



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO : 327

DATA : 25/07/2012

A P P U N T I

STUDENTE : Spina

MATERIA : Fisica II

Prof. Mussino

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

© MUSSINO

ATOMO $\rightarrow R \approx R_0 A^{\frac{1}{3}}$ (con $R_0 = 1,5 \cdot 10^{-15} \text{ m}$ e $A = Z + N$)

$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

$|q| = \pm n \cdot e$ multipla della carica elementare

$F_c = K \frac{q_1 q_2}{r^2}$

$[C] = A \cdot s$

$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$

costante dielettrica nel vuoto

$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2} \Rightarrow F = \frac{e^2}{Nm}$

\Rightarrow in FORME VETTORIALE

$\vec{F}_c(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u}_{12}$

$\vec{u}_{12} = \frac{\vec{r}_{12}}{r}$
 > 0 REPULSIVA cioè $q_1 q_2$ concordi
 < 0 ATTRATTIVA " discordi"

$\vec{E}_0 = \frac{\vec{F}_c}{q}$

$\left[\frac{\text{N}}{\text{C}} \right] = \left[\frac{\text{V}}{\text{m}} \right] = \left[\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0}{r^2} \vec{u}_{12} \right]$ dove

$q_0 =$ SORCENTE di \vec{E}^0
 $q =$ CARICA che subisce \vec{E}^0

DENSITA' LINEARE DI CARICA

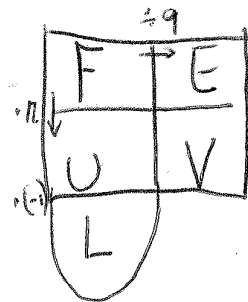
$\lambda = \frac{dq}{dl}$ $\left[\frac{\text{C}}{\text{m}} \right]$

DENSITA' SUPERFICIALE

$\sigma = \frac{dq}{dS}$ $\left[\frac{\text{C}}{\text{m}^2} \right]$

DENSITA' VOLUMICA

$\rho = \frac{dq}{dV}$ $\left[\frac{\text{C}}{\text{m}^3} \right]$
 volume



\Downarrow

$\vec{E}_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \lambda \int \frac{dl}{|\vec{r}' - \vec{r}|^2} \vec{u}_a$

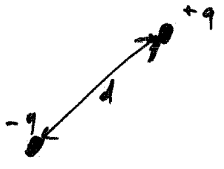
$\vec{E}_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sigma \iint \frac{dS}{|\vec{r}' - \vec{r}|^2} \vec{u}_a$

$\vec{E}_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \rho \iiint \frac{dV}{|\vec{r}' - \vec{r}|^2} \vec{u}_a$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos \theta$ SPALINE
 $\vec{a} \times \vec{b} = ab \sin \theta$ VETTORIALE

(1)

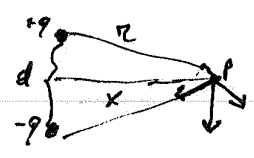
DIPOLO ELETTRICO



MOMENTO DEL DIPOLO $\vec{p} = q(B-A) \rightarrow \boxed{\vec{p} = q \cdot \vec{d}}$

verso da q^- a q^+

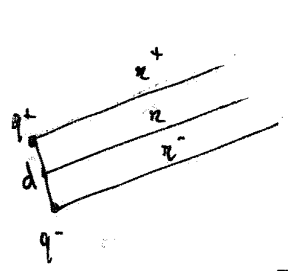
$$E_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{(r^2 + \frac{d^2}{4})^{3/2}}$$



se $x \gg d$

$$\vec{E}_p(x) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p}}{x^3} \cdot \vec{u}_x$$

$$\vec{V}_p(x) \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p}}{r^2} \cdot \vec{u}_r$$



approssimazione $r \approx \frac{r^2}{r}$

Se il dipolo è in un campo elettrico \vec{E} subisce un momento

$$\boxed{\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}_0}$$



MOMENTO MECCANICO CHE TENDE A ALLINEARE IL DIPOLO LUNGO LA DIREZIONE DI \vec{E}_0 comprendendo un angolo $L = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tau d\theta$

$$\boxed{L = -\vec{p} \cdot \vec{E}_0}$$

LEGGE DI GAUSS

FLUSSO DEL CAMP

$$\boxed{d\phi(\vec{E}_0) = \vec{E}_0 \cdot \vec{n} dS = \epsilon_0 dS \cos\theta = \vec{E}_0 \cdot \vec{dS}_0}$$

• superficie chiusa senza sorgenti

$$\boxed{d\phi_{TOT}(\vec{E}_0) = \underbrace{d\phi_{in}(\vec{E}_0)}_{<0} + \underbrace{d\phi_{out}(\vec{E}_0)}_{>0} = \phi}$$

n° linee entranti
m° linee uscenti

• superficie chiusa contenente sorgenti

$$\boxed{\phi_{TOT}(\vec{E}_0) = \frac{q_0}{\epsilon_0}}$$

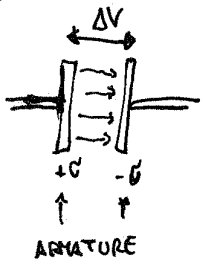
→ cariche interne!

• superficie chiusa con sorgenti sulla superficie

$$\boxed{\phi_{TOT}(\vec{E}_0) = \frac{q_0}{2\epsilon_0}}$$

Le cariche esterne non forniscono contributo al ϕ

CONDENSATORI



$$C = \frac{q}{\Delta V}$$

EFFETTO DI BORDO

vi è una concentrazione di carica ai bordi delle armature dove le linee di campo si fanno più intense



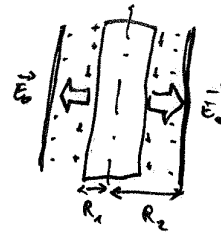
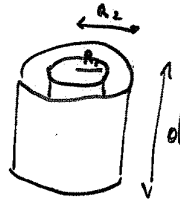
CONDENSATORE PIANO

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{d}$$



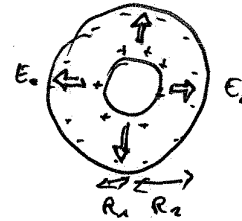
CONDENSATORE CILINDRICO

$$C = 2\pi \epsilon_0 \frac{d}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$$



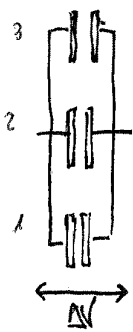
CONDENSATORE SFERICO

$$C = 4\pi \epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$



CONDENSATORI IN PARALLELO

tutti i condensatori hanno la stessa ΔV



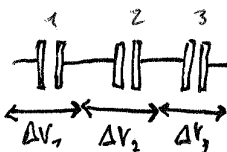
$$C_{TOT} = C_1 + C_2 + C_3$$

$$Q_{TOT} = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V_3$$

tutti i condensatori hanno la stessa carica q sulle armature

CONDENSATORI IN SERIE



$$\frac{1}{C_{TOT}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

$$Q_1 = Q_2 = Q_3$$

$$\Delta V_{TOT} = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3$$

CONDENSATORI CON DIELETTRICO

rispetto al vuoto (ΔV_0), i condensatori con dielettrico presentano una ΔV più bassa (ΔV_K) si definisce

COSTANTE DIELETTRICA RELATIVA

$$K_e = \frac{\Delta V_0}{\Delta V_K} > 1$$

in particolare $\Delta E = E_0 - E_K = E_0 - \frac{1}{K_e} E_0 = \frac{K_e - 1}{K_e} E_0$

dove

SUSCETTIVITÀ ELETTRICA DI UN DIELETTRICO

$$\chi_e = K_e - 1$$

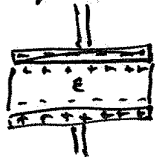
$$E_K = E_0 - \frac{K_e - 1}{K_e} E_0 = \frac{1}{K_e} E_0 - \frac{1}{K_e} \frac{K_e - 1}{K_e} E_0$$

DENSITÀ SUPERFICIALE DI CARICA DI POLARIZZAZIONE

$$\sigma_p = \frac{K_e - 1}{K_e} \sigma_0$$

dovuta alla polarizzazione del dielettrico in presenza dell'armatura e effetto del \vec{E}_0

il campo elettrico all'interno di un condensatore con dielettrico si può interpretare come la sovrapposizione del campo elettrico generato fra le armature e il vuoto e il campo elettrico generato da una distribuzione superficiale di cariche di polarizzazione, localizzate sulle superfici a contatto con le armature cariche di segno opposto a quelle presenti sulle armature.



$$\vec{E}_K = \vec{E}_0 + \vec{E}_p$$

$$E = K_e \cdot E_0$$

COSTANTE DIELETTRICA ASSOLUTA

CAPACITÀ CONDENSATORE DI DIELETTRICO

$$C_K = \epsilon \frac{S}{d} \rightarrow C_0 = \epsilon_0 \frac{S}{d}$$

CAPACITÀ CONDENSATORE CON VUOTO

RESISTENZA DIELETTRICA

massimo valore di un campo elettrico applicato ad un dielettrico senza che avvengano scariche al suo interno

VUOTO $K_e = 1$
 $\chi_e = 0$
 $E = E_0$

↳ DIELETRICI DI FORMA QUALSIASI

lo dividiamo in elementi infinitesimi dV in ognuno di quali lo studiamo

densità superficiale $\sigma_p = \frac{dq_p}{dS}$ ricordando che $dq_p = \mathcal{P} dS_0$

step $\boxed{\vec{\sigma}_p = \vec{\mathcal{P}} \cdot \vec{n}}$

cioè la densità superficiale di polarizzazione σ_p è uguale alla componente normale del vettore di polarizzazione $\vec{\mathcal{P}}$ nel punto considerato della superficie

con il teorema della divergenza step poi $\boxed{\text{div } \vec{\mathcal{P}} = 0}$

VECTORE POLARIZZAZIONE $\vec{\mathcal{P}}$ è SOLENOIDALE

• POLARIZZAZIONE NON UNIFORME

$\vec{\mathcal{P}}$ non è costante nel dielettrico

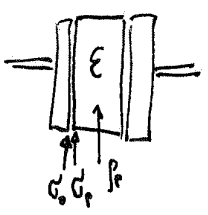
$\rho_p = -\text{div } \vec{\mathcal{P}}$

densità volumica di polarizzazione

in un dielettrico non uniformemente polarizzato compaiono cariche di polarizzazione sia superficiali $\sigma_p = \vec{\mathcal{P}} \cdot \vec{n}$ sia volumiche $\rho_p = -\text{div } \vec{\mathcal{P}}$ ed entrambe le distribuzioni contribuiscono, in tutti i punti esterni al dielettrico, a definire il campo e il potenziale elettrostatico

⇒ POTENZIALE OTTENUTO A UN DIELETTRICO PUNZATO

$V_{\text{TOT}} = V_{\text{LIB}} + V_{\sigma_p} + V_{\rho_p}$



INDUZIONE DIELETRICA

$\boxed{\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{\mathcal{P}}}$

$\boxed{\text{div } \vec{D} = \rho_0}$

$\boxed{\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = q_0}$

il flusso del vettore D , attraverso qualsiasi superficie gaussiana dipende SOLO dalle cariche libere q_0 e NON da quelle di polarizzazione q_p

q_0 SONO NOTE

q_p SI CALCOLANO CONOSCENDO q_0

se le cariche libere q_0 non ci sono $q_0 = 0$

$\text{div } \vec{D} = 0$

⇒ INDUZIONE DIELETRICA È SOLENOIDALE

$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = 0$

URCIT = 0

TENSIONE e F.E.M.

$$\int_A^B \vec{E}_0 \cdot d\vec{l} = \Delta V$$

PER UN CAMPO CONSERVATIVO $\Rightarrow \oint \vec{E}_0 \cdot d\vec{l} = \int_A^B \vec{E}_0 \cdot d\vec{l} + \int_B^A \vec{E}_0 \cdot d\vec{l} = \Delta V - \Delta V = 0$

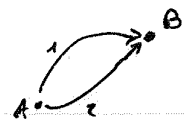
$$\oint \vec{E}_0 \cdot d\vec{l} = 0$$

TENSIONE

$$\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = \gamma$$

PER UN CAMPO NON CONSERVATIVO

$$\Rightarrow \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \gamma_1 - \gamma_2 = \xi$$



$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \sum \mathcal{E}$
 SO SOMMA!
 $\Rightarrow \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \sum \mathcal{E}$
 NON HA CAPO!

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \xi$$

FORZA ELETTROMOTRICE

prodotta da una \neq corrente!

CONDUZIONE ELETTRICA

CONDUTTORI METALLICI solidi il cui reticolo ha nei vertici degli ioni $+$ e all'interno un mare di e^- che si muovono in maniera disordinata e casuale $\Rightarrow \langle v \rangle = 0$
 se 2 conduttori sono a contatto si ha il fenomeno \rightarrow TRANSIENTE di un non spontaneo ordinato di e^- dal conduttore a $V <$ a quello a $V >$ \leftarrow CORRENTE ELETTRICA

f.e.m. GENERATORE di FORZA ELETTROMOTRICE dispositivo che permette di mantenere un ΔV tra due conduttori x un tempo lungo. \rightarrow si ha CONDIZIONE di EQUILIBRIO DINAMICO (non + ELETTROSTATICA)
 GENERATORE \rightarrow si trasforma in chimica in un elettrico & mantenere in moto gli e^-

CONDIZIONE $\left\{ \begin{array}{l} \text{GAS non conduttore se non IONIZZATI} \\ \text{LIQUIDI conduttori se con sali dissociati} \end{array} \right.$ PORTATORI DI CARICA

RESISTENZA ELETTRICA azione esercitata dalle forze passive agenti sugli e^-

INTENSITA' DI CORRENTE ELETTRICA

$$i = \frac{dq}{dt}$$

quantità di carica nell'unità di t \rightarrow

$$[A] = \left[\frac{C}{s} \right] \text{ ampere}$$

VECTORE DENSITA' DI CARICA

$$\vec{j} = nq\vec{v}_d$$

PER I CONDUTTORI METALLICI $\vec{j} = -m \cdot e \cdot \vec{v}_d$

n particelle di carica

\vec{v}_d VELOCITA' DI DERIVA dovuta a \vec{E}
 $\neq \vec{v}_r$ VELOCITA' TERMICA dovuta a agitazione termica

DENSITA' DI CORRENTE

$$di = \vec{j} \cdot \vec{n} dS_0 = \vec{j} \cdot d\vec{S}_0$$

$i = \oint \vec{j} \cdot d\vec{S}$ \rightarrow FANNO VETTORE DENSITA' DI CORRENTE ATTRAVERSO LA SUPERFICIE

CONDIZIONE moto dei PORTATORI DI CARICA POSITIVA da un punto a $V >$ a uno a $V <$

POTENZA DISSIPATA

$$P = \frac{dL_{TOT}}{dt} = \vec{E} \cdot \vec{j}$$

$$P = \vec{E} \cdot \vec{j} = \int \vec{j}^2 = \sigma \vec{E}^2$$

energia ceduta al reticolo dagli elettroni che urtano e determinano un innalzamento della temperatura (ceduta dal conduttore all'ambiente)

