



**Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino**

**Appunti universitari**

**Tesi di laurea**

**Cartoleria e cancelleria**

**Stampa file e fotocopie**

**Print on demand**

**Rilegature**

NUMERO : 337

DATA : 25/07/2012

# A P P U N T I

STUDENTE : Gignone

MATERIA : Materiali Compositi  
Prof. Badini

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.  
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

Indice di Merito:

$$\text{Molla} \quad \sigma = E \varepsilon \quad L = \frac{1}{2} \sigma \varepsilon = \frac{1}{2} \cdot \underbrace{\frac{\sigma^2}{E}}_{\text{Indice di merito} = C}$$

(1)

$$C = \frac{\sigma^2}{E} \Rightarrow \sigma^2 = C \cdot E \Rightarrow 2 \log \sigma = \log C + \log E$$

$$\log \sigma = \frac{1}{2} (\log C + \log E)$$

⇒ Plot di Ashby (Doppio scala logaritmica di  $\sigma$  Vs  $E$ )  
traccia la retta:

$$y = \frac{1}{2} C' + \frac{1}{2} x$$

$$\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$$

$$\log \sigma = \frac{1}{2} \log C + \frac{1}{2} \log E$$

ed estraggo il miglior materiale per immagazzinare energia sotto forma di molla

Termoplastiche  $E[10-6,8]$   $K_{10}[1,5-6,0]$   $T_{max}[250]$  ③

Policarbonato :  $T_g 150^\circ C$  ; Amorfo ; buona tenacità

PEEK :  $T_g 143^\circ C$  ;  $T_c 373^\circ C$  ; da 20% - 40% ;  $T_{uso} 230^\circ C$   
Tenacità  $6 MP_2/1m$

ABS : Variato

Stirene-Acrilnitrile : Variato

Nylon 6-6 : esametilenammina + Acido adipico ;  $T_c 261^\circ C$   
leggeri H  $\rightarrow$  Buone proprietà meccaniche

Poliammidi Nylon - Kevlar

Matrici ceramiche

(5)

Particelle : Aumento E, Aumento Durezza ma con minore

fibre : Aumento tenacità

Alte T di utilizzo

Ceramiche cristalline : Mullite, grafite, Alluminio, SiC, SiN, ZrO<sub>2</sub>

Via secca → Verde

Via umida → Slip casting

↓ Tape casting

Vetri

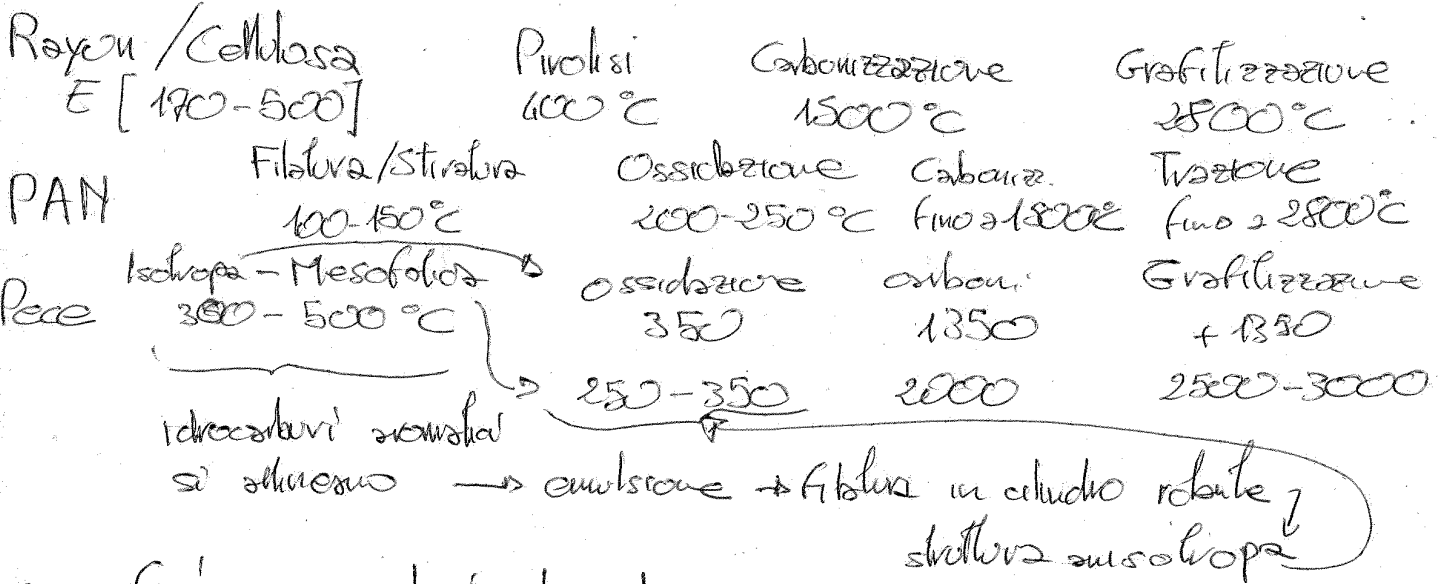
Vetroceramiche : dal 50-98% di cristallo

