NUMERO : 314 DATA : 16/07/2012

A P P U N T I

STUDENTE : Sannipoli

MATERIA : Laboratorio Tecnica Costruzioni

Prof. De Bernardi

ESERCIZI C.A.

LABORATORIO DI TECNICA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2011-2012

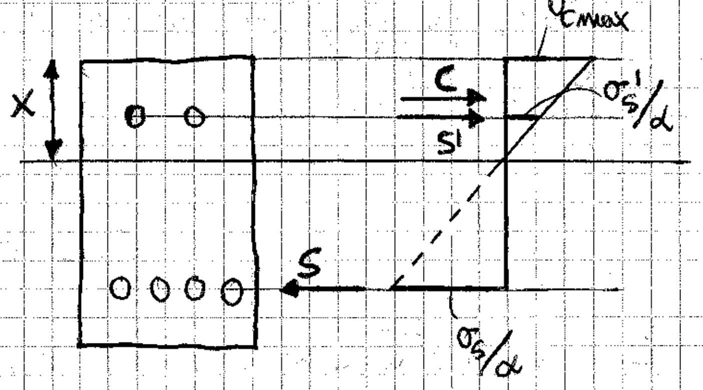
PROF. DEBERNARDI, GUIGLIA

VINCENZO SANNIPOLI

$$\sigma_s' = \frac{M}{J_n}\left(-x+d'\right)\cdot\alpha = \frac{130\cdot10^6}{2{,}1\cdot10^9}\left(-168{,}5+50\right)\cdot15 = -110\ MPa$$

$$\sigma_s = \frac{M}{J_n}\left(d-x\right)\alpha = \frac{130\cdot10^6}{2{,}1\cdot10^9}\left(450-168{,}5\right)\cdot15 = 261{,}4\ MPa$$

• Diagrammiamo:



• Modi per verificare se abbiamo fatto giusto:

$$\xrightarrow{+} : \quad 0 = -C - S' + S \Rightarrow S = C + S' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 261{,}4\cdot1256 = 110\cdot628 + 10{,}4\cdot\frac{380\cdot168{,}5}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 328318 = 331940$$

Si assume inoltre che il braccio di leva interno z tra la risultante delle tensioni nell'armatura tesa e la risultante di C e S' sia pari a 0,9d, quindi:

$$\circlearrowleft^{+}\ S\cdot(0{,}9d) = M \Rightarrow S = \frac{M}{0{,}9d} \Rightarrow \sigma_s = \frac{M}{0{,}9\cdot d\cdot A_s} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sigma_s = \frac{130\cdot10^6}{0{,}9\cdot450\cdot1256} = 255{,}6\ MPa$$

Ipotizzo $X = 220$ mm $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} S_m = \\ J_m = \end{cases}$$

$\Rightarrow d_e = \cancel{1099{,}4 \cdot 0{,}416 \cdot 191{,}6 - 46{,}8 \cdot (}$

Calcolo S':

$$S' = 4\cdot(3{,}14\cdot 10^2)\cdot 391{,}3 = 491472{,}8\ N = 491{,}5\ kN$$

Calcolo S.

$$S = 8\cdot(3{,}14\cdot 12^2)\cdot 391{,}3 = 1415{,}4\ kN$$

La risultante è:

$$R = -C - S' + S = -989{,}1 - 491{,}5 + 1415{,}4 = -65{,}2\ kN$$

Affinché N_{Rd} sia uguale a 0, si devono aumentare le trazioni, quindi provo con $\varepsilon_s = 12‰$:

$x = 162{,}6\ mm$, $\varepsilon'_s = 2{,}5‰$

$$C_1 = 400\cdot 162{,}6\cdot 0{,}81\cdot 17 = 895{,}6\ kN$$

$$C_2 = (400-250)\cdot(x-150)\cdot \beta_1\cdot 17 = 4{,}2\ kN$$

$$\varepsilon'_c = 0{,}27‰ \Rightarrow \eta < 1 \Rightarrow \beta_1 = \frac{\frac{0{,}27}{2}}{3}\left(3-\frac{0{,}27}{2}\right) = 0{,}13$$

$$C = C_1 - C_2 = 891{,}4\ kN$$

$$R = -891{,}4 - 491{,}5 + 1415{,}4 = 32{,}5\ kN$$

Faccio un'interpolazione lineare per trovare il valore giusto di ε_s:

$$\frac{\varepsilon_s - 10}{12-10} = \frac{R + 65{,}2}{32{,}5 + 65{,}2} \quad \text{per } R = 0 \Rightarrow \underline{\varepsilon_s = 11{,}3‰}$$

