



**Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino**

**Appunti universitari**

**Tesi di laurea**

**Cartoleria e cancelleria**

**Stampa file e fotocopie**

**Print on demand**

**Rilegature**

**NUMERO : 343**

**DATA : 07/09/2012**

# **A P P U N T I**

**STUDENTE : Alessio**

**MATERIA : Modellazione, Simulazione e Sperimentazione  
dei Sistemi Aerospaziali.**

**Prof. Maggiore**

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.  
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

# MODELLAZIONE, SIMULAZIONE E SPERIMENTAZIONE DEI SISTEMI AEROSPAZIALI

## **Presentazione**

Nell'ambito dell'orientamento "aeromeccanica e sistemi" si ritiene opportuno far acquisire allo studente i rudimenti di alcuni strumenti essenziali per il progetto; in particolare, l'insegnamento si focalizzerà i) sulla metodologia generale per la costruzione di modelli numerici (principalmente non lineari a parametri concentrati) di alcuni sistemi aerospaziali, ii) sulle tecniche di simulazione e iii) sull'uso della sperimentazione ai fini dell'affinamento e della validazione dei due precedenti punti. L'impiego di questi tre strumenti, nelle diverse fasi dello sviluppo di un sistema, verrà anzitutto inquadrato nel flusso globale della progettazione sistemistica, evidenziando la successione logica secondo cui il nuovo prodotto, a valle della definizione concettuale, viene prima modellato, poi simulato e, in parallelo, trasformato in prototipo essendo, in ultimo, sperimentato.

Per i tre strumenti si forniranno esempi di applicazione principalmente inerenti ai dispositivi di azionamento dei comandi di volo primari dei velivoli moderni; contestualmente si vedranno, ovviamente a livello di concetto, le tipologie, le entità di risorse e le conoscenze richieste per applicare detti strumenti. Infine, verranno dati cenni relativi alle tecniche di integrazione dei modelli in relazione alle metodologie di ottimizzazione multidisciplinare del progetto (MSDO – Multidisciplinary System Design Optimization) e di progetto integrato simultaneo (SE – Simultaneous Engineering).

Il processo di apprendimento si baserà su esercitazioni applicative e di laboratorio in cui si richiederà un attivo coinvolgimento degli studenti, per rendere consapevoli delle potenzialità, ma anche dei limiti, degli strumenti a loro presentati, acuendo in tal modo le loro capacità critiche.

## **Conoscenze e abilità da acquisire**

Capacità di comprendere, nell'ambito dell'attività di progettazione sistemistica, il ruolo e l'importanza della modellazione, della simulazione e della sperimentazione.

Capacità di definire modelli non lineari di parti di un sistema.

Capacità di integrare singoli modelli, di livello gerarchico inferiore, a costituire un modello multidisciplinare più complesso.

Capacità di interfacciarsi con un semplice banco sperimentale ed effettuare prove di laboratorio.

## **Laboratori e/o esercitazioni**

Elaborazione di modelli, comprensivi delle non linearità, di servomeccanismi tipici dei comandi di volo di un moderno velivolo.

Creazione e soluzione, in laboratorio informatico, di modelli di simulazione relativi al comportamento dinamico di sistemi di bordo con sperimentazione "virtuale" dei fenomeni. Per la costruzione dei modelli verranno utilizzati alcuni strumenti informatici disponibili in laboratorio informatico.

Esercitazioni sperimentali su un banco didattico rappresentativo di un comando di volo primario, del tipo "fly-by-wire", con studio delle leggi di controllo e acquisizione dati.

## **Bibliografia**

Testi di riferimento per il corso:

a) Dispense fornite a cura del docente.

Per approfondimenti e ulteriore consultazione:

a) Dean C. Karnopp, Donald L. Margolis, Ronald C. Rosenberg, "System Dynamics: Modeling and Simulation of Mechatronic Systems", 4th Edition Wiley, 2006.

b) MIL-STD-810G Department of Defense - Test Method Standard for Environmental Engineering Considerations and Laboratory Tests.

c) Garret N. Vanderplaats, "Numerical Optimization Techniques for Engineering Design", ISBN 0-944956-01-7, 3rd Edition, Vanderplaats Research & Development Inc., 2001.

## **Modalità di verifica dell'apprendimento**

L'esame, orale, verterà su tutti gli argomenti del corso e, in particolare, sulla esposizione delle relazioni delle esercitazioni. La presentazione in sede d'esame delle relazioni di tutte le esercitazioni, in copia personale, è condizione necessaria per accedere all'esame stesso.

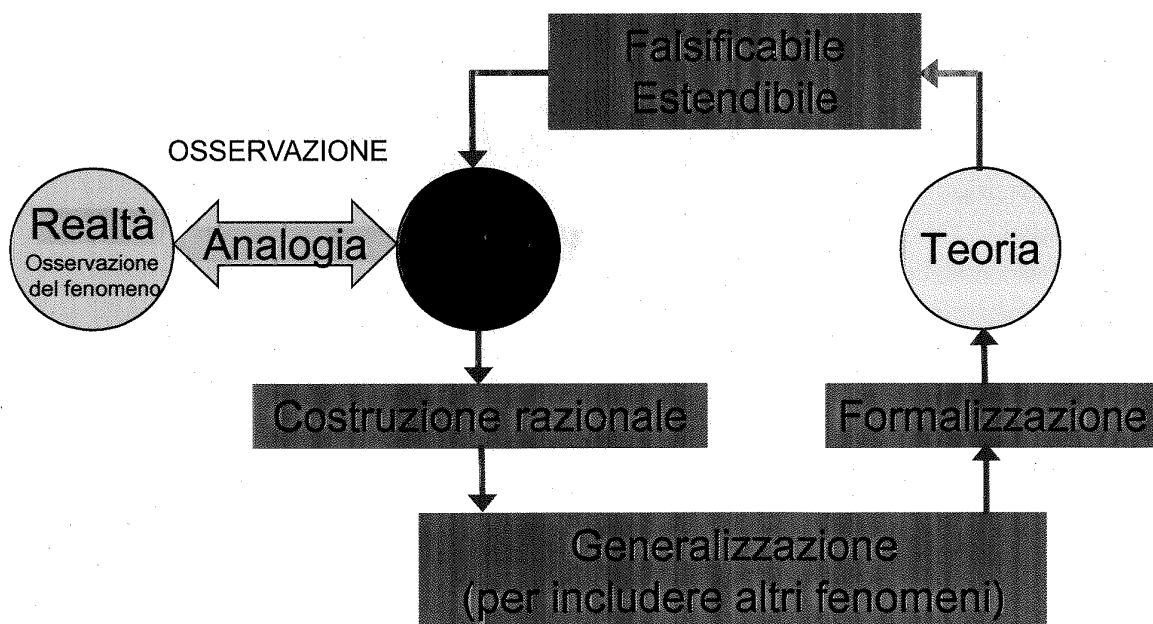
Parte della valutazione sarà basata sulla corretta comprensione del significato e sulla chiarezza e l'ordine di dette relazioni.

## IL METODO SPERIMENTALE: GALILEI

- L'**osservazione** in cui si colgono gli aspetti salienti del fenomeno e si arriva ad una sua schematizzazione (molto intuito, esperienza e sensibilità dello sperimentatore)
- La **descrizione** che consiste nella formulazione di una legge matematica che descriva le osservazioni (processo induttivo, da una serie di casi particolari si arriva ad una affermazione generale)
- La **formulazione di una ipotesi**: ricavare il maggior numero di conseguenze, di previsioni, a partire dalle ipotesi. Si tratta di un processo deduttivo, in cui ci si avvale della matematica, accompagnato da un processo di "sistemazione" della teoria.
- L'**esperimento**: le previsioni ricavate dall'ipotesi vanno sottoposte a verifica sperimentale (falsificabilità della teoria). In questa fase si presuppone che un esperimento, ripetuto nelle stesse condizioni, fornirà sempre gli stessi risultati. *esperimento = simulazione del colabatore (che è un banco prova virtuale)*
- La **tesi**: la legge fisica che esprime i risultati ottenuti.

## OBIETTIVO DELLA FISICA

Descrivere una vasta classe di fenomeni naturali per mezzo di leggi tipicamente espresse in forma matematica.



## TIPOLOGIE DI SISTEMI

**Sistema lineare e non lineare:** un sistema si dice lineare se per esso vale il principio di sovrapposizione degli effetti (diversamente è non lineare).

Modelli non lineari: sono molto più difficili da risolvere soprattutto per quanto riguarda lo studio della stabilità delle variabili in uscita.

## TIPOLOGIE DI SISTEMI

**Sistemi tempo-invariante:** un sistema è detto tempo-invariante se i parametri che lo caratterizzano rimangono invariati nel tempo.

Esempio di sistema tempo-invariante: se considero un'automobile utilizzata in condizioni normali nel arco di un'ora, posso considerare alcuni parametri invariati nel tempo (prestazioni di freni, consumo gomme, ecc.).

**Sistema tempo-variante:** un sistema è detto tempo-variante se i parametri che lo caratterizzano dipendono dal tempo.

Esempio: Se la stessa automobile la consideriamo nell'arco di un anno i suddetti parametri mutano: siamo in presenza di un sistema tempo variante.

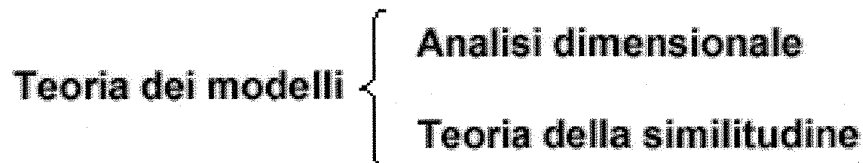
## TEORIA DEI MODELLI

Disciplina che si occupa dello studio delle leggi con cui esportare i risultati delle prove su di un modello al caso reale.

L'ingegneria, per la complessità dei fenomeni che la caratterizzano si avvale spesso di ricerche che utilizzano dei modelli. Questo accade in particolare non solo perché la natura dei fenomeni e le leggi che li governano non possono essere ricavate per via teorica (complessità del problema matematico), ma anche perché, in generale, le prove al vero possono essere in pratica impossibili o caratterizzate da costi eccessivi.

Per tali motivi risulta comune procedere a mezzo di prove "sperimentali" su modelli. La teoria dei modelli si occupa di come sia possibile ricavare il maggior numero di informazioni dal minor numero di esperienze e di estendere e generalizzare i risultati ottenuti sui modelli ai prototipi tramite leggi di valenza generale.

La teoria dei modelli si compone dei seguenti pilastri:



## OBIETTIVO DELL'INGEGNERIA

Lo studio e l'analisi del comportamento di un sistema e la sua valutazione in termini di costo e prestazioni è fondamentale durante tutto il ciclo di vita del sistema.

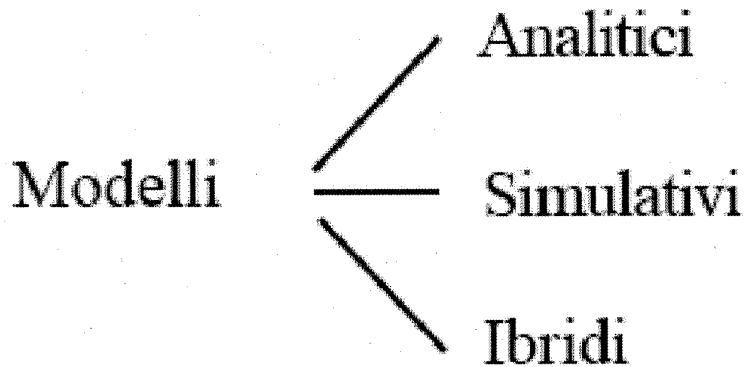
In particolare

1) nella fase di progettazione:

questo caso include il progetto di sistemi non esistenti, anche in una fase iniziale, quando occorre operare delle scelte fra configurazioni alternative valutandole senza avere a disposizione le relative implementazioni;



## TECNICHE MODELLISTICHE



## TECNICHE MODELLISTICHE

L'uso dei modelli per la valutazione e lo studio del comportamento dei sistemi diventa indispensabile nella fase di progetto di sistemi non esistenti (per cui le tecniche di misurazione diretta o artificiale non sono applicabili) e in particolar modo nei primi stadi di progetto in cui è importante poter discernere fra differenti alternative senza dover scendere ad un livello di dettaglio elevato.

## TECNICHE MODELLISTICHE

Un modello di simulazione riproduce il comportamento dinamico del sistema nel tempo rappresentando le componenti e le interazioni in termini di relazioni funzionali.

