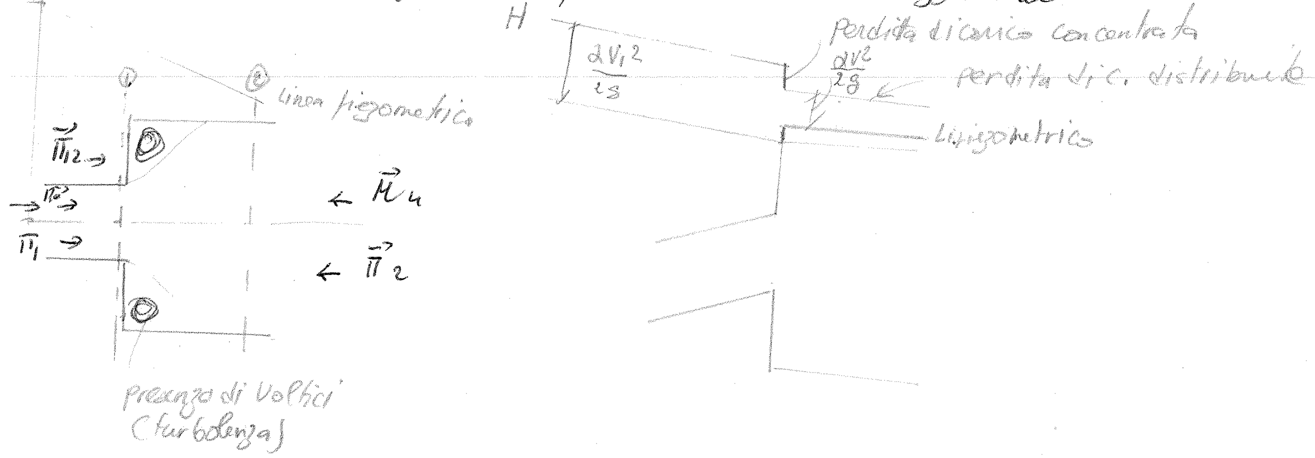
Moto turbolento completamente sviluppato, J dipende solamente dalla scabrezza relativa $\left(\frac{\varepsilon}{D}\right)$ e non dal numero di Reynolds.

02-09-05-2012

La perdita di carico che abbiamo in questi casi è una perdita di carico concentrata valutabile con:

$$\Delta H = n\left(\frac{v^2}{2g}\right)$$ altezza cinetica della corrente

Perdita di borda: caso particolare di asse orizzontale



Nelle sezioni ① e ② le traiettorie sono rettilinee e parallele e la distribuzione delle pressioni è di tipo idrostatico.

Il volume definito dalle sezioni ① e ② è in equilibrio sotto:

$\vec{G} + \vec{\Pi} + \vec{M}_e - \vec{M}_u + \vec{I} = 0$, ci mettiamo, nella direzione del moto $(\vec{n})$ e moto permanente

$/\!/ \vec{n}$: $\vec{\Pi}_1 + \vec{\Pi}_{12} + \vec{\Pi}_2 + \vec{M}_e - \vec{M}_u = 0$ $\Rightarrow \vec{I} = 0$. Riteniamo trascurabili le resistenze lungo la parete di contorno ($\Rightarrow$ Perdite trascurabili)

$P_1 A_1 + P_1 (A_2 - A_1) - P_2 A_2 +$

$\rho Q V_1 - \rho Q V_2 = 0$ P_1 (Pressione nel baricentro) $. A_1 = \Pi_1$

$P_1 A_2 - P_2 A_2 + \rho Q (V_1 - V_2) = 0 \Rightarrow$

$\rho Q \underbrace{(V_1 - V_2)}_{>0} = A_2 \underbrace{(P_2 - P_1)}_{>0 \Rightarrow P_2 > P_1}$

NB: Si è ipotizzato e confermato che la distribuzione delle pressioni nella colonna circolare (Π_{12}) sia consistente con quella che sia nella sezione ① quindi nel baricentro della colonna circolare la pressione P_1