Litio - Alluminio - Silicati

Calcio - Alluminio - Silicati

ZrO<sub>2</sub> migliori proprietà

UHM > 500 GPa  
 HM > 300  
 HT ≈ 200  $\sigma > 3 \text{ GPa}$   
 IM ≈ 300  
 LM < 100



Superfici: organosilani, polianilini

- Base Allumina  $\rightarrow \gamma\text{-Al}$  85%  $\text{Al}_2\text{O}_3$  15%  $\text{SiO}_2$  (9)  
 $\rightarrow$  complessa  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , Anidride Borica,  $\text{SiO}_2$

SiC - E [200-400] O [3-4]

- Passivazione

● CVD su W o C (30-60  $\mu\text{m}$ ) } Cbrosilani  
 $\phi_{\text{anodo}}$  70-110  $\mu\text{m}$  }  $\text{CH}_3\text{SiCl}_3$

SCS

W - SiC (111 // Asse) - SiC (111  $\perp$  Asse) -

- Superficie Titanio per debonding

● diclorodipoliossiano + Na = diidropoliossiano + Ar (~~1300~~  $^{\circ}\text{C}$ )

= poliossiano (Melt spinning  $350^{\circ}\text{C}$ ) = fibre +

$\text{O}_2 / \text{O}_3$  = fibre veicolole (Pirolisi  $1300^{\circ}\text{C}$ ) = SiC

Fibre di SiC, C,  $\text{SiO}_2$ , SiCO sopra  $1100^{\circ}\text{C}$   $\text{O}_2$   
 $\rightarrow$  sostituisce con fascio di elettroni  $\rightarrow$  reagisce  
 secondo limite cristallini  $\xrightarrow{\text{Etanolo}}$  Si-Ti-C-O

Boguski

(11)

Meccanica

Elettrotecnica

Chimica → possono portare ad interfacce fragili

$$Y_{SL} + Y_{LV} \cos \varphi = Y_{SV}$$



Proprietà polimeri + fibre lunghe

13

Epossidica + Vetro (E, S) / Carbonio / Aramidide

difficilmente inalterate  
allineate in compressione

- importanti agenti accoppianti → Allungamento  
↳ difesa umidità  
↳ Maggiore resistenza a trazione

PEEK

20-40% cristallino → Maggiore resistenza creep

$K_{sc} = 6 \text{ MPa}\cdot\text{m}$

Resiste al fuoco (35%  $O_2$  per combustione)

$T_g$ ,  $T_c$  elevate per polimero termoplastico

\* Rinforzante continuo

Diffusion bonding ; spesso richiede coating

- Deformazione plastica (vuoti prismatici)
- Diffusione (chiusura dei pori)
- Ostacolo delle fibre (decoesione → vuoti triangolari)
- Chiusura di tutte le cavità

- Lamine con legante polimerico / monostrati (winding - plasma spray) / pannelli per diffusion bonding

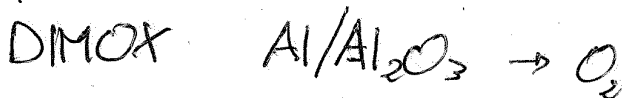
- BN come lubrificante dello stampo

- Degassaggio ; 50% - 90% TF ; Pressione (15 - 180 MPa)

- Variabili : step pressing ; formatura a caldo ; laminazione a caldo ; superplastic forming