La valutazione di un sistema tramite un modello di simulazione richiede l'esecuzione (*run*) di un programma di simulazione, o simulatore che rappresenta l'evoluzione "temporale" del sistema e su cui si effettuano delle misure per stimare le grandezze di interesse.

## VANTAGGI NELL'USO DI MODELLI

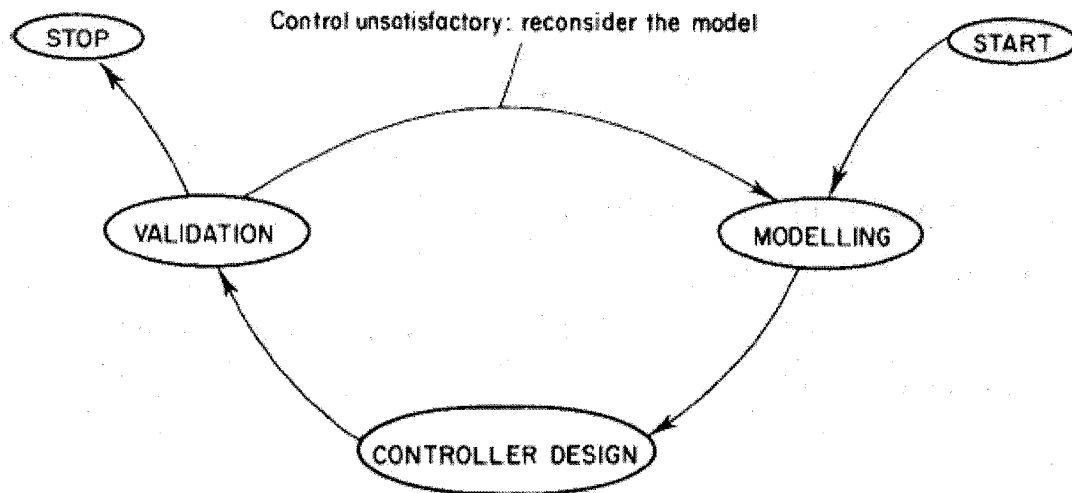
Riassumendo, la definizione e l'impiego di un modello per lo studio di un sistema presenta diversi vantaggi, fra i quali:

1) aumento delle conoscenze:

la definizione di un modello aiuta ad organizzare le conoscenze teoriche e le osservazioni empiriche sul sistema, portando ad una maggiore comprensione del sistema stesso; infatti durante il processo di astrazione occorre identificare quali sono le componenti e le interazioni rilevanti allo scopo dello studio.

## PROCESSO ITERATIVO

Infine, è importante ricordare che il processo che porta alla costituzione di un modello è iterativo.



## USO DEI MODELLI

In questo corso ci concentreremo sui modelli analitici e, in particolare, su quelli di simulazione.

Torniamo temporaneamente sui modelli analitici.

Proseguiremo, poi, su quelli simulativi.

# MODELLO MATEMATICO DI UN SISTEMA

Per costruire un modello matematico (analitico) di un sistema (ma lo stesso discorso si applica ai modelli simulativi) è utile suddividere lo stesso in parti più semplici: i sottosistemi.

I sottosistemi si suddividono ulteriormente in componenti.

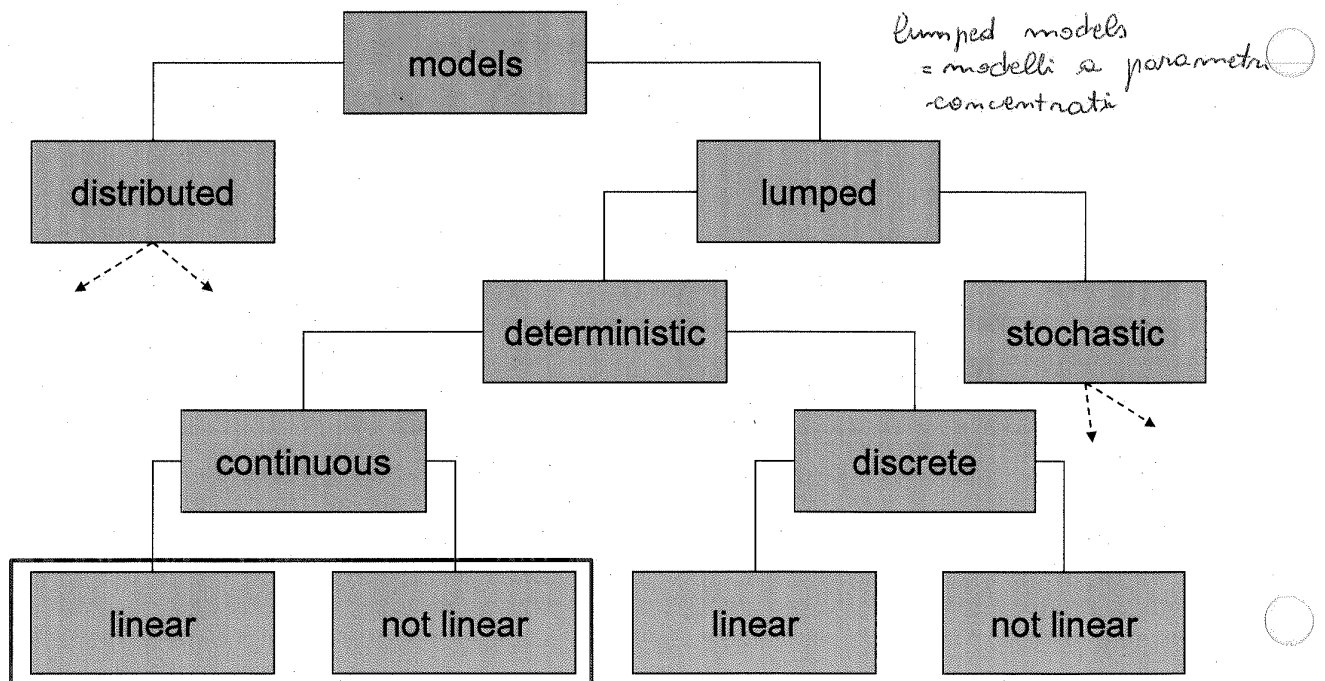
Definizione di variabili di ingresso di un sistema: grandezze che agiscono sul sistema e la cui origine è esterna allo stesso; le loro variazioni nel tempo sono indipendenti da ciò che si verifica all'interno del sistema.

Definizione di variabili di uscita di un sistema: grandezze che, in ogni istante, definiscono lo stato fisico del sistema.

Quando sia le variabili di ingresso che quelle di uscita sono definite nel dominio del tempo si cade nel caso dei **Sistemi Dinamici**.

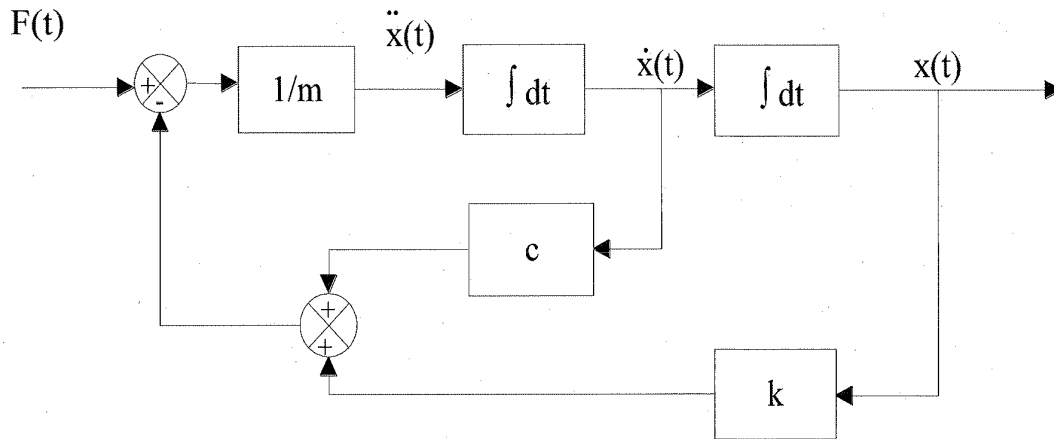
## USO DEI MODELLI

Ricapitolando...



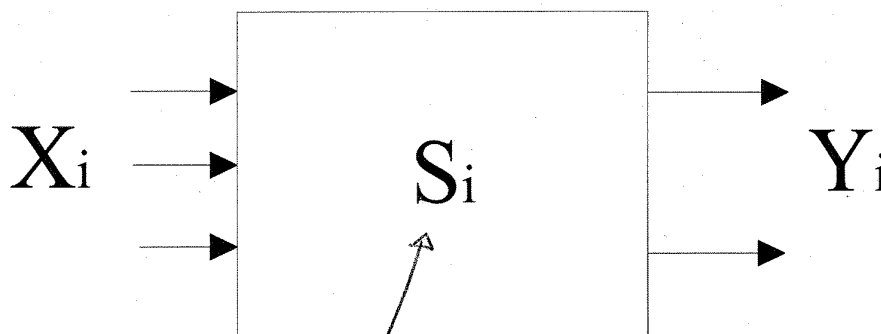
## SCHEMI A BLOCCHI

Il sistema si può, quindi, rappresentare con il seguente schema a blocchi:



## MODELLI MATEMATICI PER LO STUDIO DEI SISTEMI

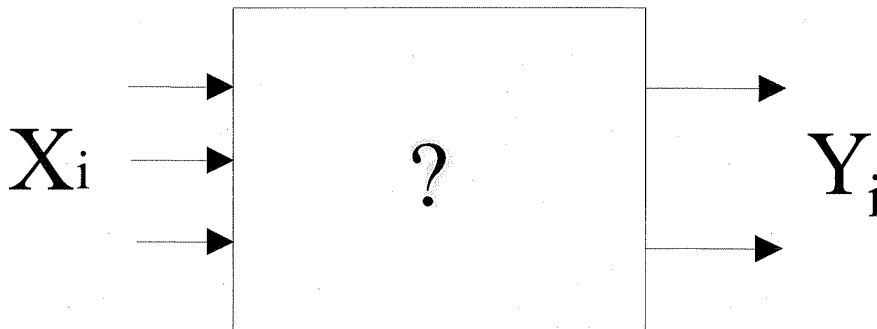
In generale, un modello matematico di un qualunque sistema è caratterizzato da un insieme di parametri ( $S_i$ ), che ne definiscono il comportamento, e fornisce determinati valori delle variabili in uscita ( $Y_i$ ) in relazione a ben determinati valori delle variabili in ingresso ( $X_i$ ).



*parametri che contraddistinguono il blocco*

## MODELLI MATEMATICI PER LO STUDIO DEI SISTEMI

**2) Identificazione:** noti gli andamenti delle  $X_i$  e delle  $Y_i$ , relativi ad un sistema reale, (in genere ottenuti per via sperimentale) determinare un opportuno modello matematico (con i relativi parametri  $S_i$ ) in modo che siano soddisfatte le relazioni  $X_i$  e  $Y_i$ .



## MODELLI MATEMATICI PER LO STUDIO DEI SISTEMI

**3) Sintesi:** noti gli andamenti delle  $X_i$  ed assegnati gli andamenti delle  $Y_i$  (che interessa realizzare), determinare il modello matematico del sistema o, se questo è già noto, i valori da dare ai suoi parametri  $S_i$  in modo tale che siano soddisfatti gli andamenti delle  $Y_i$ .

## MODELLI MATEMATICI PER LO STUDIO DEI SISTEMI

L'analisi dei sistemi (dinamici) costituisce dunque un problema basilare nel loro studio.

Operativamente essa avviene alterando in funzione del tempo e con modalità prestabilite (convenzionali) le variabili di ingresso, determinando di conseguenza i relativi andamenti delle variabili in uscita.