Se fossimo nel caso di una condotta cmq inclinata: $z_2 + \frac{P_2}{\gamma} > z_1 + \frac{P_1}{\gamma} \Rightarrow$ ovvero a valle dell'allargamento la quota piezometrica è maggiore della quota piezometrica a monte. La perdita di carico produce subito a valle un innalzamento della piezometrica

$$P_1 - P_2 = \frac{\rho Q}{A_2}(V_2 - V_1); \quad P_1 - P_2 = \rho \frac{A_2 V_2}{A_2}(V_2 - V_1)$$

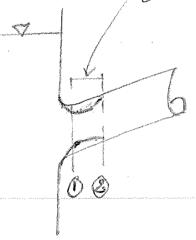
Perdita di carico concentrato

$$\Delta H_c = H_1 - H_2 = \cancel{z_1} + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} - \cancel{z_2} - \frac{P_2}{\gamma} - \frac{V_2^2}{2g}$$

Avendo una condotta orizzontale $z_1 = z_2$

$$= \frac{1}{2g}\left[V_1^2 - V_2^2 + \left(\frac{P_1 - P_2}{\rho}\right)2\right]$$

Caso di imbocco in serbatoio: 03-09-05-2018



$A_c = C_c \cdot A$ (Area della sezione contratta

le perdite di carico fra le sezioni ① e ② sono dovute ad un alargamento e sono studiabile con la formula di borda

$$\Delta H_{c-2} = \frac{(V_c - V)^2}{2g} = \frac{V^2}{2g}\left(\frac{V_c}{V} - 1\right) = \frac{V^2}{2g}\left(\frac{1}{C_c} - 1\right)^2$$ (Perdita di carico fra la sezione contratta e la s. 2)

$Q = A \cdot V$; $\frac{V_c}{V} = \frac{A}{A C_c} = \frac{1}{C_c}$

NB: nel caso in cui il tubo è di questo genere (kirchhoff) $C_c = 0{,}61$.

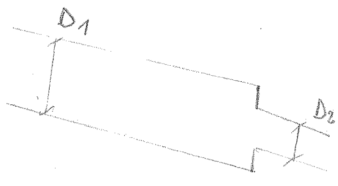
$\Rightarrow$ $\Delta H_{c-2} = 0{,}4 \cdot \frac{V^2}{2g}$ (perdita di carico fra la sezione contratta e la sezione 2)

E si dimostra che $\Delta H_{c \to 1} = 0{,}1 \frac{V^2}{2g}$ (perdita di carico fra la sezione 1 e la sezione contratta).

$\Rightarrow$

	$\Delta H_{c \to 1}$	$\Delta H_{c \to 2}$	$\Delta H_{1 \to 2}$ intera perdita di carico
(tubo fuori dal serbatoio)	$0{,}1 \frac{V^2}{2g}$	$0{,}4 \frac{V^2}{2g}$	$0{,}5 \frac{V^2}{2g}$ (Perdita di carico per imbocco)
(tubo addizionale all'interno del serbatoio)	$0{,}16 \frac{V^2}{2g}$	$\frac{V^2}{2g}$	$1{,}16 \frac{V^2}{2g}$

Caso di restringimento: (da un diametro maggiore ad uno minore

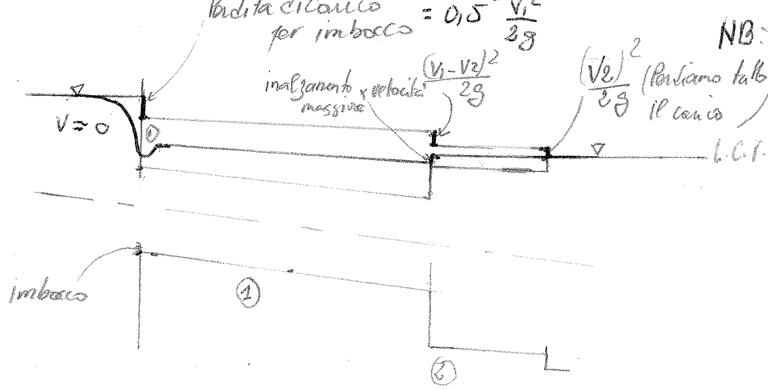


se $\frac{D_1}{D_2} > 2 \Rightarrow \Delta H_c = 0{,}5 \frac{V_2^2}{2g}$ (restringimento accentuato)