\* Metodi in situ

- Gas-liquido



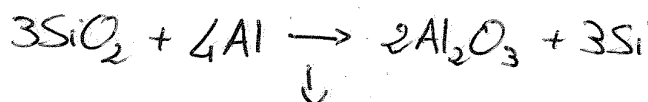
- Solido-solido

SHS

carboni, nitruro, boruro tramite resine esoleomide

- liquido-solido

RMP



# Base Mg

SiC, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, B<sub>4</sub>C } discontinui

C } continui } SPAZIO

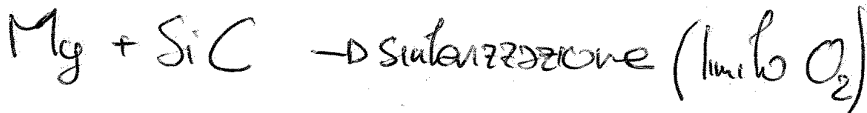
$$CTE = 0$$

Diffusion bonding

laminato Mg<sub>2</sub>C<sub>3</sub>

MgC<sub>2</sub>

Al<sub>2</sub>C<sub>3</sub>



↓  
densità, E, Durezza, T<sub>max</sub>



# Base Ti

SiC fibre → 30-40%

TiC particelle → sinterizzato (10-15% difficile dispersione)

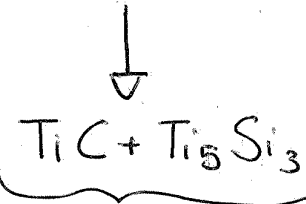
Vacuum hot pressing (DB)

Hot isostatic pressing (DB)

Plasma spray

} laminato (850-950°C)

} monostato



Coatings: Textron SiC  
: carbonio prodotto  
TiB<sub>2</sub> (CVD)

cmq oltre 1000  
è usata

Titanio ricoperto da zirconio entro O<sub>2</sub>

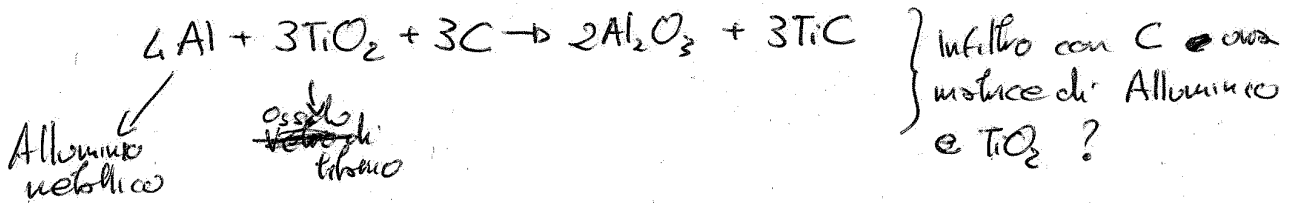
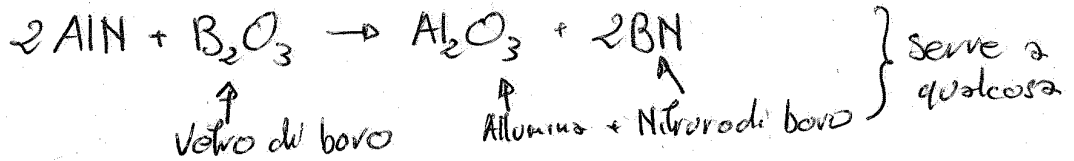
# Infiltrazione Vapore

## Chemical Vapor Infiltration

- 2,5 mm/h
- possibilità di occludere i fori
- + comune  $\text{SiCl}_4 + \text{CH}_4 \rightarrow \text{SiC} + 4\text{HCl}$

### In Situ

Gas/liquidi  $\rightarrow$  reazioni con ~~la~~ la matrice



CVI resistenze massime } Proprietà necessarie  
 LSI " basse integralmente bassa porosità } controllate dalla porosità

tenacità regolata dalle interfacce deboli che permettono delaminazione e pull-out

liquida → fenoliche 50% di C  
 immidiche 80% di C } → 250°C sbrina vetrosa  
 perle } → 1000°C decomposizione  
 RT ripetizione infiltrazione  
 2500°C grafittizzazione

(2)

- 100 MPa
- Mesofase migliora proprietà

gassosa → metano → carbonio polidico  $P < 8 \text{ torr}$   $T < 1400^\circ\text{C}$   
 → denso grafiteico  $P > 10 \text{ torr}$   
 → strato incoerente soot  $P > 10 \text{ torr}$   $T > 1500^\circ\text{C}$