6/03/2012

## MODELLI MATEMATICI PER LO STUDIO DEI SISTEMI

La variazione nel tempo delle  $X_i$  può essere la più generale possibile; di solito però si studia il comportamento dei sistemi nelle seguenti condizioni:

1. Risposta ad un comando impulsivo di una qualunque delle variabili d'ingresso
2. Risposta ad un comando a gradino di una qualunque delle variabili d'ingresso
3. Risposta ad un comando a rampa di una qualunque delle variabili d'ingresso *utile per i comandi di volo per rappresent. le*
4. Risposta ad un comando sinusoidale di una qualunque delle variabili d'ingresso *velocità*
5. Comportamento a regime: determinazione degli andamenti delle  $Y_i$  superata la fase transitoria

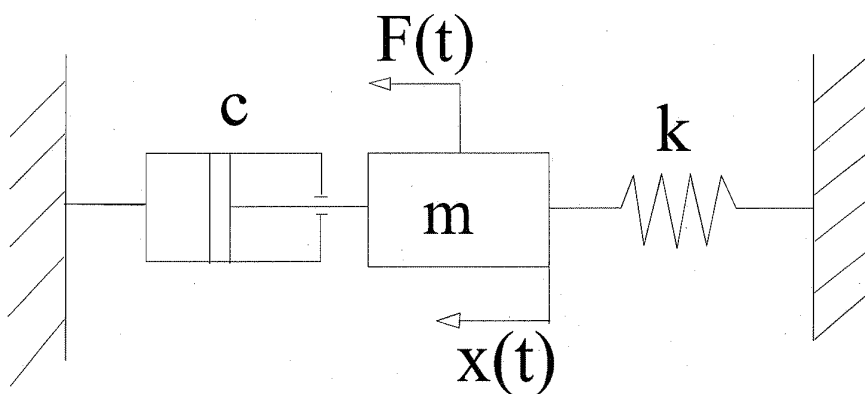
## MODELLI MATEMATICI PER LO STUDIO DEI SISTEMI

Modelli lineari: sono quelli per cui nella relazione funzionale che collega variabili di uscita con quelle di ingresso, sia le variabili dipendenti che le sue derivate rispetto al tempo compaiono tutte come termini di primo grado

Modelli non lineari: sono molto più difficili da risolvere soprattutto per quanto riguarda lo studio della stabilità delle variabili in uscita.

## MODELLI MATEMATICI PER LO STUDIO DEI SISTEMI

Esempio di modello lineare:

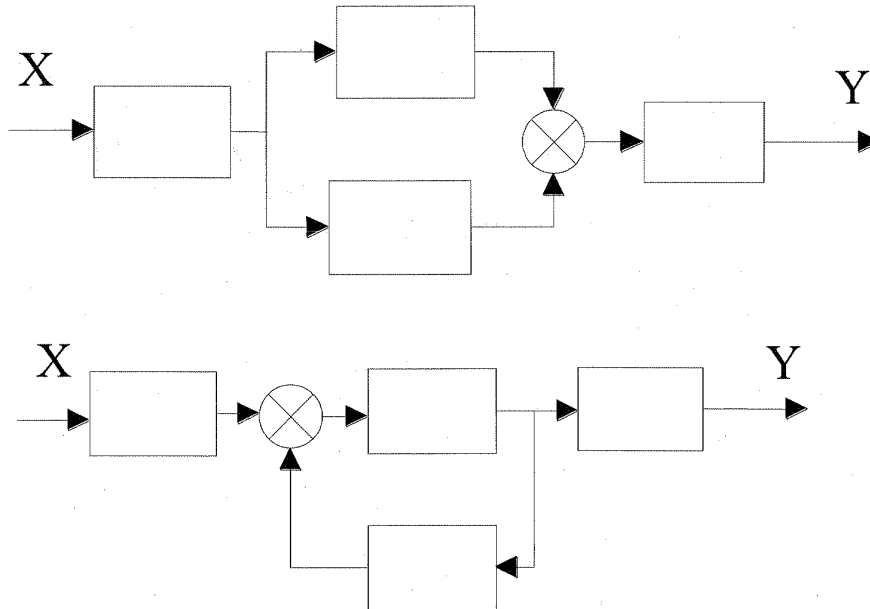


$$\ddot{x} + \frac{c}{m} \dot{x} + \frac{k}{m} x = \frac{F}{m}$$



## TIPI DI SCHEMI A BLOCCHI

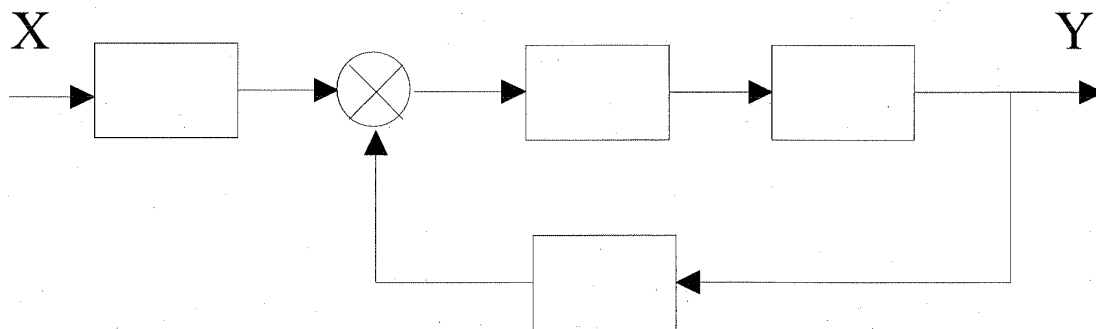
### Ad anello aperto (open loop)



Anelli di retroazione (feedback loop): rappresentano relazioni causa-effetto. Se l'anello di ritorno prende proprio la grandezza di uscita (che vogliamo calcolare) e la riporta indietro si ha un anello chiuso.

## TIPI DI SCHEMI A BLOCCHI

### Ad anello chiuso (closed loop)



Gli schemi ad anello chiuso sono tipici dei sistemi di regolazione: la regolazione avviene su una grandezza in uscita dal sistema; quando tale grandezza è di tipo cinematico (spostamento, velocità o accelerazione) di un elemento meccanico i sistemi di regolazione si specializzano in servomeccanismi.

## TRASFORMATE DI LAPLACE

La trasformazione è un'operazione che permette di passare da una funzione della variabile reale (il tempo) ad una funzione della variabile ausiliaria complessa  $s$ .

Il ricorso alle trasformate di Laplace per lo studio dei modelli dei sistemi è dovuto alla forma estremamente semplice che può assumere la funzione di trasformata ed alle interessanti proprietà matematiche di cui le trasformate di Laplace godono.

### PROPRIETA' DELLE TRASFORMATE DI LAPLACE

1) La trasformata di Laplace è una trasformazione lineare ovvero, indicando con  $A_1$  e  $A_2$  due costanti reali, con  $F_1(s)$  e  $F_2(s)$  le trasformate delle funzioni  $f_1(t)$  e  $f_2(t)$ , vale la:

$$\mathcal{L}[A_1 \cdot f_1(t) + A_2 \cdot f_2(t)] = A_1 \cdot F_1(s) + A_2 \cdot F_2(s)$$

## PROPRIETA' DELLE TRASFORMATE DI LAPLACE

4) Per le trasformate di Laplace vale il teorema del valore finale:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot F(s)$$

5) Per le trasformate di Laplace vale il teorema del valore iniziale:

$$\lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot F(s) = \lim_{t \rightarrow 0} f(t) = f(0^+)$$

## PROPRIETA' DELLE TRASFORMATE DI LAPLACE

6) Trasformate di Laplace notevoli:

$$\mathcal{L} \left[ f \left( \frac{t}{a} \right) \right] = a \cdot F(s \cdot a)$$

$$\mathcal{L} [f(t - a)] = e^{-a \cdot s} \cdot F(s)$$

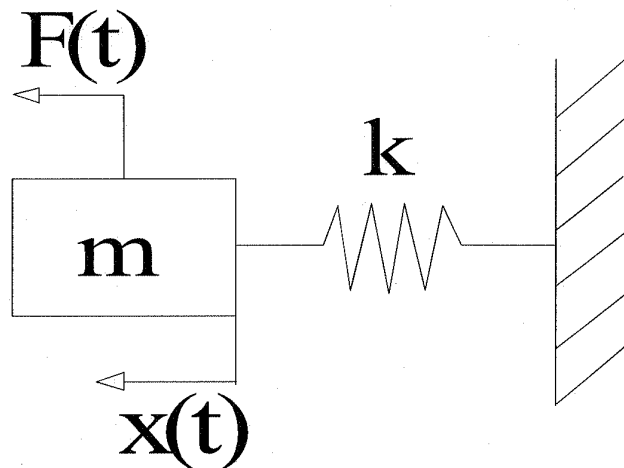
$$\mathcal{L} [f(t + a)] = e^{a \cdot s} \cdot F(s)$$

$$\mathcal{L} [t \cdot f(t)] = - \frac{dF(s)}{ds}$$

$$\mathcal{L} \left[ \frac{f(t)}{t} \right] = \int_0^{\infty} F(s) ds$$

## PROPRIETA' DELLE TRASFORMATE DI LAPLACE

Per meglio comprendere l'utilità delle trasformate al fine di agevolare la risoluzione dei problemi concernenti l'analisi dei sistemi viene dato il seguente esempio:



## PROPRIETA' DELLE TRASFORMATE DI LAPLACE

Nell'ipotesi che il precarico della molla sia nullo l'equazione del moto è:

$$F(t) - m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} - k \cdot x(t) = 0$$

Trasformando:

$$\begin{aligned} & \mathcal{L} \left[ F(t) - m \cdot \frac{d^2 x(t)}{dt^2} - k \cdot x(t) \right] = \\ & \mathcal{L} [F(t)] - \mathcal{L} \left[ m \cdot \frac{d^2 x(t)}{dt^2} \right] - \mathcal{L} [k \cdot x(t)] \end{aligned}$$

## PROPRIETA' DELLE TRASFORMATE DI LAPLACE

Dunque, la caratteristica fondamentale delle trasformate di Laplace è quella di trasformare una equazione differenziale lineare in una equazione algebrica (anche se di variabile complessa) facilitando l'ottenimento della soluzione generale.

*opt e' l'unica slide che  
bisogna copiare all'esame*

## PROPRIETA' DELLE TRASFORMATE DI LAPLACE

Se nella soluzione precedente si suppone, ad esempio, che  $F(t)$  sia una funzione a gradino di valore  $F_0$  allora:

$$\bar{x}(s) = \frac{F_0}{s} \cdot \frac{1}{m \cdot s^2 + k} = \frac{F_0}{m \cdot s^3 + k \cdot s}$$

da quest'ultima, effettuando l'antitrasformazione ricorrendo all'uso delle tabelle, si ottiene:

$$x(t) = \frac{F_0}{k} \cdot \left[ 1 - \cos \left( \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t \right) \right]$$

8/3/2012

## FUNZIONE DI TRASFERIMENTO

Ritornando al caso precedente:

$$\frac{\bar{x}(s)}{\bar{F}(s)} = \frac{1}{m \cdot s^2 + k}$$

*↳ dipende dall'ordine dell'equaz. diff.*

Si può notare che la F.d.T. è funzione unicamente dei parametri caratteristici del sistema.

Ciò significa che, in un sistema lineare, a parametri indipendenti dal tempo e con condizioni iniziali nulle, la F.d.T. rimane invariata nel tempo, qualunque siano le modalità di variazione nel tempo delle variabili di ingresso.

## FUNZIONE DI TRASFERIMENTO

Ricapitolando, si è visto come l'uso delle T.d.L. per la risoluzione di equazioni differenziali lineari si presenta come metodo rapido e comodo quando l'equazione non è omogenea e quando le sue condizioni al contorno sono tutte identicamente nulle; in tal caso, sfruttando la proprietà delle trasformate relativa alla derivazione si ottiene un'equazione risolvibile per via algebrica; la soluzione si può agevolmente ottenere anti-trasformando con l'ausilio di tabelle per ricavare la funzione incognita nel dominio del tempo. Si ricorda comunque che il metodo delle T.d.L. si presta per risolvere in modo rapido ed efficace problemi in cui esiste una sola variabile in ingresso; se ci sono più variabili di ingresso, almeno nell'ambito dei sistemi lineari, si adotta il metodo delle variabili di stato.

## FUNZIONE DI TRASFERIMENTO

A tal punto antitrasformando si ricaverebbe la  $x(t)$ ; tuttavia anche senza antitrasformare si hanno utili indicazioni sul comportamento di  $x(t)$  ricordando il teorema del valore finale:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \bar{x}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{F_0}{m \cdot s^2 + k} = \left( \frac{F_0}{k} \right) \quad \text{e' la lungh. della molla}$$

Si noti come, solamente nel caso di risposta a gradino, il rapporto tra  $x(t)/F(t)$  per  $t \rightarrow \infty$  si ottiene facilmente ponendo  $s = 0$  nella funzione di trasferimento  $G(s)$ .