EFFETTO JOULE:

$$= Ri^2$$

● conduttore a SEZIONE COSTANTE (CALIBRA)

RESISTENZA ELETTRICA del RESISTORE

$$R = \rho \frac{l_0}{S_0}$$

⇒ LEGGE DI OHM

$$\Delta V = Ri$$

● conduttore a SEZIONE VARIABILE

$$R = \int_0^{l_0} \rho \frac{dl}{S}$$

la legge di OHM invece resta uguale

EFFETTI TERMICI

quando $T \rightarrow 0K$
per i SUPERCONDUTTORI

RESISTIVITÀ $\rho \rightarrow$ viscosità cost

ne $T \rightarrow 0K$ $\rho \rightarrow 0 \Rightarrow \sigma \rightarrow \infty$ max

quando la costante $\lambda = \rho S_0$ attraversa un conduttore calibro S_0 di lunghezza l_0 la potenza spesa a mantenere gli e^- è

$$P = Ri^2$$

ricavato con legge OHM

~~la potenza dissipata~~

$$P = i \Delta V = \frac{(\Delta V)^2}{R} = Ri^2$$

MAGNETISMO

MAGNETI mimergli capaci di attrarre a se' oggetti: (di Fe e contenenti) presso i loro POLI MAGNETICI
 essi sono assimilati a DIPOLI MAGNETICI

Campo magnetico \vec{B} direttamente connesso al campo elettrico \vec{E} (si generano a vicenda)
 \Rightarrow si parla di Campo elettro-magnetico

LINEE DI CAMPO linee chiuse orientate da polo nord \oplus a polo sud \ominus
 n° linee in ingresso = n° linee in uscita $\Rightarrow \vec{B}$ solenoidale

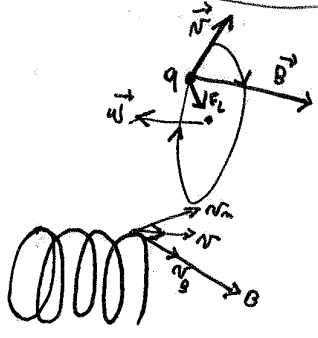
FORZA MAGNETICA su una carica q in moto
FORZA DI LAPORTE $\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}$

essa provoca una TRAJETTORIA CIRCOLARE con rispetto di CURVATURA
 con VELOCITA' ANGOLARE

$$\omega = \frac{qB}{m}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \frac{m}{qB}$$

$$R = \frac{mv}{qB}$$



in realtà c'è una velocità $\vec{v}_m \perp \vec{B}$ e una $\vec{v}_0 \equiv \vec{B}$
 \Rightarrow la TRAJETTORIA E' ELLISSOIDALE

• invece la FORZA MAGNETICA su un CONDUTTORE percorso da corrente i

LEGGE DI LAPICE $d\vec{F} = i d\vec{l} \times \vec{B}$ $\Rightarrow F_{TOT} = i \vec{l} \times \vec{B}_{TOT}$

\Rightarrow FORZA MAGNETICA dipende solo da \vec{v}_B e non da $\vec{v}_{termica}$ \Rightarrow esiste solo in relazione a \vec{E}

• CONDUTTORE RETTILINEO PIANO

$$F = i \cdot l_0 \cdot B$$

• CONDUTTORE CURVILINEO PIANO

$$F = i \int_A^B d\vec{l} \times \vec{B} = i (\vec{B} - \vec{A}) \times \vec{B}$$

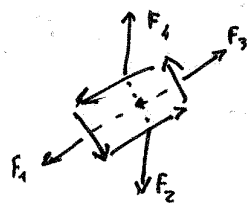
vettore che collega A con B



\Rightarrow la forza magnetica su un conduttore curvilineo non dipende dalla forma del conduttore ma solo dai 2 estremi

SPIRA

• SPIRA percorsa da corrente



F_1 e F_3 si annullano
 F_2 e F_4 usano un MOMENTO RESCANO

(B)

generato da una
 → CARICA IN MOTTO

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q}{r^2} (\vec{v} \times \vec{M}_a)$$

il corrispondente campo elettrico generato è $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{M}_a$
 sostituendo su otteniamo $\vec{B} = \epsilon_0 \mu_0 \vec{v} \times \vec{E}$

dove $\epsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2}$ → VELOCITÀ DELLA LUCE NEL VUOTO

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

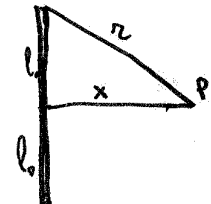
$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{1}{c^2} \vec{v} \times \vec{E}$$

~~CAMPO MAGNETICO = VETTORE INDUZIONE MAGNETICA (si genera)~~

generato da un
 → CONDOTTORE PERICOLO DA CORRENTE

di LUNGHEZZA FINITA $2l_0$

$$B_p = \frac{\mu_0 i_0}{2\pi x} \frac{l_0}{\sqrt{l_0^2 + x^2}}$$



LUNGHEZZA INDEFINITA

perpendicolare al diametro

RELAZIONE DI BIOT-SAVART

$$B_p = \frac{\mu_0 i_0}{2\pi x}$$

↑ al filo!

→ SPIRA CIRCOLARE

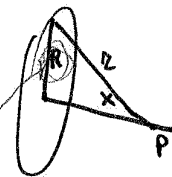
nel centro

$$B_s = \frac{\mu_0 i}{2R}$$

SULL'ASSE

$$B_p = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{M}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

momento magnetico = $i S \vec{n}$



// asse

→ SOLENOIDE

filo conduttore avvolto ad elica cilindrica di piccolo passo e raggio di curvatura $R \rightarrow \infty$

$$B_p = \frac{\mu_0}{2} m i_0 \left(\frac{l_0 + 2x}{\sqrt{4R^2 + (l_0 + 2x)^2}} + \frac{l_0 - 2x}{\sqrt{4R^2 + (l_0 - 2x)^2}} \right)$$

⇒ AL CENTRO DEL SOLENOIDE $B_0 = \mu_0 m i_0 \frac{l_0}{\sqrt{4R^2 + l_0^2}}$

DI LUNGHEZZA INDEFINITA $l_0 \gg R$

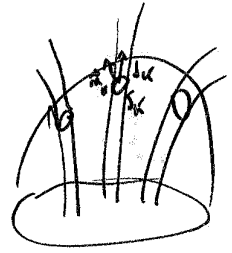
$$B = \mu_0 m i_0$$

nel punto interno al solenoide!
 // asse solenoide!

$m = \frac{N}{l_0}$ n° SPIRE x UNITÀ di lunghezza

↳ FORMULAZIONE DIFFERENZIALE

partendo dalla formula integrale $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_k i_k$
 e supponendo che $i_k = \iint_{S_k} \vec{j}_k \cdot \vec{m}_k \cdot d\vec{S}_k$



le sezioni S_k di conduttori con densità di corrente \vec{j}_k
 sono rappresentate dalle intersezioni di sol.
 fili con una qualsiasi superficie avvolta come
 contorno la linea di una che ho scelto (es. cilindro.)

$$\Rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_k \iint_{S_k} \vec{j}_k \cdot \vec{m}_k \cdot d\vec{S}_k = \mu_0 \iint_{S_k} \vec{j} \cdot \vec{m} \cdot d\vec{S}$$

e applico il TEOREMA DEL ROTORE o di STOKES dopo

(al 1° membro $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$)

$$\boxed{\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j}}$$

vale solo x correnti stazionarie

INDUZIONE e AUTOINDUZIONE

una corrente circolante in un circuito genera un campo magnetico, che determina
 un flusso concatenato con gli altri circuiti vicini e un reattore

con 2 circuiti ① e ②

FLUSSO NEL CIRCUITO 1 SUI CIRCO 2
 cioè flusso generato da B_1 creato
 dal circuito 1 nella superficie S_2
 del circuito 2

$$\Phi_2(\vec{B}_1) = M i_1$$

[W] weber

" " 2 " 1

$$\Phi_1(\vec{B}_2) = M i_2$$

dove $M =$ COEFFICIENTE DI MUTUA INDUZIONE

$$M_{x1} = \iint_{S_1} \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_1} \frac{d\vec{l}_x \times \vec{r}_{12}}{r_{12}^2} \right) \cdot \vec{m}_y \cdot d\vec{S}_y$$

per (metodo vettoriale)

dove $x=1 \Rightarrow y=2$
 $x=2 \Rightarrow y=1$

se il flusso è concatenato col circuito stesso
 nel caso di 1 solo circuito

$$\boxed{\Phi_1(\vec{B}_1) = L i_1}$$

dove L è M senza apici xy

QUANDO È CONCATENATO
 CON SE STESSO

MATERIALI FERROMAGNETICI $B_m \gg B_0 \Rightarrow \kappa_m \gg 1$

MATERIALI PARAMAGNETICI $B_m \approx B_0 \Rightarrow \kappa_m \approx 1$ (leggermente)

MATERIALI DIAMAGNETICI $B_m \approx -B_0 \Rightarrow \kappa_m \ll 1$

la magnetizzazione ha verso opposto al campo esterno!

la differenza tra il campo magnetico tot di quando tra le spine del solenoide ha un effetto con permeabilità κ_m e quando non c'è nulla è

$$B - B_0 = \kappa_m B_0 - B_0 = B_0 (\kappa_m - 1) = \chi_m B_0$$

dove $\chi_m = \kappa_m - 1$ SUSCETTIVITÀ MAGNETICA del materiale

quando un corpo si magnetizza crea un campo magnetico B_m che può essere associato al moto dei nei elettrici \rightarrow CORRENTI APPARENTE SUPERFICIALI DI MAGNETIZZAZIONE

$$\vec{M} = \frac{dm}{dV}$$

VELOCE DI INTENSITÀ DI MAGNETIZZAZIONE

MAGNETIZZAZIONE

momento magnetico x unità di volume

MAGNETIZZAZIONE UNIFORME

se $M = \text{cost}$ nel volume V posso pensare che i contributi vicini si annullano \Rightarrow volume si avvicina a spira (\times Ampère)



$$dm = M dV = M S dz \vec{u}_z = di_m S \vec{u}_z$$

corrente di magnetizzazione

$$\Rightarrow i_m = \int_0^L M dz = ML$$

$$\Rightarrow M = \frac{i_m}{L} = \vec{J}_{m,s}$$

per i moduli

RELAZIONE DI CORRENTE

SUPERFICIALI DI MAGNETIZZAZIONE

$$\vec{J}_{m,s} = \vec{M} \times \vec{n}$$

accurate.

$$\oint \vec{M} \cdot d\vec{l} = i_m$$

MAGNETIZZAZIONE NON UNIFORME

in tale situazione non posso avvicinarmi dV a spira

\Rightarrow uso Stokes

$$\Rightarrow \text{rot } \vec{M} = \vec{J}_{m,p}$$

EQUAZIONI DI MAXWELL (per fenomeni stazionari)



$\text{div } \vec{D} = \rho_0$	$\text{div } \vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho_0$	$\text{div } \vec{B} = 0$...
$\text{rot } \vec{E} = 0$	$\text{rot } \vec{H} = \vec{j}_0$	$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j}_0$	$\text{rot } \vec{H} = \vec{j}_0$

per un dielettrico polarizzato: $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$

per un mezzo magnetizzato: $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$

FARADAY - HENRY \Rightarrow variazione $\vec{B} \Rightarrow \vec{E}$ non conservativo
 variazione $\vec{E} \Rightarrow \vec{B}$ \Rightarrow \vec{E} e \vec{B} sono legati tra loro \rightarrow CAMPO ELETTROMAGNETICO

LEGGI DI LENTZ

$$\sum \vec{E}_i = - \frac{d\phi(\vec{B})}{dt}$$

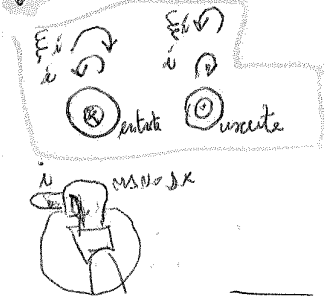
CAMPO ELETTROSTATICO INDOTTO (EFFETTO ①) variaz. $\phi(\vec{B})$

$$\vec{i}_i = - \frac{1}{R} \frac{d\phi(\vec{B})}{dt}$$

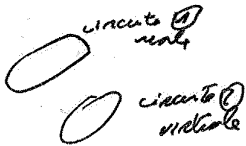
effetto ②

$$\Phi_2(\vec{B}) = \int \vec{B}_1 \cdot d\vec{S}_2$$

FLUSSO DI \vec{B}_1 ATTRAVERSO S_2



$\frac{d\phi(\vec{B})}{dt}$ ottenibile nei casi:



- CIRCUITO ② RIGIDO \rightarrow B uniforme \rightarrow ROTAZIONE RIGIDA
- \rightarrow B non unif \rightarrow SOSTANTO QUALSIASI
- CIRCUITO ② DEFORMABILE \rightarrow SEAPRE
- CIRCUITO ② FISSO \rightarrow B uniforme \rightarrow in presenza di un MATERIALE FERROMAGNETICO
- \rightarrow $\mu_{rel} = cost \rightarrow$ variazione di i nel circuito ①

Δ i e ℓ - perché il \vec{E} tende sempre ad opporsi alla variazione di ℓ ha presenza \Rightarrow tutto ciò che mantiene il sistema isolato

circuito ① genera campo elettromagnetico, in caso circolare $i \Rightarrow i$ crea B
 \Rightarrow lungo il circuito ② virtuale (che può essere anche solo una linea di spinta da un effetto fenomenologico nell'aria) i ha una $\frac{d\phi(\vec{B})}{dt}$
 \Rightarrow si genera i_i

FORMAZIONE INDUZIONE

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$



x fenomeni variabile

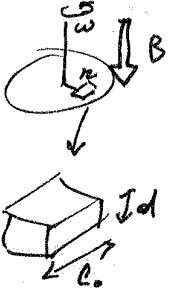
- se una η vuole si considera la variazione di B nel tempo
- q vuole si considera un \vec{E} dato dal moto d'un circuito in un B

CORRENTI PARASSITE DI FOUCAULT

il moto di un conduttore in un campo magnetico \vec{B} genera un flusso $\Phi(B)$ e la sua variazione genera un campo indotto \vec{E}_i la cui variazione si oppone a $\Phi(B) \Rightarrow$ genera una corrente e la potenza dissipata $P = Ri^2$ crea un riscaldamento notevole unito nei FORNI A INDUZIONE (dove si fondono metalli con \vec{B} variabile nel T ad alta frequenza)

FRENO ELETTROMAGNETICO

un elettromagnete sotto la vettura vicino ai binari genera correnti parassite nelle rotaie (conduttrici) con \vec{E}_i che si oppone al movimento frenando il mezzo.



$$i_i = - \frac{1}{\rho} \frac{d\Phi(B)}{dt}$$

correnti parassite di FOUCAULT

LEGGI DI FARADAY

in un circuito con resistenza R

$$i_i = - \frac{1}{R} \frac{d\Phi(B)}{dt} \rightarrow R i dt = - d\Phi(B)$$

$$R \int_0^t i dt = - \int \frac{d\Phi(B)}{dt} dt = - \Phi(B) = \Phi_i - \Phi_f$$

$$q_{TOT} = \frac{1}{R} [\Phi_i(B) - \Phi_f(B)]$$

$$i = \frac{dq}{dt}$$

x mi muovo il \vec{B} in un luogo (x variabile)
 in una sonda = bobina con N avvolgimenti di raggio superficie S $\Phi(B) = NBS$
 si introduce la sonda nella zona da misurare dove \vec{B} è diverso e si tira dopo
 in una zona dove $\Phi(B) = 0$

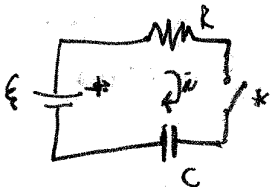
x FELICIA

$$q_{TOT} = \frac{NBS}{R}$$

$$B = \frac{N q_{TOT} S}{R}$$

funzionamento APPROPRIATO?