$x = 170{,}3\ mm$, $\varepsilon'_s = 2{,}47‰$, $C_1 = 938{,}0\ kN$

$$C_2 = (400-250)\cdot(x-150)\cdot \beta_1\cdot 17 = 9{,}8\ kN$$

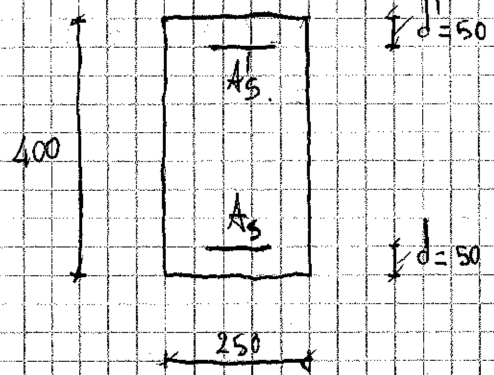
$$\varepsilon'_c = 0{,}417‰ \Rightarrow \eta < 1 \Rightarrow \beta_1 = \frac{\frac{0{,}417}{2}}{3}\left(3-\frac{0{,}417}{2}\right) = 0{,}19$$

$$C = 928{,}2\ kN$$

$$R = -928{,}2 - 491{,}5 + 1415{,}4 = -4{,}3\ kN \cong 0 \text{ (approssimazione accettabile)}$$

$$M_{\text{bordo superiore}} = S\cdot 720 - S'\cdot 50 - \left[C_1\cdot \beta_2\cdot x - C_2\cdot[\beta_2\,(x-150)+150]\right] = 930{,}2\ kN\cdot m$$

SLU: FLESSIONE SEMPLICE – PROGETTO DELLE ARMATURE: $\mu > \mu_{lim}$ (5)



$M_{sd} = 180\ kN \cdot m$

? A_s, A'_s

C30 $\Rightarrow f_{cd} = 17\ MPa$

B450 $\Rightarrow f_{yd} = 391,3\ MPa$

~~Svolgimento~~

Siamo in fase di progetto, di dimensionamento $\Rightarrow$ assumiamo $M_{Rd} = M_{sd}$

$$\mu = \frac{M_{Rd}\ (= M_{sd})}{b\, d^2\, f_{cd}} = \frac{180 \cdot 10^6}{250 \cdot 350^2 \cdot 17} = 0,3457$$

Voglio che cls compresso e armatura tesa lavorino alla loro massima tensione $\Rightarrow$ CAMPO 3. Guardando la tabella slide in basso pag. 24 (campo 3) vedo che $\mu_{lim} = 0,295$. Dunque $\mu > \mu_{lim}$.

I limiti che dobbiamo rispettare sono: $\xi_{lim} = 0,450$, $\mu_{lim} = 0,295$, $\omega_{lim} = 0,364$

L'armatura da disporre in zona compressa è:

$$\omega' = \frac{1}{k'} \frac{(\mu - \mu_{lim})}{(1-\delta)} = \frac{0,3457 - 0,295}{1 - 50/350} = 0,0592$$

poiché $\frac{\sigma'_s}{f_{yd}} \leq 1$

$$k' = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{yd}}\left(1 - \frac{\delta}{\xi_{lim}}\right) = \frac{3,5‰}{1,956‰}\left(1 - \frac{\frac{50}{350}}{0,450}\right) = 1,22 \Rightarrow k' = 1$$

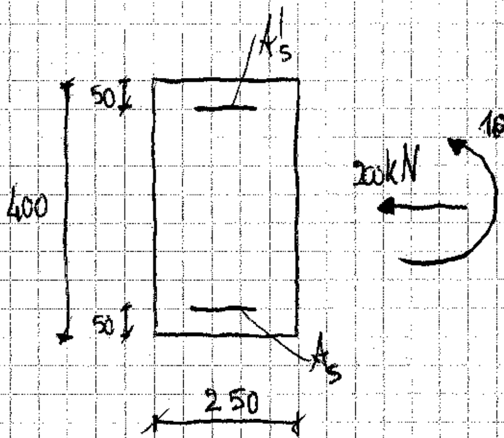
L'armatura totale da disporre in zona tesa è:

$$\omega = \omega_{lim} + k'\omega' = 0,364 + 1 \cdot 0,0592 = 0,4232$$

$$A'_s = \frac{\omega' \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,0592 \cdot 250 \cdot 350 \cdot 17}{391,3} = 225\ mm^2 \Rightarrow 2\phi 14\ (308\ mm^2)$$

$$A_s = \frac{\omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,4232 \cdot 250 \cdot 350 \cdot 17}{391,3} = 1609\ mm^2 \Rightarrow 2\phi 22 + 3\phi 20\ (1702\ mm^2)$$

