



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO : 315

DATA : 16/07/2012

A P P U N T I

STUDENTE : Sannipoli

MATERIA : Tecnica delle Costruzioni

Prof. Mancini

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

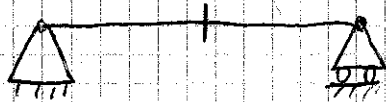
TECNICA DELLE COSTRUZIONI

06-03-2012

1) SICUREZZA STRUTTURALE

2) LINEE DI INFLUENZA

Esempio: CONSIDERIAMO UN PONTE (che schematizziamo come una trave semplicemente appoggiata)

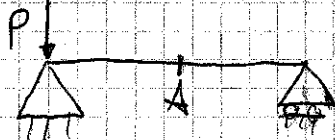
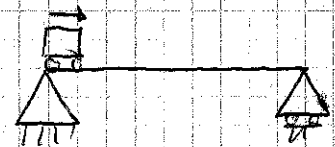


dimensionare la sezione in
metallo \rightarrow
 \rightarrow serve calcolare il momento
flettente

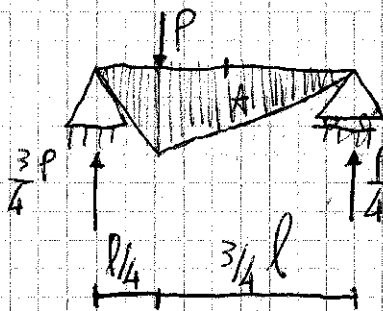
I carichi sono:

- PERMANENTI (es: peso proprio)
- VARIABILI (es: macchine sul ponte)

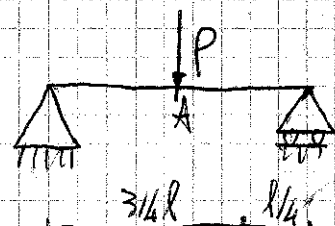
I carichi variabili si possono
trovare in posizioni diverse sulla
struttura.



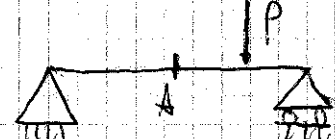
$$M_A = 0$$



$$M_A = \frac{Pl}{8}$$

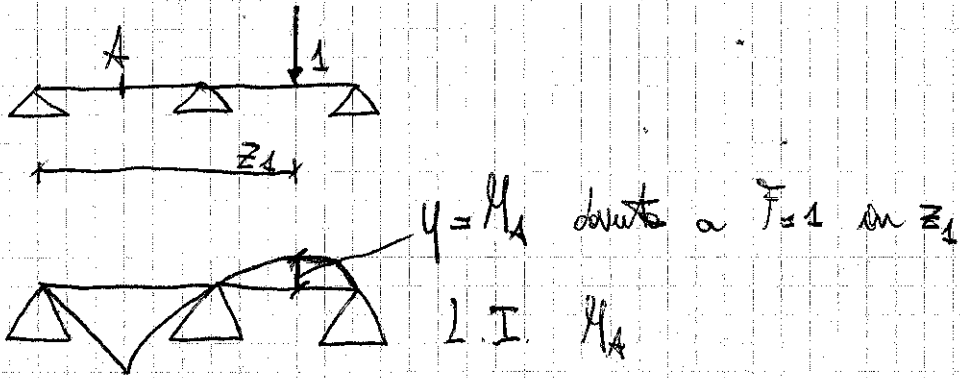


$$M_A = \frac{Pl}{4}$$



$$M_A = \frac{Pl}{8}$$

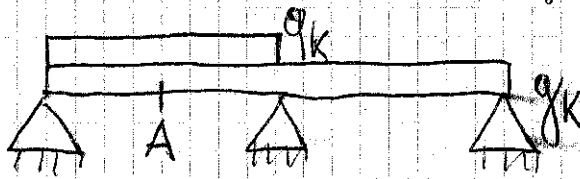
Innanzitutto di applicare una forza unitaria:



[Lasciamo ordinare della linea di influenza...]

3) FATTORIZZAZIONE DELLE AZIONI

Per determinare i valori delle sollecitazioni di calcolo che vengono usati nella progettazione di strutture secondo gli EUROCODICI.



g_k : carico permanente
 q_k : carico variabile

Valore di calcolo delle sollecitazioni (in questo caso M_{sd} perché combinate):

$$M_{sd} = \gamma_G M_{gk} + \gamma_Q M_{qk}$$

γ_G, γ_Q : FATTORI PARZIALI

(i cui valori sono fissati a livello europeo nella normativa EN 1990)

dice che: $\gamma_G \begin{cases} 1.0 \\ 1.35 \end{cases}$

$\gamma_Q \begin{cases} 0 \\ 1.5 \end{cases}$

Per una sezione si dovrà sempre determinare sia M_{sd}^{MAX} che M_{sd}^{MIN} .
 (Può accadere che $M_{sd} \leq 0$)

e i tre movimenti angolari:

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}, \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}$$

È possibile scegliere in modo del tutto arbitrario queste 6 componenti di deformazione e dire che sono tutte ammissibili...???

Esempio:

$$\epsilon_y, \epsilon_z, \gamma_{xy} \neq 0$$

Sobbiamo risolvere le equazioni di congruenza:

$$\frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial z^2} = \frac{\partial^3 v}{\partial y \partial z^2} \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \epsilon_z}{\partial y^2} = \frac{\partial^3 w}{\partial z \partial y^2} \quad (2)$$

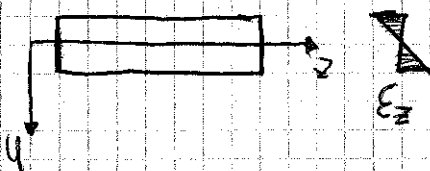
$$\frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y \partial z} = \frac{\partial^3 v}{\partial z^2 \partial y} + \frac{\partial^3 w}{\partial y^2 \partial z} \quad (3)$$

dalla (1) = $\frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial z^2}$ dalla (2) = $\frac{\partial^2 \epsilon_z}{\partial y^2}$

Alla fine la nostra condizione di congruenza risulta:

$$\frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y \partial z} = \frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_z}{\partial y^2} \quad (1)$$

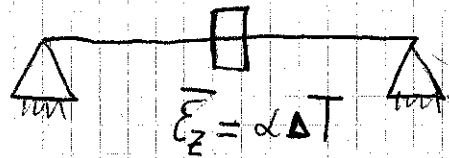
Consideriamo un caso di struttura:



immaginiamo che sia:

$$\begin{cases} \epsilon_z = K \cdot y \text{ con } K \neq 0, \\ \epsilon_y = 0, \quad \gamma_{yz} = 0 \end{cases}$$

Vediamo se le deformazioni ipotizzate sono congruenti (cioè rispettano la

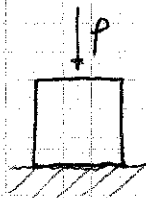


In questo caso la deformazione imposta è di tipo **NON COMPATIBILE**

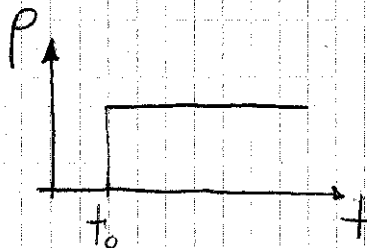
In una STRUTTURA IPERSTATICA nasceranno delle sollecitazioni (in questo caso uno sforzo normale di compressione).

5) CREEP (o FLUAGE)

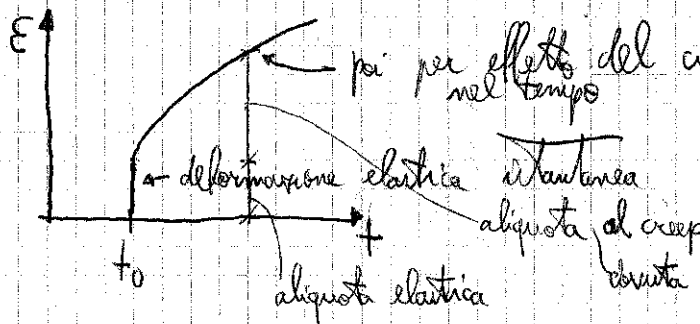
Si verifica nelle strutture di calcestruzzo:



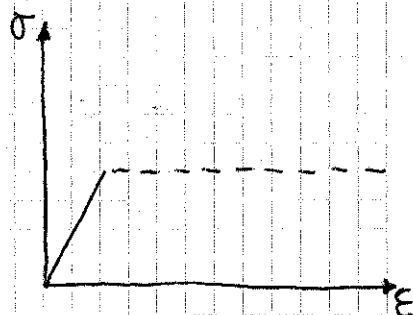
blocco a cui applichiamo una forza P



Il provino tenderà a schiacciarsi per effetto di P , quindi:



6) PLASTICITÀ



LIBRI DI TESTO

- le slide sul portale sono OGGETTO D'ESAME

- libri CONSIGLIATI:

17/03: 14,00 - 14,30

- Bertero, Grano "Esercizi di scienza delle costruzioni" (da comprare)
- Leri, Marro "Scienza delle costruzioni" (per le linee di influenza)
- Albertini, Faraguna "Scienza delle costruzioni" (per le linee di influenza)
- Hannonet "Calcolo plastico a rottura delle costruzioni" (per la plasticità)
- Gulbanessian, Calzara, Holicky "Designer's guide to EN 1990" (in BIBLIOTECA CENTRALE)

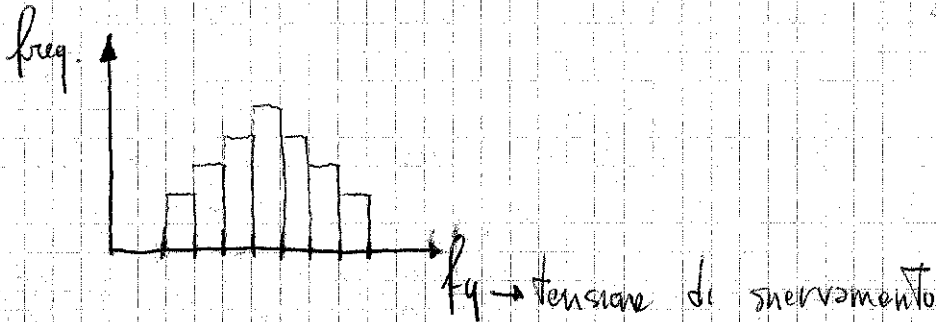
esistono, a seconda di come sono stati determinati:

- METODI DETERMINISTICI
- METODI PROBABILISTICI

[Gli eurocodici sono basati su metodi probabilistici].

Grandezze come vento, sismi, resistenza non sono DETERMINISTICHE.

Se scegliamo una classe di acciaio (es. S500) → facendo prove, otterremo diversi valori della tensione di snervamento → NO DETERMINISMO.



Il caprifoglio è una di quelle grandezze che non può essere definita in modo deterministico.

Le azioni quali vento, sisma, carico della neve sono imprevedibili (cioè caratterizzate da INCERTEZZA).

Se c'è incertezza → nessuna struttura è immune dal crollo. Non stimare la probabilità che ci sia collasso o meno, ma non può dire di essere immune al crollo.

Un aumento delle resistenze vuol dire aumento di costi → si è avvicinati ad una soluzione di compromesso in termini di OTTIMIZZAZIONE ECONOMICA.

I metodi deterministici erano usati in passato e ora sono totalmente superati dai metodi probabilistici.

Tra i metodi deterministici esistono:

- METODO DELLE TENSIONI AMMISSIBILI
- CALCOLO A ROTTURA (in base ad una verifica nello spazio delle forze)

TECNICA DELLE COSTRUZIONI

08-03-2012

DEFINIZIONE ASSIOMATICA

Esempio:

- lancio della moneta:

$$\Omega = \{T, C\}$$

↑
spazio campione

Se un evento è caratterizzato da 1 solo possibile risultato \rightarrow evento elementare.

Esempio di EVENTO COMPOSTO:

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

l'evento PARI sarà un evento composto in quanto è costituito da 3 eventi: $PARI = \{2, 4, 6\}$

SPAZIO DEGLI EVENTI

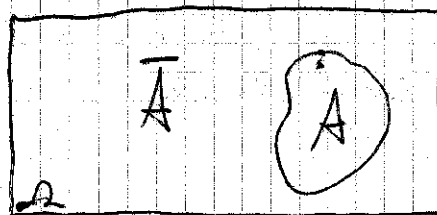
\mathcal{B} : spazio caratterizzato da tutti i possibili eventi associati ad un esperimento casuale.