CIRCUITO (RC)



$$\Delta V_{TOT} = \text{Somma } \Delta V \text{ in ogni tratto (tutto } x = 0)$$

$$\Delta V > 0 \quad \text{+ arriva energia}$$

$$\Delta V < 0 \quad \text{consumata energia}$$

COSTANTE CAPACITIVA DI TEMPO

$$\tau_c = RC$$

resistenza + capacità condensatore = cost

ATTENZIONE SPAZI x CARICARE condensatore

$$P_c = P_{in} - P_R \Rightarrow P_c = P_R$$

cioè il rendimento ottimale è quando la potenza del condensatore = pot. dissipata

cioè il 50% dell'energia si accumula dal condensatore e il 50% va dissipata x effetto joule della cond.

(non occorre passare a dimensioni minime) (B)

ENERGIA INTRINSECA della corrente = ENERGIA CAMPO MAGNETICO alla fine del processo
 energia spesa x contrattare la
 f.e.m. indotta (da generatore)

$$U_{\text{intrinseca}} = U_M = \frac{1}{2} L i^2$$

induttanza

DENSITA' DI EN MAGNETICA x VALORI DI VARIABILI
 $\mu_e = \frac{U_M}{W}$

$$\mu_{\text{mag}} = \frac{B^2}{2 \mu_0}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \mu_e = \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D} \\ \mu_{\text{mag}} = \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H} \end{cases}$$

μ per campo elettrico
 μ per campo magnetico

PRESSIONE ELETTROSTATICA

$$p_e = \frac{F_e}{S} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 = \mu_e$$

PRESSIONE MAGNETICA

$$p_m = \frac{F_m}{S} = \frac{1}{2} \mu_0 H^2 = \mu_m$$

non sarebbe $\frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0}$? P. 83

COEFFICIENTE DI AUTOAINDUZIONE
 x circuiti

$$M = \frac{\phi_{21}}{i_1} = \frac{\phi_{12}}{i_2}$$

flussi concatenati

CORRENTI NON STAZIONARIE

$$\Rightarrow M = \sqrt{L_1 \cdot L_2}$$

invariante

$M > 0$ generatore campo L
 aumenta U_M
 $M < 0$ generatore campo L
 diminuisce U_M

per correnti STAZIONARIE si definisce

$\text{div } \vec{j} = 0 \Rightarrow \vec{j}$ è conservativo ma x le correnti NON STAZIONARIE

tra le armature del condensatore non vi è coppia reale

$\text{div} = \text{carica}$, $\Rightarrow \vec{j}$ non si conserva quindi devo rinviare le

relazioni (maxwell) x fenomeni NON STAZIONARI (infatti i_0 attuale = $+\frac{dq}{dt}$)

che già c'è. la corrente virtuale che trasporta carica adolettica è causata dalla variazione di \vec{E}

CORRENTE DI SPORTEGGIO

$$i_s = \epsilon_0 \frac{d\phi(\vec{E})}{dt}$$

definita dalla
 derivata di corrente
 di spostamento

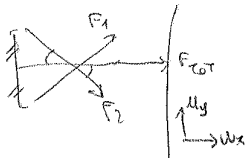
$$i_s = \iint_{S_2} \vec{J}_s \cdot \vec{n} dS$$

CONTINUITA' TOTALE DI CORRENTE

$$\begin{cases} \vec{J}_{\text{TOT}} = \vec{J}_0 + \vec{J}_s \\ \vec{J}_{\text{TOT}} = \vec{J}_0 + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{cases}$$

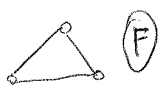
derivata di corrente di conduzione?
derivata di corrente di spostamento

RICORDARSI DI COMPORRE LE FORZE SECONDO I VETTORI CORRISPONDENTI

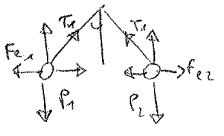


$F_1 = F_2 = F \cdot \cos\theta \rightarrow F_{tot} = 2F \cos\theta$

⚠️ NON COMPORRE LE GRANDEZZE NON VETTORIALI (V.)



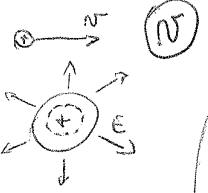
(F) NEGLI ES IN CUI SI CHIEDE LA POSIZIONE DI EQUILIBRIO DI UNA CARICA STUDIARE SOLO LE FORZE APPLICATE AD ESSA



IN UN SISTEMA SIMETRICO COSÌ NON SERVE ATTENDERE A SISTEMARE TUTTE LE FORZE, PENSANDO SI ANNULLANO A PAIA A PAIA → CONSIDERARE SOLO MEZZO SISTEMA

PER CALCOLARE LA VELOCITÀ DI PARTICOLE ELETTRICizzate IN UN CAMPO ELETTRICO USARE IL PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA

$(U_e + K)_i = (U_e + K)_f$



(E) PER CALCOLARE UN CAMPO ELETTRICO DOVUTO A UNA DISTRIBUZIONE DI CARICA CHE NON CONOSCO USO IL TEOREMA DI GAUSS
 PONENDO SUPERFICIE EQUIPOTENZIALI (i) CON $r > 0 < \infty$
 R della SFERA POI EGUAGLIO LE DUE FORMULE CONSERVANDO CHE NELLA 2a SI RIFERISCE ALLA SUPERFICIE DELLA GAUSSIANA SCELTA e nella 1a $q = \lambda S = \rho V$
 V o S SI RIFERISCE A QUELLO CHE CONTIENE LE CARICHE INTERNE:
 se ⊕ è LA GAUSSIANA se ⊙ è LA SFERA



(ΔV) PER CALCOLARE I POTENZIALI DI UNA DISTRIBUZIONE FACCIAMO UN RAGGIO DA UN PUNTO ALL'ALTRO RI ORDINANDOLI CHE SI CONSIGLIA DI USARE VOME $V_B = V_{\infty}$ che è sempre $V_{\infty} = 0$ e QUINDI SEMPRE I CALCOLI

$\Delta V = V_B - V_A = - \int_A^B E_B dz$

$V_{\infty} = 0$



(L) PER CALCOLARE IL L COMPITO DA UN GENERATORE MI CONVIENE USARE LA FORMULA

$P = \frac{dL}{dt} = i \mathcal{E}$

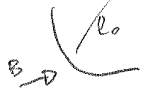
CALCOLO QUINDI LA POTENZA, POI CALCOLO $i = \frac{\mathcal{E}}{R}$

SOSTITUENDO OTTIENGO

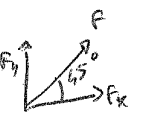
$P = \frac{dL}{dt} = \frac{\mathcal{E}^2}{R}$

$dL = \frac{\mathcal{E}^2}{R} dt$

ORA POSSO RICAVARE L INTEGRANDO RISPETTO A t FACENDO INTRODUCENDO UNA $N = \frac{\mathcal{A}}{E}$



(B) SE IN UN ES DEVO CALCOLARE IL B NECESSARIO A DEFORMARE UNA TRAIETTORIA RETTILINEA DI 90° CONSIDERO IL RAGGIO DI CURVATURA = l_0
 POI CONSIDERO CHE $a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{N^2}{l_0}$ CALCOLO LA FORZA CENTRIFUGA $F = m \cdot a_c$
 E ISOLO N → ⚠️ SENDE CHE HO $N_f = 0 \Rightarrow m_i \rightarrow$ SEMPRE USARE IL TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA $\Delta K = L = q \Delta V$



SE IN UN ES DEVO TROVARE IL VALORE DI X AFFIANCO UNA FORZA SIA ORIENTATA A 45° ALLORA BASTA PORRE $F_x = F_y$
 → LAVORARE SULLE COMPOSIZIONI DELLA FORZA



PER CALCOLARE I CAMPI MAGNETICI CHE NON CONOSCO POSSO USARE LA FORMULA

$B = \frac{\mu_0}{4\pi} i_0 \frac{dl \times \vec{r}_0}{r^2}$

LEGGE DI LAPLACE → RICORDARSI CHE $dl = r d\theta$

OPPURE POSSO USARE LA LEGGE DI AMPÈRE $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i$ POI ISOLO B

⚠️ Ricordo che se B ed i non sono \parallel o \perp CALCOLO IL MOD SCALARE $\vec{B} \cdot \vec{i} = B \cdot i \cdot \cos\theta$.

Se DEVO CALCOLARE $\Phi_2(B_1) = B_1 S_2$ DEVO RICORDARMI DI MOLTIPLICARE
 $\Phi_1 \cdot M_1$ PERCHÉ IL CAMPO MAGNETICO È GENERATO DA M_1 SPIRE e di MOLTIPLICARE
 $S_2 \cdot M_2$ PERCHÉ CI SONO M_2 SPIRE SU CUI AGISCE IL FLUSSO

N_2

PER CALCOLARE N REGIONE UOÈ IL VALORE AL QUALE $N = \cos t$
 DEVO PORRE TUTTE LE FORZE AGENTI SUL CORPO = 0 $F_{\text{TOT}} = 0$

OPPURE $P_{\text{mecc}} = mgh$ OPPURE PONGO $a = 0$ DOPO AVERLA TROVATA

LA FORZA DA APPLICARE AFFINCHÉ SI RAGGIUNGA, SE C'È SOLO LA $F_m = i \ell B$

È $F = -i \ell B$ x TROVARE LA POTENZA DISSIPATA DA ESSA FACILIO $L = F \cdot ds$

MA MI ACCORGO CHE LA POTENZA NECESSARIA SVILUPPATA DA UNA FORZA F
 x MANTENERE $N = \cos t$ È UGUALE A QUELLA DISSIPATA x EFFETTO JOULE DALLA i



PER CALCOLARE INDUTTANZA E ENERGIA MAGNETICA IN UN TUBO COASSIALE
 PRIMA CALCOLO B con LEGGE DI AMPERE SU UNA SEZIONE OTTENENDO

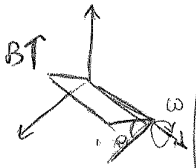
$B(r) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r}$ POI USO LA FORMULA $\left[U_m = \frac{dU_m}{dW} = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} \right]$ e CALCOLO

$U_m \rightarrow$ MOLTIPLICO PER $dW = 2\pi r h dr$ e OTTENGO U_m

DOPO AVER INTEGRATO TRA r_1 e r_2 INFINE CALCOLO INDUTTANZA con

$U_m = \frac{1}{2} L i^2$

ATTENZIONE ALLE DERIVATE



SE HO UNA SPIRA CHE RUOTA e QUINDI NON CAMBIA NE B NE a NE b
 PER IL FLUSSO SOPRA CHE È $\Phi(B) = B \cdot S = ab B \cos \theta$

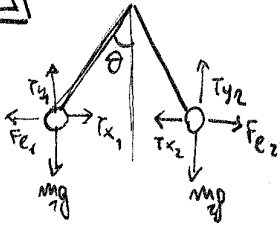
MA $\theta = \omega t \rightarrow \Phi(B) = ab B \cos \omega t$

ORA MI ACCORGO CHE $\mathcal{E}_a = \frac{d\Phi(B)}{dt}$ NON È SUFFICIENTE CHE LA DERIVATA DEL
 FLUSSO POSSA RISPETTO A B

$\Rightarrow \mathcal{E}_a = \frac{d(ab B \cos \omega t)}{dt} = ab \omega B \sin \omega t$



megli esercizi scomporre le forze lungo x e y e parte uguale alla risultante



$$\begin{cases} x \rightarrow -F_{e1} + T_{x1} - T_{x2} - F_{e2} = 0 \\ y \uparrow T_{y1} + T_{y2} - m_1g - m_2g = 0 \end{cases}$$

annunciando uguali: masse e cariche scopro che

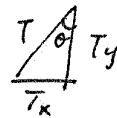
$$F_{e1} = F_{e2} \quad T_{x1} = T_{x2} \quad T_{y1} = T_{y2} \quad m_1g = m_2g$$

$$\begin{cases} x \rightarrow -F_e + T_x - T_x = 0 \\ y \rightarrow 2T_y - 2mg = 0 \end{cases}$$

ma con il primo membro della sistema non serve a nulla allora passo che con il secondo nelle meta' pero quindi solo

$$\begin{cases} x \rightarrow -F_e + T_x = 0 \quad (\text{dipendi } x) \\ y \uparrow T_y = mg \end{cases}$$

per calcolo



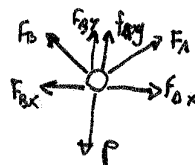
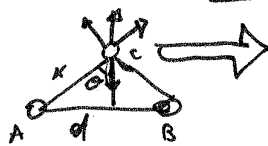
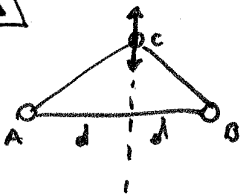
$$\begin{aligned} T_x &= T \sin \theta \\ T_y &= T \cos \theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T &= \frac{mg}{\cos \theta} \\ F_e = T_x &= T \sin \theta = \frac{mg \sin \theta}{\cos \theta} = mg \tan \theta \end{aligned}$$



megli esercizi in cui si chiede di trovare la posizione di equilibrio di una conica C in un sistema di cariche A e B o viceversa mettere a sistema

Solo le forze agenti sulla conica considerata!



$$\begin{cases} x \rightarrow -F_{bx} + F_{bx} = 0 \rightarrow F_{bx} = F_{bx} \\ y \uparrow F_{by} + F_{by} - P = 0 \\ \downarrow \ominus \\ 2F_{by} = P \end{cases}$$

1) DISCUTERE LA ~~FORZA~~ IN FUNZIONE DELLA POSIZIONE

2) ABBIAMO SOLO PARAMETRI ANGOLARI POSSIAMO DISCUTERE QUELLO

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{d^2} \cos \theta \rightarrow \text{discuto } \cos \theta \text{ perché } d \text{ è prima e non variabile}$$

o invece lo

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{x^2} \cos \theta \rightarrow \text{ma posso discutere solo } \theta \text{ perché } x \text{ è variabile} \Rightarrow$$

$$\text{trasformo } \cos \theta \text{ in } f(x) \quad \sqrt{x^2 - d^2} \quad \theta$$

$$\cos \theta = \frac{x}{\sqrt{x^2 - d^2}}$$

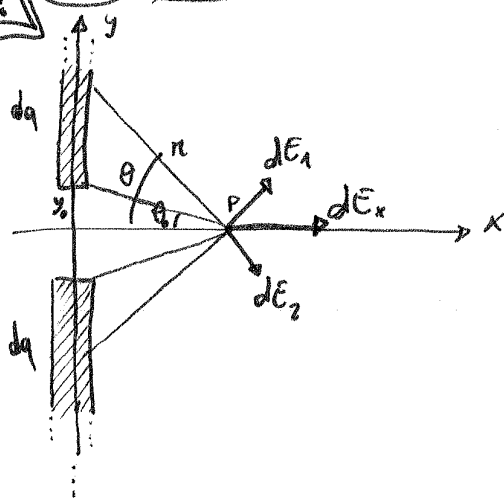
poi studio la funzione ottenuta con le derivate prima x vede dove si annulla e poi con le seconde x la concavità, infine scopro in che intervalli la forza si annulla (a Weierstrass)