Si definisce guadagno statico del sistema:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left[ \frac{x(t)}{F(t)} \right] = G(0)$$

*e' un'adimensionale, l'ecce. della grandezza. Può essere utile nella analisi della resp. in frequenza*

## RISPOSTA ALLA VARIABILE DI INGRESSO IN REGIME SINUSOIDALE

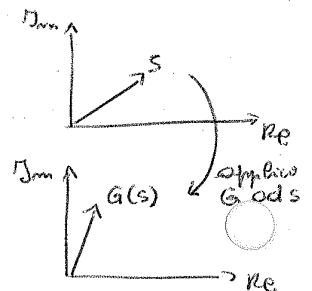
Si considera un sistema lineare con una variabile di ingresso del tipo:

$$x(t) = x_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

*la cui durata dipende dallo smorzam. del sistema*

La variabile di uscita  $y(t)$ , una volta superata la fase transitoria iniziale, varierà anch'essa in modo sinusoidale nel tempo con la stessa pulsazione  $\omega$  ma con uno sfasamento  $\varphi$  rispetto a  $x(t)$  e con una ampiezza costante  $y_0$ :

$$y(t) = y_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$



*non ha senso fare il rapporto tra 2 sinusoidi  
→ usando le trasformate di Laplace si*

*risolve il problema utilizzando la fun. di trasferimento  $G(s) = \frac{X(s)}{F(s)}$*

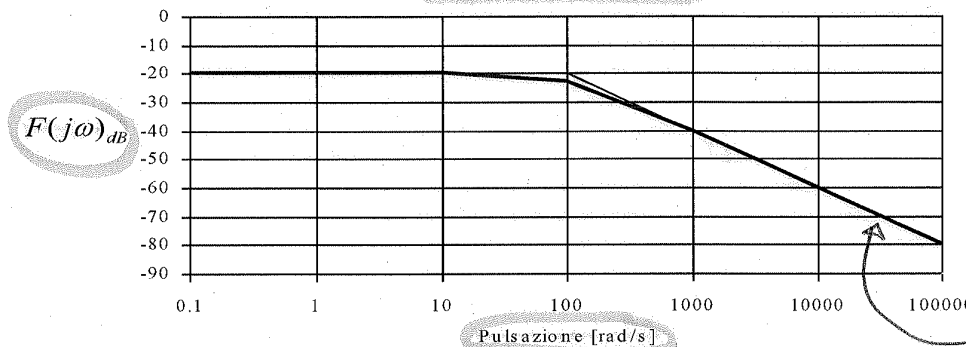
## RISPOSTA ALLA VARIABILE DI INGRESSO IN REGIME SINUSOIDALE

Il grafico della risposta in frequenza viene usualmente rappresentato con criteri particolari e vanno fatte le seguenti considerazioni:

1. Sull'asse orizzontale si riportano la pulsazione  $\omega$  (o la frequenza  $f$ ) in scala logaritmica ( $\omega = 2\pi f$ )
2. Il guadagno (log magnitude) viene riportato sull'asse delle ordinate ed è espresso in decibel (dB): il valore  $n$  in dB di un numero  $x$  è  $n = 20 \log_{10} x$
3. La curva di  $\varphi = f(\omega)$  si chiama diagramma della fase.
4. L'insieme dei diagrammi di guadagno e della fase prende il nome di diagramma di Bode
5. Se il guadagno non è adimensionato allora sul diagramma del guadagno si riporta il rapporto tra guadagno totale e guadagno statico corrispondente al comando a gradino  
 → si adimensiona il grafico

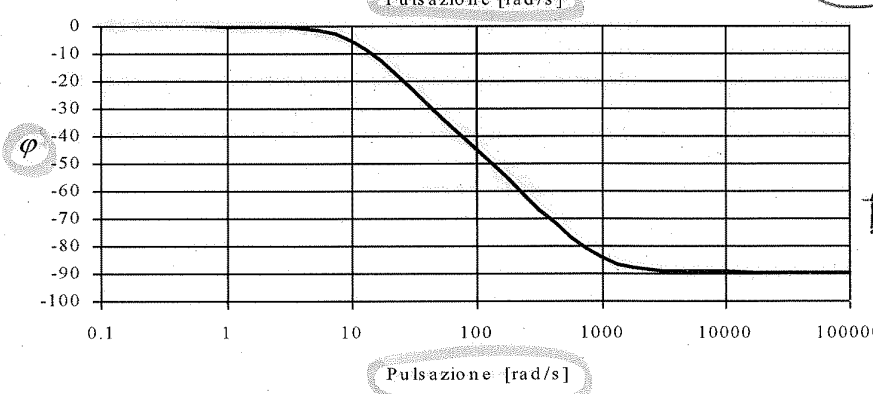
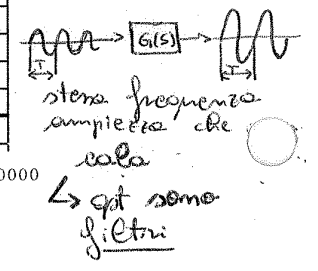
## RISPOSTA ALLA VARIABILE DI INGRESSO IN REGIME SINUSOIDALE

Diagramma di Bode



la frequenza d'angolo è strettam. correlata alla cost. di tempo carat. dinamica

20 dB per decade è una attenuaz. tipica per un sist. del 2° ordine



Per l'esame basta copiare direttamente un diagramma di Bode



## ALGEBRA DEGLI SCHEMI A BLOCCHI

L'adozione di uno schema a blocchi risulta particolarmente comoda quando si risolvono problemi di analisi dei sistemi usando il metodo delle trasformate di Lapalce.

Da uno schema a blocchi se ne possono ricavare altri ad esso equivalenti combinando tra loro i vari blocchi componenti mediante semplici operazioni di somma o di prodotto.

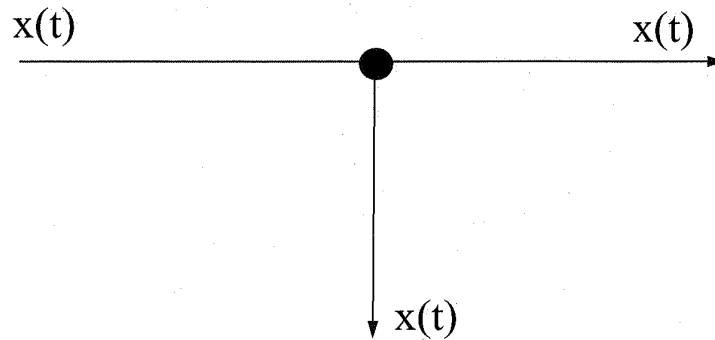
## ELEMENTI COSTITUENTI UNO SCHEMA A BLOCCHI

**Segmento orientato:** indica il percorso logico o simbolico del segnale e non necessariamente coincide con un percorso fisico (es. collegamento elettrico, flusso di fluido)



## ELEMENTI COSTITUENTI UNO SCHEMA A BLOCCHI

**Diramazione:** biforcazione del segnale ovvero lo stesso segnale viene applicato a più linee (non si ripartisce, come potrebbe capitare ad una portata di fluido).



## SCHEMA A BLOCCHI

Dunque, lo schema a blocchi è nettamente distinto dallo schema fisico (es. circuito elettrico) e rappresenta un legame tra le grandezze, anche non omogenee, non sempre concretizzate da collegamenti effettivi.

## PRECISAZIONI SULLA FUNZIONE DI TRASFERIMENTO

Qualora si abbia a che fare con blocchi la cui funzione di trasferimento è una forma algebrica ha senso parlare di algebra degli schemi a blocchi.

E' già stato sottolineato come sia conveniente scomporre il sistema di regolazione in blocchi il più possibile elementari per facilitarne l'analisi.

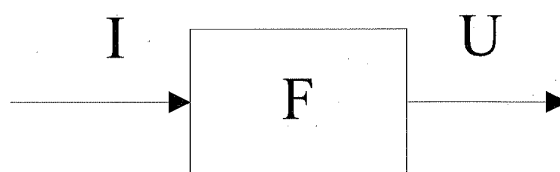
E' inoltre possibile sostituire due o più blocchi elementari con un unico blocco la cui funzione di trasferimento corrisponderà alla combinazione delle funzioni di trasferimento dei singoli blocchi costituenti. Con tale procedimento si può arrivare a rappresentare l'intero sistema come unico blocco avente opportuna funzione di trasferimento.

## ALGEBRA DEGLI SCHEMI A BLOCCHI

Le regole che permettono l'esecuzione di operazioni tra blocchi prendono il nome di **algebra degli schemi a blocchi**.

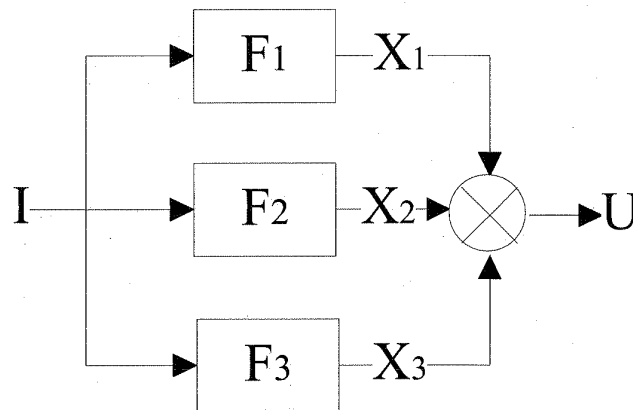
In relazione alla figura seguente se esiste una relazione algebrica tra  $I$  ed  $U$  allora  $U = F I$  dunque la funzione di trasferimento è:

$$F = \frac{U}{I}$$



## ALGEBRA DEGLI SCHEMI A BLOCCHI

Blocchi collegati in **parallelo**: due o più blocchi sono in parallelo se ad essi è applicato lo stesso segnale di ingresso mentre l'uscita è la somma delle uscite (che devono essere ovviamente omogenee) dei singoli blocchi.



## ALGEBRA DEGLI SCHEMI A BLOCCHI

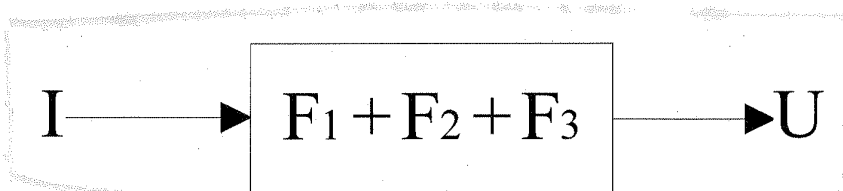
La funzione di trasferimento è:

$$U = X_1 + X_2 + X_3$$

$$U = I \cdot F_1 + I \cdot F_2 + I \cdot F_3 = I \cdot (F_1 + F_2 + F_3)$$

$$F_{eq} = \frac{U}{I} = F_1 + F_2 + F_3$$

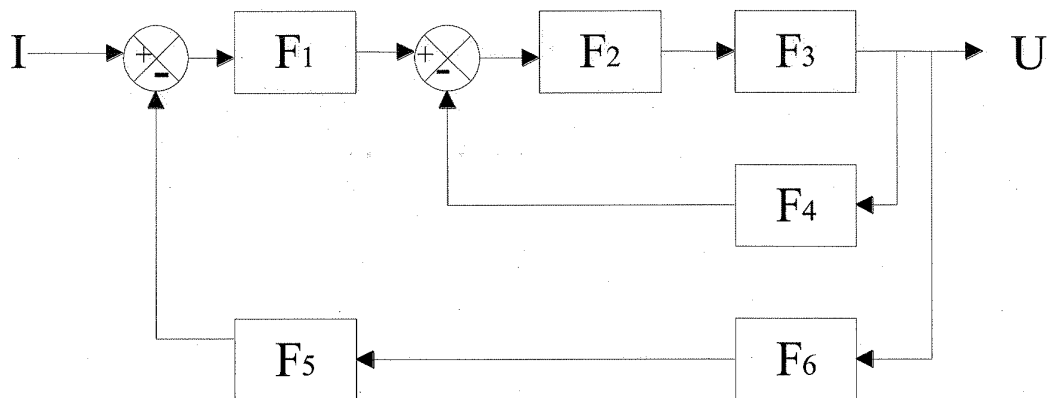
Il blocco equivalente è quindi:



PARALLELO

## ALGEBRA DEGLI SCHEMI A BLOCCHI

Esempio:



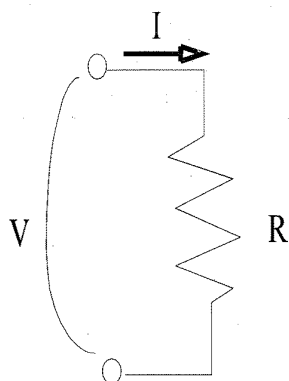
$$F_{eq} = \frac{F_1 \cdot F_2 \cdot F_3}{1 + F_2 \cdot F_3 \cdot F_4 + F_1 \cdot F_2 \cdot F_3 \cdot F_5 \cdot F_6}$$

## ESEMPI DI SCHEMI A BLOCCHI E DI FUNZIONI DI TRASFERIMENTO

### Blocchi non temporali

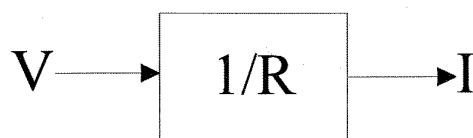
Sono blocchi caratterizzati dal fatto che la grandezza di uscita è influenzata solamente dal valore istantaneo assunto dalla grandezza in ingresso e non dalla sua evoluzione nel tempo.