Assiomi di Kolmogoroff

$$0 \leq P(A) \leq 1 \text{ con } A \subset \Omega$$

CONSEGUENZE DEGLI ASSIOMI:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$



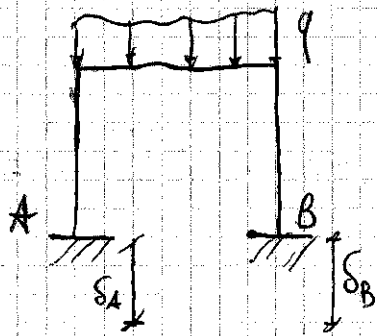
$$\Omega = A \cup \bar{A}$$

1° assioma $\rightarrow P(\Omega) = 1 = P(A) + P(\bar{A})$

poiché i due eventi sono mutuamente esclusivi

Esempio

consideriamo un portale soggetto ad una determinata distribuzione di carico:



$$P(\delta_A = 0) = 0,8$$

$$P(\delta_B = 0) = 0,9$$

δ : cedimento

DOMANDA:

- calcolare la probabilità che:

- 1) nessun vincolo subisca un cedimento
- 2) entrambi i vincoli subiscano un cedimento
- 3) subisca cedimento solo il vincolo A
- 4) subisca cedimento solo il vincolo B
- 5) ceda almeno 1 vincolo

Inoltramento ^{non} Formule da utilizzare:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

se A, B INDIPENDENTI $\Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

1).

$$P[(\delta_A = 0) \cap (\delta_B = 0)] = \text{dobbiamo fare l'ipotesi che i due eventi sono indipendenti; altrimenti ci servirebbe un altro dato del problema} =$$

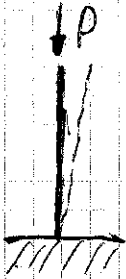
$$= P(\delta_A = 0) \cdot P(\delta_B = 0) = 0,8 \cdot 0,9 = 0,72$$

2).

supponiamo che siano indipendenti

$$P[(\overline{\delta_A = 0}) \cap (\overline{\delta_B = 0})] = P(\overline{\delta_A = 0}) \cdot P(\overline{\delta_B = 0}) =$$

$$= (1 - 0,8) \cdot (1 - 0,9) = 0,2 \cdot 0,1 = 0,02$$



Una colonna non sarà mai, perfettamente dritta, ma per motivi costruttivi presenta un'eccentricità e .

ben descritta da variabili aleatorie

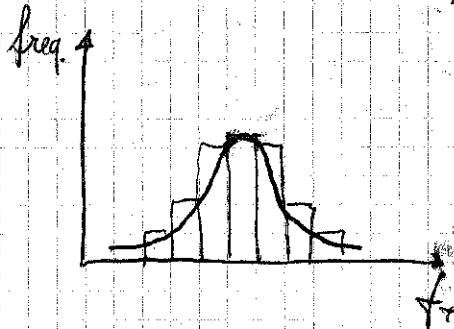


A ciascuna variabile aleatoria vengono associate 2 funzioni:

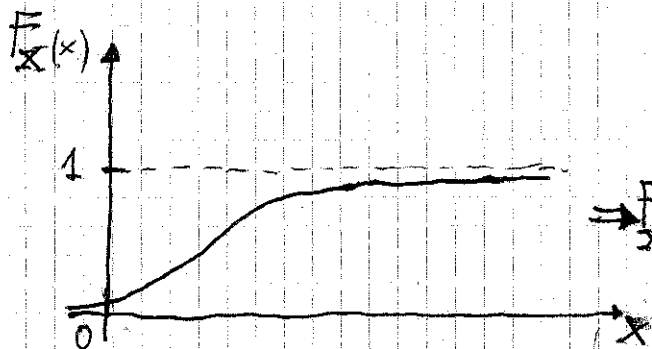
X : VARIABILE ALEATORIA

$f_x(x)$: FUNZIONE DENSITÀ DI PROBABILITÀ

se suppongo di considerare un infinito numero di barre di armatura \Rightarrow ottengo una curva continua (che è la funzione densità di probabilità)



$F_x(x)$: FUNZIONE DISTRIBUZIONE CUMULATIVA



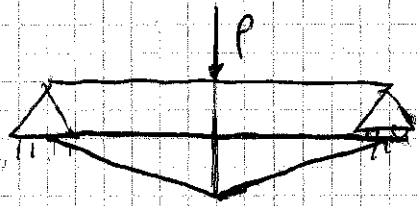
$$F_x(x) = P(X \leq x) \Rightarrow$$

$\Rightarrow F_x(x)$ ha valori compresi tra 0 e 1

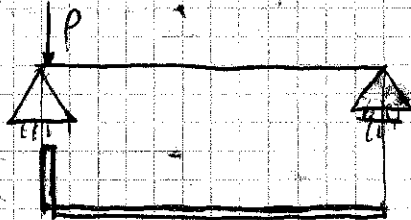
TECNICA DELLE COSTRUZIONI

15-03-2012

COMBINAZIONI DI CARICO PIÙ SFAVOREVOLI



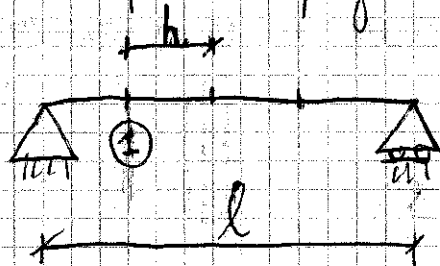
Condizione più sfavorevole per V (P in mezzo)



" T (P al più vicino possibile all'appoggio)

Come si procede nella realtà?

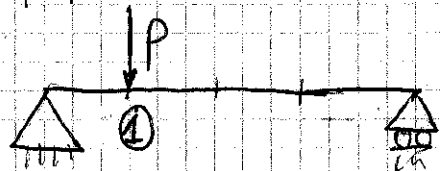
Immaginiamo di voler fare il progetto di questa trave:



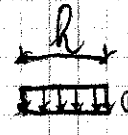
1° passo: dividiamo la trave in tante sezioni distanti tra di loro circa h .

Ognuna di queste sezioni va progettata per i fatti suoi.

Es: prendiamo la sezione ①: dove mettiamo P per avere il più grande dei momenti flettenti nella sezione ①? Dov'è mettere P proprio in ①?



Per massimizzare il taglio in ① devo mettere P proprio in ①.

Se invece considero ora un carico distribuito q :  q h come si fanno più complicate. Ci serve un metodo generale.

$$\chi(x)_{PQ} = \frac{\frac{2}{3} Fa}{ES} \cdot x$$

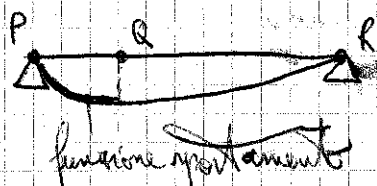
$$Q(x)_{PQ} = \int \frac{\frac{2}{3} Fa}{ES} \cdot \frac{1}{ES} x dx = \frac{\frac{2}{3} Fa}{ES} \int x dx = \frac{2}{3} \frac{Fa}{ES} \frac{1}{2} x^2 + C_1$$

Le costanti di integrazione vengono determinate imponendo delle c.c.

può essere all'inizio
o alla fine del mio elemento,
o all'interfaccia di due
elementi con diverso momento
flettente.

$$S(x)_{PQ} = \int Q(x)_{PQ} dx = \frac{\frac{2}{3} Fa}{ES} \frac{1}{2} \frac{1}{3} x^3 + C_1 x + C_2 = \frac{1}{9} \frac{Fa}{ES} x^3 + C_1 x + C_2$$

è la funzione spostamento da P a Q:



Impongo la c.c.:

$$S(x=0) = 0 \Rightarrow C_2 = 0$$

Calcoliamo il tratto QR:

$$\chi(x)_{QR} = \frac{2}{3} \frac{Fa}{ES} x - \frac{Fa}{ES} \left(x - \frac{l}{3}\right) = -\frac{1}{3ES} Fa x + \frac{Fa l}{ES 3}$$

$$Q(x)_{QR} = \int \chi(x)_{QR} dx = \frac{Fa l}{3ES} x - \frac{Fa}{6ES} x^2 + C_3$$

$$S(x)_{QR} = \int Q(x)_{QR} dx = \frac{Fa l}{6ES} x^2 - \frac{Fa}{10ES} x^3 + C_3 x + C_4$$



$$L_A = \frac{F_a \cdot y_A}{2}$$

questo perché si pensa che la forza viene applicata molto lentamente → deformazione quasi statica (come la neve che si posa sul tetto).

Se sarà $\frac{F \cdot \delta}{2}$ se è un triangolo, altrimenti se l'area non è un triangolo il lavoro avrà un'espressione più complicata.

$$L_B = \frac{F_b \cdot y_B}{2}$$

Lavoro motore: $F_a \cdot y_B = F_b \cdot y_A$

NO!!!

$$F_a \cdot y_{BA} = F_b \cdot y_{AB}$$

SI!!!

spostamento generato dal sistema di forze F_a e F_b in corrispondenza del punto di applicazione di F_a (forza F_b)

Il primo sovrapp degli effetti non si applica al lavoro di deformazione:

$$L_a + L_b \neq L_{a+b} \quad \text{MA} \quad L_{a+b} = L_a + L_b + L_{ab}$$

Mentre per gli spostamenti, momento flettente, vale il primo di sovrapp. degli effetti

Nella (a) abbiamo scritto grandezze scalari; in realtà sappiamo che:

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix}$$

→ per scrivere la (a) in forma più generica (vettoriale):

$$L_i = \int_V \{\sigma\}^T \cdot \{\epsilon\} dV$$

↑
trasporto poiché L è sempre uno scalare

A monte degli eurocolici ci sono le associazioni di ricerca internazionali

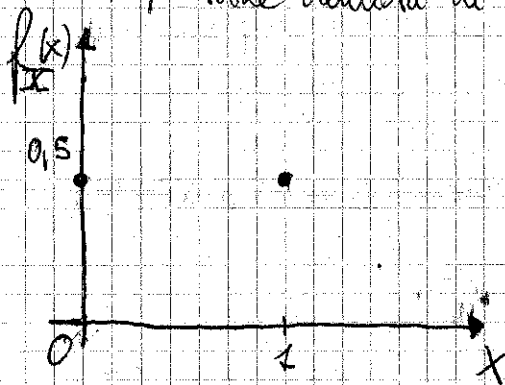
NSL in Svizzera.

Proviamo a costruire la seguente tabella:

| VALORI X_i | 0 | 1 |
|-----------------------|-----|-----|
| $f_X(x_i) = P(X=x_i)$ | 0,5 | 0,5 |

quando $x=0$, la funzione densità di probabilità assume il valore 0,5.

Diagrammiamo la funzione densità di probabilità:



L'ordinata di $f_X(x)$ è pari a 0,5 per entrambi i valori di x .

poiché la funzione densità di probabilità $f_X(x) = P$ per definizione evento la probabilità sempre positiva, si ha che $f_X(x)$ è sempre non negativo.

Quindi facciamo 2 osservazioni:

$$- f_X(x) \geq 0$$

$$- \sum_{i=1}^n f_X(x_i) = 1$$

La seconda funzione associata ad una variabile aleatoria è:

- FUNZIONE DISTRIBUZIONE CUMULATIVA $F_X(x)$

$$F_X(x) = \sum_{i: X_i \leq x} f_X(x_i)$$

Numero 1:

$$1 \rightarrow 0$$

$$2 \rightarrow 1$$

$$3 \rightarrow 0$$

$$4 \rightarrow 1$$

$$5 \rightarrow 0$$

$$6 \rightarrow 1$$

$$P(X=0) = P(\text{dispari}) = 0,5$$

$$P(X=1) = P(\text{pari}) = 0,5 \quad (\text{di } f_X(x) \text{ e di } F_X(x))$$

Otteniamo esattamente i grafici che abbiamo ottenuto su precedente.