Ex 16 SOMMA DISTRIBUZIONE LINEARE di CARICA!

calcolare $E(\theta)$ dato da 2 distribuzioni: ∞ linee di carica

so che $\lambda = \frac{dq}{dl} \rightarrow dq = \lambda dl$

in questo caso $dq = \lambda dy$ perché le distribuzioni sono nell'asse y



$$\Rightarrow dE_1 = dE_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dy}{r^2}$$

dato che c'è simmetria nella distribuzione $d\vec{E}_{TOT} = d\vec{E}_1 + d\vec{E}_2 = 2d\vec{E}$

per passare ai moduli devo moltiplicare x il coseno

$$E_x = |d\vec{E}| \cos \theta$$

$$\Rightarrow dE_x = 2 dE \cos \theta$$

$$\Rightarrow E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} 2\lambda \int \frac{1}{r^2} \cos \theta dy$$

se lavorassi in dy dovrei usare come estremi di integrazione $(-\infty, -d_0] \cup [d_0, +\infty)$ per spaziarla tutta la distribuzione lineare, e ottenere un integrale improprio difficile da gestire \Rightarrow trasformo dy in dtheta per lavorare con gli estremi $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \cup [\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$

nota che poi cerco di trovare $\frac{1}{r^2}$ in funzione di theta (così cioè che sta nel mio integrale)

$y = x \tan \theta \rightarrow \frac{dy}{d\theta} = \frac{x}{\cos^2 \theta} \rightarrow dy = \frac{x}{\cos^2 \theta} d\theta$

$x = r \cos \theta \rightarrow \frac{1}{r} = \frac{\cos \theta}{x} \rightarrow \frac{1}{r^2} = \frac{\cos^2 \theta}{x^2}$

$$\Rightarrow \int \frac{1}{r^2} \cos \theta dy = \int \frac{\cos^2 \theta}{x^2} \frac{x}{\cos^2 \theta} \cdot \cos \theta d\theta = \int \frac{1}{x} \cos \theta d\theta = \frac{1}{x} \int d\theta$$

! posso portarlo fuori perché x è fissa e non dipende da theta

$$\Rightarrow E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} 2\lambda \int_{\theta_0}^{\frac{\pi}{2}} \cos \theta d\theta = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{x} \left[\sin \theta \right]_{\theta_0}^{\frac{\pi}{2}} =$$

$$= \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{x} (1 - \sin \theta_0) =$$

$$= \left[\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{x} \left(1 - \frac{y_0}{\sqrt{x^2 + y_0^2}} \right) \right]$$

integrando tra θ_0 e $\frac{\pi}{2}$ tanto ho già moltiplicato per 2 per spaziarla anche i contributi sotto!

mi accorgo che $y_0 = \sqrt{x^2 + y_0^2} \sin \theta_0 \Rightarrow \sin \theta_0 = \frac{y_0}{\sqrt{x^2 + y_0^2}}$

EX 18 usare legge di Gauss

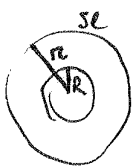
→ calcolare E e V dato, σ , e fuori a una sfera di raggio R elettrizzata σ

$$d = \frac{dq}{dS}$$

si comporta come un conduttore in equilibrio \Rightarrow

$$\begin{aligned} E_{int} &= \phi \\ E_{superficie} &= \frac{\sigma}{\epsilon_0} \end{aligned}$$

x calcolare E_{ext} uso legge di Gauss
 considerando una superficie ipotetica
 di raggio $r > R$ da cui



$$\begin{aligned} \phi_r &= \phi_R \\ E \cdot S_r &= E \cdot S_R \\ E_{ext} \cdot 4\pi r^2 &= E_{sup} \cdot 4\pi R^2 \Rightarrow E_{ext} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \left(\frac{R}{r}\right)^2 \\ E_{ext} \cdot 4\pi r^2 &= \frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot 4\pi R^2 \end{aligned}$$



x calcolare V invece basta ricordare la formula $\Delta V = -\int E dl = V_B - V_A = -\int E_B dz$
 in questo caso



$$V_{int} - V_R = \int_R^R E_{int} dr = 0 \Rightarrow V_{int} = V_R = \frac{\sigma}{\epsilon_0} R$$

$$V_{ext} - V_R = \int_R^{\infty} E_{ext} dr = \int_R^{\infty} \frac{\sigma}{\epsilon_0} \frac{R^2}{r^2} dr = \left[-\frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r} \right]_R^{\infty} = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 R}$$

$$V_{ext} - \frac{\sigma}{\epsilon_0} R = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} R + \frac{\sigma}{\epsilon_0} \frac{R^2}{R} \Rightarrow V_{ext} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \frac{R^2}{R}$$

EX 20

la LEGGE DI GAUSS è molto utile, per esempio se voglio calcolare E di un cilindro con distribuzione volumica ρ



$$\phi(E) = E \cdot S \cdot \vec{dV} = E \cdot 2\pi r \cdot h$$

$$\phi(E) = \frac{q_{int}}{\epsilon_0} \quad \text{dato che } \rho = \frac{dq}{dV} \rightarrow dq = \rho dV$$

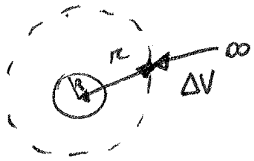
$$\Rightarrow \phi = \frac{\rho dV}{\epsilon_0} = \int \frac{\rho}{\epsilon_0} \pi r^2 h$$

ora equaglio $\phi = \phi \Rightarrow E \cdot 2\pi r h = \int \frac{\rho}{\epsilon_0} \pi r^2 h \rightarrow E = \frac{1}{2} \frac{\rho}{\epsilon_0} r \cdot \vec{m}$

e per volerli calcolare ΔV tra due e mp lat

$$V_{ore} - V_{mantelle} = \int_0^R E dr = \frac{1}{4} \frac{\rho}{\epsilon_0} [r^2]_0^R = \frac{1}{4} \frac{\rho}{\epsilon_0} R^2$$

ora cerco il potenziale fuori dalla sfera, calcolo quindi la ddp da ∞ a un punto esterno alla sfera (con r della gaussiana considerata $r \geq R$)

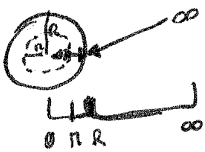


$$\rightarrow \Delta V = - \int_a^b E dr$$

$$V_{\infty} - V_r = - \int_r^{\infty} E dr \rightarrow 0 - V_r = - \int_r^{\infty} E dr \rightarrow V_r = \int_r^{\infty} E dr$$

$$V_r = \int_r^{\infty} \frac{1}{3} \frac{\rho}{\epsilon_0} R^3 \frac{1}{r^2} dr = \frac{1}{3} \frac{\rho}{\epsilon_0} R^3 \left[-\frac{1}{r} \right]_r^{\infty} = \frac{1}{3} \frac{\rho}{\epsilon_0} \frac{R^3}{r}$$

ora calcolo quello interno \rightarrow devo dividere l'integrale in 2 parti da ∞ alla superficie (∞, R) e dalla superficie alla sup. gaussiana (R, r)



$$V_{\infty} - V_{int} = (V_{\infty} - V_{sup}) + (V_{sup} - V_{int}) = - \int_r^{\infty} E_{ext} dr - \int_R^r E_{int} dr =$$

$$= \int_{\infty}^R \frac{1}{3} \frac{\rho}{\epsilon_0} R^3 \frac{1}{r^2} dr + \int_R^r \frac{1}{3} \frac{\rho}{\epsilon_0} r dr = \dots \frac{1}{6} \frac{\rho}{\epsilon_0} (r^2 - 3R^2)$$

$$V_{int} = - \frac{1}{6} \frac{\rho}{\epsilon_0} (r^2 - 3R^2) \rightarrow \text{porto fuori un 3 che semplifica quello di } \frac{1}{6}$$

$$V_{int} = \frac{1}{2} \frac{\rho}{\epsilon_0} \left(R^2 - \frac{1}{3} r^2 \right)$$

ora x calcolare quello della superficie di distribuzione basta considerare una gaussiana con $r = R \Rightarrow$ sostituisco r con R

$$V_{sup} = \frac{1}{2} \frac{\rho}{\epsilon_0} \left(R^2 - \frac{1}{3} R^2 \right) = \frac{1}{3} \frac{\rho}{\epsilon_0} R^2$$



per calcolare i potenziali fare differenze di potenziale da un punto all'altro ricordandosi che $\Delta V = V_B - V_A = - \int_A^B E dr$

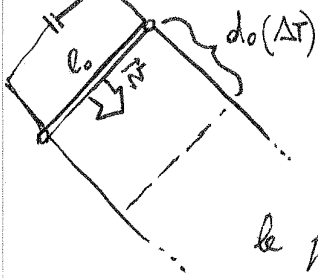
ma e che $V_{\infty} = 0$ e di operare l'integrale in 2 parti se ci sono discontinuità!

molte ricordarsi di mettere l' E corrispondente all'integrale (\Rightarrow quello int o est a seconda dei casi)

\Rightarrow fare $\Delta V = V_{\infty} - V_{auto}$ x facilitarsi le cose dato che $V_{\infty} = 0$

EX 26

calcolare il lavoro compiuto da un generatore usando la potenza



avanti si muove sui due fili di un circuito per un tempo Δt sporcando uno spazio $d_0 \rightarrow$ calcola il lavoro del generatore

le formule sul lavoro che conosco sono
ma queste si riferiscono all'elettrostatica,
mentre qui parliamo di un generatore quindi è più opportuno introdurre la potenza
ELETTRICA

$$\boxed{L = -\Delta U}$$

$$\boxed{L = -q \Delta V}$$

$$\boxed{P = \frac{dL}{dt} = E \cdot J = \int J^2 = \sigma E^2}$$

$$\boxed{P = \frac{dL}{dt} = i \mathcal{E}} \longrightarrow dL = i \mathcal{E} dt$$

sapendo che la forza elettromotrice è

$$\boxed{\mathcal{E} = R i = \Delta V}$$

in assenza di
resistenza interna

con resistenza interna invece

$$\boxed{\Delta V = \mathcal{E} - r i}$$

resistenza interna

ci sono 2 fili

$$P = \mathcal{E}^2 \cdot \frac{1}{R}$$

$$\Leftarrow i = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

dove $R = r + 2 \rho \frac{x}{S}$



con si derivi che $v = \frac{x}{t}$

allora che

$$dL = \mathcal{E}^2 \frac{S}{rS + 2\rho vt} dt$$

integro da

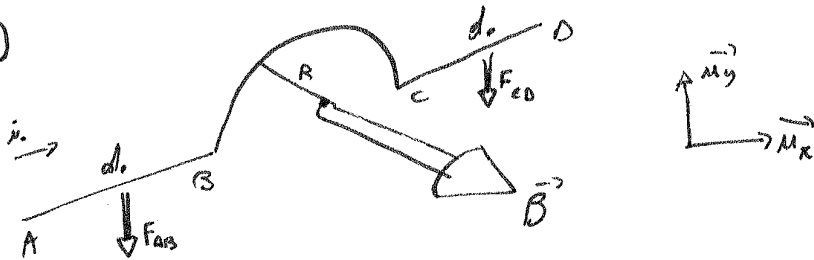
$$t_0 = \frac{x_0}{v} = 0$$

$$t_f = \frac{x_f}{v} = \frac{d_0}{v}$$

e allora

$$L = \mathcal{E}^2 S \int_0^{\frac{d_0}{v}} \frac{1}{rS + 2\rho vt} dt = \frac{\mathcal{E}^2 S}{2\rho v} \ln \left(1 + \frac{2\rho d_0}{rS} \right)$$

EX 30



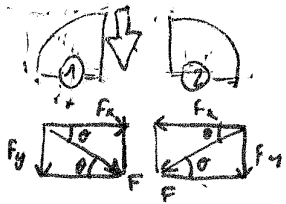
no da $\vec{B}_{TOT} = \vec{B}_{AB} + \vec{B}_{BC} + \vec{B}_{CD}$ $\vec{B} = i \, dl \times \vec{B}$

$\vec{B}_{AB} = \vec{B}_{CD} = i \cdot l \times B = i d_0 B \sin \frac{\pi}{2} = i d_0 B$! ora devo considerare il vettore e con la regola della MANO DESTRA
 $\Rightarrow B_{AB} = B_{CD} = -i d_0 B \vec{i}_y$ vedo che $\vec{e} = -\vec{i}_y$

ora calcolo F_{BC} con un integrale $F_{BC} = i \cdot dl \cdot B \cdot \sin \frac{\pi}{2} = i B \int dl$
 trasfero dl in una funzione di θ , divido in 2 parti la struttura e calcolo le componenti.



$\vec{F} = F_x + F_y = F_x^1 - F_y^1 - F_x^2 - F_y^2 = -2 F_y = -2 i B \int dl \vec{i}_y =$
 $= -2 i B \int_0^{\frac{\pi}{2}} R \sin \theta \, d\theta = -2 i B R [-\cos \theta]_0^{\frac{\pi}{2}} = -2 i B R$



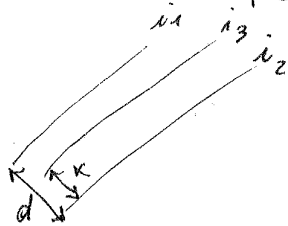
$\Rightarrow \vec{B}_{TOT} = -2 i B (d + R) \vec{i}_y$



EX 32

QUANDO DEVO USARE LA FORMULA O QUALCUNQUE ALTRA E NON SO QUALE i METTERE E QUALE d METTERE

$F = i l \times B$ o $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi x}$



$B_{2 \rightarrow 3} = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi x}$ CAMPO MAGNETICO DEL FILO 2 SUL 3
 $i =$ intensità corrente filo 2 che genera B

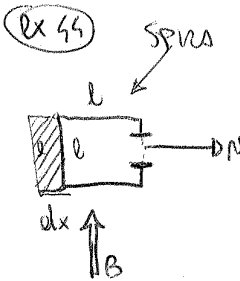
$F_{3 \rightarrow 1} = i_1 l B_{3 \rightarrow 1}$ $i_1 =$ INTENSITA' DEL FILO CHE GENERA B CHE A SUA VOLTA CREA F

! non fare ragionamenti stolti, basta pensare che il punto finale in cui calcolo F o B può anche non essere un filo \Rightarrow devo considerare sempre i DEL FILO CHE GENERA, e non che subisce!