[CVI]

• isoterma

$T = 1100^\circ\text{C}$   $P = 5 \rightarrow 50 \text{ torr}$

- interazione per strato incoerente
- + campioni

•  $\Delta T$

Deposito maggiore nella parte calda

•  $\Delta P$

$\text{CH}_4$  passa all'ovvero preforma

Grafittizzazione  $< 2500^\circ\text{C}$  → strato vetroso → fragile  
 $> "$  → resistenza elevata  
 CVI → migliore

E massimo fibre allineate

KIC massimo + particelle tassazzati di carbonio

fino a 1600-1800 dlme  $\rightarrow \text{O}_2$  da  $500^\circ\text{C}$

+ superficie trattata

+ Si e Boro → tappa buchi

# CARATTERIZZAZIONE COMPOSITI

## DISTRUTTIVI

Microscopie : Microstruttura, interfacce, interfasi, vuoti, difetti, cricche

EDS, WDS : Precipitati e composizioni interfacce

Raggi X : Fasi

Necessitano taglio, lucidatura, assottigliamento  $\Rightarrow$  principalmente usati in fase di studio

## NON DISTRUTTIVI

Ultrasuoni :  $\lambda = \frac{c}{f}$  ,  $z = \rho c$  ;  $I_T = \left[ \frac{4z_1 z_2}{(z_1 + z_2)^2} \right] \cdot 100$

- onde pressione // propagazione

- onde trasversali  $\perp$  propagazione

- onde Rayleigh ellissi superficiali

$$I_R = \left[ \frac{(z_1 - z_2)^2}{(z_1 + z_2)^2} \right] \cdot 100$$

Frequenze usate 1-10 MHz

$\Downarrow$   
più sono piccole più è la sensibilità, minore la penetrazione

Accoppiamento :  $H_2O$  , grassi , gel  
 $\uparrow$   $\uparrow$   
 laboratorio componente in esercizio

A (fisso)

B (linea)

C (piano)

trasmissione , riflessione pulso (vetro), riflessione pulso (faccia esterna)

# MISURA CARATTERISTICHE MECCANICHE

(3)

Prove sui costituenti del composito:

MATRICI → metodi classici

FIBRE → trazione (foglio di carta...)

PARTICELLE }  
WHISKERS } → Astrazione

Polimeri

- trazione: No osso di cane; profilo con placche di rinforzo

Deformazione 25-125 mm con elastometro

CASO A: 6 strati, largh 22,9 cm; largh 12,7 mm

CASO B: 8 " ; " 22,9 cm; " 25,4 mm

tratt. stile 15,2 cm; Velocità 0,2 mm/min

↓  
lamina 0/90  
resina epossidica  
fibre Vetrol E  
lunghezza (25-38 mm)  
spessore (1,5-2,5 mm)

- Compressione: ? flessione? ⇒ lunghezza totale 139,7 mm; 12,7 mm non impigliato  
Colonnare

Unidirezionali 0/90

L<sub>1</sub> 14,1 cm; L<sub>2</sub> 66 mm; la testa 12,8 mm

- Taglio = trazione  $[\pm 45]_{25}$

$$\epsilon_{12} = \frac{\sigma_x}{2} \quad \gamma_{12} = |\epsilon_x| + |\epsilon_y|$$

- Flessione: 3 punti  $R = \frac{3PL}{2bh^2}$   $E_x = \frac{PL^3}{4bh^3\delta}$   
4 punti  $R = \frac{3PL}{4bh^2}$   $E_x = \frac{11PL^3}{64bh^3\delta}$

} correzione se intervengono fenomeni plastici

Solo su campioni vecchi  $E_{max} 10\%$

Francesca

PROVA SCRITTA DI SCIENZA E TECNOLOGIA DEI MATERIALI COMPOSITI  
DEL 15-6-09

COGNOME:

NOME:

1. Stabilire i corretti abbinamenti tra i seguenti precursori e le fibre che vengono ottenute da essi (N.B. un singolo tipo di fibre può derivare da più precursori diversi).  
Precursori: pece, p-fenilen tereftalamide (PPTA),  $BCl_3+H_2$ , policarbonilano,  $CH_3SiCl_3$ .  
Fibre: Kevlar, carbonio, boro, carburo di silicio.