Consideriamo ora un'altra variabile aleatoria:

Y : RISULTATO 2

$Y: \omega \in \Omega \rightarrow y \in \mathbb{R}$

$$1 \rightarrow 0$$

$$4 \rightarrow 0$$

$$2 \rightarrow 1$$

$$5 \rightarrow 0$$

$$3 \rightarrow 0$$

$$6 \rightarrow 0$$

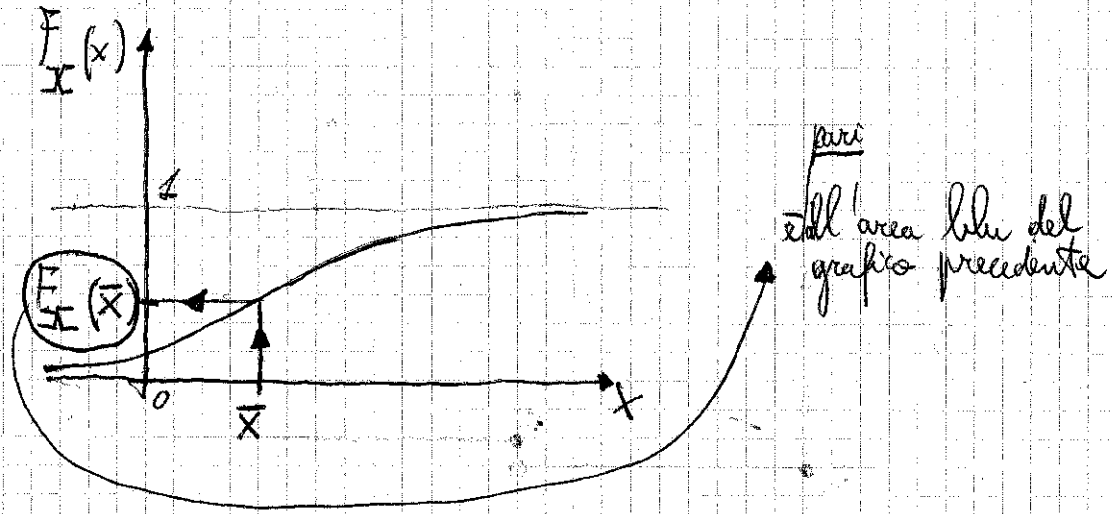
$$P(Y=0) = P(\text{RISULTATO} \neq 2) = \frac{5}{6}$$

$$P(Y=1) = P(\text{RISULTATO} = 2) = \frac{1}{6}$$

| VALORI y_i | 0 | 1 |
|---------------------|---------------|---------------|
| $f_Y(y) = P(Y=y_i)$ | $\frac{5}{6}$ | $\frac{1}{6}$ |

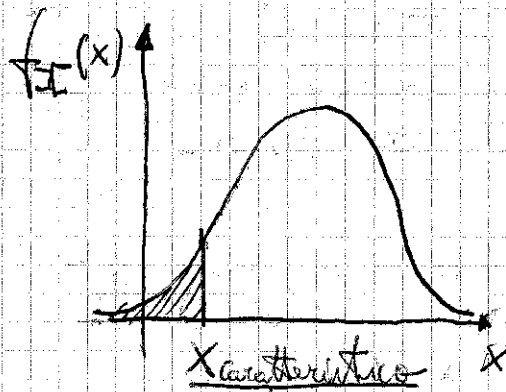
$$F_X(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f_X(t) dt$$

poiché P è compreso tra 0 e 1 $\Rightarrow F_X(x)$ ha valori compresi tra 0 e 1.



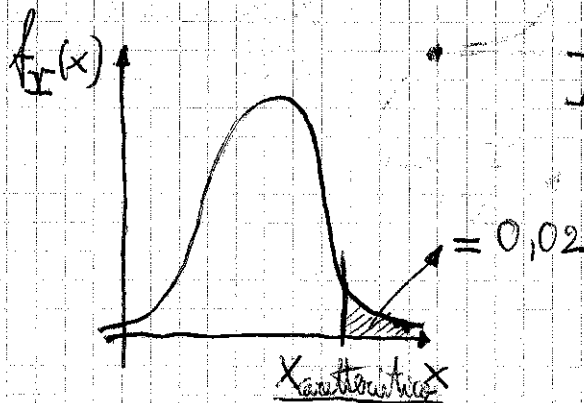
Esempio:

se X rappresenta una RESISTENZA, allora:



la $P(X \leq x_{\text{caratteristico}}) = 0,05$

per le AZIONI viene anche definito un valore caratteristico:



X : AZIONE CLIMATICA

Slide 21

Struttura ipostatica (es. trave continua). Se il materiale è omogeneo \Rightarrow stessa resistenza.

Se però ho un difetto nella trave \Rightarrow cambia la resistenza \Rightarrow cambia la risposta \Rightarrow le sollecitazioni cambiano. In tal caso usa un'operazione per modellare le variabili R ed S.

(noi non la guardiamo)

\Rightarrow immaginiamo che R ed S siano indipendenti.

$$\int_0^{+\infty} f_S(s) ds = 1 - F_S(r)$$

↑
frequenza
cumulativa
(“accumulata”)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_S(s) ds$$

$$\left(\int_{-\infty}^r f_S(s) ds = F_S(r) \right)$$

Slide 22

Ho successo quando $s > r \Rightarrow$ quando la sollecitazione è compresa tra r e $+\infty \Rightarrow$

$$\Rightarrow [1 - F_S(r)] = P(S > r)$$

Slide 23

se faccio l'integrazione in verticale \Rightarrow fino le sollecitazioni.

INTEGRALE DI CONVOLUZIONE (fa convivere insieme resistenze e sollecitazioni)

Slide 24

la gamma è la ^{curva} più semplice (ci permette di operare in forma chiusa in termini analitici)

“R sarà la metà della distribuzione normale N_R caratterizzata da μ_R e σ_R ”.

anche la funzione enta $Z = R - S$ è normale

Slide 26: variabili standardizzate ridotte per μ .

Slide 29

R_k : valore di resistenza che ha una certa probabilità di essere superato.

"frattile 5%": R_k : valore di resistenza che ha solo il 5% di essere superato.

Parlando di frattili, non mi baso solo sulle medie \rightarrow sto considerando le distribuzioni (a parità di media, se la curva si spande o si stringe \rightarrow curve frattili diverse).

R_k : frattile 5%

$k_R = 1,645$

rispetto a $k = 1,645$

$d_R = 2,6 \rightarrow$ il numero che mi porta più indietro nella curva (perché dico arrivare al 5%).

$d_R = 2,546$

Slide 35: le curve 13-14-15-16 sono quelle più improbabili che si verificano (curve estreme)

OSSERVAZIONE: le code delle distribuzioni sono la parte di curva che conosciamo peggio

sono quelle che variano maggiormente tra curva e curva (gaussiana, ...)

altri tipi di curve

\rightarrow la differenza tra 10^{-4} e 10^{-5} in P non è molto alta, proprio perché c'è incertezza su come siano fatte le code.

\rightarrow 1° DIFFICOLTÀ DEL METODO DI LIVELLO 3:

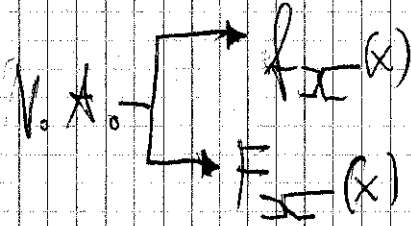
variabile aleatoria da prendere in conto:

deformazioni, imperfezioni, cedimenti, fondazioni, ... \rightarrow non convergono mai a tutto le PDF delle variabili di distribuzione.

[PDF: probability density frequency].

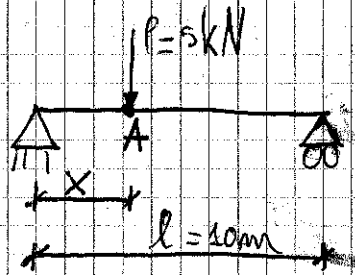
TECNICA DELLE COSTRUZIONI (Esame 1/1/12)

29-03-2012



ESERCITAZIONE SULLE VARIABILI ALEATORIE

Vediamo l'esempio di variabili aleatorie continue:



(cioè la posizione del carico P non sia nota con certezza)

Supponiamo che x non sia nota con certezza, ma sia una quantità aleatoria che può essere descritta mediante una variabile aleatoria:

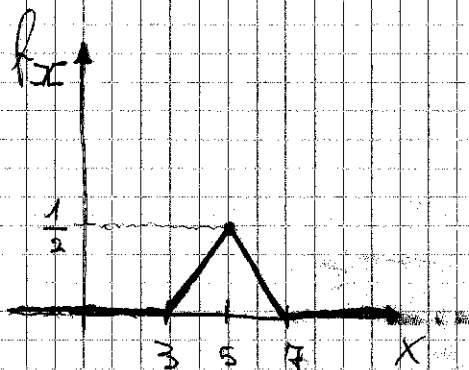
$X \rightarrow \text{V.A.} \rightarrow f_X(x)$ (supponiamo di conoscere la funzione densità di probabilità)

$$x \leq 3 \Rightarrow f_X(x) = 0$$

$$3 \leq x \leq 5 \Rightarrow f_X(x) = \frac{x-3}{4}$$

$$5 \leq x \leq 7 \Rightarrow f_X(x) = \frac{-x+7}{4}$$

$$x \geq 7 \Rightarrow f_X(x) = 0$$



N. 8: la funzione densità di probabilità nella richiesta ha due condizioni che devono essere soddisfatte: $\int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) dx = 1$

ricordiamo la seguente definizione:

$$F_X(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f_X(t) dt$$

Nota: perché x risulta qui essere un estremo di integrazione.

$$x \leq 3 \rightarrow F_X(x) = 0$$

$$3 \leq x \leq 5 \rightarrow F_X(x) = \int_3^x \frac{t-3}{4} dt = \frac{1}{4} \left[\frac{t^2}{2} - 3t \right]_3^x \quad \textcircled{1}$$

$$5 \leq x \leq 7 \rightarrow F_X(x) = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{calcolata in } 5}}{F_X(5)} + \int_5^x \frac{-t+7}{4} dt = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{calcolata in } 5}}{F_X(5)} + \frac{1}{4} \left[-\frac{t^2}{2} + 7t \right]_5^x$$

$$x \geq 7 \rightarrow F_X(x) = 1$$

$$P(M_A \leq 11 \text{ kN}\cdot\text{m}) = P(X \leq 3,27 \text{ m}) + P(X \geq 6,73 \text{ m})$$

poiché $F_X(x) = P(X \leq x)$, allora:

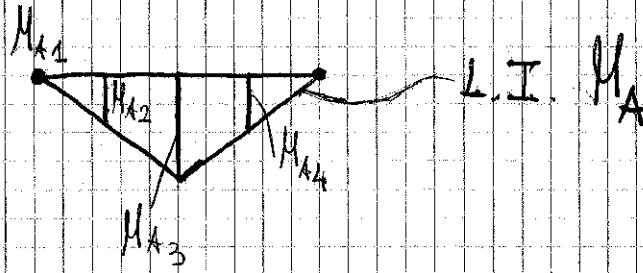
$$P(X \leq 3,27 \text{ m}) = F_X(3,27) = 0,009$$

notiamo che $x = 3,27$ nella $\textcircled{1}$

$$P(X \geq 6,73 \text{ m}) = 1 - P(X \leq 6,73 \text{ m}) = 1 - F_X(6,73) = 0,009$$

Per definitiva:

$$P(M_A \leq 11 \text{ kN}\cdot\text{m}) = 0,009 + 0,009 = 0,018$$



Questo era il METODO DIRETTO di tracciamento della linea di influenza (vedremo nella prossima lezione il metodo che si basa sul principio di reciprocità di Betti).

La teoria delle L.I. vale solamente quando siamo in regime elastico lineare (\Rightarrow di Saint Venant).

Enunciato Teorema di Betti: "date due diverse deformazioni di un solido elastico corrispondenti a due diversi sistemi di forze, il lavoro che le forze del 1° sistema compirebbero qualora ai loro punti di applicazione fossero attribuiti gli spostamenti che caratterizzano la 2° deformazione (questo è il lavoro L_{ab}) è uguale al lavoro che le forze del 2° sistema compirebbero qualora ai loro punti di applicazione fossero attribuiti gli spostamenti che caratterizzano la 1° deformazione (lavoro L_{ba})".

Ritorniamo ora $L_{ab} = L_{ba}$ utilizzando due volte il P.L.V.:

a, b : sistemi di forze (che determinano una deformazione del nostro solido)

Applicando P.L.V.:

$$\underbrace{\sum F_a \cdot \eta_b}_{\text{lavoro esterno}} = \int_L N_a d\varepsilon_b + \int_L M_a d\varphi_b + \int_L T_a d\gamma_b$$

↑ allungamento
 ↑ rotazione
 ↑ contributo di lavoro interno dovuto al taglio

$$d\varepsilon_b = \frac{N_b}{EA} dz$$

$$d\varphi_b = \frac{M_b}{EI} dz$$

$$d\gamma_b = \frac{T_b}{GA} dz$$

↑
fattore di taglio

Dunque si ha:

$$\sum F_a \cdot \eta_b = \int_L N_a \cdot \frac{N_b}{EA} dz + \int_L M_a \cdot \frac{M_b}{EI} dz + \int_L T_a \cdot \frac{T_b}{GA} dz$$

$$\sum F_b \cdot \eta_a = \int_L N_b \cdot \frac{N_a}{EA} dz + \int_L M_b \cdot \frac{M_a}{EI} dz + \int_L T_b \cdot \frac{T_a}{GA} dz$$

Vediamo qual è la relazione che esiste tra queste due ultime equazioni.

ESPLORATIVO

Nota l'effetto incognito, ^{che devo trovare} conosci automaticamente il sistema esplorativo (poiché il sistema esplorativo deve compiere lavoro con l'effetto incognito).

Chiamerò F_b le "CAUSE DATE", e chiamerò M_a "FUNZIONE DI INFLUENZA".

Nota le cause date (che sono un dato del problema), la funzione di influenza è univocamente definita (poiché "cause date" e "funzione di influenza" devono compiere lavoro).

EFFETTO INCOGNITO → SISTEMA ESPLORATIVO.

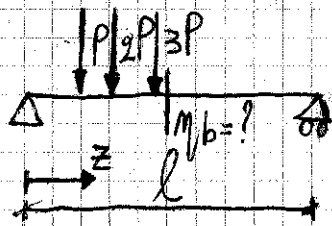
CAUSE DATE → FUNZIONE DI INFLUENZA.