SLU: FLESSIONE COMPOSTA - PROGETTO DELLE ARMATURE $(\mu^* > \mu_{lim})$ (6)



$M_{sd} = 180\ kN \cdot m$

$N_{sd} = -200\ kN$

? A_s e A'_s

Svolgimento

Nel caso di flessione composta si utilizza l'accorgimento di calcolare il momento agente M^*_{sd} riportando la forza assiale alle armature tese.

$$M^*_{sd} = M_{sd} - N_{sd} \cdot y_s = 180 - (-200) \cdot \left(\frac{200-50}{1000}\right) = 210\ kN\ m$$

1000 per avere metri

$$\mu^* = \frac{M^*_{sd}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{210 \cdot 10^6}{250 \cdot 350^2 \cdot 17} = 0{,}4034$$

Tabella slide in basso pag. 24 (campo 3): VALORI LIMITE:

$\mu_{lim} = 0{,}295$; $\xi_{lim} = 0{,}45$; $\omega_{lim} = 0{,}364$

L'armatura da disporre in zona compressa è:

$$\omega' = \frac{1}{k'} \frac{\mu^* - \mu_{lim}}{(1-\delta)} = \frac{0{,}4034 - 0{,}295}{1 - 50/350} = 0{,}1265$$

$$k' = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{yd}}\left(1 - \frac{\delta}{\xi_{lim}}\right) = \frac{3{,}5‰}{1{,}956‰}\left(1 - \frac{\frac{50}{350}}{0{,}45}\right) = 1{,}22 \Rightarrow k' = 1$$

L'armatura totale da disporre in zona tesa è:

$$\omega = \omega_{lim} + k'\omega' + \nu = 0{,}364 + 1 \cdot 0{,}1265 + \frac{-200 \cdot 10^3}{250 \cdot 350 \cdot 17} = 0{,}356$$

$$A'_s = \frac{\omega' \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0{,}1265 \cdot 250 \cdot 350 \cdot 17}{391{,}3} = 480\ mm^2 \Rightarrow 2\phi 20\ (628\ mm^2)$$

$$A_s = \frac{\omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0{,}356 \cdot 250 \cdot 350 \cdot 17}{391{,}3} = 1353\ mm^2 \Rightarrow 5\phi 20\ (1570\ mm^2)$$

Dunque (poiché k e k' trovati sono pari a quelli ipotizzati) si assume $k = k' = 1$
Il valore di $\mu = 0,215$ ricavato dalla tabella (per $\omega_0 = 0,2474$) rappresenta il momento ridotto fornito da una sezione con sola armatura tesa e soggetta a flessione semplice e cioè il momento della risultante del calcestruzzo rispetto alle armature tese (vedi slide in alto pag. 27)
Il momento ridotto totale, che tiene conto dell'armatura compressa, vale:

$$\mu^*_{tot} = \mu + k'\omega'(1-\delta) = 0,215 + 1 \cdot 0,1074 \left(1 - \frac{50}{450}\right) = 0,310$$

Il momento resistente (calcolato rispetto all'armatura tesa) vale:

$$M^*_{Rd} = \mu^*_{tot}\, b\, d^2 f_{cd} = 0,310 \cdot 300 \cdot 450^2 \cdot 14 = 320,3 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Il momento resistente rispetto al baricentro della sezione grezza vale:

$$M^*_{Rd} = M_{Rd} - \underset{\text{se positivo di trazione}}{N}\, y_s \Rightarrow M_{Rd} = M^*_{Rd} + N\, y_s = 320,3 - 200 \cdot 0,2 = 280,3 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{b\, d\, f_{cd}} = \frac{1062 \cdot 391{,}3}{400 \cdot 360 \cdot 17} = 0{,}1698 = \omega'$$

$$\nu = \frac{N_{Ed}}{b\, d\, f_{cd}} = \frac{-1088 \cdot 10^3}{400 \cdot 360 \cdot 17} = -0{,}444$$