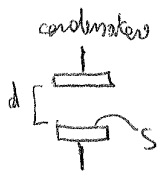


$F_{3 \rightarrow 1} = i_1 l B_3$

A meno che non si consideri un II EQ. DI LAPLACE
 $F = i l \times B$ dove $i =$ i DEL FILO SU CUI SI CALCOLO LA FORZA GENERATA DA UN B esterno, che può essere o meno generato da un altro i



CALCOLARE E tra le armature del condensatore e Q su di esse!



la spira muoversi con velocità v sopra un area l · dx

in un CONDENSATORE

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \epsilon_0 \frac{S}{d}$$

$$\Delta V = \xi - r i \quad \text{rendibile intese } \rightarrow \Delta V = \xi$$

$$\phi(B) = B \Delta S = B l v dt$$

$$\Delta V = E \cdot d$$

tra le armature infatti: $\Delta V = E \cdot d$ dove $\epsilon = d$ DISORSO

per prima cosa calcolo $\xi = \Delta V$

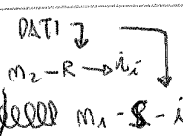
$$\xi_i = - \frac{d\phi(B)}{dt} \quad v = \frac{dx}{dt}$$

$$d\phi(B) = B \cdot d\Sigma = B \cdot l dx = B \cdot l v dt \rightarrow \xi_i = - \frac{B l v dt}{dt} = - B l v = \Delta V$$

$$\Rightarrow E = \frac{\Delta V}{d} = - \frac{B l v}{d}$$

$$Q = C \Delta V = - \epsilon_0 \frac{S}{d} B l v$$

EX 55



i_1 nella spira 1 varia creando una i_2 nella spira 2
calcolare Q_i quando i_1 varia

$$\begin{cases} i_2 = 2 i_1 \\ i_1 = 0 \\ i_2 = - i_1 \end{cases}$$

~~calcolo~~ $m_1 = S \cdot i_1$

$$i_2 = \frac{1}{R} \xi_i \rightarrow \xi_i = - \frac{d\phi(B)}{dt}$$

FLUSSO DI B_1 concatenato (che varia) nel circuito 2

$$\phi_2(B) = m_2 (dB_1 \cdot S) = m_2 \left(\frac{\mu_0 m_1}{4\pi r^2} \right) (S) = \mu_0 m_1 m_2 S d i_1$$

FLUSSO di B_1 su una SPIRA di 2
MA C'È UNO m_2 SPIRE!

FLUSSO e FORZA EM.
ATTUALMENTE UNA SPIRA!

$$i_2 = \frac{dq}{dt}$$

$$\xi_i = - \frac{d\phi(B)}{dt} = - \mu_0 m_1 m_2 S \frac{d i_1}{dt} \rightarrow i_2 = \frac{1}{R} \xi_i = - \frac{1}{R} \mu_0 m_1 m_2 S \frac{d i_1}{dt} = \left(\frac{d q_i}{dt} \right)$$

$$d q_i = - \frac{1}{R} \mu_0 m_1 m_2 S d i_1 = - \frac{1}{R} \mu_0 m_1 m_2 S \Delta i_1$$

$i_{iniz} = i$	$i_f = 2i \rightarrow \Delta i = -i_1$	$\rightarrow q_i = + \frac{1}{R} \mu_0 m_1 m_2 S i_1$
$i_{iniz} = i$	$i_f = 0 \rightarrow \Delta i = -i_1$	$\rightarrow q_i = - \frac{1}{R} \mu_0 m_1 m_2 S i_1$
$i_{iniz} = i$	$i_f = -i \rightarrow \Delta i = +2i_1$	$\rightarrow q_i = - \frac{2}{R} \mu_0 m_1 m_2 S i_1$

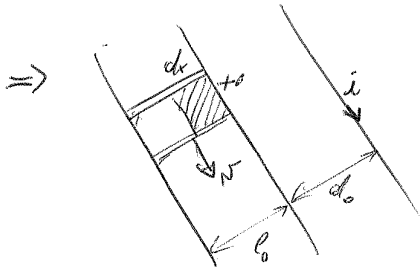


ATTENZIONE

SE DEVO CALCOLARE la f.e.m. indotta in un corpo (c) da un B creato da un altro (a) allora primo

$$\xi_i = - \frac{d\phi_2(B_1)}{dt} \quad \text{con calcolo } \phi_2(B_1) = B_1 \cdot dS_2$$

con il flusso di B_1 attraverso la superficie S_2

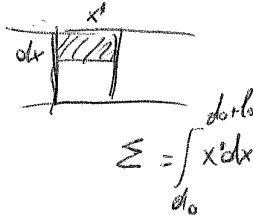


B generata dal filo $B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i}{r}$

$\oint \vec{i} = - \frac{d\phi(B)}{dt}$

$x' \neq x$
 $x' =$ larghezza spazzata
 $x =$ DIST FID GLI. UNIFORME

$d\phi(B) = B d\Sigma = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i}{r} \cdot x' dx = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i}{x} \int dx$



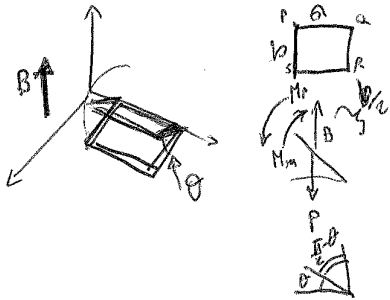
$\Rightarrow \phi(B) = \frac{\mu_0}{2\pi} i \int_{d_0}^{d_0+l_0} \frac{1}{x} dx = \frac{\mu_0}{2\pi} i_0 \ln \frac{d_0+l_0}{d_0}$

$\Rightarrow \oint \vec{i} = - \frac{d\phi(B)}{dt} = - \left(\frac{\mu_0}{2\pi} i_0 \ln \frac{d_0+l_0}{d_0} \right) \frac{1}{dt} = - \frac{\mu_0}{2\pi} i_0 \ln \frac{d_0+l_0}{d_0}$

RICORDARSI, in effetti B in non zero $\vec{i} \neq 0$
 di CALCOLARE IL PRODOTTO SCALARE

$\vec{F} = \vec{B} \cdot \vec{i} d\Sigma = B d\Sigma \cos\theta$

ES 51 spira rettangolare $a \times b$ con densità di carica λ per la periferia da $i_0 \rightarrow$ spira nella stessa a P_0 di angolo θ con B diretto in z. fare a rapporto per equilibrio calcolo i_0 e lavoro compiuto da forze magnetiche x rotazione



per studiare la rotazione considero le due "forze" P e B che usano 2 momenti opposti $\Pi_{\parallel} =$ momento magnetico e Π_{\perp} momento della forza peso \rightarrow entrambi applicati a $\frac{b}{2}$ di distanza dell'asse

MOMENTO MAGNETICO $\boxed{M = i_0 S \vec{m}}$ \rightarrow che crea **MOMENTO RESISTENTE** $\boxed{M = m \times B = m B \sin\theta}$

$m = i_0 a b \vec{m}$

$\Rightarrow M_B = m \times B = i_0 a b B \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = i_0 a b B \cos\theta \vec{m}_x$

MOMENTO MECCANICO CENTRICO

$M = F \times b = F b \sin\theta$

$\rightarrow \Pi_p = -Mg \times \frac{b}{2} = -mg \frac{b}{2} \sin\theta \vec{m}_x$

in equilibrio $\Rightarrow \Pi_p + \Pi_B = 0$

$m = \lambda(2a+2b) = 2\lambda(a+b)$

$i_0 a b B \cos\theta = 2\lambda(a+b) \frac{b}{2} g \sin\theta$

$\rightarrow i_0 = \frac{\lambda g (a+b)}{B a} \tan\theta$

$dL = F ds = M d\theta$

Forza x spostamento
 Lavoro compiuto da momento

$L = \int_0^{\theta} \Pi_{\parallel} d\theta = i_0 S B \sin\theta = i_0 a b B \sin\theta$

LAVORO MAGNETICO

✓ DIPOLO E CAMPO ELETTRICO

✓ LEGGE DI GAUSS

✓ TEOREMA DI GAUSS

CAPACITÀ

CONDENSATORE CON DIELETTRICO

POLARIZZAZIONE

✓ INDUZIONE

F.E.M.

✓ CONTINUITÀ DELLA CORRENTE

LEGGE DI OHM

✓ FORZE DI LORENTZ

✓ 1^a LEGGE DI LAPLACE (\vec{F} su conduttore percorso da corrente)

✓ AZIONE DI \vec{B} SU UNA SPIRA

✓ \vec{B} GENERATO DA CORRENTE (2^a LEGGE DI LAPLACE)

✓ \vec{B} GENERATO DA CARICA CHE GENERA \vec{E}

\vec{B} GENERATO DA FILO

✓ \vec{B} GENERATO DA SPIRA

\vec{B} GENERATO DA SOLENOIDE

✓ LEGGE FONDAMENTALE DELL'ELETTRODINAMICA

✓ TEOREMA DI AMPÈRE

✓ MATERIALI FERRO MAGNETICI

MAGNETIZZAZIONE

✓ INDUZIONE ELETTROMAGNETICA

SBARBA TRA GUIDE IN \vec{B}

✓ SPIRA RUOTA IN \vec{B}

CORRENTI PARASSITE DI FOUCAULT (FRSNO)

LEGGE DI FEECIU

CARICA - SCARICA CONDENSATORE

AUTOINDUZIONE

ENERGIA MAGNETICA

✓ CORRENTE DI SPOLAMENTO

F	\rightarrow	$[N]$	NEWTON
E	\rightarrow	$\left[\frac{V}{\frac{m}{s}} \right] = \left[\frac{N}{C} \right]$	
i	\rightarrow	$\left[\frac{C}{s} \right] = [A]$	AMPERE
J	\rightarrow	$\left[\frac{A}{m^2} \right] = \left[\frac{C}{s \cdot m^2} \right]$	
R	\rightarrow	$\left[\frac{V}{A} \right] = [\Omega]$	OHM
G	\rightarrow	$\left[\frac{1}{\Omega \cdot m} \right]$	
ρ	\rightarrow	$[\Omega \cdot m]$	
B	\rightarrow	$\left[\frac{N}{C \cdot \frac{m}{s}} \right] = \left[\frac{N}{A \cdot m} \right] = [T]$	TESLA
$\Phi(B)$	\rightarrow	$[T \cdot m^2] = [Wb]$	WEBER
C	\rightarrow	$\left[\frac{C}{V} \right] = [F]$	FARAD
L	\rightarrow	$\left[\frac{Wb}{A} \right] = [H]$	HENRY
V	\rightarrow	$[V]$	VOLT
U	\rightarrow	$[J]$	JOULE
\vec{P}	\rightarrow	$\left[\frac{C}{m^2} \right]$	
\vec{M}	\rightarrow	$\left[\frac{A}{m} \right]$?

$\nabla U = \text{grad } U = \frac{\partial U}{\partial x} \vec{u}_x + \frac{\partial U}{\partial y} \vec{u}_y + \frac{\partial U}{\partial z} \vec{u}_z$ operatore che relaciona uno scalare con un vettore
 $\nabla \cdot \vec{V} = \text{div } \vec{V} = \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z}$ operatore che relaciona un vettore con uno scalare
 $\nabla \times \vec{V} = \text{rot } \vec{V} = \begin{vmatrix} u_x & u_y & u_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial z} \right) \vec{u}_x + \left(\frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial x} \right) \vec{u}_y + \left(\frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y} \right) \vec{u}_z$ operatore che relaciona un vettore con un vettore

FLUSSO DI F

TEOREMA DELLA DIVERGENZA (DI GAUSS) $\iiint_W \text{div } \vec{F} dW = \iint_S \vec{F} \cdot \vec{n} dS$

TEOREMA DI STOKES $\iint_S \text{rot } \vec{F} \cdot d\vec{s} = \oint_{\partial S} \vec{F} \cdot d\vec{l}$

FLUSSO DEL ROTORE CIRCOLAZIONE DI F

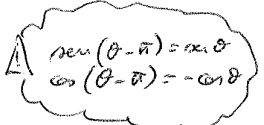
le formule $j = -n \cdot v$ e $i = j \cdot S_0$ oppure $d\vec{F} = i d\vec{L} \wedge \vec{B}$

(B) SPIRA RETTA \rightarrow calcolo $\vec{L} = q \cdot \vec{F}$ su ogni braccio e se $B \perp S$ si crea momento magnetico
 lo calcolo con la formula $m = F \cdot b$ e trovo $\vec{m}_S = i S \vec{n}$ e un campo magnetico
 meccanico $(\vec{T} = \vec{m} \wedge \vec{B})$ in una SPIRA RETTA usare la formula $d\vec{m}_S = i d\vec{L} \wedge \vec{n}$

(B) 2° LEGGE DI LAPLACE parte da $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i}{r^2} d\vec{L} \wedge \vec{n}$ sostituisce $d\vec{L} = d\vec{L} \wedge \vec{n}$ poi sapendo che $\vec{L} = r \wedge i \vec{n}$
 trovo che $(d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i}{r^2} d\vec{L} \wedge \vec{n} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i}{r^2} d\vec{L} \wedge \vec{n})$

(B) (gen da q in moto) in un conduttore non filiforme sostituisce $i = j \cdot S_0$ e ottengo $(d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{dw}{r^2} (j \wedge \vec{n}))$
 cerchiamo $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{dw}{r^2} (j \wedge \vec{n})$ con $j = nqN^2$ campo mag. generato da $dN \leq n dV$ carica \Rightarrow
 \Rightarrow diviso per $n dV$ e trovo $(B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q}{r^2} (\vec{v} \wedge \vec{n}))$ con $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{n}$ sostituisco E con $\vec{v} \wedge \vec{n}$ isolato per \vec{v} ultima
 \Rightarrow ottengo che $B = \epsilon_0 \mu_0 \vec{N} \wedge \vec{E}$ con $(B = \frac{1}{c^2} \vec{N} \wedge \vec{E})$ con $(c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}})$ vel luce.