Le linee di influenza restano fuori proprio a questo punto:

il grafico della FUNZIONE DI INFLUENZA (M_a) e la linea di influenza dell'EFFETTO INCOGNITO (M_b) per le CAUSE DATE (F_b).

(se le cause date non sono forse verticali → la linea di influenza non sarebbe la deformata)

Esempio:



1. $z = \frac{2}{10} l$

2. $z = \frac{3}{10} l$

3. $z = \frac{4}{10} l$

Effetto incognito: M_b → Sistema esplorativo: F_a (arbitraria) applicata in messeria.

Cause date: F_b → poiché F_b sono forse verticali, allora la funzione di influenza M_a è la deformata (cioè il diagramma degli spostamenti).

$$F_a \cdot M_b = \sum F_b \cdot M_a$$

→ determinarlo integrando l'equaz. della linea elastica.

$$M_{aP} = M_a \left(z = \frac{2}{10} l \right)$$

↑ spostamento verticale
causato dalla forza F_a e
valutato nella sezione di
applicazione della forza P

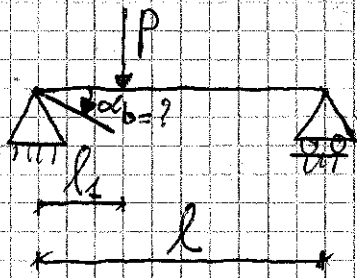
$$M_{a2P} = M_a \left(z = \frac{3}{10} l \right)$$

$$M_{a3P} = M_a \left(z = \frac{4}{10} l \right)$$

$$F_a \cdot M_b = P \cdot M_{aP} + 2P \cdot M_{a2P} + 3P \cdot M_{a3P} \Rightarrow M_b = 4,904 \frac{Pl^3}{40EI}$$

⚡ No B.o. in questa espressione non
compare F_a (perché si semplifica).

esempio



$$P: z = l_1$$

è una coppia

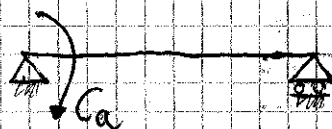
effetto incognito $\alpha_b \rightarrow$ sistema espletivo C_a .

cause dette $F_b \rightarrow$ funzione di influenza M_a (deformata della
struttura (perché F_b sono forze verticali))

(deformata)

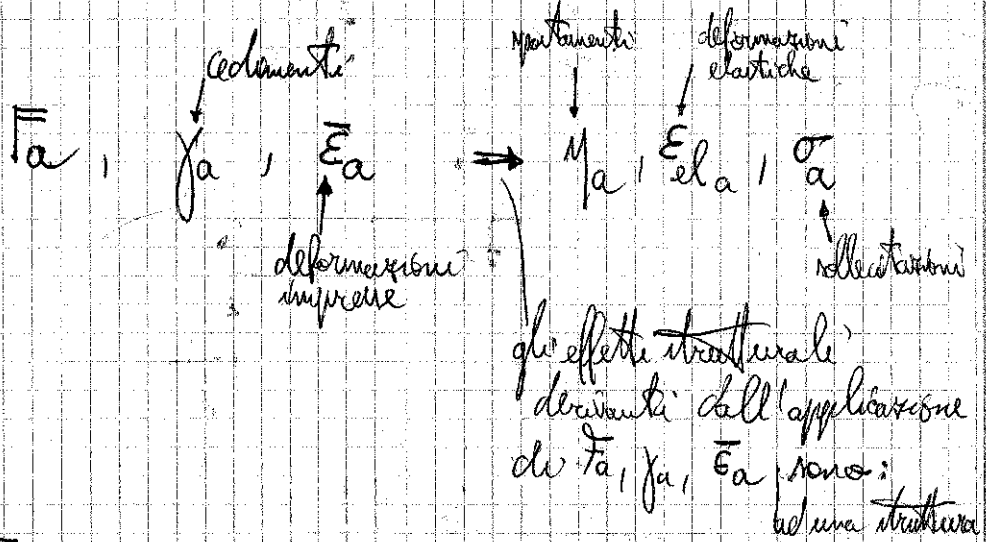
$$C_a \cdot \alpha_b = F_b \cdot M_a$$

M_a , data a C_a , è la linea di influenza della rotazione nell'estremo
di sinistra data a forze verticali.



Nel problema ^{anche} delle azioni che vanno cedimenti, vincoli o deformazioni impresse:

sistema a):



sistema b):

$$F_b, y_b, E_b \Rightarrow M_b, E_{el b}, \sigma_b$$

Applichiamo il P.L.V.:

$$\textcircled{C} \underbrace{\sum F_a M_b + \sum R_b y_b}_{\text{lavoro esterno}} = \int_V \underbrace{\{\sigma_a\}^T \{\epsilon_{el b}\}}_{\text{volume del solido}} dV + \int_V \{\sigma_a\}^T \{\bar{\epsilon}_b\} dV$$

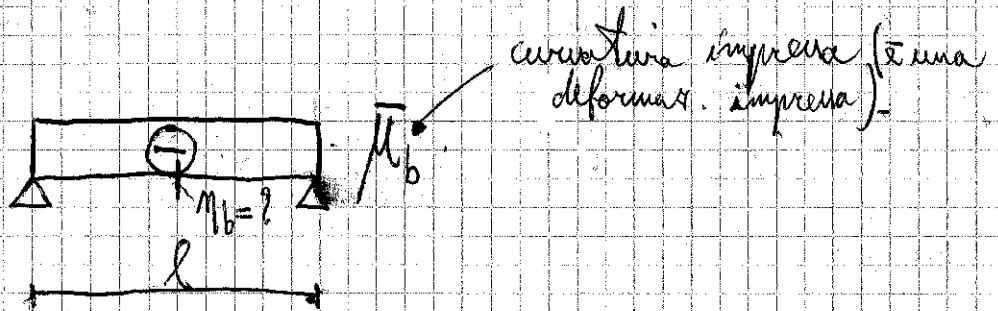
è la struttura composta di:

$$\int_L N_a \frac{N_b}{EA} dz + \int_L M_a \frac{M_b}{EI} dz + \int L T_a \frac{T_b}{GK} dz$$

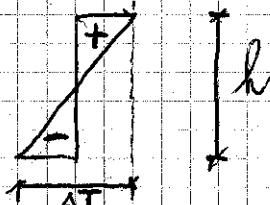
è giusto che sia segno +, perché: $\epsilon_{TOT} = \epsilon_{el} + \bar{\epsilon}$

$$\textcircled{D} \sum F_b M_a + \sum R_b y_a = \int_V \{\sigma_b\}^T \{\epsilon_{el a}\} dV + \int_V \{\sigma_b\}^T \{\bar{\epsilon}_a\} dV$$

Esempio



La curvatura impressa dovuta dall'applicazione di una variazione di temperatura a farfalla:



$$\bar{\mu}_b = - \frac{\alpha \Delta T}{h}$$

$$\sum F_b \cdot \eta_a = \int_L N_b \cdot \frac{N_a}{EA} dz + \dots$$

I membri erano uguali

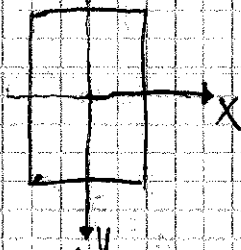
in un modo più compatto $\Rightarrow \int_V \{\sigma_a\}^T \{\epsilon_b\} dV = \int_V \{\sigma_b\}^T \{\epsilon_a\} dV$

Nel nostro caso $\int_V \{\sigma_b\}^T \{\epsilon_a\} dV = 0 \Rightarrow \int_V \{\sigma_a\}^T \{\epsilon_b\} dV = 0$

Da qui la (C) diventa:

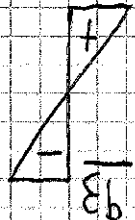
$$\sum F_a \cdot \eta_b = \int_V \{\sigma_a\}^T \{\epsilon_b\} dV$$

$$\sigma_a = \frac{N_a}{I} \cdot y$$



($\epsilon = \alpha \Delta T$ vedi disegnano in altra pag. precedente)

$$\epsilon_b = \bar{\mu}_b \cdot y$$



$$\int_V \sigma_a \epsilon_b dV = \int_L \int_A \sigma_a \epsilon_b dA dz = \int_L \int_A \left(\frac{N_a \cdot y}{I} \right) \cdot \left(\bar{\mu}_b \cdot y \right) dA dz$$

Il σ_a il vettore perché nel nostro caso ha solo effetti flessionali

lunghezza trave

lungo la trave il momento può anche variare, ma in una certa sezione ha sicuramente valore costante

vediamo cosa porta fuori dall'integrale \int_A

ha applicato a tutta la trave la stessa variazione a forbice ($\bar{\mu}_b$ è costante lungo la trave)

$$= \int_L \frac{N_a \bar{\mu}_b}{I} \left(\int_A y^2 dA \right) dz = \int_L N_a \bar{\mu}_b dz$$

lo supponiamo costante $\int_A y^2 dA$ è I

effetto incognito $\eta_b \rightarrow$ sistema esplorativo F_a
 cause date $\gamma_b \rightarrow$ funzione di influenza R_a

a) $F_a \neq 0$ $\left. \begin{array}{l} \text{applicheremo} \\ \text{una forza unitaria} \\ \text{nella direzione} \end{array} \right\} \sigma_a$
 $\gamma_a = 0$ $\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \epsilon_{da}$
 $\bar{\epsilon}_a = 0$ $\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \eta_a$

b) $F_b = 0$ $\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \sigma_b$
 $\gamma_b \neq 0$ $\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \epsilon_{db}$
 $\bar{\epsilon}_b = 0$ $\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \eta_b$

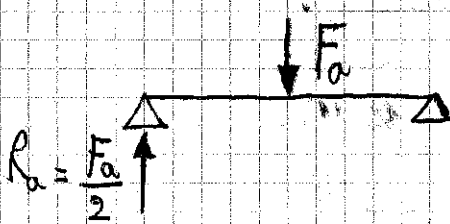
$$\sum F_a \eta_b + \sum R_a \gamma_b = \int_V \{ \sigma_a \}^T \{ \epsilon_{db} \} dV + \int_V \{ \sigma_a \}^T \{ \bar{\epsilon}_b \} dV$$

~~$$\sum F_b \eta_a + \sum R_b \gamma_a = \int_V \{ \sigma_b \}^T \{ \epsilon_{da} \} dV + \int_V \{ \sigma_b \}^T \{ \bar{\epsilon}_a \} dV$$~~

$$\Rightarrow \int_V \{ \sigma_b \}^T \{ \epsilon_{da} \} dV = 0 \Rightarrow \int_V \{ \sigma_a \}^T \{ \epsilon_{db} \} dV = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sum F_a \eta_b + \sum R_a \gamma_b = 0$$

è da determinare



$$F_a \cdot \eta_b = -R_a \gamma_b \Rightarrow \frac{F_a}{2} \cdot \eta_b = -\frac{F_a}{2} \gamma_b \Rightarrow \eta_b = -\frac{\gamma_b}{2}$$

il lavoro di R_a per lo spostamento γ_b è negativo (sono diretti in senso opposto)



nel caso di strutture ipostatiche il lavoro interno $\bar{\epsilon} = 0$ quando applico cedimenti o deformazioni impresse (infatti non nascono sollecitazioni)

a) $F_a = 0$
 $\bar{E}_a \neq 0$ (è la curvatura impressa $\bar{\mu}_a$)
 $\gamma_a = 0$

b) $F_b \neq 0$ (il sistema b è costituito da forze verticali)
 $\bar{E}_b = 0$
 $\gamma_b = 0$

Andò a cancellare i termini nelle equazioni precedenti

→ dalla 1° equazione otteniamo che $\int \{F_a\}^T \{E_{el b}\} dV = 0 \Rightarrow$ deve essere nullo anche $\int \{F_b\}^T \{E_{el a}\} dV$

Dunque in definitiva mi rimane:

$$\sum F_b M_a = \int_V \{F_b\}^T \{E_{el a}\} dV$$

nel caso di una trave, l'integrale su V può essere scritto come integrale sulla retta trasversale estesa per tutta la lunghezza della trave:

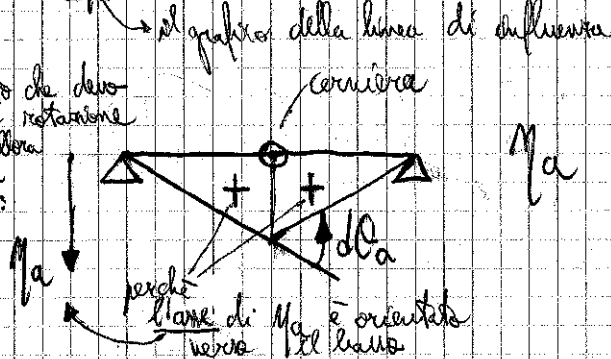
$$\sum F_b M_a = \int_{z \rightarrow 0} M_b \bar{\mu}_a dz$$

l'integrale sull'area mi dà il momento flettente
 vedi l'es. sopra per come arrivare a questo risultato

la curvatura è in un tratto piccolissimo a cavallo della sezione di interesse \Rightarrow quindi metto $dz \rightarrow 0$ tratto infinitesimo

$$\sum F_b \cdot M_a = M_b d\theta_a$$

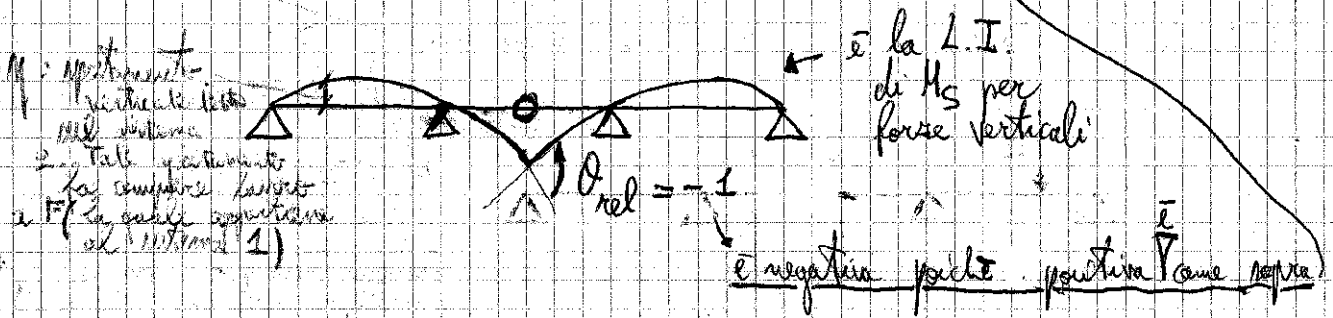
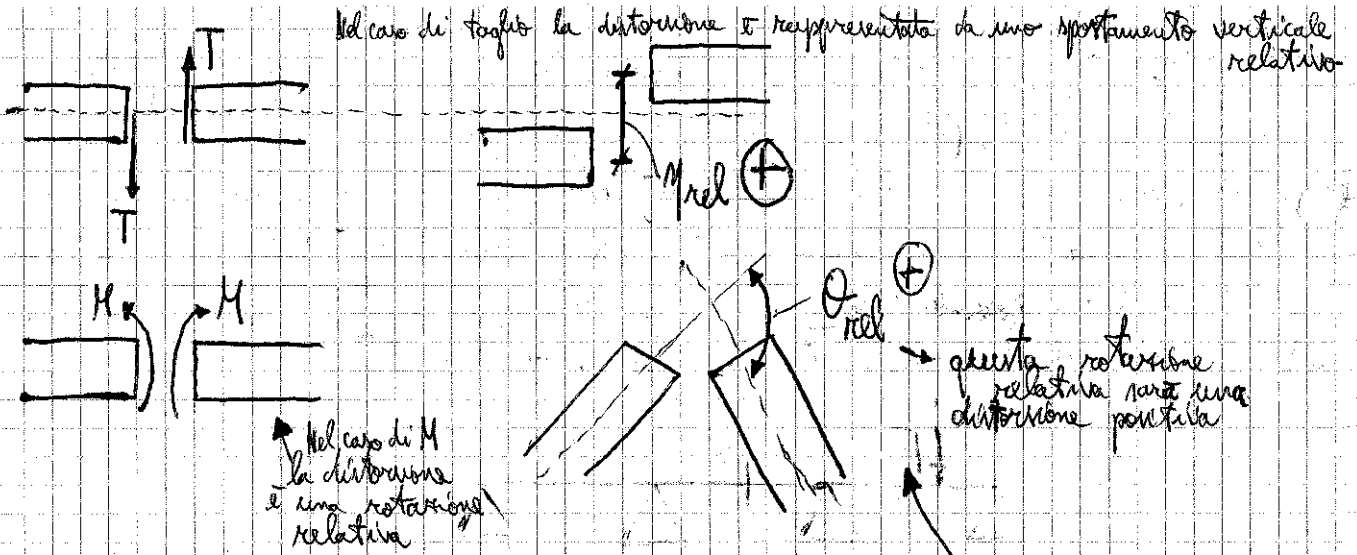
Dal momento che devo avere una rotazione relativa, allora metto una curvatura:



considerata e imponendo una rotazione relativa $d\theta_a$.

rappresenta la linea di influenza dell'effetto incognito (M_b), per le cause date (F_b)

la linea di influenza del momento flettente dovuto a forze verticali è il diagramma di spostamenti (allungata) che otterrei muovendo una curvatura nella sezione



$$F \cdot \eta + H(-1) + T \cdot 0 = C^* \cdot 0 + T^* \cdot 0$$

(che come detto prima è uguale al sistema iniziale)

nel sistema 1 non è previsto uno spostamento verticale relativo nella sezione S.

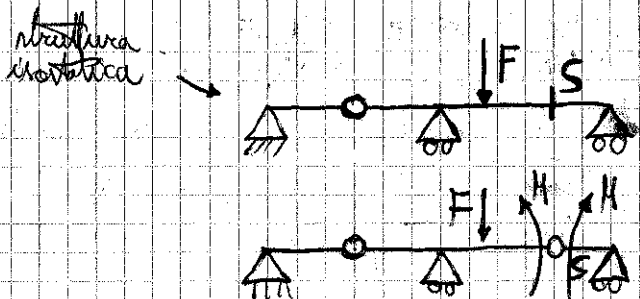
potremmo fare lavoro solo con uno spostamento verticale relativo, ma noi abbiamo scelto C^* e T^* in modo tale da avere solo una rotazione relativa

la rotazione relativa la impongo negativa per comodità: così facendo ho infatti $F \cdot \eta = H$ e dunque il segno del momento flettente coincide con il segno di $F \cdot \eta$.
 I nodi - colonnelli funzionerebbe anche se applicassi una rotazione relativa positiva; la impongo negativa solo per comodità

$$\boxed{F \cdot \eta = H}$$

3) questo metodo è valido solo per le strutture ipostatiche:

PLV (strutture ipostatiche)

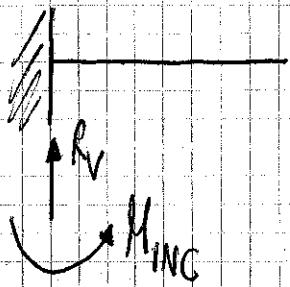


introduco una cerniera \Rightarrow il momento flettente risulta esplicitato

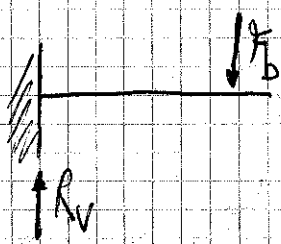
All'esame:

PROBLEMA:

Tracciare L.I. di R_V e $M_{INCASTRO}$ per forze verticali.



da L.I. sarà un diagramma di spostamenti verticali.



Il problema dato equivale in pratica a calcolare la reazione verticale R_V per forze verticali F_b .

effetto incastro: $R_V \rightarrow$ sistema esplorativo: y_a
 cause date: $F_b \rightarrow$ funzione di influenza: η_a } (a)

questo problema equivale a tracciare la funzione di influenza del problema (a).

diagramma di spostamenti verticali

trasformo l'incastro in un pattino che può muoversi verticalmente \rightarrow per applicare un cedimento verticale in corrispondenza dell'incastro

lo spostamento va applicato (per comodità) verso il basso perché l'equazione del problema è:

$$F_b \cdot \eta_a + R_b \cdot y_a = 0 \Rightarrow R_b$$

* vedi chiarimento in fondo pag. seguente

spostamento \bar{e} verso il basso ottengo:

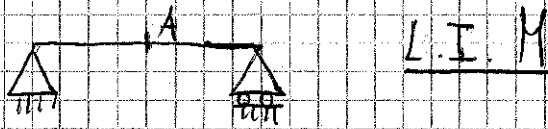
$$F_b \eta_a - R_b y_a = 0 \Rightarrow F_b \cdot \eta_a = R_b y_a$$

è giusto disegnare il diagramma degli spostamenti verticali come rettangolare

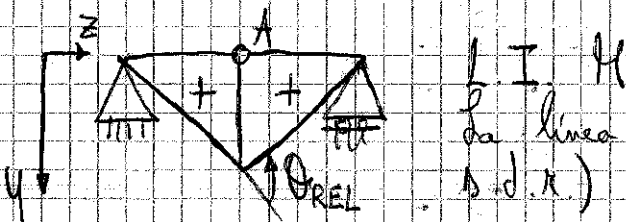
Verifichiamo con la definizione di L.I.
 (vedi quale è laazione nel paragrafo)
 η_a mi rappresenta, per definizione, il valore della reazione vincolare quando in A vedo ad applicare una forza unitaria.

TECNICA DELLE COSTRUZIONI (Lezioni Alfas) 26-04-2012

LINEE DI INFLUENZA di reazioni vincolari e caratteristiche di sollecitazione per travi rettilinee e soggette a forze verticali.



- 1) incrinare virtualmente nella sezione che studiamo
- 2) applicare una rotazione relativa negativa
- 3) tracciare il diagramma di spostamenti verticali (perché stiamo studiando la L.I. di una caratteristica di sollecitazione, per forze verticali)

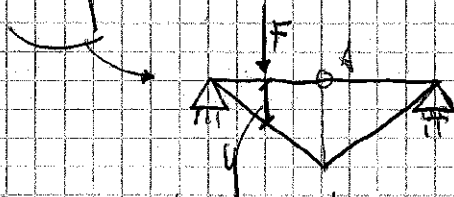


La linea di influenza è tutta positiva (vedi s.d.r.)

L.N.B. La L.I. di una caratteristica di sollecitazione la possiamo tracciare qualitativamente senza conoscere l'entità dei carichi che verranno applicati, calcoliamo poi l'entità di M_A

Applicando il principio di Betti-Coernetti:

$$M_A = F \cdot y$$



si basa sul P.L.V. o Teorema di Betti (stanno sempre parlando di lavoro di deformazione)

$F \cdot y$ è un lavoro di tipo positivo $\Rightarrow M_A$ sarà positivo
 se invece F agisce dal basso verso l'alto $\Rightarrow F \cdot y$ è un lavoro negativo e dunque M_A è negativo.

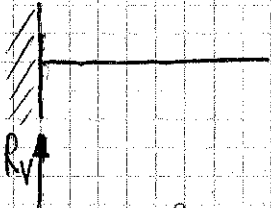
relativa ad una sezione

N.B. Una cosa è il segno della L.I. e un'altra è il segno di M .

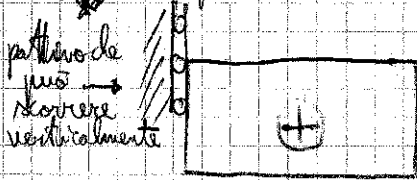
in quella determinata sezione

Esercizio ESAME

L.I. R_V



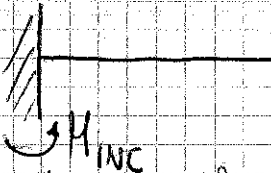
R_V compie lavoro con un cedimento verticale, quindi:



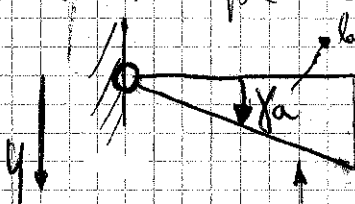
Vediamo ora cosa succede per il momento all'incastro sempre per forze verticali:

La caratteristica di sollecitazione momento all'incastro la puoi vedere come reazione vincolare e dunque la disegni con segno arbitrario. Poi, se conseguente la rotazione che avviene ad applicazione sarà grazie con lavoro di M per la rotazione sarà negativo (ricorda che noi in la per condotta)

L.I. $M_{INCASTRO}$



Il momento compie lavoro con una rotazione \Rightarrow metti una curva:



la rotazione è un cedimento (una rotazione, perché deve fare lavoro con M)

Scegli la rotazione in senso opposto a M_{inc} perché noi facciamo rinforzi a:

$$\sum F_b \eta_a + \sum R_b \gamma_a = 0$$

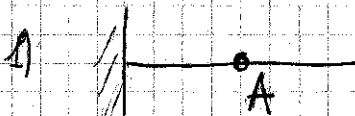
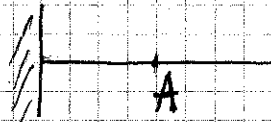
il momento addebi sarà dunque negativo e quindi si ottiene:

$$\sum F_b \eta_a = \sum R_b \gamma_a$$

diagramma di spostamenti (che rappresenta la L.I. di M)

Calcoliamo ora la L.I. del momento flettente nella sezione A:

L.I. M_A

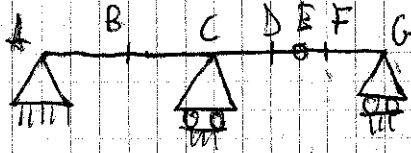


metti una curva

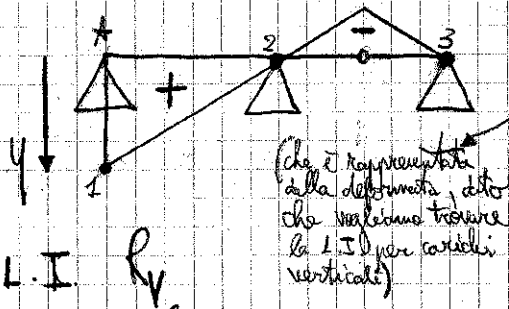


suppongo una rotazione relativa negativa e disegno il diagramma di spostamenti verticali (che deve essere costituito da tratti rettilinei) perché la struttura è isostatica

Altro ESEMPIO:

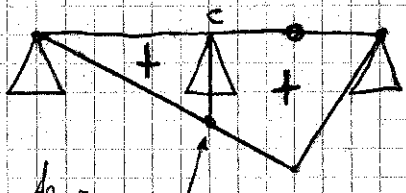


1) L.I. R_A Le L.I. di reazioni vincolari per strutture ipostatiche, sono formate da soli tratti rettilinei. Infatti applicando un cedimento, il vincolo appare (non c'è più (è come se lo togliessi)) \Rightarrow la struttura diventa labile. Suppongo per semplicità che la reaz. vincolare sia orientata verso l'alto.