### Resistore



Ricordando la legge di Ohm, possiamo legare la grandezza di ingresso (supponiamo la tensione  $V$ ) con la grandezza in uscita (la corrente  $I$ ):

$$I = \left( \frac{1}{R} \right) V$$



## ESEMPI DI SCHEMI A BLOCCHI E DI FUNZIONI DI TRASFERIMENTO

Per poter esprimere la funzione di trasferimento si ricorre alla trasformazione di Laplace ricordando la regola relativa alla operazione di integrazione:

$$I(s) = \frac{1}{L} \frac{1}{s} V(s)$$

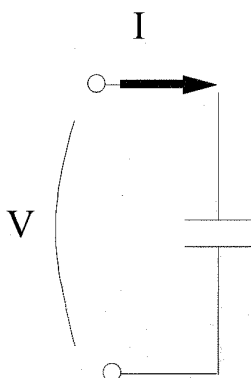
Pertanto la funzione di trasferimento risulterà espressa da:

*Matlab - Simulink  
opera nel dominio  
del tempo anche  
se usa la simbologia  
del dominio di Laplace  
(es. blocchetto integratore  
ha il simbolo  $\frac{1}{s}$ )*

$$F(s) = \frac{I(s)}{V(s)} = \frac{1}{Ls}$$

## ESEMPI DI SCHEMI A BLOCCHI E DI FUNZIONI DI TRASFERIMENTO

### Blocco derivatore puro



Esaminando il comportamento di un circuito costituito da una capacità pura si nota come la corrente (uscita) è proporzionale alla derivata della tensione (ingresso).

$$I(t) = C \frac{dV(t)}{dt}$$

$$I(s) = C s V(s)$$

## ESEMPI DI SCHEMI A BLOCCHI E DI FUNZIONI DI TRASFERIMENTO

Pertanto la funzione di trasferimento è:

$$F(s) = \frac{I(s)}{V(s)} = \frac{1}{\left(R + \frac{1}{sC}\right)} = \frac{sC}{1 + sCR}$$

Introducendo la costante di tempo:  $\tau = RC$   
*cost. di tempo caratteristica*

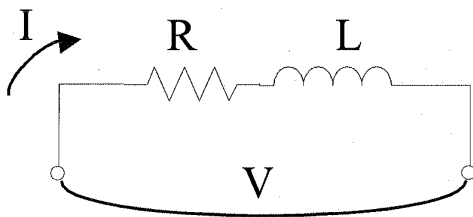
Si ottiene:

$$F(s) = \frac{1}{R} \frac{s\tau}{1 + s\tau}$$

*polinomio in s del 1° grado  
 → sistema del 1° ordine*

## ESEMPI DI SCHEMI A BLOCCHI E DI FUNZIONI DI TRASFERIMENTO

### Blocco integratore misto



Con ragionamenti analoghi, assumendo sempre la tensione come ingresso, per il circuito resistivo-induttivo si ottiene:

$$F(s) = \frac{1}{R} \frac{1}{1 + s\tau}$$

Con:

$$\tau = \frac{L}{R}$$

## ESEMPI DI SCHEMI A BLOCCHI E DI FUNZIONI DI TRASFERIMENTO

### Sistema meccanico del secondo ordine

Funzioni di trasferimento analoghe a quelle dei blocchi sopra presentati si possono avere anche in un sistema meccanico, come pure in un qualsiasi altro sistema fisico.

Considerando, ad esempio, il classico sistema massa-molla-smorzatore avente forza  $P(t)$  come variabile in ingresso e spostamento  $x(t)$  come variabile in uscita, possiamo scrivere la seguente equazione differenziale che regola il moto:

$$P(t) = m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + c \frac{dx(t)}{dt} + kx(t)$$

Che trasformata assume la forma:

$$P(s) = ms^2 x(s) + csx(s) + kx(s) = x(s)(ms^2 + cs + k)$$

## ESEMPI DI SCHEMI A BLOCCHI E DI FUNZIONI DI TRASFERIMENTO

per cui la F.d.T. è

$$\frac{x(s)}{P(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k}$$

Ponendo:  $\tau_1 = \frac{m}{c}$  e  $\tau_2 = \frac{c}{k}$

*Sist. mecc. massa-molla-smorzatore si comporta analogam. ad un sist. RLC elettrico (2° ordine)*

$$\frac{x(s)}{P(s)} = \frac{1}{k} \frac{1}{\tau_1 \tau_2 s^2 + \tau_2 s + 1}$$



## ESEMPI DI SCHEMI A BLOCCHI E DI FUNZIONI DI TRASFERIMENTO

- ① La tensione di eccitazione  $V_e$ , applicata al circuito di campo, provoca il passaggio della corrente di eccitazione  $I_e$ . Si tratta di un circuito induttivo, con resistenza  $R_e$  e induttanza  $L_e$ ; avremo pertanto che:

$$\frac{I_e}{V_e} = \frac{1}{R_e} \frac{1}{1 + s \tau_e} \quad \text{Con: } \tau_e = \frac{L_e}{R_e} \text{ costante di tempo del circuito di eccitazione}$$

- ② La corrente di eccitazione, percorrendo gli avvolgimenti del circuito di campo, dà luogo a un flusso magnetico  $\Phi$  secondo un legame che dipende dal numero di spire e dalla riluttanza del circuito magnetico. Supponendo di rimanere al di fuori della zona di saturazione magnetica si potrà conglobare nella costante  $K_e$  tale legame:

$$\Phi = K_e \cdot I_e$$

$\uparrow$   
 dipende da  $\left\{ \begin{array}{l} \text{no. spire} \\ \text{riluttanza} \end{array} \right.$

## ESEMPI DI SCHEMI A BLOCCHI E DI FUNZIONI DI TRASFERIMENTO

- ③ Il flusso magnetico, agendo sul circuito del rotore, che ruota con velocità angolare costante  $\omega$ , induce nello stesso una forza elettromotrice  $E$ . Il legame dipende nuovamente dalle caratteristiche costruttive attraverso una costante  $K_a$ .

$$E = K_a \cdot \omega \cdot \Phi$$

$\downarrow$   
 dipende di nuovo dalle caratteristiche costruttive della macchina

Per calcolare la tensione ai morsetti  $V_u$  si deve sottrarre la caduta di tensione interna del circuito del rotore  $\Delta V_a$ , che dipende dalla corrente di carico e quindi ancora dalla tensione  $V_u$  (segnale in retroazione).

Assegnata  $V_u$  e supponendo un carico puramente resistivo  $R$ , la corrente di carico è data da:

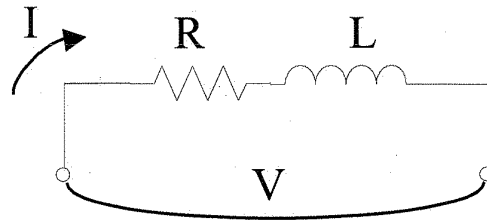
$$I = \frac{V_u}{R}$$

corrente di carico  $\rightarrow$   $I = \frac{V_u}{R}$   $\left\{ \begin{array}{l} \text{I dipende da } E, R_e, L_e \\ \text{ed è provocata da } E \end{array} \right.$

## RAPPRESENTAZIONE GRAFICA DELLA F.D.T. TRAMITE IL DIAGRAMMA DI BODE

*analisi armonica (risp. in frequenza)*

Determinazione del diagramma di Bode per una funzione di trasferimento del primo ordine tipo integratore misto.



$$V(s) = R \cdot I(s) + s \cdot L \cdot I(s)$$

$$\text{da cui: } F(s) = \frac{I(s)}{V(s)} = \frac{1}{R + s \cdot L} = \frac{\frac{1}{R}}{1 + s \cdot \tau} \quad \text{essendo } \tau = \frac{L}{R}$$

## RAPPRESENTAZIONE GRAFICA DELLA F.D.T. TRAMITE IL DIAGRAMMA DI BODE

Ricordando il discorso fatto per la risposta al gradino sul guadagno statico in questo caso si può scrivere, considerando un gradino di valore unitario:

$$G_{st} = \lim_{s \rightarrow 0} s F(s) = \frac{1}{R}$$

*lim f(t) t → ∞*

La funzione di trasferimento si può dunque scrivere come:

$$F(s) = \frac{G_{st}}{1 + s \cdot \tau}$$

## RAPPRESENTAZIONE GRAFICA DELLA F.D.T. TRAMITE IL DIAGRAMMA DI BODE

razionalizzando, si ottiene:

$$F(j\omega) = \frac{1}{R} \cdot \frac{1 - j\omega \cdot \tau}{1 + \omega \cdot \tau^2} = \frac{1}{R(1 + (\omega\tau)^2)} \cdot (1 - j\omega \cdot \tau)$$

$$\text{Im}(F(j\omega)) = \frac{-j\omega \cdot \tau}{R(1 + (\omega\tau)^2)}$$

$$\text{Re}(F(j\omega)) = \frac{1}{R(1 + (\omega\tau)^2)}$$

$$\text{tg}(\varphi) = \frac{\text{Im}(F(j\omega))}{\text{Re}(F(j\omega))} = -\omega \cdot \tau \quad \text{e dunque : } \varphi = \text{arctg}(-\omega \cdot \tau)$$

## RAPPRESENTAZIONE GRAFICA DELLA F.D.T. TRAMITE IL DIAGRAMMA DI BODE

Assumendo i seguenti valori  $R=10 \Omega$ ,  $L=0.1 \text{ H}$ , e  $\tau=10^{-2} \text{ s}$  è possibile costruire la seguente tabella

$\omega$	$\omega L$	$ Z $	$1/ Z $	$F(j\omega)_{dB}$	$\varphi$
$10^{-1}$	$10^{-2}$	10	$10^{-1}$	-20	0
1	$10^{-1}$	10	$10^{-1}$	-20	0
10	1	$\approx 10$	$\approx 10^{-1}$	-20	$-6^\circ$
$10^2$	10	14.1	0.07	-23	$-45^\circ$
$10^3$	$10^2$	$\approx 10^2$	$10^{-2}$	-40	$-84^\circ$
$10^4$	$10^3$	$10^3$	$10^{-3}$	-60	$-90^\circ$
$10^5$	$10^4$	$10^4$	$10^{-4}$	-80	$-90^\circ$

## RAPPRESENTAZIONE GRAFICA DELLA F.D.T. TRAMITE IL DIAGRAMMA DI BODE

A conclusioni analoghe si può giungere anche con considerazioni qualitative; infatti data la:

$$F(s) = \frac{G_{st}}{1 + s \cdot \tau}$$

che nel dominio della frequenza diventa

$$F(j\omega) = \frac{G_{st}}{1 + j\omega \cdot \tau},$$

si può constatare come:

$$F(j\omega) \approx G_{st} \text{ per } \omega \cdot \tau \text{ molto minore di } 1 \text{ (andamento circa costante)}$$

e che:

$$F(j\omega) \approx \frac{G_{st}}{\omega \cdot \tau} \text{ per } \omega \cdot \tau \text{ molto maggiore di } 1 \text{ (pendenza di } -20 \text{ dB per decade).}$$

## FORMA GENERALE DELLA FUNZIONE DI TRASFERIMENTO

La funzione di trasferimento può essere scritta generalmente sotto la forma di rapporto di due polinomi:

$$F(s) = \frac{a_m \cdot s^m + a_{m-1} \cdot s^{m-1} + \dots + a_1 \cdot s + a_0}{b_n \cdot s^n + b_{n-1} \cdot s^{n-1} + \dots + b_1 \cdot s + b_0} = \frac{N(s)}{D(s)}$$

Tali polinomi possono essere riscritti come prodotti di fattori del primo ordine in s:

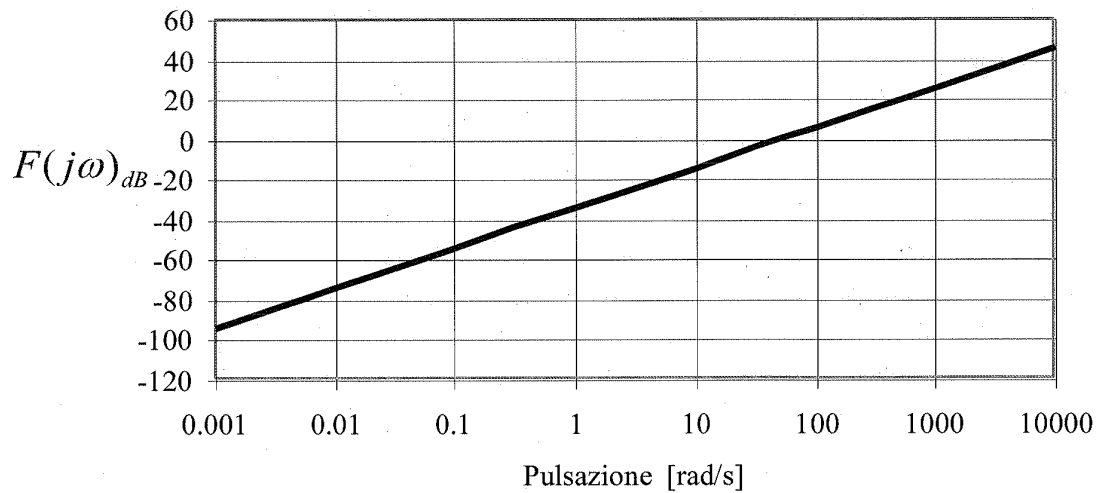
$$F(s) = \frac{a_m \cdot \prod_{j=1}^m (s - z_j) \overset{\text{zeri}}{\curvearrowright}}{b_n \cdot \prod_{i=1}^n (s - p_i) \overset{\text{poli}}{\curvearrowright}}$$

dove:

1. I valori  $z_j$  sono le radici del polinomio  $N(s)$  e vengono detti zeri della funzione di trasferimento  $F(s)$
2. I valori  $p_i$  sono le radici del polinomio  $D(s)$  e vengono detti poli di  $F(s)$

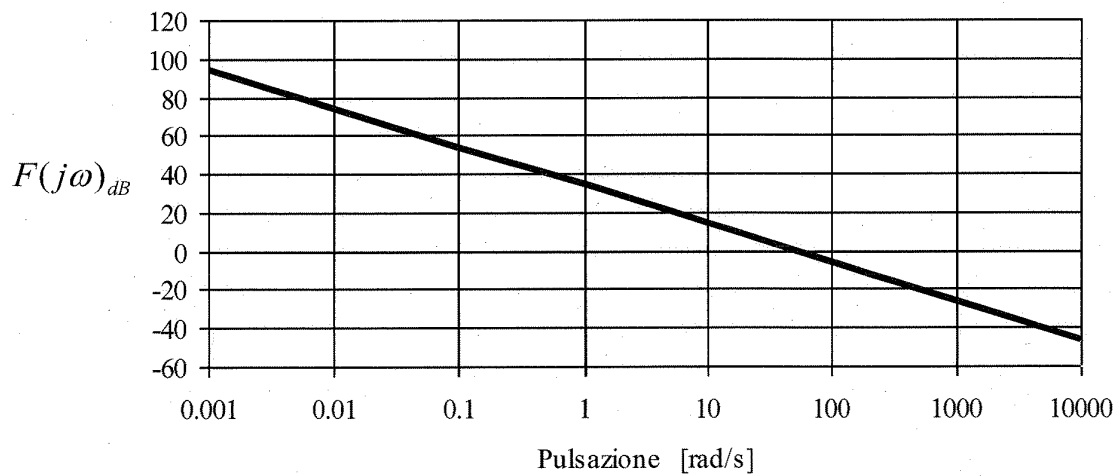
## FORMA GENERALE DELLA FUNZIONE DI TRASFERIMENTO

B) Tipo:  $F(s) = \tau_1 \cdot s$ , con  $\tau_1 = 0.02$  (blocco derivatore)



## FORMA GENERALE DELLA FUNZIONE DI TRASFERIMENTO

C) Tipo:  $F(s) = \frac{1}{\tau_2 \cdot s}$ , con  $\tau_2 = 0.02$  (blocco integratore)



15/03/2012

## FORMA GENERALE DELLA FUNZIONE DI TRASFERIMENTO

Per quanto riguarda le funzioni di trasferimento del secondo ordine in genere si procede alla loro fattorizzazione, come detto in precedenza, riconducendosi a prodotti di termini del primo ordine.

Si considera ora la rappresentazione, sul diagramma di Bode, di una particolare funzione di trasferimento del secondo ordine.

## FORMA GENERALE DELLA FUNZIONE DI TRASFERIMENTO

F) Tipo: 
$$F(s) = \frac{1}{1 + \frac{2 \cdot \zeta}{\omega_n} s + \frac{1}{\omega_n^2} s^2}$$

dove  $\omega_n$  è la frequenza naturale e  $\zeta$  è il fattore di smorzamento; quando  $\zeta < 1$  la funzione non può essere fattorizzata in due fattori del primo ordine con radici reali.

## FORMA GENERALE DELLA FUNZIONE DI TRASFERIMENTO

### Esempio

Si consideri un sistema caratterizzato dalla seguente funzione di trasferimento e se ne tracci il diagramma di Bode:

$$F(s) = \frac{4 \cdot (1 + 0.5 \cdot s)}{s \cdot (1 + 2 \cdot s) \cdot (1 + 0.05 \cdot s + (0.125 \cdot s)^2)} = \frac{E \cdot B}{D \cdot C \cdot A}$$

*funz. del IV ordine*

## FORMA GENERALE DELLA FUNZIONE DI TRASFERIMENTO

Nella tabella seguente vengono riportate le caratteristiche di ciascun fattore costituente F(s).

Fattore	Nome	Frequenza d'angolo	Guadagno totale	Caratteristica di sfasamento
4	E	nessuna	Costante 12 dB	Costante 0°
$(j\omega)^{-1}$	D	nessuna	Pendenza costante -20 dB/decade	Costante -90°
$(1 + 2 \cdot j\omega)^{-1}$	C	$\omega_1=0.5$	Per $\omega < \omega_1$ Pendenza 0 Per $\omega > \omega_1$ Pendenza -20dB/decade	Variabile tra 0 e -90°
$(1 + 0.5 \cdot j\omega)$	B	$\omega_2=2$	Per $\omega < \omega_2$ Pendenza 0 Per $\omega > \omega_2$ Pendenza 20 dB/decade	Variabile tra 0 e 90°
$(1 + 0.05 \cdot j\omega + (0.125 \cdot j\omega)^2)^{-1}$	A	$\omega_3=8$	Per $\omega < \omega_3$ Pendenza 0 Per $\omega > \omega_3$ Pendenza -40dB/decade	Variabile tra 0 e -180°

## METODO PRATICO PER DETERMINARE L'ANDAMENTO QUALITATIVO DEL DIAGRAMMA DI BODE

Sia data, per esempio, la seguente funzione di trasferimento per un blocco qualsiasi con zeri e poli reali :

$$F(s) = K \cdot \frac{s \cdot (s \cdot \tau_2 + 1)}{(s \cdot \tau_1 + 1) \cdot (s \cdot \tau_3 + 1) \cdot (s \cdot \tau_4 + 1) \cdot (s \cdot \tau_5 + 1)}$$

La regola generale semplificata per tracciare il diagramma di Bode prevede che, al crescere della pulsazione, in corrispondenza del superamento di una pulsazione  $\omega = 1/\tau_{\text{denom}}$  la pendenza del diagramma cominci a decrescere di 20 dB/decade, mentre, in corrispondenza del superamento di una pulsazione  $\omega = 1/\tau_{\text{numerat}}$  la pendenza del diagramma cominci a crescere di 20 dB/decade.

## METODO PRATICO PER DETERMINARE L'ANDAMENTO QUALITATIVO DEL DIAGRAMMA DI BODE

Nel procedere con il tracciamento del diagramma conviene riportare preliminarmente sull'asse orizzontale tutti i valori delle pulsazioni  $1/\tau_i$ .

Nel diagramma successivo si riporta il caso ottenuto assegnando alla precedente funzione di trasferimento i seguenti valori:

$$\tau_1=0.1, \tau_2=0.01, \tau_3=0.001, \tau_4=0.0001, \tau_5=0.00001 \text{ e } K=1.$$

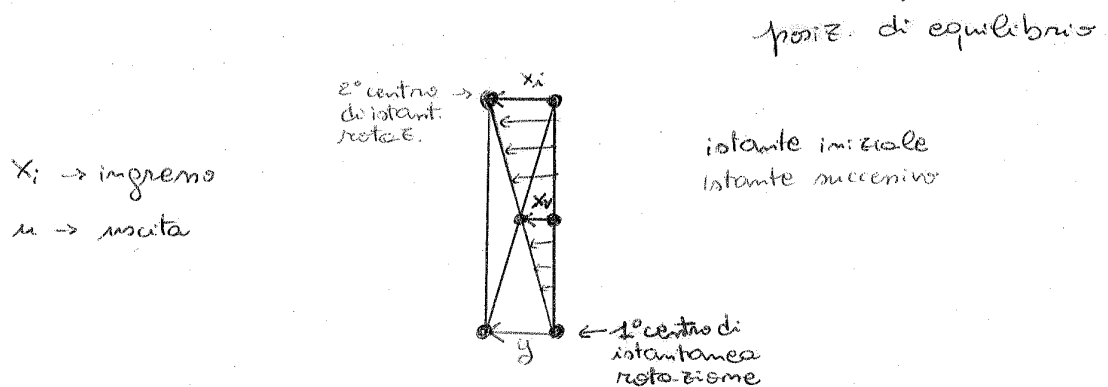
Per pulsazioni inferiori a  $1/\tau_1$ , la più piccola frequenza d'angolo, solo i fattori  $K$  ed  $s$  sono "efficaci": gli altri sono attenuati; fino a  $1/\tau_1$  prevale quindi l'andamento  $Ks$  (crescente di 20 dB/decade e passante per il punto 0 dB e  $\omega=1$ ).



## ESEMPIO

Il sistema funziona tramite una servovalvola a cassetto che distribuisce olio idraulico in pressione nelle camere di un martinetto collegato, tramite una molla, ad una massa che può scorrere, con attrito viscoso, su un piano.

Si pone l'obiettivo di studiare il comportamento dinamico del sistema per piccoli spostamenti intorno alla posizione centrale.

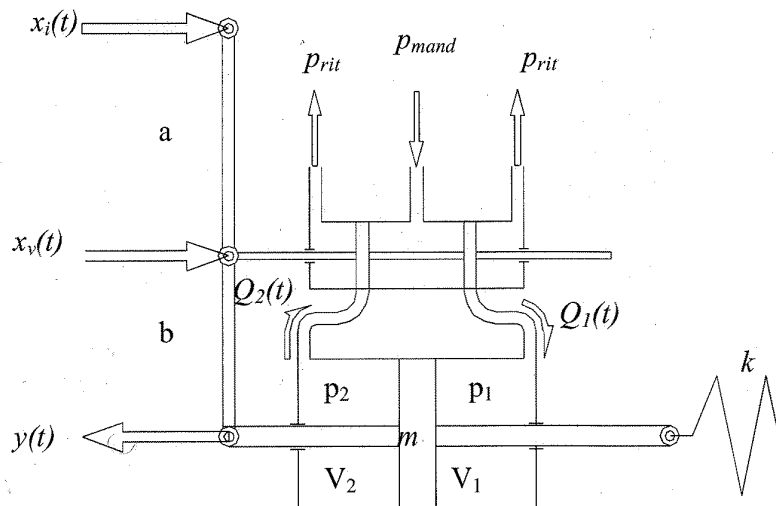


## ESEMPIO

La variabile  $x_i$  rappresenta il segnale di comando proveniente dalla linea ed è lo spostamento della leva di retroazione considerato come variabile di ingresso nel sistema

La variabile  $u$  rappresenta lo spostamento della massa collegata allo stelo del martinetto ed è la variabile in uscita dal sistema (quella che interessa studiare).

La variabile  $y$  è lo spostamento dello stelo del martinetto



## MODELLO DELL'OLIO

In condizioni dinamiche le portate  $Q_1$  e  $Q_2$  che fluiscono attraverso le due luci della valvola sono, nonostante la simmetria del martinetto, leggermente differenti tra loro a causa della compressibilità dell'olio.