• ipotizzo $k = k' = 1$

$$\omega_0 = 0{,}1698 - 0{,}1698 + 0{,}444 = 0{,}444$$

Entrando nella tabella adimensionale ed interpolando si ricava:

$\xi = 0{,}5485$, $\mu = 0{,}342$

calcolo $k = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{yd}} \frac{1-\xi}{\xi} = \frac{3{,}5}{1{,}9565} \cdot \frac{1-0{,}5485}{0{,}5485} = 1{,}47 \Rightarrow 1$

calcolo $k' = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{yd}} \frac{(\xi - \delta)}{\xi} = \frac{3{,}5}{1{,}9565} \cdot \frac{0{,}5485 - \frac{40}{360}}{0{,}5485} = 1{,}43 \Rightarrow 1$

$$\mu^*_{TOT} = \mu + k'\omega'(1-\delta) = 0{,}342 + 1 \cdot 0{,}1698 \left(1 - \frac{40}{360}\right) = 0{,}4929$$

$$M^*_{Rd} = \mu^* \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd} = 0{,}4929 \cdot 400 \cdot 360^2 \cdot 17 = 434{,}4 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{Rdx} = M_{Rdy} = M^*_{Rd} + N \cdot \underbrace{0{,}16}_{\frac{400-2\cdot 40}{2}} = 434{,}4 - 1088 \cdot 0{,}16 = 260{,}3 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

sezione quadrata

Il criterio semplificato è:

$$\left(\frac{M_{Edx}}{M_{Rdx}}\right)^a + \left(\frac{M_{Edy}}{M_{Rdy}}\right)^a \leq 1$$

a dipende dal rapporto N_{Ed}/N_{Rd}:

$$N_{Rd} = A_c f_{cd} + A_s f_{yd} = 400 \cdot 400 \cdot 17 + 2124 \cdot 391{,}3 = 3551 \text{ kN}$$

$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = \frac{1088}{3551} = 0{,}3064 \rightarrow$ interpolando tra i valori in tabella : $a = 1{,}142$

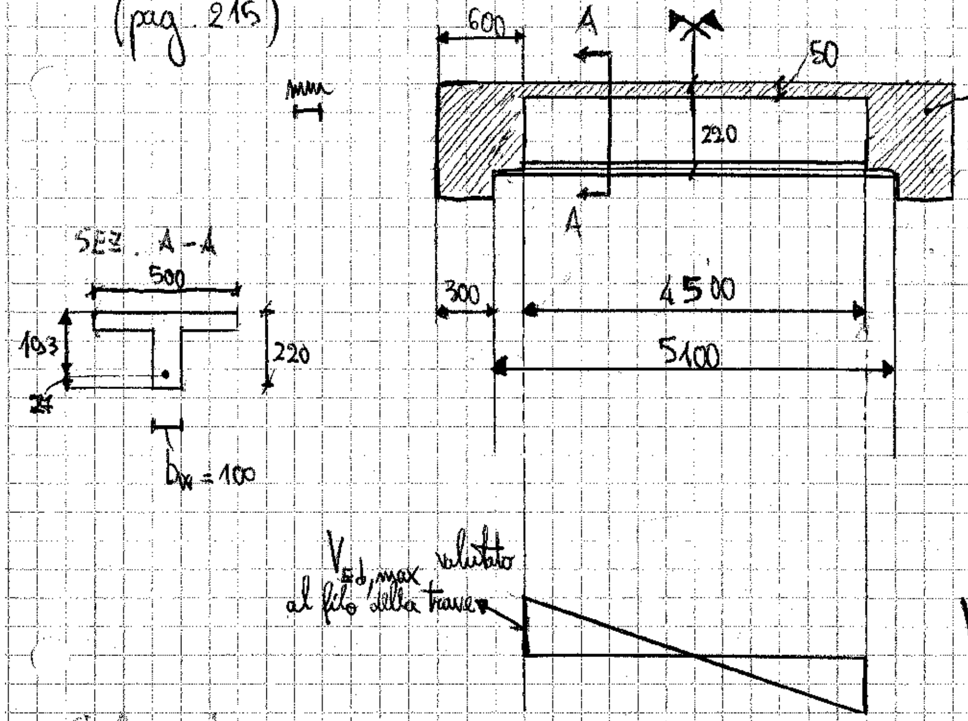
Dunque:

$$\left(\frac{149{,}5}{260{,}3}\right)^{1{,}142} + \left(\frac{108{,}8}{260{,}3}\right)^{1{,}142} = 1{,}007 \leq 1$$