2. Cosa si intende per modulo e resistenza specifici?

3. Descrivere in modo sintetico in cosa consiste il processo CVD per la fabbricazione di fibre lunghe di SiC.

4. Tra le seguenti fibre lunghe utilizzate per la produzione di compositi individuare quale presenta valore più elevato di modulo elastico e quale minore densità:

- a) Vetro E *B 12456*
- b) Carbonio HM *370A, 86* *elevato modulo elastico*
- c) Polietilene *107037* *minore densità*
- d) SiC *190R, 60*

5. In alternativa al poliacrilonitrile, quale altro materiale può essere utilizzato per la fabbricazione di fibre di carbonio con modulo elastico elevato? *la pece carbonio o acrilato*

6. Descrivere sinteticamente il processo di produzione delle fibre di SiC da precursore organico.

7. Descrivere in cosa consistono ed in quali condizioni avvengono l'ossidazione "attiva" e "passiva" del SiC.

8. Cosa si intende con il termine "Whiskers"; quali differenze intercorrono tra i whiskers e le particelle ceramiche?

9. Indicare due resine termoplastiche e due resine termoindurenti frequentemente utilizzate come matrici di compositi. *TP -> pol. etere etere etere (PEEK), poliammide, metacrilato*  
*TI -> resine epossidiche, poliammide, polibutadiene*

10. Elencare in quali stadi si può articolare il processo produttivo di un composito con matrice in lega di titanio, rinforzata da fibre lunghe di SiC.

11. Descrivere sinteticamente il metodo di formatura in stampo aperto (metodo sacco-vuoto-autoclave) di compositi a matrice polimerica termoindurente contenente fibre lunghe di carbonio.

12. I compositi ceramico-ceramico contenenti fibre lunghe possono essere prodotti utilizzando il metodo CVI (chemical vapor infiltration) che può essere condotto con diverse modalità. Illustrare brevemente le differenze tra metodo CVI isoterma e metodo CVI con gradiente di temperatura.

13. Supponiamo di realizzare compositi introducendo in una medesima matrice di titanio di volta in volta sempre la medesima percentuale in volume di:



19. La radiografia di raggi X consente di individuare la posizione delle fibre all'interno di un composito. La sensibilità del metodo è più o meno elevata ovvero l'osservazione è più o meno facile in relazione al tipo di abbinamento fibra/matrice. Ordinare i seguenti sistemi dal più facilmente osservabile al meno facilmente osservabile.

- 3 a. matrice polimerica/fibre di C
- 1 b. matrice a base di Ti/fibre di SiC
- 4 c. matrice di SiC/fibre di SiC
- 2 d. matrice polimerica/fibre di vetro

20. Esistono metodi di misura della tenacità che comportano la rottura del provino, mentre altri non implicano la frattura del campione. Indicare quale o quali tra i metodi di misura sotto elencati comportano la frattura del provino.

- b) IM (Indentation method)
- c) SENB (Single edge notched beam)
- d) CSF (Controlled surface flaw)

- c) Resina epossidica/fibre di vetro
- d) Matrice a base di SiC/fibre di C
- e) Resina epossidica/fibre di C

6. Stabilire i corretti abbinamenti tra i seguenti precursori e le fibre che vengono ottenute da essi (N.B. un singolo tipo di fibre può derivare da più precursori diversi).

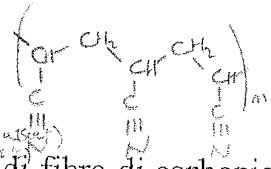
Precursori: pece, p-fenilen tereftalamide (PPTA),  $\text{BCl}_3 + \text{H}_2$ , polycarbosilano,  $\text{CH}_3\text{SiCl}_3$ .  
Fibre: Kevlar, carbonio, boro, carburo di silicio