(B) FILO FINITO parte da legge di Laplace $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i}{r^2} d\vec{L} \wedge \vec{n} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i}{r^2} d\vec{L} \wedge \vec{n}$
 trovo $y \rightarrow$ la derivata è $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{r^2}$ dopo $dy = \frac{x}{r^2} dx$
 trovo $\sin \theta = \frac{x}{r}$ $\Rightarrow dy = \frac{r^2}{x} d\theta$
 integra con θ da θ_1 a θ_2 $B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_0}{x} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos \theta d\theta = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_0}{x} \sin \theta$
 trovo $\cos \theta = -\frac{r_0}{\sqrt{r_0^2 + x^2}}$ $\Rightarrow B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_0}{x} \frac{r_0}{\sqrt{r_0^2 + x^2}}$ $\times 2$ moltiplica x e pulisce lo trovate nel mio file $\rightarrow B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_0}{x} \frac{r_0}{\sqrt{r_0^2 + x^2}}$



- FILO INFINITO per il lim B $\rightarrow B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_0}{x}$

- SPIRA CIRCOLARE: parte da legge di Laplace $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_0}{r^2} d\vec{L} \wedge \vec{n} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_0}{r^2} d\vec{L} \wedge \vec{n}$
 campo B e punti di B generati
 trovo $\cos \theta = \frac{r}{R}$ \rightarrow un altro integrale $\frac{\mu_0}{2\pi} \frac{R}{R^3} \int dL \rightarrow \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_0}{R^2} = B_p = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_0}{R^2}$

- SOLENOIDE parte da $B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_0}{R^2}$ moltiplica $\times M$ spire e moltiplica $m = i \cdot S$ sapendo che $i = i_0 dL$
 e $L = a \cos \theta \Rightarrow dL = -R \sin \theta d\theta$ \rightarrow integra da $\theta_1 \rightarrow 0$ e $\theta_2 \rightarrow \pi$ e trovo $B = \mu_0 M i_0$

LEGGI FONDAMENTALI DELL'ELETTRODINAMICA calcolo $d\vec{F}_{12}$ e $d\vec{F}_{21}$ dove $d\vec{F}_{12} = i_1 d\vec{L}_1 \wedge d\vec{B}_2$ e $d\vec{B}_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_2 d\vec{L}_2 \wedge \vec{n}_{21}}{r_{21}^2}$
 oppure de i poteri vettoriali sono equivalenti.
 se per $B = \text{rot } A$ \rightarrow $d\vec{F}_{12} = d\vec{F}_{21} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_1 i_2}{r_{12}^3} d\vec{L}_1 \wedge d\vec{L}_2$ e $d\vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_1 d\vec{L}_1 \wedge \vec{n}_{12}}{r_{12}^2}$

TEOR AMPERE parte da $\oint \vec{B} \cdot d\vec{L} = \mu_0 I_{enc}$ sostituisce $\vec{B} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i}{r}$ BIOT-SAVARAT
 in una curva non concatenata $\oint d\theta = 0 \Rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{L} = 0$
 in una curva concatenata $\oint d\theta = 2\pi \Rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{L} = \mu_0 I$
 introduce $\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$ in forma differenziale

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q_0}{\epsilon_0}$
$\oint \vec{B} \cdot d\vec{L} = \mu_0 I$	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{L} = 0$
sostituisce $i_k = \int \vec{j} \cdot d\vec{s}$	
$\text{div } \vec{B} = 0$	$\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$
$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$	$\text{rot } \vec{E} = 0$

parte dal T. AMPERE \times e conduttori $\oint \vec{B} \cdot d\vec{L} = \mu_0 \sum i$
 applico il teorema di Stokes e ottengo $\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$
 se \vec{E} irrotazionale \times e $\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$ diventano \rightarrow

(M) parte da $B = B_0 + B_{ind}$ e per il caso $\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$ per sostituzione tale formula o B nella 1a formula
 e isolo $\chi_{ind}(\text{rot } \vec{B} - \mu_0 \vec{j})$ per introduce la definizione di \vec{H} material $\text{rot } \vec{H} = \vec{j}_{ext} + \text{rot } \vec{M}$
 introduco ragion di Weiss e per $\Delta \vec{M} = \mu_0 \vec{j}_{ext}$ $\rightarrow \frac{\Delta \vec{M}}{\Delta V} = \frac{\Delta \vec{j}}{\Delta V} \rightarrow$ passo al lim $\Delta V \rightarrow 0 \rightarrow \vec{M} = \frac{d\vec{j}}{dV}$

(M) PENSA DI CONSENTI DI MAGNETIZZAZIONE $\vec{M} = \vec{m} \wedge \vec{r}$ modo obliquo e calcolo $d\vec{m} = \vec{M} \cdot d\vec{s}$ di \vec{m}
 calcolo $d\vec{m}$ spira equi. volute $d\vec{m} = d\vec{M} \cdot d\vec{s}$ \rightarrow $d\vec{m} = \vec{M} \cdot d\vec{s}$
 e siccome $i_m = \int \vec{M} \cdot d\vec{s} = M \cdot S_0 \Rightarrow \vec{j}_m = \text{rot } \vec{M}$ per facendo $\oint \vec{M} \cdot d\vec{L} = i_m$

(H) parte da Ampere con $i = i_0 + i_m$ $\oint \vec{B} \cdot d\vec{L} = \mu_0 (i_0 + i_m)$ e sostituisce $i_m = \oint \vec{M} \cdot d\vec{L} \rightarrow$ isolo i_0 e ottengo $\oint (\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}) \cdot d\vec{L} = i_0$
 con $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$ applico Stokes all'eq. precedente e ottengo $\text{rot } \vec{H} = \vec{j}_0$
 \rightarrow giungo alle equazioni a Maxwell

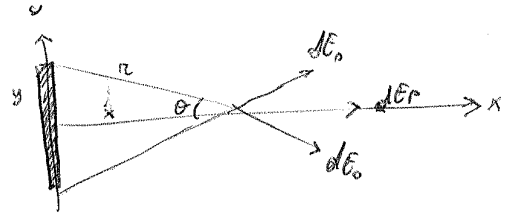
$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$	$\text{div } \vec{D} = \rho_0$	\times DISEL. PERMAN.
$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$	$\text{rot } \vec{H} = \vec{j}_0$	\times REZIO MAGNETIZ.

CAMPO ELETTRICO

DISTRIBUZIONE LINEARE DI CARICA

$$\lambda = \frac{dq}{dy}$$

$$dE_0 = k \frac{dq}{r^2} = k \frac{\lambda dy}{r^2}$$



$$x = r \cos \theta$$

$$\cos \theta = \frac{x}{r}$$

$$y = x \tan \theta \Rightarrow dy = x \frac{1}{\cos^2 \theta} d\theta$$

$$dEP = 2dE_0 \cos \theta = \frac{2k\lambda}{r^2} dy \cos \theta = \frac{2k\lambda}{x} \cos \theta d\theta$$

$$\Rightarrow E_P = \frac{2k\lambda}{x} \int_0^{\pi/2} \cos \theta d\theta$$

$$\boxed{\vec{E}_P = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{x} \vec{u}}$$

DISTRIBUZIONE PIANA CIRCOLARE DI CARICA

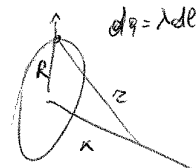
$$r = \sqrt{x^2 + R^2}$$

$$\cos \theta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}}$$

$$dE_0 = k \frac{dq}{r^2} = k \frac{\lambda dl}{r^2}$$

$$dEP = dE_0 \cos \theta$$

$$\Rightarrow dEP = \frac{k\lambda x}{(x^2 + R^2)^{3/2}} dl$$



qui non avrò $2dE_0 \cos \theta$ ma $dE_0 \cos \theta$ perché sopra la mezza sfera esiste anche qui un campo con la stessa forza. ho integrato solo in θ da 0 a $\pi/2$ perché sopra mezza sfera esiste anche qui un campo con la stessa forza.

dato che $\int dl = \int_{0 \text{ a } 2\pi R} dl = 2\pi R$ $\rightarrow E_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda x}{(x^2 + R^2)^{3/2}} \cdot 2\pi R$

$$\rightarrow \boxed{E_P = \frac{\lambda}{2\epsilon_0} \frac{Rx}{(x^2 + R^2)^{3/2}}}$$

ESPERIENZA DI MILLIKAN

$$ma = m'g - F_v$$

$$F_v = 6\pi\eta r v$$

$$m' = \frac{4}{3}\pi r^3 (\rho - \rho')$$

$$N = \frac{2}{g} \frac{(\rho - \rho')}{\eta} g$$

↑ considerando che in caduta libera $a = 0$ ($N = \text{cost}$)

applicando E_0 ottengo

$$m a = m' g - F_v - F_e$$

in caduta libera $a = 0$ $N = \text{cost}$

$$N' = N - \frac{E_0}{6\pi\eta r} q < N$$

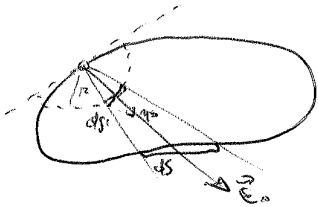
così dopo a N' la risultante della dell'equazione diventa a E_0

$$\Rightarrow \boxed{\Delta N' = \frac{E_0}{6\pi\eta r} \Delta q}$$

determinando $\Delta N'$ ricavo quindi così q

10/11/19

FLUSSO ATTRAVERSO UNA SUPERFICIE CHIUSA CONTENENTE SORCENTI SULLA SUPERFICIE



il ragionamento è uguale a quello di prima solo che inteso su 2π (non su tutta la sfera ma su metà) cioè l'angolo di apertura del piano $\pi/2$.

$$\Phi_{TOT}(\vec{E}_0) = \int_{2\pi R^2} E_0 r^2 d\Omega = 2\pi E_0 r^2$$

restituisce $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0}{r^2}$ \rightarrow $\boxed{\Phi_{TOT}(\vec{E}_0) = \frac{q_0}{\epsilon_0}}$

APPLICAZIONI LEGGE DI GAUSS \rightarrow CAMPO ELETTRICO

GENERATO DA UNA CARICA PUNTIFORME



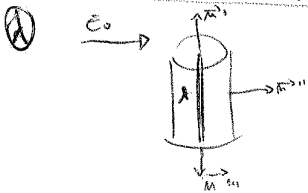
circondo con sup. circolare e raggio r calcol. di prima

$$\Phi = \int_{4\pi r^2} E_0 r^2 d\Omega = 4\pi E_0 r^2$$

LEGGE DI GAUSS dato che da prima $\Phi = \frac{q_0}{\epsilon_0}$

$$4\pi E_0 r^2 = \frac{q_0}{\epsilon_0} \rightarrow \boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0}{r^2} \vec{m}}$$

CAMPO GENERATO DA UNA DISTR. LINEARE OMOGENEA INDEFINITA (CILINDRO)



$\lambda = \frac{dq}{dl}$ considero retta su cui c'è un cavo con distribuzione λ , lo circondo con un cilindro e ne calcolo il flusso

$d\Phi_{BASSI} = \Phi$ perché $E_0 \perp \vec{m}_{BASSI}$

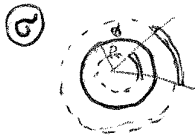
$$d\Phi_{MANSUETO} = E_0 \cdot 2\pi r dl$$

superficie mantello cilindro alto dl

dato che LEGGE DI GAUSS $d\Phi_{TOT} = d\Phi_{BASSI} + d\Phi_{BASSI} + d\Phi_{MANSUETO} = \frac{dq}{\epsilon_0}$

$$\Rightarrow \boxed{E_0 = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{dq}{dl} \cdot \frac{1}{r} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r}}$$
 dato che $\lambda = \frac{dq}{dl}$

CAMPO ELETTROSTATICO GENERATO DA UNA DISTRIBUZIONE SUPERFICIALE SFERICA AI CARICHI



sup. gaussiana $r < R$

$E_0 = 0$ perché non c'è cavo carico all'interno

sup. gaussiana $r > R$

però sempre $\Phi = \int_{4\pi r^2} E_0 r^2 d\Omega = 4\pi E_0 r^2$

che per Gauss deve essere uguale a $\Phi = \frac{q_0}{\epsilon_0}$

$$dq = \frac{dq}{dS} \Rightarrow dq = \sigma dS$$

$$\Phi = \sigma \cdot 4\pi R^2$$

$$\Rightarrow \text{stesso } \boxed{E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \frac{R^2}{r^2}}$$

DISTRIBUZIONE VOLUMICA SFERICA OMOGENEA

$$\rho = \frac{dq}{dV}$$



$r < R$

qui le cariche sono su la distribuzione è volumica

$$\Phi = \int_{4\pi r^2} E_0 r^2 d\Omega = 4\pi E_0 r^2 = \frac{q_{int}}{\epsilon_0} \text{ per Gauss}$$

$$\Rightarrow \boxed{E_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_{int}}{r^2}}$$
 dato che $\rho = \frac{dq}{dV}$

$$q = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow \boxed{E_0 = \frac{\rho}{3\epsilon_0} r}$$

$r > R$

stessa cosa di cui ma qui $q = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3$ perché la carica non è in tutta la gaussiane ma solo nel pezzo di essa 0 cioè nella sfera di raggio R

$$\Rightarrow \boxed{E_0 = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \frac{R^3}{r^2}}$$

EDIM

CAPACITÀ

rapporto tra valore carica distribuita in superficie e potenziale distribuzione

$$C = \frac{q}{V}$$

• conduttore sferico R ($\sigma = \frac{q}{4\pi R^2}$)

$$C = \frac{q}{V} = \frac{q}{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R}} = 4\pi\epsilon_0 R$$

• conduttore carico isolato

- Nessuna carica all'interno



$$\oint \vec{E}_0 \cdot d\vec{l} = \int_A^B \vec{E}_0 \cdot d\vec{l} + \int_B^A \vec{E}_0 \cdot d\vec{l} = 0 \text{ perché } E \text{ conservativo}$$

cioè avviene se $\rightarrow V_A - V_B \neq 0 \Rightarrow \int \neq 0$ impossibile sic non ci sono cariche

$$\Delta V = 0$$

$$\rightarrow V_A - V_B = 0 \Rightarrow \int = 0$$

- Cariche su superficie esterna



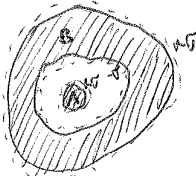
$$V_A - V_B = \int_A^C \vec{E}_0 \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\Delta V = 0$$

$$\Delta V_{AB} = \frac{L_{AB}}{q}$$

$$V = \frac{L_{00}}{q}$$

- conduttore elettrizzato nella cavità di un conduttore non elettrizzato
 \Rightarrow genera distribuzione \neq e opposta sulla parete interna e una di conseguenza fuori (=)



• variando $+\sigma$ su B il campo E_A non varia

$$\Phi_B(\vec{E}_0) = 0$$

• variando $+\sigma$ su A il campo E_B non varia

$$\Phi_A(\vec{E}_0) = 0$$

• mettendo A e B a contatto le distribuzioni si annullano e E non varia

$$\Phi_C(\vec{E}_0) = 0$$

CONDENSATORI

\rightarrow capacità

$$C = \frac{q}{\Delta V}$$

• CONDENSATORE PIANO



ambato assimilabile a piano $\sigma = \frac{q}{S}$

$$\Rightarrow E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$\Delta V = \int_0^d E_0 \cdot dl = E_0 d = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d$$

$$\rightarrow C = \frac{q}{\frac{\sigma d}{\epsilon_0}} = \frac{\sigma S}{\frac{\sigma d}{\epsilon_0}} = \epsilon_0 \frac{S}{d}$$

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{d}$$

• CONDENSATORE CILINDRICO



$R_1 < R_2$

$E_0 \neq 0$ solo su mantello \rightarrow usare il TEOREMA DI GAUSS e trovare E su sup. equip. e

$$\Phi(\vec{E}_0) = E_0 \cdot 2\pi r d = \frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow E_0 = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{q}{d \cdot r}$$

$$\Rightarrow \Delta V = \int_{R_1}^{R_2} E_0 \cdot dl = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{q}{d} \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{r} dr = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{q}{d} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

$$\Rightarrow C = 2\pi\epsilon_0 \frac{d}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$$

• CONDENSATORE SFERICO

con Gauss $E_0 \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$

$$\Delta V = \int_{R_1}^{R_2} E \cdot dl = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{d} \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{r^2} dr = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{d} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\Rightarrow C = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$