V_2: velocità a valle

se $\frac{D_1}{D_2} < 2$ riferirsi al manuale

tracciamento di L.H e L.h: (fluido reale)



NB: • i punti importanti sono quelli dove cambiano le condizioni che caratterizzano il moto (dove cambia la velocità)

• la linea piezometrica è comandata a valle ovvero a valle deve coincidere con $z + \frac{p}{\gamma}$ del serbatoio a valle.

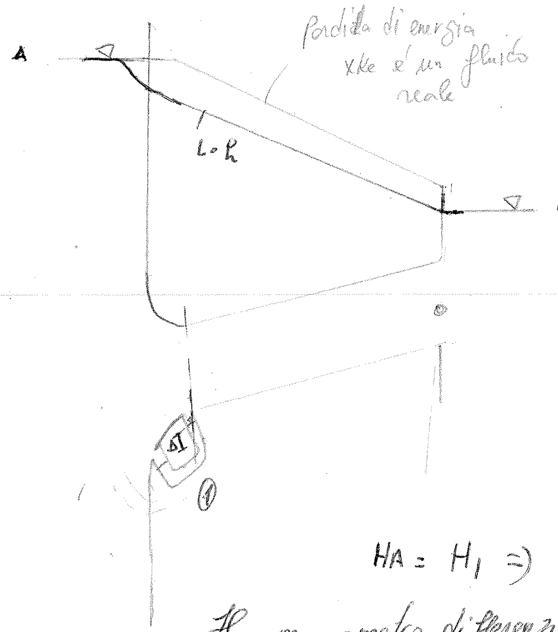
• Visto che a monte le velocità sono più elevate allora le rette H e h (parallele xke le velocità sono costanti) distano di più fra di loro rispetto a valle.

ed osserviamo un innalzamento della piezometrica a monte xke abbiamo un brusco alargamento.

A valle abbiamo la vena contratta, allora le velocità lì sono maggiori di quelle che abbiamo in condotta ① ciò che esprimiamo con l'uncino ①

8

04-09-05-2012



$L = 120\,m$; $\varepsilon = 0{,}001\,m$, $D = 0{,}1\,m$

$\Delta = 0{,}4\,m$, Il fluido che scorre è olio $\gamma = 7845\,N/m^3$

LH con $\nu = 0{,}0233 \cdot 10^{-4}\,\frac{m^3}{s}$

Il fluido manometrico è acqua $\gamma_m = 9806\,N/m^3$

Calcolare la portata (Q) che passa e quale è la differenza di quota fra i 2 serbatoi?

$$H_A = H_1 \Rightarrow z_A + \frac{p_A}{\gamma} = z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} \quad (\text{poniamo } \alpha = 1)$$

Il manometro differenziale misura $h_A - h_1 = \delta$, ma

$$\delta = \frac{\Delta(\gamma_m - \gamma)}{\gamma} = h_A - h_1$$

$$\Rightarrow \delta = \frac{\Delta(\gamma_m - \gamma)}{\gamma} = z_A + \frac{p_A}{\gamma} - \left(z_1 + \frac{p_1}{\gamma}\right)$$

$$\Rightarrow \cancel{0{,}099} \quad \frac{\Delta(\gamma_m - \gamma)}{\gamma} = \frac{V_1^2}{2g} \Rightarrow 0{,}099 = \frac{V_1^2}{2g} \Rightarrow V_1 = \sqrt{2g \cdot 0{,}099} = 1{,}4\,m/s$$

$$Q = A \cdot V_1 = 1{,}4 \times \frac{\pi D^2}{4} = \frac{1{,}4 \times 0{,}1^2}{4} = 0{,}01\,m^3/s$$

Calcolo il dislivello: Carico a monte (HA) meno tutte le perdite è uguale al carico a valle.