7. Descrivere in modo sintetico in cosa consiste il processo CVD per la fabbricazione di fibre lunghe di SiC.  $\text{CH}_3\text{SiCl}_3 \rightarrow \text{SiC} + 3\text{HCl}$
8. Nel processo di fabbricazione di compositi con matrice allo stato fuso assume grande importanza la bagnabilità del rinforzante da parte della matrice. La bagnabilità è definita in base all'angolo di contatto  $\theta$ . Descrivere cosa si intende per angolo di contatto e scrivere la relazione che lega l'angolo di contatto alle tensioni superficiali tra le diverse fasi coinvolte (liquido-solido; liquido-gas; solido-gas). Indicare il significato di tutti i simboli usati.
9. Descrivere sinteticamente il metodo di formatura in stampo aperto (metodo sacco-vuoto-autoclave) di compositi a matrice polimerica termoindurente contenente fibre lunghe di carbonio.
10. Cosa si intende per metodi "in situ" di fabbricazione di compositi a matrice metallica?
11. Quale dei metodi seguenti è utilizzato per la fabbricazione di materiali compositi con matrice di carbonio rinforzata da fibre di carbonio?
- a. Filament winding
  - b. Chemical vapour infiltration
  - c. Poltrusione
  - d. Sinterizzazione di polveri
12. I compositi ceramico-ceramico contenenti fibre lunghe possono essere prodotti utilizzando il metodo CVI (chemical vapor infiltration) che può essere condotto con diverse modalità. Illustrare brevemente le differenze tra metodo CVI isoterma e metodo CVI con gradiente di temperatura.
13. Quali tra i seguenti abbinamenti tra rinforzante e matrice sono adottati nella fabbricazione di materiali compositi:
- a. matrice vetroceramica/fibre di polietilene
  - b. matrice polimerica/fibre Kevlar
  - c. matrice di titanio/fibre Kevlar
  - d. matrice polimerica/fibre di vetro
  - e. matrice di alluminio/fibre di vetro
  - f. matrice di alluminio/particelle di SiC
  - g. matrice di magnesio/particelle di carburo di boro
14. Sulla superficie delle fibre di vetro destinate a rinforzare le matrici polimeriche sono sovente depositati appretti specifici con la funzione di agenti accoppianti. Descrivere brevemente quale è la loro funzione.

sono organosilani i quali per idrolisi generano  $\text{OH}$  in grado di stabilire legami a H con matrice

25. Con riferimento alla prova di trazione condotta su materiali compositi, in quali casi non si utilizza un provino sagomato ad "osso di cane"?
- a) MMC contenente particelle ceramiche
  - b) Composito con matrice polimerica e fibre ceramiche lunghe
  - c) MMC contenente whiskers di SiC

- d III.  $E=230 \text{ GPa}$ ;  $\sigma=3600 \text{ MPa}$ ;  $\rho=1,8 \text{ g/cm}^3$  d. d.  
 b IV.  $E=80 \text{ GPa}$ ;  $\sigma=3600 \text{ MPa}$ ;  $\rho=2,6 \text{ g/cm}^3$  b. b



FILATURA - STIRAZIONE ( $150-150^\circ$ ) → OSSIDAZIONE ( $200-250^\circ$ ) → DESSERMENTO (fine uscite)  
 ANALISI, ASSETTO, SOSTITUI

6. Quali sono gli stadi in cui si articola il processo produttivo di fibre di carbonio ottenute partendo da poliacrilonitrile (descrivere in modo sintetico)?

polim filato dal metallo fuso / stirate a  $120-150^\circ\text{C}$  / trattam ossidazione  $200-250^\circ\text{C}$

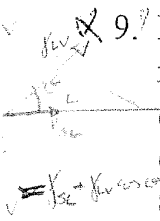
7. Le fibre di carburo di silicio possono essere ottenute comunemente con due diversi processi produttivi (ne sono un esempio le fibre Nicalon e le SCS Textron). Descrivere brevemente il principio su cui si basano le due tecniche di fabbricazione.

deposizione CVD di cristalli Si-SiC su filamento  $\text{Si}$  (tecnica fibre di B) da un precursore organico x pirólisi di una fibra organica x ottenere filamenti sottili

8. Sulla superficie delle fibre di vetro destinate a rinforzare le matrici polimeriche sono sovente depositati appretti specifici con la funzione di agenti accoppianti. Descrivere brevemente quale è la loro funzione.

x ottenere un buon legame con una mat. organica silano che per idratazione con il vetro si lega al silicio e si idrata a silice

9. La bagnabilità di un solido ad opera di un liquido è normalmente espressa mediante l'angolo di contatto " $\theta$ ". Rappresentare con un disegno il significato dell'angolo  $\theta$  e scrivere la relazione matematica che lega l'angolo di contatto con le tensioni superficiali ( $\gamma$ ) nelle condizioni di equilibrio (indicare il significato di tutti i simboli usati).



$$\gamma_{SL} + \gamma_{LV} \cos \theta = \gamma_{SV}$$



10. Alcuni processi di fabbricazione di materiali compositi con matrice polimerica sono adatti alla produzione di compositi contenenti rinforzante discontinuo ed altri processi sono adottati quando si usa un rinforzante continuo (fibre lunghe). Indicare per ciascuno dei metodi sotto elencati il tipo di rinforzante a cui si applicano.