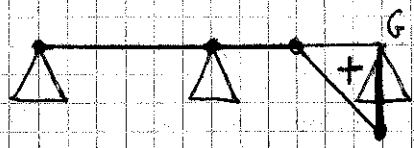
R_A compie lavoro con il cedimento \Rightarrow impone un cedimento \Rightarrow ha il primo punto di passaggio della L.I. (1). Gli altri due vincoli sono carrelli \Rightarrow non permettono spostamenti verticali e dunque la L.I. dovrà necessariamente passare per 2 e 3. La L.I. è composta da tratti rettilinei (struttura ipostatica) \Rightarrow congiungo con una retta i punti 1 e 2. Al 2 deve continuare con la stessa pendenza, perché c'è cambio di pendenza solo se ci fosse una curva, ma in 2 non c'è.

2) L.I. R_C

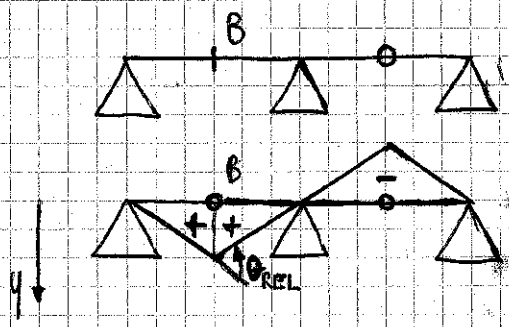


la pendenza a sinistra e a destra di C è la stessa. È unica modo per avere pendenza diversa sarebbe stato quello di avere una curva in C.

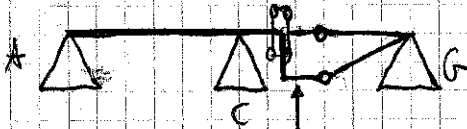
3) L.I. R_B



4) L.I. M_B



- L.I. T_C a destra dell'appoggio



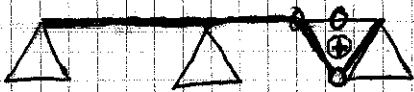
dividendo un doppio pendolo \Rightarrow la struttura è passata da isostatica a labile \Rightarrow tratti rettilinei.

deve essere orizzontale, perché il doppio pendolo non garantisce rotazione relativa \Rightarrow i tratti a destra e a sinistra del doppio pendolo devono avere stessa pendenza. Poiché quello a sinistra del doppio pendolo è orizzontale \Rightarrow anche quello a destra del doppio pendolo dovrà essere orizzontale.

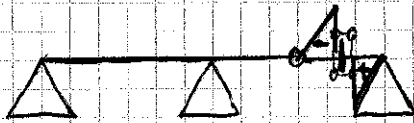


Traslo il diagramma \leftarrow sinistra verso

7) L.I. M_F



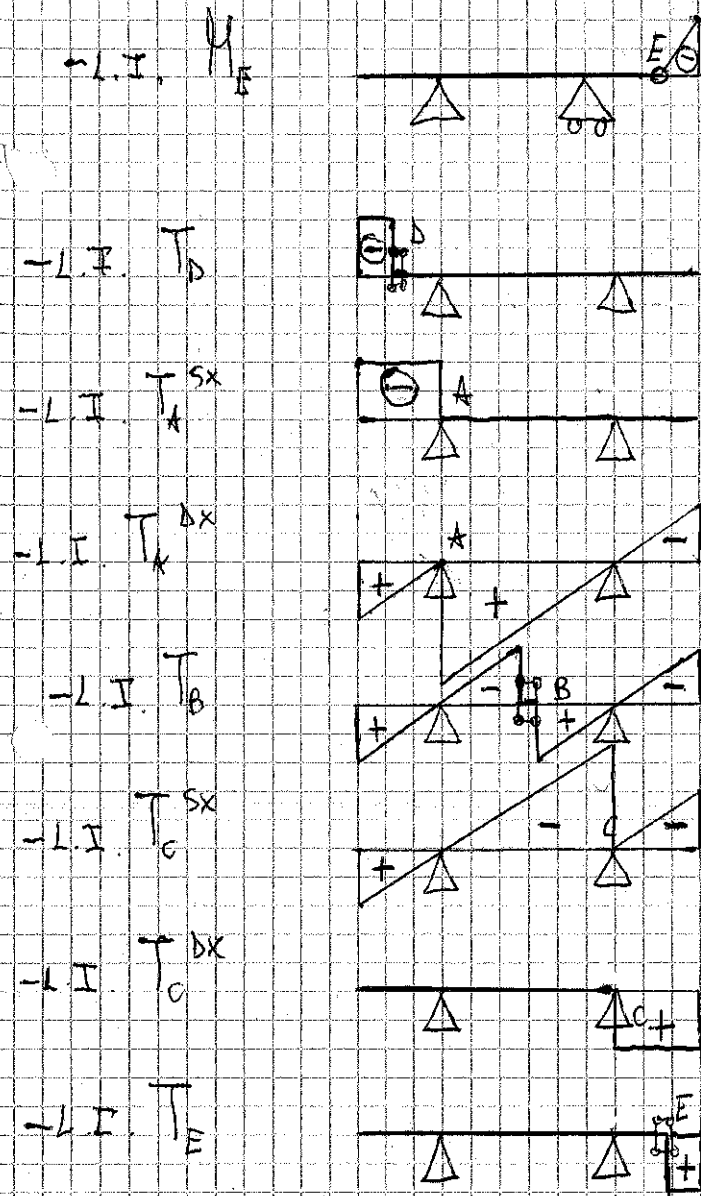
8) L.I. T_F



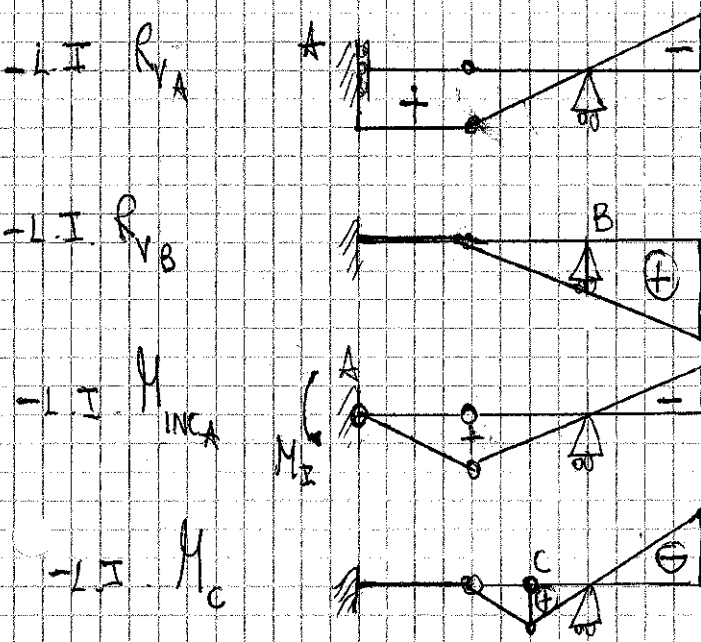
①

Nota ci avremo chiesto la L.I. del momento flettente nella cerniera M_E essa è tutta nulla poiché la cerniera consente rotazione relativa (e dunque non trasmette momento ($M_E = 0$)) la L.I. del taglio nella cerniera si ottiene traslando il diagramma ① \leftarrow sinistra verso

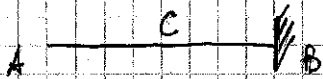
★



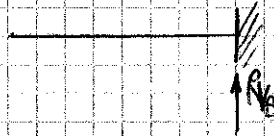
2)



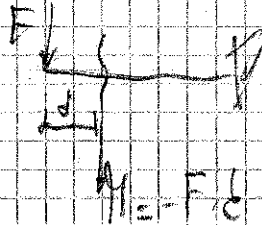
ESERCIZIO X CASA



1) L.I. R_{VB} suppongo R_{VB} verso l'alto



2) L.I. H_B



3) L.I. M_C



4) L.I. T_C



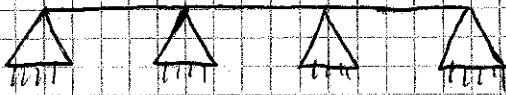
METODO PER VERIFICARE SE È GIUSTO:



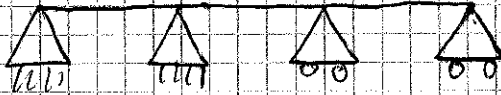
Applicando una forza verticale all'estremo e considerando una generica sezione prima di C (sezione retta), il momento in tale sezione è negativo (tende le fibre superiori) \Rightarrow è giusto il segno della L.I.

TECNICA DELLE COSTRUZIONI (Mariano Allix) 03-05-2012

Per vedere se i tratti delle L.I. sono rettilinei o curvilinei → bisogna vedere il grado di iperstaticità della struttura.



Tutte queste travi continue sono 2 volte iperstatiche per sole forze verticali.



→ 2 VOLTE IPERSTATICA, perché: le incognite del problema sono 4 reazioni verticali, le equazioni della statica che possono essere sono 2.

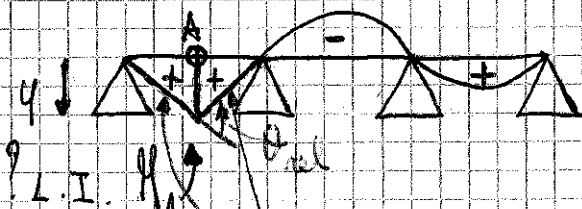
(4 incognite e 2 equazioni → struttura 2 volte iperstatica.

trave in cui sono presenti anche degli appoggi di continuità.

→ metodo comodo per le travi continue ma per le strutture "normali" è più comodo usare g.l.v.-g.d.b.

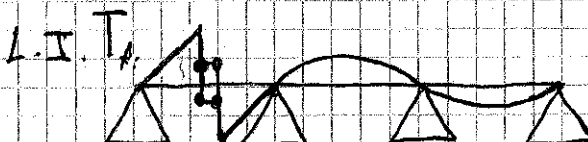
REGOLA: Per una trave continua, il grado di iperstaticità è dato dal numero degli appoggi interni (cioè vale per travi continue soggette a sole forze verticali).

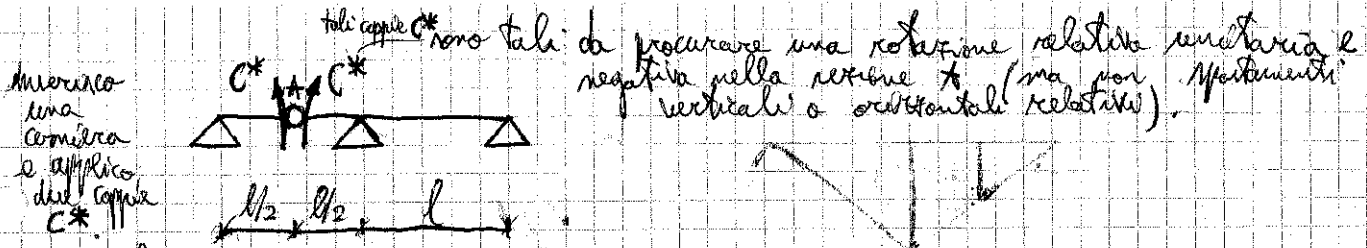
Esercizio



Non specifichiamo se gli appoggi sono cerniere o carrelli, tanto sappiamo quanto vale il grado di iperstaticità.

questi tratti hanno una caratteristica particolare → tendono ad essere rettilinei, ma in realtà non lo sono: sono debolmente curvilinei.