3D111

POLARIZZAZIONE

IN UN DIELETTRICO ^{ISOLANTE} IN ANGENZA di E esterno $CM_+ \equiv CM_-$
 se applico $E \neq 0$ esterno i due CM si separano con forza:

$$CM_- \rightarrow \vec{F}_- = -ze\vec{E}_0$$

$$CM_+ \rightarrow \vec{F}_+ = ze\vec{E}_0$$

si allontanano della distanza di centro un momento di dipolo

$$\vec{p} = zed$$

$z = m \cdot e$
 $l = \text{circa } d$

→ **DIPOLO POLARI**

presentano già una separazione tra CM_+ e $CM_- \Rightarrow$
 \Rightarrow hanno dipoli intrinseci \vec{p}_i ma sono orientati casualmente
 \Rightarrow valori medi $\langle \vec{p} \rangle = 0$ e applicando un campo esterno $E_0 \neq 0$

su ogni molecola si esercita un momento meccanico che allinea i dipoli lungo le linee di campo \Rightarrow si crea $\langle \vec{p} \rangle \neq 0$

$$\vec{M}_i = \vec{p}_i \times \vec{E}_0$$

→ **POLARIZZAZIONE PER ORIENTAMENTO**

in una dielettrica polare ci sono ΔN molecole con momenti $\langle \vec{p} \rangle \rightarrow \Delta \vec{p} = \Delta N \langle \vec{p} \rangle$
 \Rightarrow per unità di volume $\frac{\Delta p}{\Delta W} = \frac{\Delta N}{\Delta W} \langle \vec{p} \rangle = n \langle \vec{p} \rangle$
 con $n = \frac{\Delta N}{\Delta W}$ passando al limite in $\Delta W \rightarrow 0$ ottepo

$$\vec{P} = \frac{d\vec{p}}{dW}$$

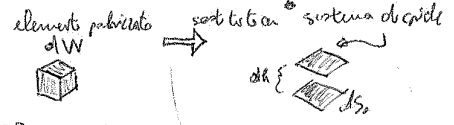
USUALE
POLARIZZAZIONE

CAMPO ELETTRICO IN DIELETTRICI POLARIZZATI

• **POLARIZZAZIONE UNIFORME** (\vec{P} cost in tutti i punti del dielettrico)

→ **DIELETTRICO DI FORMA REGOLARE**

$$d\vec{p} = P dW = q dR dS$$



polazzazione di 2 cariche $\pm q_p$ poste a distanza $dh \Rightarrow d\vec{p} = q dh$

$$P dS = \frac{d\vec{p}}{dh} = d\vec{q}$$

$$|P dS = d\vec{q}_p|$$

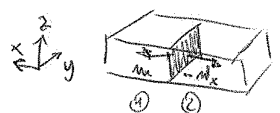
→ **DIELETTRICO DI FORMA IRREGOLARE**

$$P = \frac{d\vec{q}_p}{dS} \rightarrow \vec{q} = \frac{dq_p}{dS} \Rightarrow \vec{\sigma}_p = \vec{P} \cdot \vec{n}$$

CARICHE SUPERFICIALI DI POLARIZZAZIONE

• **POLARIZZAZIONE NON UNIFORME** (\vec{P} cost)

considero 2 volumi di dielettrico infinitesimi contigui



$$dq_p = \sigma_p dS = P_x n_x dy dz = +P_x dy dz$$

$$dq'_p = \sigma'_p dS = P'_x n'_x dy dz = -P'_x dy dz$$

dati da $P'_x = P_x + \frac{\partial P_x}{\partial x} dx$ $dq_p - dq'_p = (P_x - P'_x) dy dz \rightarrow dq_p - dq'_p = \frac{\partial P_x}{\partial x} dx dy dz = \frac{\partial P_x}{\partial x} dW$

se faccio la stessa cosa nelle altre direzioni e sommo ottepo

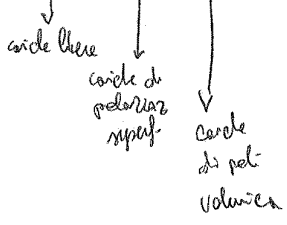
$$dq_p = -\left(\frac{\partial P_x}{\partial x} + \frac{\partial P_y}{\partial y} + \frac{\partial P_z}{\partial z}\right) dW = -\text{div } \vec{P} dW \Rightarrow \frac{dq_p}{dW} = -\text{div } \vec{P}$$

$$\rho_p = -\text{div } \vec{P}$$

CARICHE VOLUMICHE DI POLARIZZAZIONE

• **COLLODO NEL POTENZIALE ELETTROSTATICO**

$$V_{TOT} = V_{LIB} + V_{\sigma_p} + V_{\rho_p}$$



* Vedi pag 10

→ SUPERFICIE GAUSSIANA INTERNA AD UN DIELETTRICO POLARIZZATO



non ci sono né q_0 libere né q_{sp} di polarizzazione superf. ma solo q_{pp} di polarizzazione volumica

$$\Phi(\vec{E}) = \oint_S \vec{E} \cdot \vec{n} dS = \frac{1}{\epsilon_0} q_{pp} = \frac{1}{\epsilon_0} \iiint_{V_p} \rho_p dV = -\frac{1}{\epsilon_0} \iiint_{V_p} \text{div} \vec{P} dV$$

$$\rightarrow \iiint_{V_p} \text{div} (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) dV = 0$$

$$\text{div} \vec{D} = 0$$

RICORDANDO nel vuoto
 $\mu_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$
 * ~~esattamente~~ invece
 $\mu = \frac{1}{2} \epsilon E^2$

$$\Delta u = \frac{1}{2} (\epsilon - \epsilon_0) E^2 = \text{ENERSIA PER X ACQUISIZIONE CORPO}$$

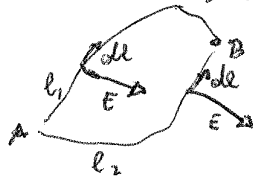
FORZA ELETROMOTRICE

+ 35-36-37?

\vec{E}_0 generato da q ferme è conservativo $\Rightarrow \int_A^B \vec{E}_0 \cdot d\vec{l} = V_0 - V_1 \Rightarrow \oint \vec{E}_0 \cdot d\vec{l} = 0$

se \vec{E} è determinato da cause che coinvolgono forze non conservative \rightarrow si ha che l'integrale cambia in percorsi diversi!

$$\int_{A_1}^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = \chi_1 \quad \int_{A_2}^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = \chi_2$$



TENSIONE = integrale di linea di un \vec{E} non conservativo

$$\Rightarrow \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{A_1}^B \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_B^{A_2} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{A_1}^B \vec{E} \cdot d\vec{l} - \int_{A_2}^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = \chi_1 - \chi_2 = \xi \neq 0$$

$$\boxed{\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \xi} \quad \text{FORZA ELETROMOTRICE (f.e.m.)} \rightarrow \text{circolazione di } \vec{E} \text{ non conservativo}$$

INTENSITÀ DELLA CORRENTE ELETTRICA e DENSITÀ

conduttore con N portatori di carica ($n = \frac{N}{V}$ per unità di volume) soggetti all'azione di \vec{E} esterno si muovono con $\vec{v}_d =$ velocità di deriva ($+N_i$ velocità termica)
 la quantità di carica che passa nel tempo infinitesimo in una sezione dS di conduttore è:

$$\text{INTENSITÀ} \quad i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt} \quad [A] \quad dq = n N q \rightarrow n^o \text{ portatori di carica}$$

$$nq = \frac{dN}{dV} \quad n^o \text{ portatori di carica} \times \text{unità di volume} \rightarrow dq = nq dV$$

$$dW = n v_d \cdot dt \cdot dS \cdot \cos \theta = n v_d dt \cdot dS \cdot \cos \theta \Rightarrow i = \frac{dq}{dt} = nq n v_d dS \cos \theta = nq \vec{v}_d \cdot d\vec{S}$$

spazio percorso dai portatori di carica nell'unità di tempo \rightarrow dividendo per dS otterrai

$$\text{DENSITÀ DI CORRENTE} \quad \vec{j} = nq \vec{v}_d = \text{costante che attraversa una sezione } dS \text{ di un conduttore} \quad \left(j = \frac{i}{dS} \right)$$

CONTINUITÀ DELLA CORRENTE o CONSERVAZIONE DI CARICA

CORRENTE ENTRANTE $i_c = -i_u$ $\rightarrow \frac{dq_c}{dt} = -\frac{dq_u}{dt}$
 CORRENTE IN USCITA
 - per \vec{n} verso esterno

sapendo che $q_c = \iiint_V \rho dV$
 \Downarrow densità volumica

$$\text{MASSA} \quad i_m = \oint \vec{j} \cdot \vec{n} dS \quad i_c = \frac{dq_c}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho dV$$

la resistenza ρ dipende dalla temperatura

$$\rho(T) = \rho_0(1 + \alpha \Delta T)$$

$$\text{con } \alpha = \frac{\rho(T) - \rho_0}{\rho_0}$$

POTENZA DISSIPATA

$$dL = dq \Delta V \quad \leftarrow \dot{q} = \frac{dq}{dt}$$

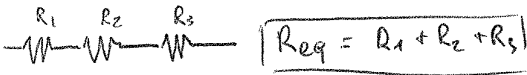
$$\Delta V = Ri$$

$$dL = i dt \Delta V \quad \rightarrow \quad P = \frac{dL}{dt} = i \Delta V \quad \Rightarrow \quad \boxed{P = Ri^2}$$

POTENZA DISSIPATA x EFFETTO JOULE

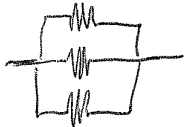
diminuzione di energia \rightarrow effetto Joule
 effetto Joule \rightarrow calore

RESISTENZE IN SERIE



RESISTENZE IN PARALLELO

(el contrario dei condensatori) \rightarrow la capacità



$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

FORZA DI LORENZ

UNA PARTICELLA

La carica q si muove con \vec{v} in $\vec{B} \rightarrow$ subisce $\vec{F}_L = q \vec{v} \wedge \vec{B}$ ($F_L \perp$ piano $\vec{v} \vec{B}$)

se q si sposta da A \rightarrow B compie $L_{AB} = \int_A^B \vec{F}_L \cdot d\vec{l} = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = 0$

$F_L = q v B \sin \theta = m \cdot \vec{a} = m \vec{a}_t + m \vec{a}_n$
 $\rightarrow a_n = \frac{v^2}{r}$
 $\rightarrow a_t = \frac{dv}{dt} = 0$ perché $v = \text{cost}$
 anche $F_L \cdot d\vec{l} \Rightarrow v_A = v_B = \text{cost}!$
 TH. ENERGIA MECCANICA

$\Rightarrow q v B \sin \theta = m \frac{v^2}{r}$

\rightarrow se $\theta = \frac{\pi}{2}$ $\Rightarrow \boxed{R = \frac{m v}{q B}}$ RAGGIO DI CURVATURA

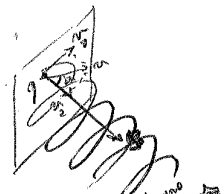
calcolo ω veloc. angolare e periodo che

$v = \omega r$
 veloc. angolare

$\vec{\omega} = \frac{v}{r} = \frac{q v B}{m v} = - \frac{q}{m} B$
 - v e $\vec{\omega}$ è antiparallela

$\omega = - \frac{q}{m} B$ VELOCITÀ ANGOLARE

\rightarrow se $q > 0$ moto orario
 - se $q < 0$ moto antiorario



calcolo periodo

$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \frac{m}{q B}$

$\boxed{T = 2\pi \frac{m}{q B}}$

\Rightarrow in un periodo T la part. percorre $2\pi r$ (se $\vec{v} = \begin{cases} v_1 = v \cos \theta \\ v_2 = v \sin \theta \end{cases}$ \rightarrow $v_1 = v \cos \theta$ \rightarrow $v_2 = v \sin \theta$)

$P = \frac{2\pi m v}{q B} T = 2\pi \frac{m v}{q B} \cos \theta$

PASSO EUCLID $\boxed{P = 2\pi \frac{m v}{q B} \cos \theta}$

CAVOUR

1ª LEGGE DI LAPLACE

conduttore percorso da corrente



$\vec{F}_L = q \vec{v} \wedge \vec{B} = -e \vec{v} \wedge \vec{B}$ per elettrone, nel volume dV ci sono $dN = n dV = n S_0 dl$

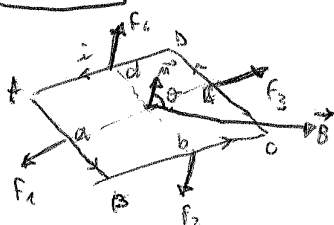
$\Rightarrow d\vec{F} = dN \vec{F}_L = -dN e \vec{v} \wedge \vec{B} = -n S_0 dl e \vec{v} \wedge \vec{B} = \vec{j} S_0 dl \wedge \vec{B} = i d\vec{l} \wedge \vec{B}$

$\Rightarrow F = i \int_A^B d\vec{l} \wedge \vec{B} = i (B-A) \wedge \vec{B}$ $\vec{j} = -ne \vec{v}$ $\vec{i} = \vec{j} S_0$ $\Rightarrow \boxed{\vec{F} = i d\vec{l} \wedge \vec{B}}$

qualunque forma abbia il conduttore \vec{F} dipende solo dal punto iniziale A e quello finale B!