- a. stampaggio ad alta pressione *loc*
- b. metodi semi-manuali (a spruzzo) *loc*
- c. formatura a bassa pressione in stampo aperto *l*
- d. poltrusione *l*
- e. formatura a bassa pressione in stampo chiuso *l*
- f. filament winding *l*

lunghe/corte	disc/cont
corte	disc
lunghe	cont
lunghe	cont
lunghe	cont
lunghe	

11. Elencare almeno cinque proprietà meccaniche di un materiale polimerico che sono migliorate dall'aggiunta di fibre ceramiche.

$\gamma_{SL}, \gamma_{LV}, E, \text{resist}, \text{dur}$  TP, durezza, resist creep, resist, rigidità

12. Perché la resistenza a trazione e quella a compressione di compositi a matrice polimerica contenenti fibre lunghe unidirezionali non sono coincidenti (la seconda è normalmente inferiore alla prima)?

la matrice non riesce a costringere le fibre nella corretta posizione in presenza di un carico di compressione

13. Sovente nei compositi a matrice metallica si possono formare delle interfasi alle interfacce per reazione tra matrice e rinforzante (sia durante il processo produttivo sia durante la vita in esercizio). Per ognuno dei seguenti tipi di

terminando con quella che permette di ottenere i compositi con resistenza più elevata.

- 2 a. Impregnazione di preforme con polimeri e successiva pirolisi (PIP)
- 3 b. Infiltrazione chimica in fase vapore (CVI) LSI < PIP < CVI
- 1 c. Infiltrazione di preforme di fibre di carbonio con silicio fuso (LSI) CVI > LSI > PIP

21. Quale tra i seguenti tipi di composito a matrice ceramica è maggiormente idoneo a operare a temperature elevate?

- a. LAS II/SiC<sub>f</sub> → fino a 1200°C vetroceramica
- b. SiC/C<sub>f</sub> →
- c. SiC/SiC<sub>f</sub> → fino a 1000-1200°C
- d. C/C<sub>f</sub> → fino a 1600-1800°C

22. I compositi ceramico/ceramico presentano sempre nella matrice una porosità residua?

- a. Si
- b. No x

23. Per quale dei seguenti tipi di rinforzante le norme ufficiali prescrivono un metodo standard di misura della resistenza a trazione?

- a. whiskers
- b. fibre x
- c. particelle

24. Esistono metodi di misura della tenacità che comportano la rottura del provino, mentre altri non implicano la frattura del campione. Indicare quali tra i metodi di misura sotto elencati comportano la frattura del provino.

- a. IM (Indentation method)
- b. SENB (Single edge notched beam) x
- c. CSF (Controlled surface flaw) x

25. Scrivere la legge di Voigt relativa alla resistenza a trazione di un composito con fibre unidirezionali (indicare il significato di ciascun simbolo usato).

$$\sigma_c = \sigma_f V_f + \sigma_m V_m$$

26. Scrivere la legge di Reuss relativa al modulo elastico di un composito con fibre unidirezionali (indicare il significato di ciascun simbolo usato).

$$\epsilon = \frac{E_f V_f + E_m V_m}{E_m V_f + E_f V_m}$$

Normal → porosità  
 piston → porosità  
 Sol/gel → porosità  
 fase vapore →  
 in situ: primer, matura

# Materiali compositi II

1

## - Voigt (~~isostress~~)

$$\left. \begin{aligned} E_c &= E_m = E_f \\ \sigma_c &= \sigma_f V_f + \sigma_m + V_m \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_c = E_f V_f + E_m (1 - V_f)$$

incremento  $(\nu_f - \nu_m)^2$

- perfettamente elastico
- legame infinito  $\nu \rightarrow \infty, \nu_m \rightarrow \infty$
- medesimo  $\nu$  oppure  $\rightarrow$