Il punto da fare sono:

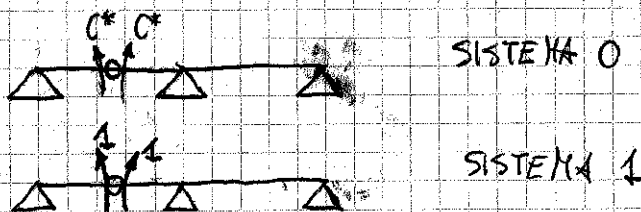
1) DETERMINARE C^* TALE CHE DETERMINI NELLA SEZIONE A una

$$\theta_{REL} = -1$$

2) DETERMINARE ANALITICAMENTE LA DEFORMATA DELLA STRUTTURA CARICATA CON LE DUE COPPIE C^*

Ma conosciamo l'entità dello spostamento ($\theta_{rel} = -1$) \Rightarrow applichiamo il P.L.V. per determinare C^* :

P.L.V.:



il p.l.v. ci consente di scrivere:

$$\int_0^l \frac{M_0 M_1}{EI} dz = -1$$

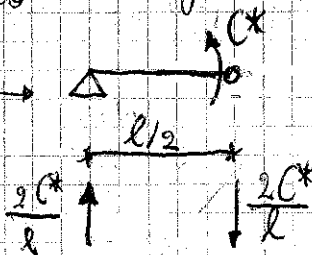
in questo -1 abbiamo il contributo di:
 - lavoro delle due coppie unitarie per la rotazione relativa unitaria e negativa (-1.1)

Abbiamo calcolare i momenti di M_0 e M_1 :

è dato da
 -1 (rotaz. di sinistra) +
 -1 (rotaz. di destra)

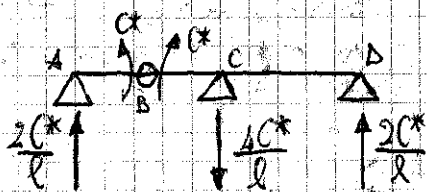
IL MIO RAGIONAMENTO:

se tutta la struttura è in equilibrio \Rightarrow lo sarà, in particolare, ogni suo tratto. Guardo quindi la forza reagente in tale tratto.



SISTEMA 0

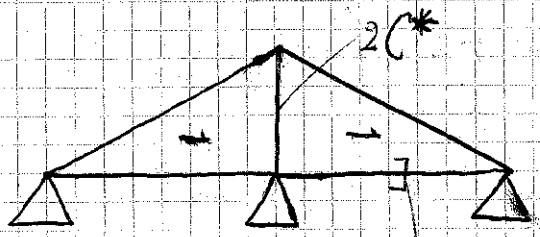
calcolo la reazione nel 1° appoggio: la coppia C^* è equilibrata dalle due forze $\frac{2C^*}{l}$



$$\begin{aligned} \uparrow \sum M = 0: & \quad -\frac{2C^*}{l} \cdot l + V_0 \cdot l = 0 \Rightarrow \\ & \Rightarrow V_0 = \frac{2C^*}{l} \end{aligned}$$

$$\uparrow \sum F = 0: \quad \frac{2C^*}{l} + \frac{2C^*}{l} - V_C = 0$$

per $0 \leq z \leq l \Rightarrow M_x(z) = \frac{-2C^*}{l} \cdot z$ (quindi M_x è lineare per $0 \leq z \leq \frac{l}{2}$)



(reazione all'ultimo appoggio)

VERIFICHIAMO CHE M È LINEARE ANCHE NELLA 2° CAMPATA. Guardando a destra l'unica forza è $\frac{2C^*}{l}$ anche nella 2° campata il momento è lineare $(\frac{2C^*}{l} \cdot z)$

1° CAMPATA: $0 \leq z \leq l$ è l'espressione del mom. flettente per la 1° campata
 è: $M_x(z) = -\frac{2C^*}{l} \cdot z$
 Guardando il grafico qualitativo della M, I tracciato all'inizio vedo che avevo due equazioni della linea elastica per la 1° campata (una per $0 \leq z \leq l/2$ e una per $l/2 \leq z \leq l$).

$0 \leq z \leq \frac{l}{2}$

$\frac{d^2 y_{sx}}{dz^2} = -\frac{M_x}{EI} = \frac{2C^*}{lEI} z$

y è lo spostamento verticale (↓) a sinistra, cioè valida per tutta la parte di campata a sinistra della sezione *

$\frac{dy_{sx}}{dz} = \frac{2C^*}{lEI} \frac{z^2}{2} + C_1$

(a) $y_{sx} = \frac{C^*}{lEI} \frac{z^3}{3} + C_1 \cdot z + C_2$ valida per $0 \leq z \leq \frac{l}{2}$

$\frac{l}{2} \leq z \leq l$

$\frac{d^2 y_{dx}}{dz^2} = -\frac{M_x}{EI} = \frac{2C^*}{lEI} z$

$\frac{dy_{dx}}{dz} = \frac{2C^*}{lEI} \frac{z^2}{2} + C_3$

$\neq C_1$, perché ho scelto di utilizzare un'espressione analitica della deformata diversa per il tratto di campata tra 0 e $\frac{l}{2}$ e quello tra $\frac{l}{2}$ e l .

(b) $y_{dx} = \frac{C^*}{lEI} \frac{z^3}{3} + C_3 \cdot z + C_4$ valida per $\frac{l}{2} \leq z \leq l$

Ho 4 costanti di integrazione \Rightarrow devo imporre 4 C.C.:

1) $z=0 \Rightarrow y_{sx}=0$

In $z = \frac{l}{2}$ lo spostamento di sinistra è pari a quello di destra (continuità)

Usando la 3° c.c. $\Rightarrow \frac{C^*}{3EI} \left(\frac{l}{2}\right)^3 + C_1 \cdot \frac{l}{2} = \frac{C^*}{3EI} \left(\frac{l}{2}\right)^3 + C_3 \frac{l}{2} + C_4$

$\Rightarrow C_1 \frac{l}{2} = C_3 \frac{l}{2} + C_4$ (g)

Introduco la (g) nella (f):

$C_2 \frac{l}{2} = C_1 \frac{l}{2} - \frac{l}{2} + C_4 \rightarrow C_4 = \frac{l}{2}$

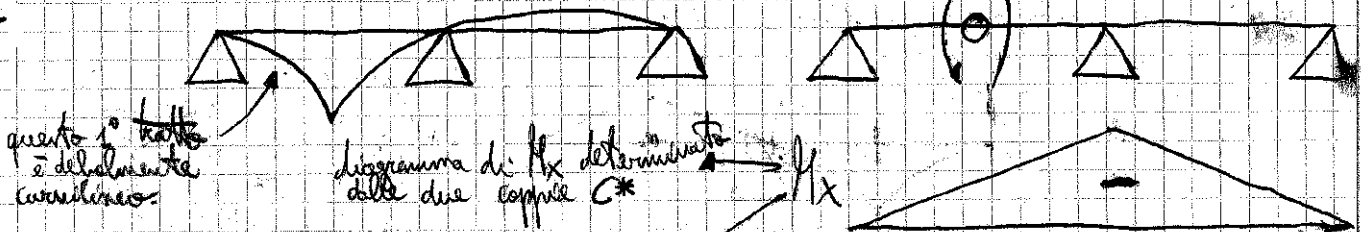
Usando la 4° c.c. \Rightarrow dalla (b) ottengo: $0 = \frac{C^*}{EI} \frac{l^3}{3} + C_3 \cdot l + \frac{l}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow C_3 = -\frac{1}{2} - \frac{C^*}{3EI} l^2$ (h)

dalla (f) ottengo: $C_2 = C_3 + 1 = \frac{1}{2} - \frac{C^*}{3EI} l^2$ espressioni definitive della linea elastica per la 1° campata

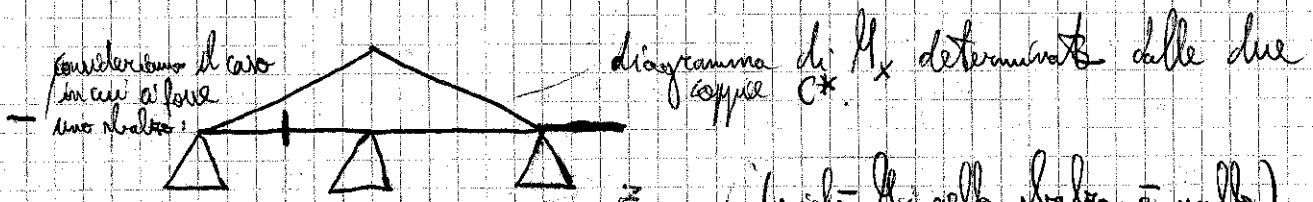
costanti di integrazione trovate nella (a) e nella (b) \Rightarrow troviamo la (i)

+ OSSERVAZIONI:



poiché $\bar{\epsilon} \neq 0 \Rightarrow$ integrando 2 volte per ottenere la y , otteniamo una y che non è lineare ($\bar{\epsilon}$ di 3° grado con fatti la (a) e la (b) sono di 3° grado)

\Rightarrow la l.i. è caratterizzata da tratti curvilinei



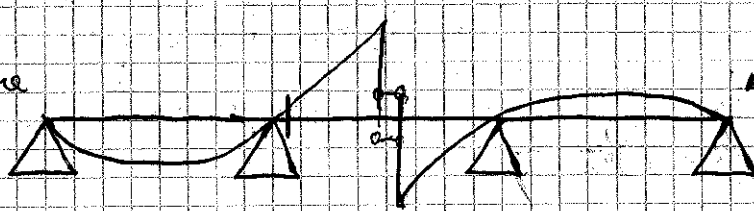
per lo sbalzo si ha: $\frac{d^2 y}{dz^2} = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dz} = C_1 \Rightarrow y = C_1 z + C_2$

benne, per cui la struttura è una trave continua (e così spuntata)

all'appoggio centrale.
 Suppone nel 2° tratto il momento è ovunque nullo (perché $R_V = 0$) →
 integrando l'equazione differenziale della linea elastica, ottengo
 che essa è rettilinea in tutta la 2° campata.

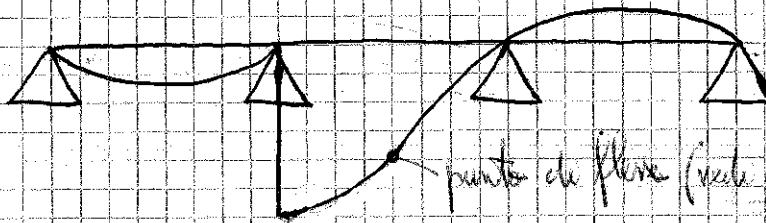
Esempio

Calcolo trascorre
 la L.I.
 del taglio nella
 sezione verde:



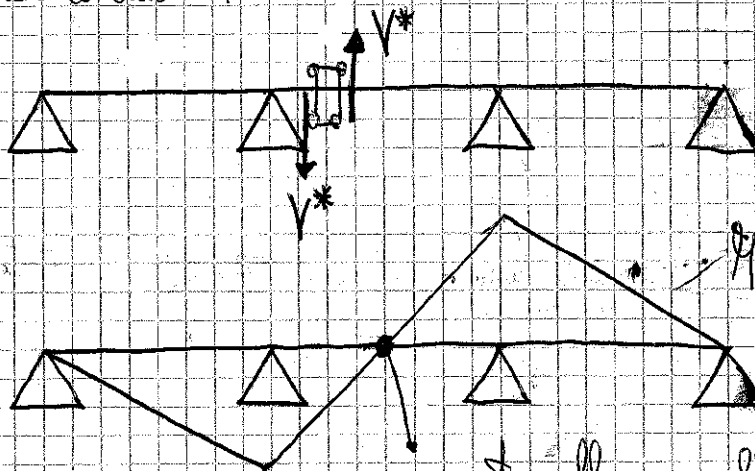
andamento
ANTISIMMETRICO
 della L.I. (cioè della
 linea elastica).

Trasliamo ora la L.I. sopra disegnata fino alla sezione verde:



punto di flesso (vale dopo la separazione delle)

Usando la *Caratteristiche*



V^* più precisamente di
 avere uno spostamento
 verticale relativo
 unitario e negativo.

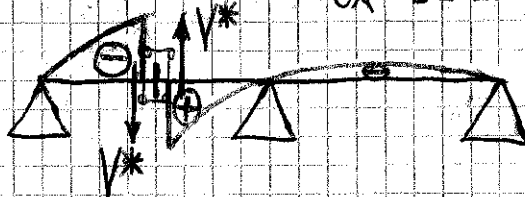
M^* dovuto alle due forze
 V^*

momento nullo → nella L.I. avrà un punto
 di flesso. Infatti a destra e a sinistra di tale
 punto di momento nullo il momento passa da
 positivo a negativo e dunque la curvatura
 (e cioè $\frac{d^2y}{dx^2}$) cambia concavità.