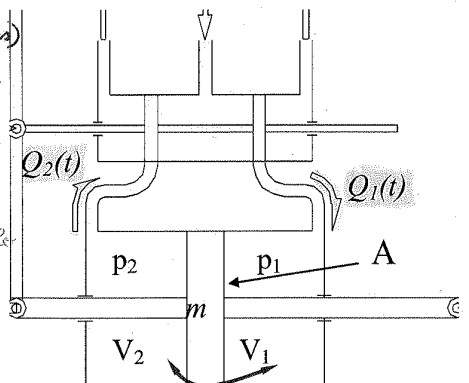
Indicando con  $V$  il volume della camera del martinetto, con  $A$  l'area della superficie attiva del pistone, con  $k_1$  il coefficiente che tiene conto della presenza di fughe di olio tra le due camere del cilindro e con  $k_c$  un coefficiente che tiene conto della compressibilità dell'olio, le portate in volume di olio  $Q_1$  e  $Q_2$  (per piccoli spostamenti attorno alla posizione centrale) si esprimono:

$$Q_1 = A \frac{dy}{dt} + V k_c \frac{dp_1}{dt} + k_l (p_1 - p_2)$$

$$Q_2 = A \frac{dy}{dt} - V k_c \frac{dp_2}{dt} + k_l (p_1 - p_2)$$

*velocità*  
*cost. di compressibilità dell'olio (bulk modulus)*  
*cost. di trasfilamento*  
*per  $p_1 \uparrow \Rightarrow$  aumento di portata perché olio si fa + piccolo*  
*per  $p_2 \downarrow \Rightarrow$  diminuz. di portata*

portate in volume = variaz. di velocità + effetto della compressibilità + effetto del trasfilamento



sist. accoppiato per via del termine  $(p_1 - p_2)$

## MODELLO DELL'OLIO

Pertanto la portata media è data da:

$$Q_1 = A \frac{dy}{dt} + V k_c \frac{dp_1}{dt} + k_l (p_1 - p_2)$$

$$Q_2 = A \frac{dy}{dt} - V k_c \frac{dp_2}{dt} + k_l (p_1 - p_2)$$

$$Q = \frac{Q_1 + Q_2}{2} = A \frac{dy}{dt} + V \frac{k_c}{2} \frac{d(p_1 - p_2)}{dt} + k_l (p_1 - p_2)$$

$(p_1 - p_2)$  è lineare  
 $p_1, p_2$  continue e reali  
 $\rightarrow$  posso usare  $\Delta$  derivata sola

nella posiz. centrale del pistone  $v_1 = v_2 = v$

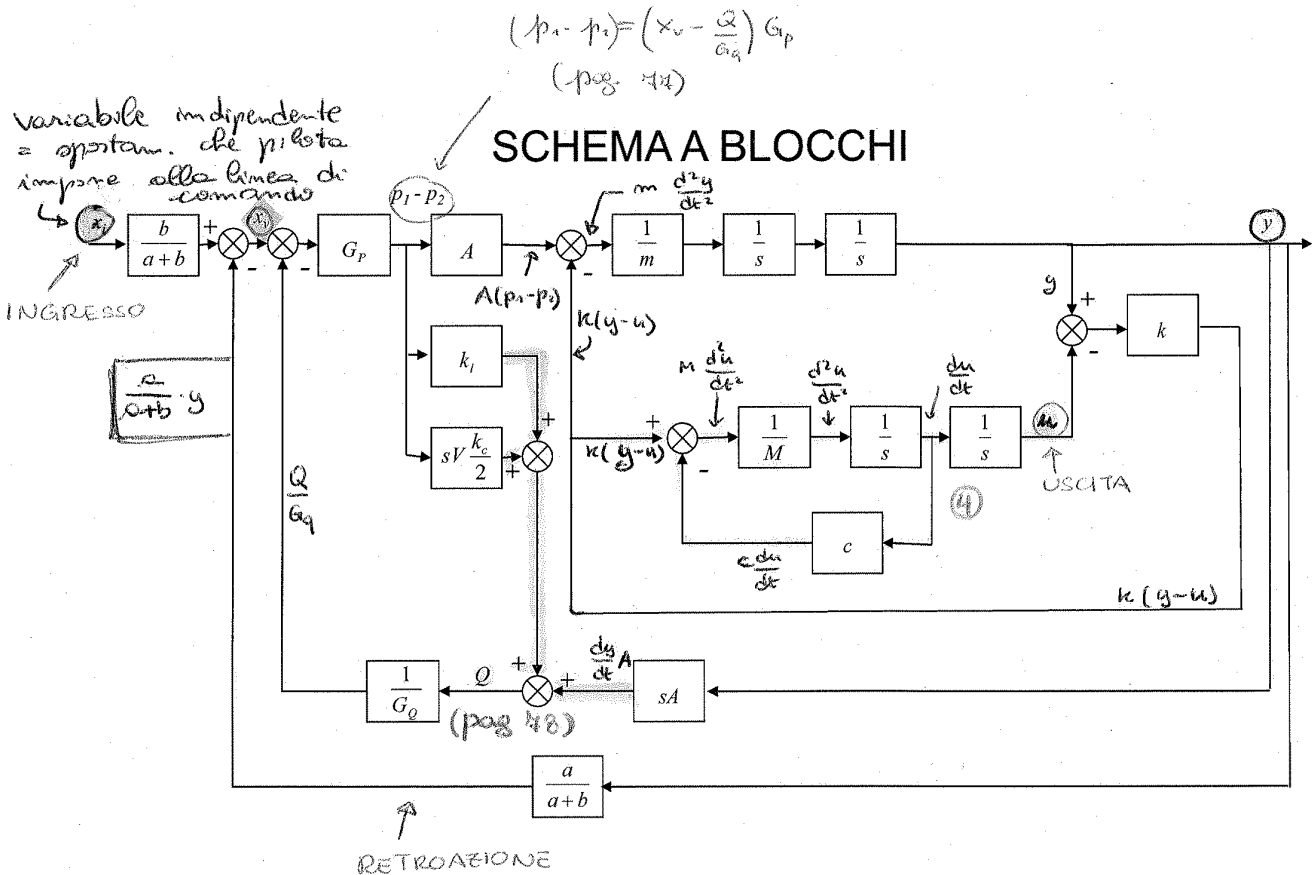
## SCHEMA A BLOCCHI

Effettuando la trasformazione di Laplace delle equazioni (lineari) descrittive il comportamento dei vari blocchi è possibile costruire il seguente schema a blocchi:

$$\begin{cases}
 ① & Q_1 = A \frac{dy}{dt} + v k_c \frac{dp_1}{dt} + k_e (p_1 - p_2) \\
 ② & Q_2 = A \frac{dy}{dt} - v k_c \frac{dp_2}{dt} + k_e (p_1 - p_2) \\
 ③ & (p_1 - p_2) A = m \frac{d^2 y}{dt^2} + k (y - u) \\
 ④ & k (y - u) = M \frac{d^2 u}{dt^2} + c \frac{du}{dt}
 \end{cases}$$



abbiamo 4 equaz.  
 ↓  
 riusciamo a costruire uno schema a blocchi?



## CONTROLLO E REGOLAZIONE

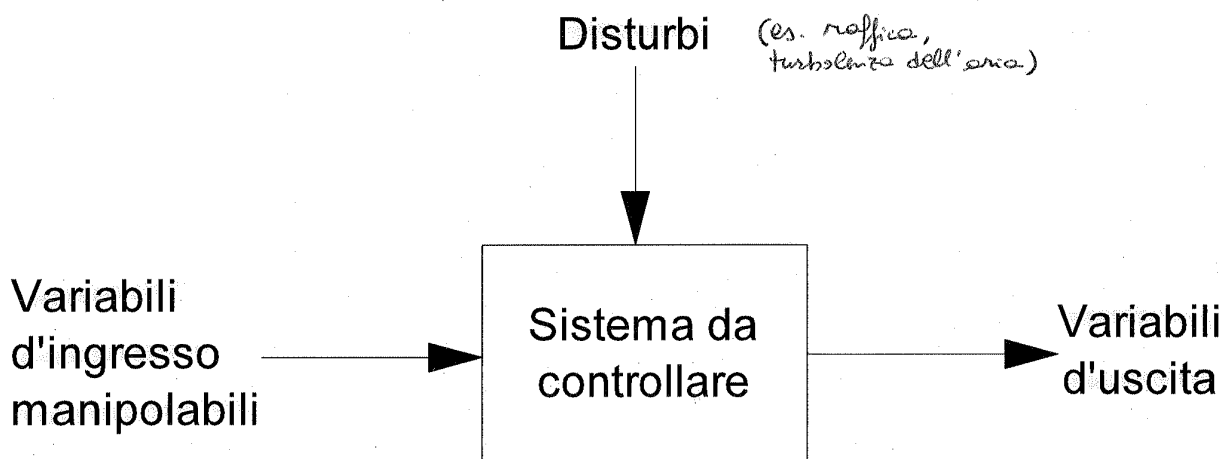
Secondo la tecnologia tecnica, un sistema di controllo è un complesso di apparati mediante i quali si ottiene che alcune grandezze, definite variabili di uscita del sistema e caratterizzanti lo stato di un sistema fisico o la sua condizione di funzionamento, seguano un andamento prestabilito (o di riferimento) il quale è determinato da altre grandezze dette variabili di ingresso.

In particolare, dato un sistema fisico con un certo numero di variabili di ingresso e d'uscita, controllare il sistema significa agire su alcune variabili di ingresso "manipolabili", in modo che alcune variabili di uscita abbiano un andamento desiderato nonostante l'azione di altre variabili di ingresso, chiamate disturbi, sulle quali non si può agire direttamente.

*var. d'uscita  
seguito su  
percorso pre-  
stabilito*  
↑

*var. d'uscita  
mantenute  
costanti*  
↓

## CONTROLLO E REGOLAZIONE





## SISTEMI DI CONTROLLO AD ANELLO APERTO E AD ANELLO CHIUSO

Passando alla anti-trasformata di  $E(s)$  è possibile giudicare il comportamento del sistema di controllo reale, sia in regime stazionario (comportamento statico) che in regime transitorio (comportamento dinamico).

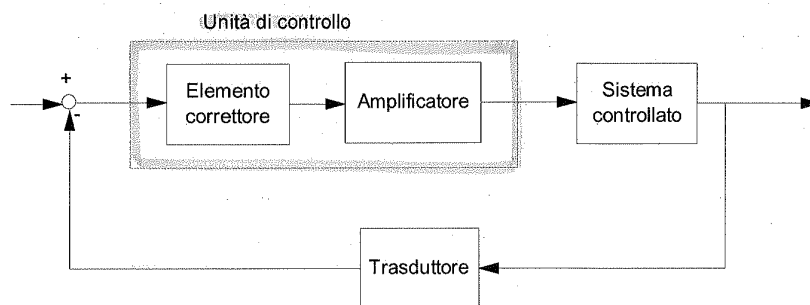
Il comportamento statico viene in genere valutato in base alla precisione statica definita come il limite per il tempo tendente a infinito dell'inverso dell'errore  $e(t)$ .

Il comportamento dinamico di un sistema di controllo può essere globalmente valutato in base a opportune cifre di merito, funzioni dell'integrale dell'errore, oppure, più semplicemente, attraverso grandezze legate alla velocità di risposta o al grado di stabilità del sistema.

### SINTESI DELL'UNITÀ DI CONTROLLO

Si esamina il problema relativo alla determinazione delle caratteristiche dell'unità di controllo in modo da soddisfare assegnate prescrizioni riguardanti il grado di stabilità, l'errore o la velocità di risposta del sistema di controllo: si tratta di inserire nell'anello di regolazione uno o più blocchi con opportune F.d.T..

Nella figura successiva sono riportati due schemi tipici di sistemi di controllo ad anello chiuso; l'elemento correttore è introdotto per migliorare le caratteristiche dinamiche del sistema. Lo schema di correzione in cascata è il più semplice e il più diffuso.



Schema di correzione in cascata

*unità di controllo prima del sistema controllato.*

## Problemi di implementazione dei PID

Nella realizzazione pratica dei regolatori PID vengono adottati vari accorgimenti volti a migliorare le prestazioni del sistema.

Ora vengono trattate le seguenti problematiche:

1. limitazione dell'azione derivativa
2. desaturazione dell'azione integrale (sistema di anti wind-up)
3. commutazione manuale/automatico e automatico/manuale (sistema bumpless)

## Problemi di implementazione dei PID

### 1) Limitazione dell'azione derivativa

Nello schema classico l'azione derivativa viene effettuata sulla variabile d'errore  $U_D(t)$ .

In presenza di un gradino nel segnale di riferimento  $r(t)$ , l'uscita del derivatore, e quindi la variabile di controllo  $u(t)$ , avrebbe un andamento di tipo impulsivo.

$$U_D(t) = \frac{K_P T_D}{1 + \frac{T_D}{N} s} E(s)$$

Questa brusca variazione può provocare la saturazione dell'attuatore e, al limite, il suo danneggiamento.

Inoltre il sistema si potrebbe allontanare dalla condizione di linearità con riferimento alla quale si è progettato il sistema di controllo.

## Problemi di implementazione dei PID

### 2) Saturazione dell'azione integrale

Durante i transitori, però, può capitare che  $u(t)$  superi i livelli di saturazione.