## - Reuss (isostress)

$$\left. \begin{aligned} \sigma_c &= \sigma_m = \sigma_f \\ E_c &= E_f V_f + E_m V_m \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{E_c} = \frac{V_f}{E_f} + \frac{V_m}{E_m} \cdot \left\{ \frac{1 - \nu_m^2}{1} \right\}$$

incremento  $\downarrow$

- legame infinito
- totalmente elastico
- E isolo per fibre

•  $\nu$  medesimo oppure  $\rightarrow$

$$\nu_c = \frac{\nu_f + \nu_m}{2}$$

$$\nu_{21} \cdot E_2 = \nu_{12} \cdot E_1$$

## - Semplicazioni

$$E_1 \approx E_f \cdot V_f \quad E_2 \approx \frac{E_m}{1 - V_f}$$

$$\nu_{12} \approx - \frac{E_2}{E_1} \approx \nu_f \cdot V_f + \nu_m (1 - V_f)$$

$$\nu_{21} \approx - \frac{E_1}{E_2} \approx \nu_{12} \cdot \frac{E_2}{E_1}$$

$$\frac{1}{G_{12}} = \frac{V_f}{G_f} + \frac{1 - V_f}{G_m}$$

$$\nu_{12} = G_{12} \nu_{12}$$

## - TSAI - HALPIN

$$E_1 = E_f V_f + E_m (1 - V_f)$$

$$\nu_{12} = \nu_f V_f + \nu_m (1 - V_f)$$

$$E_2 = \left( \frac{1 + \xi \eta V_f}{1 - \eta V_f} \right) \cdot E_m$$

$$G_{12} = \left( \frac{1 + \xi \eta V_f}{1 - \eta V_f} \right) \cdot G_m$$

Orientazione delle fibre

Empirico

$$\eta = \frac{\frac{E_f}{E_m} - 1}{\frac{E_f}{E_m} + \xi} = \frac{G_f - 1}{G_m + \xi}$$

$\uparrow$   
 $\xi \approx 1$

$\xi \approx 2$

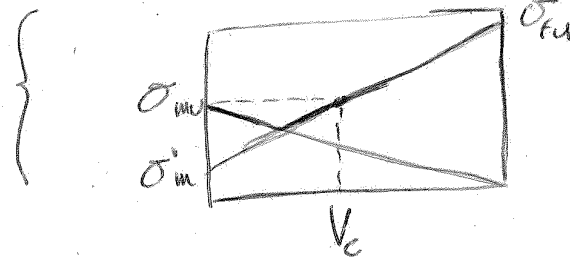
# Resistenza a trazione

②

$$- \sigma_c = \sigma_f \cdot V_f + \sigma_m (1 - V_f) \Rightarrow \sigma_c = \sigma_{fu} V_f + \sigma'_m V_m \quad V_f > V_c$$

$$\Rightarrow \sigma_c = \sigma_{mu} (1 - V_f) \quad V_f < V_c$$

$$V_c = \frac{\sigma_{mu} - \sigma'_m}{\sigma_{fu} - \sigma'_m}$$



- Weibull

$$P(z) = m \cdot z^{(m-1)} e^{-z^m} = \frac{m z^{(m-1)}}{e^{z^m}}$$

trazione  
molto lunga  
probabilità

- limite inferiore

$$\sigma_B = b \cdot m^{-\frac{1}{m}} e^{-\frac{1}{m}}$$

- direzione trasversale

$$\sigma_c = \sigma_{ym} \cdot V_m \cdot K \quad ; \quad K = \text{fattore geometrico}$$

- Orientazione

$$\sigma_c = \sigma_\theta \cdot \cos^2 \theta \Rightarrow \sigma_\theta = \sigma_c \sec^2 \theta \quad \left. \begin{array}{l} \sigma_\theta = \frac{\sigma_c}{\cos^2 \theta} \end{array} \right\} \text{Stowell-Liu}$$

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_\theta = \frac{\sigma_c}{\cos^2 \theta} \end{array} \right\} \text{Tsai-Hill}$$

$$\sigma_c = \eta_0 \sigma_{fu} V_f + \sigma'_m (1 - V_f) \quad ; \quad \eta_0 = \sum 2n_i \cos^4 \theta$$

$$\sigma_c = (n_{0^\circ} \cdot \sigma_{0^\circ} + n_{45^\circ} \cdot \sigma_{45^\circ} + n_{90^\circ} \cdot \sigma_{90^\circ}) \cdot \sigma_{c \text{ singolo braccio}}$$