SCRITTURA ANALITICA DELLA L.I. DEL TAGLIO

Esempio

? L.I. taglio



SISTEMA 0



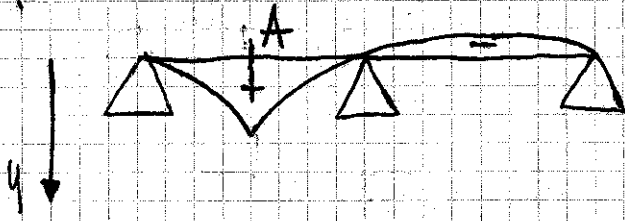
SISTEMA 1

TECNICA DELLE COSTRUZIONI

08-05-2012

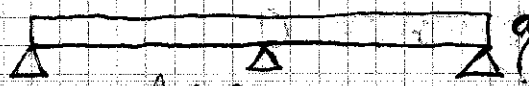
DISPOSIZIONE DEI CARICHI TRAMITE LE L.I.

L.I.M



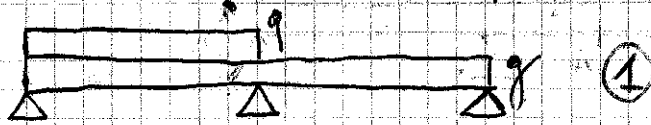
Vogliamo un criterio per la scelta dell'applicazione di carichi variabili.

La struttura ^(tutta) è soggetta al peso proprio (rappresentabile come un carico uniformemente distribuito) g : **ci è SEMPRE!**

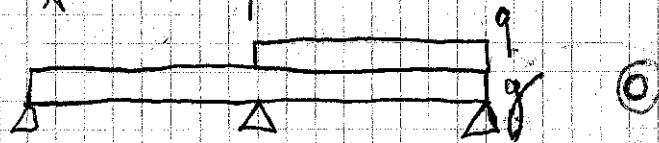


Dove applico i carichi variabili?

Se voglio determinare M_{max} \Rightarrow andrò a applicare il carico variabile q sulla prima campata (infatti il progetto di tale carico q per le ordinate della L.I. sarà positivo):



Se voglio determinare M_{min} \Rightarrow q lo metterò sulla 2° campata:



L'obiettivo del progettista è quello di mettere nelle condizioni peggiori \Rightarrow dovrà porre l'armatura in modo che il momento massimo resistente

$M_{res} > M_{max}$.
Inoltre se q è molto più piccolo di $g \Rightarrow$ nella 2° configurazione (2) potremmo avere M_{A} negativa.

Vediamo ora come si possono ottenere i valori di calcolo delle sollecitazioni agenti alla SLV.

FATTORIZZAZIONE DELLE AZIONI

$f_{k_{sd}}^{max}$
 $f_{k_{gk}} > 0$, $f_{k_{qk}} > 0$
 è costantemente > 0

ci riferiamo alla
 disposizione di carichi: ①

è > 0 perché mettiamo q_k nella 1° campata (e
 così per la L.I. è positiva)

$$f_{k_{sd}}^{max} = \gamma_G f_{k_{gk}} + \gamma_Q f_{k_{qk}}$$

uso 1,35 (con
 aumento $f_{k_{gk}}$
 dato che mi serve
 per determinare
 $f_{k_{sd}}^{max}$)

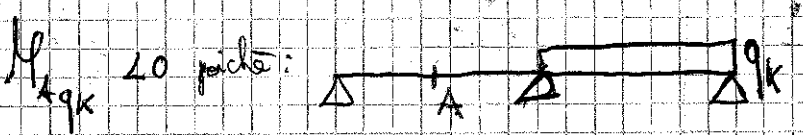
uso 1,5

[FATTORIZZAZIONE DELLE AZIONI significa scegliere γ_G e γ_Q]

Vediamo ora $f_{k_{sd}}^{min}$
 ci riferiamo
 alla disposizione
 di carichi ②



$f_{k_{gk}}$ si ottiene risolvendo
 questa struttura.



$f_{k_{qk}}$ si ottiene risolvendo
 questa struttura
 (ma < 0 infatti il prodotto del carico
 q_k per le relative ordinate della
 L.I. (che sono negative) sarà
 negativo)

$$f_{k_{sd}}^{min} = \gamma_G M_{k_{gk}} + \gamma_Q M_{k_{qk}}$$

uso 1

uso 1,5

15-05-2012 (Lezione A. Basso)

FATTORIZZAZIONE DELLE AZIONI ^{strutturale}

Allo SLU, in particolare "STR", la valutazione del valore di calcolo delle sollecitazioni viene con regole di combinazione:

$$E_d = E(y_G G_k; y_Q Q_{k1}; y_Q \psi_i Q_{ki})$$

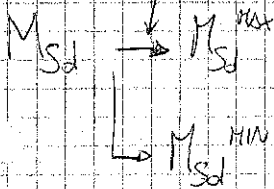
\downarrow
 azione
 variabile
 principale

y_G, y_Q : fattori parziali } forniti da EC e riportati in normative nazionali.
 ψ_i : coeff di combinazione

$$y_G = \begin{cases} 1,0 \\ 1,35 \end{cases} \quad ; \quad y_Q = \begin{cases} 0 \text{ (valore non applicare l'azione variabile)} \\ 1,5 \end{cases}$$

y_G e y_Q : le loro scelte è indicizzate ad avere il valore max o min di E_d .

fattorizzazione della azioni



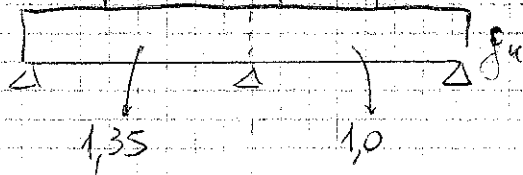
$$M_{Sd} = y_G M_{Gk} + y_Q M_{Qk} \text{ (se c'è un solo carico variabile)}$$

\downarrow
 in pratica
 dando all'azione
 permanente

1^a OSSERVAZIONE Operazione possibile perché uso analisi elastica lineare.

Una cosa è det. le caratt della sollecitazione con analisi lineare ~~o~~
~~o~~ con analisi non lineare
 e una cosa è calcolare il valore di calcolo M_{Sd} con analisi lineare o non.

Per il carico permanente potrai pensare di fare così:

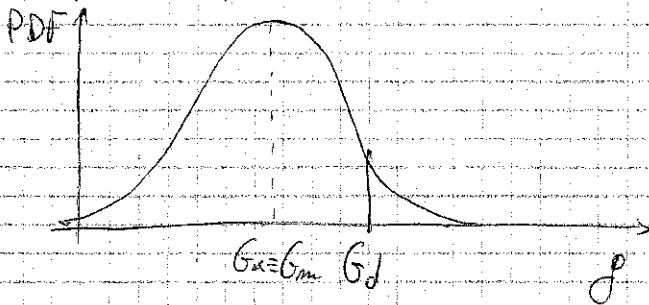


ovvero dividere il carico permanente in 2 e considerare i corrispondenti γ_G

Così facendo avrai un M_{sd}^{max} ancora + positivo di qll calcolato

Ma nelle realtà qst non è corretto perché se l'azione permanente "provviene" da una stessa causa bisogna applicare un solo valore di γ_G .

Qst perché se prendo la PDF del peso proprio della mia trave



valore caratteristico \equiv valore medio
(nel caso del peso proprio)

$$G_d = \gamma_G \cdot G_k$$

Io ho una sola distribuzione \rightarrow devo avere un unico valore di calcolo!

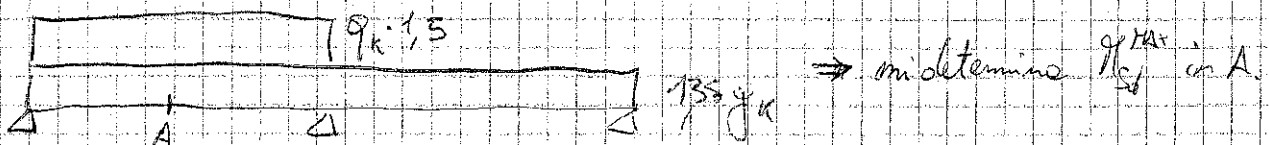
→ viene sostituita da
stesso c/s e stesso g/llo

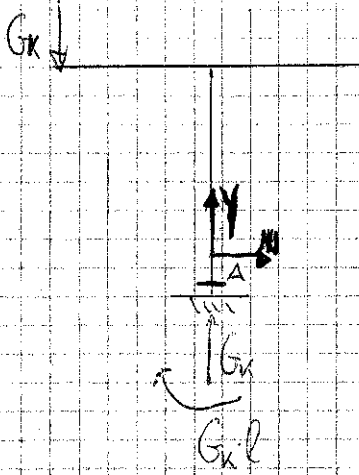
Se invece avessi due travi differenti (diversa c/s ed esempio) ho senso considerare due valori di calcolo differenti (perché avrei due diverse distribuzioni)

3^a OSSERVAZIONE

Applicazione analisi elettrica lineare per det. correnti di calcolo.

Lo stesso valore di M_{sd} ho trovato così:

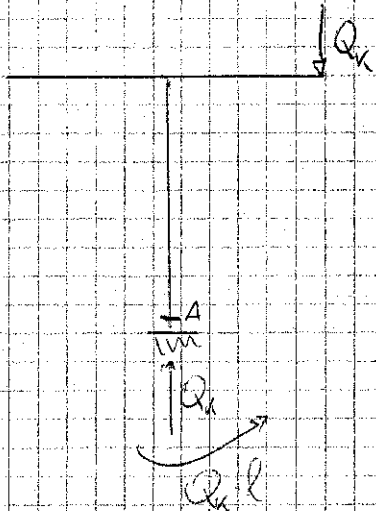




Nella sez. A:

$$N_{Gk} = -G_k$$

$$M_{Gk} = +G_k \cdot l$$



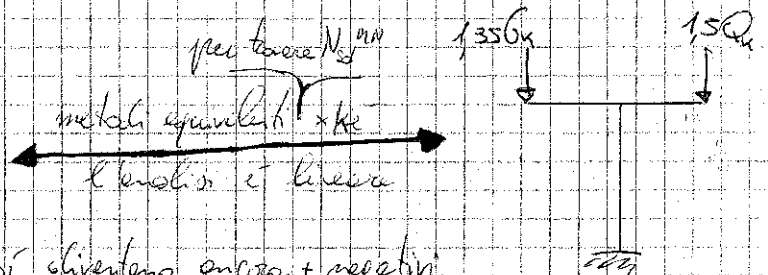
Nella sez. A:

$$N_{Qk} = -Q_k$$

$$M_{Qk} = -Q_k \cdot l$$

$$\Rightarrow N_{Sd}^{min} = j_G \cdot N_{Gk}^{\ominus} + j_Q \cdot N_{Qk}^{\ominus}$$

\downarrow 1,35 \downarrow 1,5



Con est. schema di carico, calcolo il corrispondente valore del N_{Sd} .

$$M_{Sd} = 1,35 \cdot M_{Gk} + 1,5 \cdot M_{Qk}$$

In generale il valore di M_{Sd} con det. parallel. non essere né il min. né il max.

• N_{Sd}^{max}

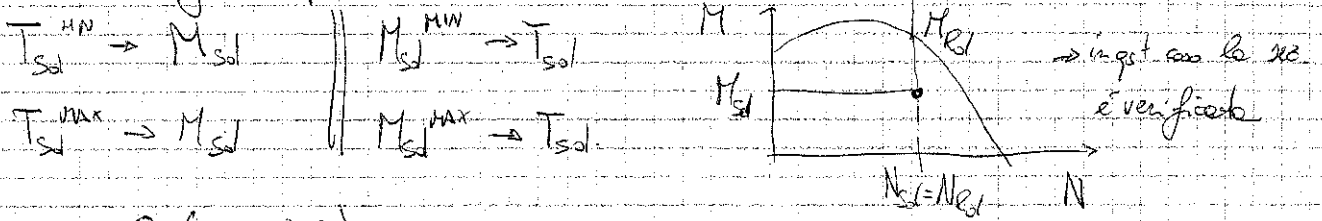
$$N_{Sd}^{max} = j_G \cdot N_{Gk}^{\ominus} + j_Q \cdot N_{Qk}^{\ominus} = 1 \cdot N_{Gk}$$

Questo valore N_{Sd}^{max} lo può avere considerando la struttura solam. con G_k .

Situazione in cui N_{sd} è MIN e CONTEMPORANEAMENTE lo è anche M_{sd} .
 (ovvero entrambi sono i valori peggiori) (altrimenti lo abbiamo visto prima).

→ trova armatura che copra tutti i 4 casi prima studiati!!

Se lo ente taglio, (possibile all'esame: chiedono min 2 caratteristiche di sollecitazione)



ESERCIZIO (vedi slide)

Per travi caricate da forze verticali avremo solo M e T

Per i pilastri (è N, M e T ?)

Se mi richiedono di progettare per M, N, T avrò 6 combinazioni

$N_{sd}^{MIN} \rightarrow$ calcolo M_{sd} e T_{sd}
 ecc...