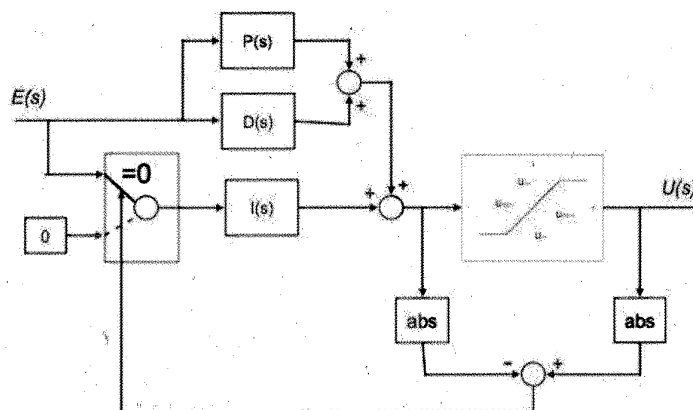
Quando  $u(t)$  è saturata il processo evolve con ingresso costante come se fosse ad anello aperto e quindi non controllato.

Quando l'uscita del controllore  $u(t)$  è saturata l'azione integrale continua ad integrare l'errore e quindi la richiesta di controllo  $u_{req}(t)$  continua a crescere, causando il fenomeno chiamato saturazione o wind-up dell'azione integrale.

## Problemi di implementazione dei PID

### 2) Saturazione dell'azione integrale

#### Sistema di desaturazione (anti wind-up)



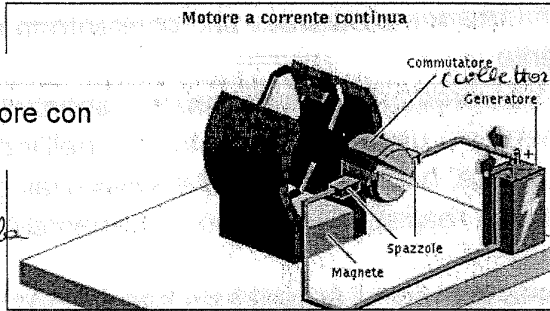


## MOTORI ELETTRICI IN DC

Principio di funzionamento di un motore in corrente continua a spazzole.

Si consideri il caso semplificato di motore con una sola spira.

Ogni 180° si inverte il senso di percorrenza della corrente → coppia continua.



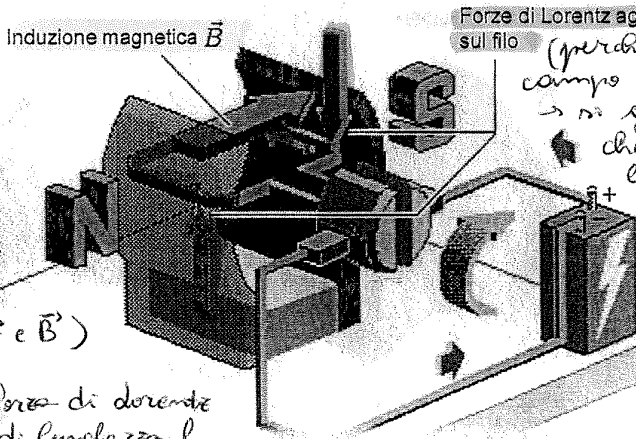
Si crea un'induzione magnetica  $B$  che va da NORD a SUD. Spostiamoci che le linee di campo siano parallele (anche se non lo sono sul serio).

Data una carica elettrica puntiforme  $q$  in moto con velocità  $\vec{v}$  in una regione caratterizzata dalla presenza di un campo di induzione magnetica  $\vec{B}$ , sulla suddetta carica agirà una forza  $\vec{F}_L$ , detta appunto forza di Lorentz, secondo la seguente formula:

$$\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (\perp \text{ a } \vec{v} \text{ e } \vec{B})$$

Per calcolare il modulo della forza di Lorentz esercitata su un tratto di filo di lunghezza  $l$  percorso da  $I$  corrente, immerso in un campo uniforme di intensità  $B$  integrando la precedente formula, ottengo:

$$F_L = IBl$$



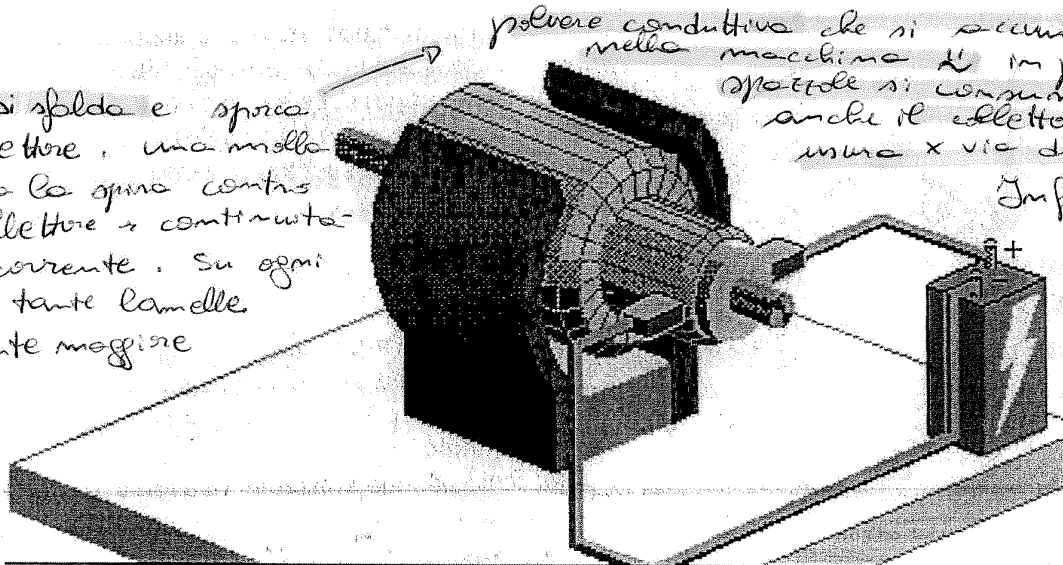
(perché spira nel campo magnetico) → si genera coppia che fa girare la spira. Aumentando la corrente elettrica, aumenta la forza di Lorentz → aumenta la coppia.

## MOTORI ELETTRICI IN DC

Per dare la necessaria uniformità angolare alla coppia nel rotore in corrente continua a spazzole si inseriscono più spire.

ma ha molto senso allungare il motore per che poi pesa solo di più.

grafite si sfalda e sporca il collettore, una molla schiaccia la spina contro il collettore → continuità della corrente. Su ogni spina tante lamelle → corrente migliore.



Infine, ogni spazzola si stacca da una spina per passare alla successiva. Succede l'arco elettrico (fenomeno che si dice l'inter-

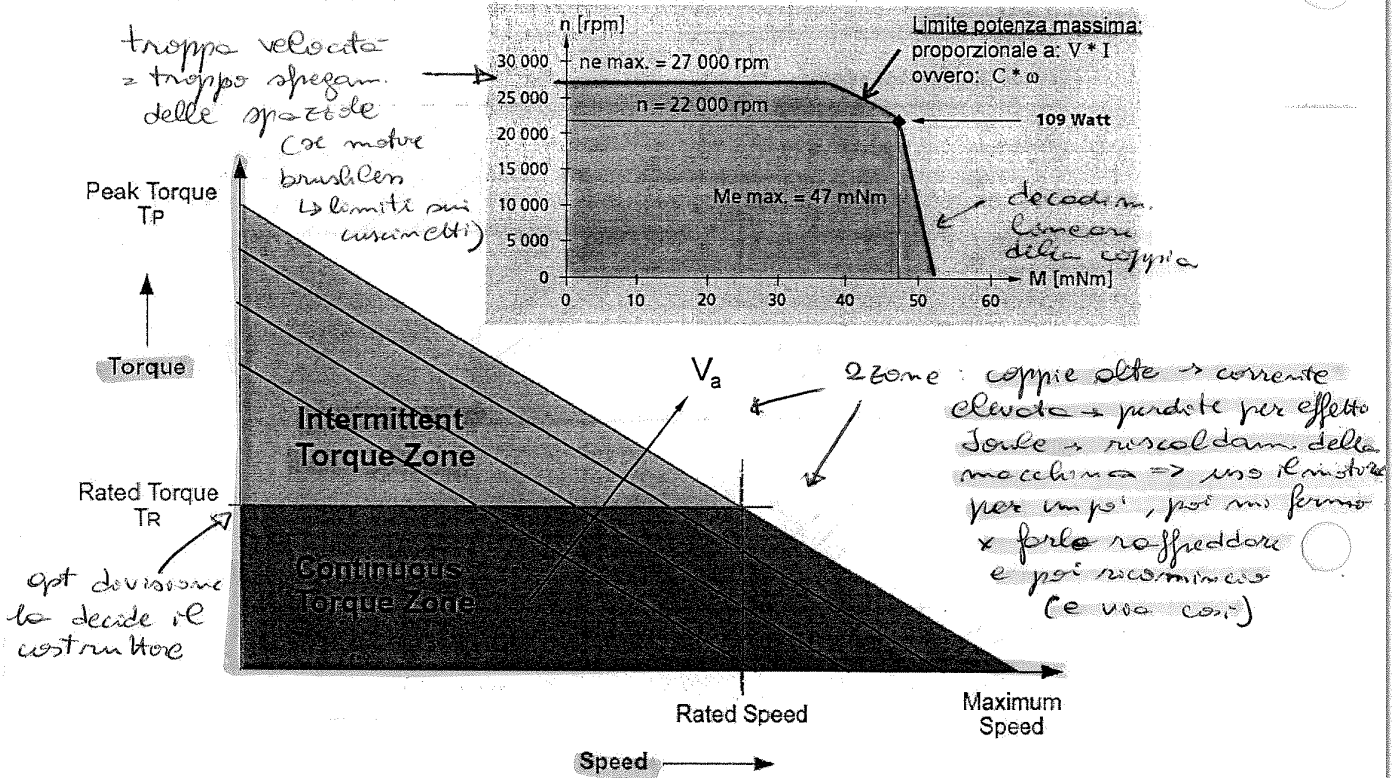


via della corrente: per l'induzione si accumula. E nel campo  $B$  esterno, se blocco  $I$ , tale  $E$  resta all'interno. → la corrente tende a tornare nella lamella ⇒ scintille infinitesime → microvolatilità. 20% del campo elettrico → consumo → rumore.

Curve di funzionamento dei motori reali hanno delle limitazioni:

## MOTORI ELETTRICI IN DC

### Limitazioni reali caratteristiche del motore in DC

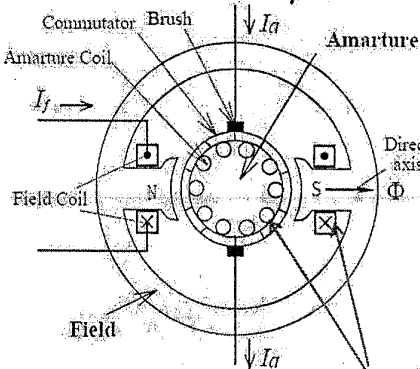


## MOTORI BRUSHLESS

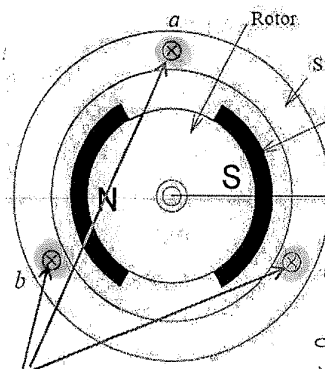
Dal punto di vista costruttivo la sostanziale differenza fra il motore in corrente continua a magneti permanenti ed il motore brushless (BLDC) risiede nel fatto che in quest'ultimo i magneti sono posti sul rotore, mentre gli avvolgimenti elettrici sono posti sullo statore.

Perciò, se si assume come sistema di riferimento un osservatore solidale con il rotore, il principio di funzionamento del motore brushless ricalca da vicino quello del tradizionale motore in corrente continua. La proprietà degli avvolgimenti elettrici di rimanere fermi consente di alimentarli senza ricorrere a contatti striscianti.

◆ Structure of DC motor ← motore a spazzole



◆ Structure of BLDC motor



*Ma circuito di eccitat. ; magneti messi dentro al circuito alimentato (armatura ferma); qui i magneti ci sono per forza.*

*Se magneti dentro → un de vo portare la corrente per creare  $\vec{B}$  (e l'ho già) → dimando solo il campo esterno*

avvolgimenti

*avvolgim. devono essere in grado di creare un campo magnetico esterno*

*che, interagendo con gli interni, mette in rotazione la parte interna (campo magnetico rotante)*

*Esame: - dove sono i magneti? - dove è il circuito che genera la forza?*

*servono almeno 3 avvolgim.*