B SU SPIRA

spira rettilinea da corrente i in un campo \vec{B} \rightarrow calcolo forze agenti sui lati



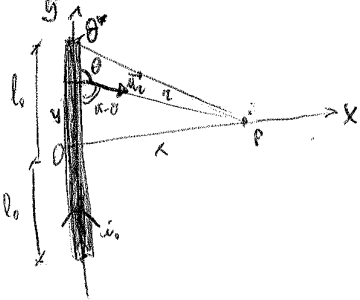
in questo caso $\begin{cases} F_1 = i (B-A) \wedge B \rightarrow F_1 = i a B \sin \theta \\ F_2 = i (C-B) \wedge B \rightarrow F_2 = i b B \sin \theta \\ F_3 = i (D-C) \wedge B \rightarrow F_3 = i c B \sin \theta \\ F_4 = i (A-D) \wedge B \rightarrow F_4 = i d B \sin \theta \end{cases}$
 $F_1 = i a B \cos \theta$
 $F_2 = i b B \sin \theta$
 $F_3 = i c B \cos \theta$
 $F_4 = i d B \sin \theta$

osserva che $F \perp$ al piano $dl \times B \Rightarrow$ moto che F_1 e F_2 stanno sulla stessa retta, ma F_3 e F_4 stanno su rette \neq \Rightarrow creano momento meccanico generato a sua volta da un momento magnetico

CAMPO MAGNETICO DI UN CONDUTTORE PERICOLO DA CORRENTE

FILLO LUNGHIERA FINITA

parto da II legge di Laplace $dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_1 i_2 d\vec{l}_1 \wedge \vec{r}_{12}}{r^2}$ in questo caso $dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i}{r^2} dy \sin\theta$



= tanto y nei differenziali

$y = r \sin(\pi - \theta) \rightarrow x = -y \cot\theta \rightarrow y = -x \cot\theta$

$x = r \cos(\pi - \theta)$

= ora tanto r nei differenziali

$x = r \cos(\pi - \theta) \rightarrow x = -r \cos\theta$

$dy = \frac{x}{\sin^2\theta} d\theta$

$dy = \frac{r^2}{x} d\theta$

$\rightarrow dB$ diventa

- analiticamente nota da

$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_0}{x} \sin\theta d\theta \rightarrow B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_0}{x} \int_0^{\theta^*} \sin\theta d\theta = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_0}{x} \cos\theta^*$

$l_0 = \sqrt{l_0^2 + x^2} \cos(\pi - \theta^*) \Rightarrow -\cos\theta^* = \frac{l_0}{\sqrt{l_0^2 + x^2}} \Rightarrow B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_0}{x} \frac{l_0}{\sqrt{l_0^2 + x^2}}$

A ora moltiplico tutto x 2 perché ho calcolato

tutto solo x meno filo $\Rightarrow B_p = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_0}{x} \frac{l_0}{\sqrt{l_0^2 + x^2}}$

FILLO LUNGHIERA INDEFINITA

corrente di limite con $l_0 \rightarrow \infty$

$B = \lim_{l_0 \rightarrow \infty} \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_0}{x} \frac{l_0}{\sqrt{l_0^2 + x^2}} \rightarrow B_p = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_0}{x}$

$B_p = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_0}{x}$ LEGGE DI BIOT-SAVART

SPIRA CIRCOLARE



una Laplace

$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_0}{r^2} dl \wedge \vec{r}_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_0}{r^2} dl \sin\theta$

$dB_p = 2 dB \cos\theta = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_0}{r^2} \cos\theta dl$

integro sulla semisfera della spirale

$B_p = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_0}{R^3} \int dl \cos\theta = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_0}{R^3} \int dl \frac{R}{r}$

- tanto $\cos\theta$ in funz. di θ

$\cos\theta = \frac{R}{r} \Rightarrow dB_p = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_0 R}{r^3} dl$

$S = \pi R^2 \rightarrow \vec{m} = i_0 S \vec{n}$

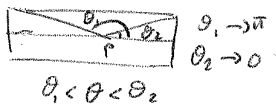
$B_p = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\vec{m}}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$

SOLENOIDE

l'ellittico costituito da $m = \frac{N}{l_0}$ m spirale

la moltiplico x m spirale e avvolgo m spire che la sezione $i = i dl$

parto dalla formula di una spirale $dB = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{m}{R^3} i dl \cdot S$



$dB = -m \frac{\mu_0}{2R} i \sin\theta dl = -m \frac{\mu_0}{2} i \sin\theta d\theta$

integro $B = \frac{\mu_0}{2} m i \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta d\theta = \frac{\mu_0}{2} m i [\cos\theta_2 - \cos\theta_1]$

$= \frac{\mu_0}{2} m i [\cos\theta_2 - \cos\theta_1] = \frac{\mu_0}{2} m i$

$B = \mu_0 m i$

LEGGI FONDAMENTALI DELL'ELETTRODINAMICA

considero 2 fili

2^a legge Laplace

$dB_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_1 dl_1 \wedge \vec{r}_{12}}{d^2}$

1^a legge Laplace $dF_{12} = i_2 dl_2 \wedge dB_1$

$dB_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_2 dl_2 \wedge \vec{r}_{21}}{d^2}$

$dF_{21} = i_1 dl_1 \wedge dB_2$

$dF_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_1 i_2}{d^2} [dl_2 \wedge (dl_1 \wedge \vec{r}_{12})]$

$dF_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_1 i_2}{d^2} [dl_1 \wedge (dl_2 \wedge \vec{r}_{21})]$

dato che $\vec{r}_{12} = -\vec{r}_{21}$!

dove ① = $-(dl_2 \wedge dl_1) \vec{r}_{12}$

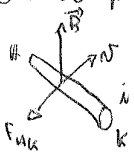
\Rightarrow forze non stesse moduli ma verso opposto \Rightarrow non attrattive

② = $+(dl_2 \wedge dl_1) \vec{r}_{12}$

2 conduttori qualsiasi conformati percorsi da corrente elettrica fra di essi si generano forze attrattive se le correnti fluiscono nelle stesso verso, repulsive se le correnti fluiscono in verso opposto

(700)

conduttore percorso da corrente girato per (1° legge) $F = i d\vec{l} \wedge \vec{B}$



$$F_{MK} = i (k-H) \wedge B = - \left(\frac{l_0 N B}{R} \right) e_B = - \frac{l_0 N B^2}{R}$$

INDUZIONI ELETTROMAGNETICHE x fenomeni variabili

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi(B)}{dt} \quad \mathcal{E} = \oint \vec{E} d\vec{l} \quad \Phi(B) = \iint_S \vec{B} \cdot \vec{n} dS$$

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \iint_S \vec{B} \cdot \vec{n} dS = \iint_S \left(- \frac{d\vec{B}}{dt} \right) \cdot \vec{n} dS \quad \text{applica STOKES} \quad \oint \vec{E} d\vec{l} = \oint \vec{F} dz \quad \text{al 1° membro}$$

$$\iint_S \text{rot} \vec{E} dS = \iint_S \left(- \frac{d\vec{B}}{dt} \right) \cdot \vec{n} dS \quad \Rightarrow \text{equazione vettoriale}$$

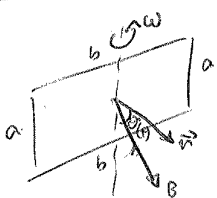
LEGGE DI FARADAY-LENZ x fenomeni variabili

$$\text{rot} \vec{E} = - \frac{d\vec{B}}{dt}$$

$$\text{div} \vec{E} = \frac{\rho_0}{\epsilon_0}$$

↓ (app) SPIRA ROTANTE IN B

SPIRA ROTANTE IN B



$$\Phi(B) = \vec{B} \cdot \vec{n} S = B \cdot S \cos(\theta) = BS \cos \omega t$$

$$\theta(t) = \omega t \quad \uparrow \text{vel ang.}$$

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi(B)}{dt} = -BS\omega \sin \omega t$$

$$\Rightarrow i_i = - \frac{1}{R} \frac{d\Phi(B)}{dt} = - \frac{BS\omega}{R} \sin \omega t$$

$$\Rightarrow \text{POTENZA MECCANICA} \quad P_i = R i_i^2 = \frac{(BS\omega)^2}{R} \sin^2 \omega t$$

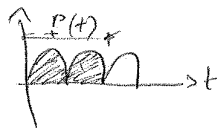
i cui valori massimi sono per $\sin^2 \omega t = 1$

$$\Rightarrow \begin{cases} \mathcal{E}_{i \max} = -BS\omega \\ i_{i \max} = -\frac{BS\omega}{R} \\ P_{i \max} = \frac{(BS\omega)^2}{R} \end{cases}$$

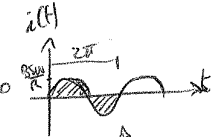
La potenza meccanica ha valore medio $\neq 0$

$$\langle P(t) \rangle = \frac{(BS\omega)^2}{R} \cdot \frac{1}{T} \int_0^T \sin^2 \omega t dt = \frac{(BS\omega)^2}{2R}$$

$$\Rightarrow \frac{\mathcal{E}_{i \max}^2}{2R} = \frac{\mathcal{E}^2}{R} \Rightarrow \mathcal{E} = \frac{\mathcal{E}_{i \max}}{\sqrt{2}}$$



VALORE EFFICACE cioè il valore che deve avere un generatore \mathcal{E} / P_{mecc} / \max



valori medi = 0

$$\langle i_i(t) \rangle = BS\omega \frac{1}{T} \int_0^T \sin \omega t dt = 0$$

$$\langle \mathcal{E}_i(t) \rangle = \frac{BS\omega}{R} \frac{1}{T} \int_0^T \sin \omega t dt = 0$$

CORRENTE ALTERNATA

CORRENTI PARASSITE DI FOUCAULT

elettromagnete con conduttore parassita nella stria di ferro da vettura

$$F_L = q \vec{v} \wedge \vec{B} \Rightarrow \text{si crea } \vec{E}_{em} = \frac{\vec{F}_L}{-e} = \vec{v} \wedge \vec{B}$$

nell'intervallo dt il'arco lolo descrive un arco

$$ds = v dt = \omega r dt \quad \text{spazzando l'area } dS = l_0 ds = l_0 \omega r dt$$

$$\Rightarrow \Phi(B) = \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dS = B l_0 \omega r dt$$

$$\Rightarrow \mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi(B)}{dt} = - B l_0 \omega$$

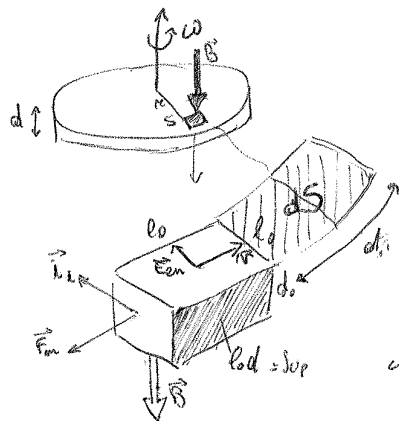
$$R = \rho \frac{l}{S_{sup}} = \rho \frac{l_0}{l_0 d} = \frac{\rho}{d} \Rightarrow i_i = - \frac{1}{\rho} B l_0 \omega d$$

calcolo forza con 1° LEGGE DI NEWTON

$$F_m = i_i l_0 \wedge B = - \frac{1}{\rho} \omega l_0^2 B^2 d$$

↓ POTENZO MECCANICO PRENDENTE

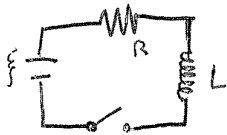
$$P = R \wedge F_m = R F_m = - \frac{1}{\rho} \omega l_0^2 B^2 \rho d$$



FENOMENO DI AUTO INDUZIONE:

$$\xi_i = - \frac{d\Phi(B)}{dt} = -L \frac{di(t)}{dt}$$

Circuito (RL)



$$\Delta V_{TOT} = \Delta V_R + \Delta V_L$$

$$\mathcal{E} = \Delta V_R(t) + \xi_i$$

parte da una parte L dell'altra R e \mathcal{E}

$$\mathcal{E} = Ri + L \frac{di}{dt} \rightarrow L \frac{di}{dt} = \mathcal{E} - Ri \rightarrow \frac{1}{L} \frac{di}{dt} = \frac{1}{\mathcal{E} - Ri} \rightarrow \frac{di}{\mathcal{E} - Ri} = \frac{1}{L} dt$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R} d[\ln(\mathcal{E} - Ri)] = \frac{1}{L} dt$$

$$d[\ln(\mathcal{E} - Ri)] = -\frac{R}{L} dt$$

$$\int_0^i \ln(\mathcal{E} - Ri) di = -\frac{R}{L} \int_0^t dt \rightarrow \ln \frac{\mathcal{E} - Ri}{\mathcal{E}} = -\frac{R}{L} t \Rightarrow \frac{\mathcal{E} - Ri}{\mathcal{E}} = e^{-\frac{R}{L} t}$$

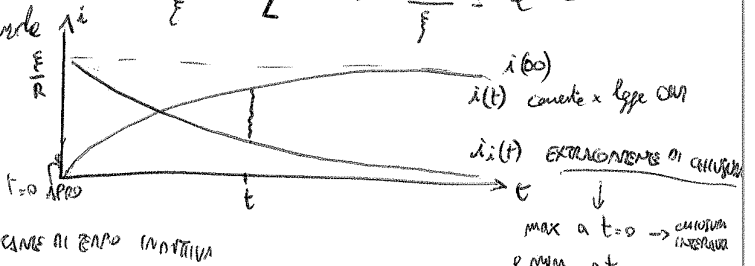
$$\Rightarrow \begin{cases} i(t) = + \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L} t}) \\ \xi_i(t) = -L \frac{di(t)}{dt} = -\mathcal{E} e^{-\frac{R}{L} t} \\ i_i(t) = \frac{\xi_i}{R} = -\frac{\mathcal{E}}{R} e^{-\frac{R}{L} t} \\ \Delta V_R(t) = Ri(t) = \mathcal{E} (1 - e^{-\frac{R}{L} t}) \end{cases}$$

$$\left[\frac{R}{L} \right] = \left[\frac{1}{T} \right]$$

$$\left[\frac{L}{R} \right] = [T]$$

COS'UNA AL TEMPO INATTIVO

a circuito chiuso di i è max poi diminuisce man mano che i sale



$$\frac{d\Phi(B)}{dt} < 0 \rightarrow \xi_i > 0$$

ESTENSIONE DI APERTURA del circuito netto + alla di quella di buca → salda mossa → deve essere messa in un modo ad alta magnetizzazione!

NB. a circuito aperto, quando i raggiunge regime stazionario i i manha + superficie.

• se $R \rightarrow R' = \text{cost}$ ($R' \gg R$) con $\mathcal{E} = 0$ puoi unire il circuito aperto

$$-R'i = L \frac{di}{dt} \rightarrow \int_{i_0}^i \frac{di}{i} = -\frac{R'}{L} \int_0^t dt \rightarrow [\ln i]_{i_0}^i = -\frac{R'}{L} t \rightarrow \ln \frac{i}{i_0} = -\frac{R'}{L} t \rightarrow \frac{R'i}{\mathcal{E}} = e^{-\frac{R'}{L} t}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-\frac{R'}{L} t} \\ \xi_i(t) = -L \frac{di(t)}{dt} = \mathcal{E} \frac{R'}{R} e^{-\frac{R'}{L} t} \\ i_i(t) = \frac{\xi_i(t)}{R'} = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-\frac{R'}{L} t} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \xi_i(0) = \mathcal{E} \frac{R'}{R} \gg \mathcal{E}$$

ESTENSIONE DI APERTURA

• R' RESISTENZA DI SCINTILLA

pot dissipata x effetto joule
pot dissipata x cambiamento i inducta

• POTENZA

$$P_G = P_R + P_i \\ \xi_i i = Ri^2 + Li \frac{di}{dt}$$

ENERGIA del CAMPO MAGNETICO

Lavoro speso dall'induttore $dW_i = Li di \Rightarrow dW_i = L \int_0^i i di = \frac{1}{2} Li^2 = U_i$ energia in tempo della corrente

$$U_i = U_m = \frac{1}{2} Li^2 \rightarrow \text{energia potenziale finita nell'induttore e trasferita in un campo magnetico o in elettrico} \quad U_e = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

• SOLENOIDE

$$\Phi(B) = NBS \rightarrow NBS = Li$$

$$\Phi(B) = Li$$

$$\frac{\mu_0 N^2}{l_0} i S = Li \Rightarrow L = \mu_0 \frac{N^2}{l_0} S = \mu_0 \frac{N^2}{l_0} S \cdot l_0 = \mu_0 N^2 W$$

moltiplica e divide al l_0

$$U_m = \frac{1}{2} Li^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \mu_0 N^2 W i^2 = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 N^2 W}{2 \mu_0} B^2 = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} \Rightarrow U_m = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0}$$

moltiplica e divide x μ_0

100m