(la verifica si può dire che è soddisfatta)

SLU: ELEMENTI CHE NON RICHIEDONO ARMATURA A TAGLIO (10)

(pag. 215)



→ C 20

— : armatura per singolo travetto all'appoggio: 1 Ø 14

— : armatura per singolo travetto in mezzeria: 1 Ø 12

$G_1 = 3 \ \frac{kN}{m^2}$

$G_2 = 1,5 \ \frac{kN}{m^2}$

$Q_{k1} = 2 \ \frac{kN}{m^2}$

Svolgimento

Il carico da considerare allo stato limite ultimo è fornito dalla combinazione fondamentale di SLU:

$$Q_d = \gamma_{G1} G_1 + \gamma_{G2} G_2 + \gamma_{Q1} Q_{k1} = \overset{\text{compiutamente definito}}{1,3} \cdot 3 + \underbrace{1,5}_{\text{non compiutamente definito}} \cdot 1,5 + 1,5 \cdot 2 = 9,15 \ \frac{kN}{m^2}$$

Riferisco il carico ad 1 metro di larghezza di solaio (in 1 metro di larghezza ci stanno 2 nervature):

$$q_d = 9,15 \ kN/m$$

Il taglio massimo valutato a filo della trave (per 1 m di larghezza di solaio) è:

$$V_{Ed,max} = \frac{q_d \cdot l}{2} = \frac{9,15 \cdot 4,5}{2} = 20,6 \ kN$$

Poiché in 1 metro di larghezza ci stanno 2 travetti, il taglio massimo per travetto è:

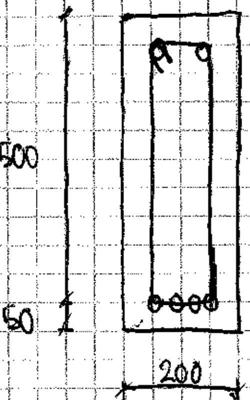
$$V_{Ed,max} = \frac{20,6}{2} = 10,3 \ kN$$

Dovrò ora verificare che $V_{Rd,c} \geq V_{Ed,max}$, con:

$$V_{Rd,c} = \left[C_{Rd,c} \cdot k \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}\right)^{1/3} + \cancel{k_1 \sigma_{cp}} \right] b_w \, d$$

SLU: ELEMENTI CHE RICHIEDONO ARMATURA A TAGLIO (11)

ESERCIZIO DI VERIFICA



C 20 , B 450 C

staffe $\phi 10 / 12\ cm$ $(\alpha = 90°)$

$\sigma_{c\,medio} = 0 \rightarrow \alpha_{cw} = 1$ (la trave è in c.a. ordinario e non precompresso)

? $V_{Rd,max}$

Svolgimento

Si può scegliere θ variabile tra 22° e 45° $(\rightarrow 1 \le \cot\theta \le 2{,}5)$ — $\theta = 45°$, $\theta = 22°$

però dobbiamo trovare quel valore di θ che mi consenta di ottenere il massimo sfruttamento sia di acciaio che di cls, quindi:

$$V_{Rd,s} = V_{Rd,max} \rightarrow \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot (\cot\theta + \cancel{\cot\alpha}) = \frac{\alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot \nu_1 \cdot f_{cd}}{\cot\theta + \tan\theta} \Rightarrow$$

$\alpha = 90° \rightarrow \cot\alpha = 0$

$$\Rightarrow \cot\theta\,(\cot\theta + \tan\theta) = \frac{\alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot \nu_1 \cdot f_{cd}}{\frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd}}$$

$$\cot\theta\left(\cot\theta + \frac{1}{\cot\theta}\right) = \cancel{\cot\theta}\,\frac{\cot^2\theta + 1}{\cancel{\cot\theta}} = \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta} + 1 = \frac{1}{\sin^2\theta} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin^2\theta = \frac{\frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd}}{\alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot \nu_1 \cdot f_{cd}} = \frac{\frac{2 \cdot \pi \cdot 5^2}{120} \cdot (0{,}9 \cdot 500) \cdot \left(\frac{450}{1{,}15}\right)}{1 \cdot 200 \cdot (0{,}9 \cdot 500) \cdot 0{,}6\left[1 - \frac{20}{250}\right] \cdot \left(0{,}85 \cdot \frac{20}{1{,}5}\right)} =$$

$$= 0{,}409 \rightarrow \sin\theta = 0{,}64 \rightarrow \theta = 39{,}78° \rightarrow$$

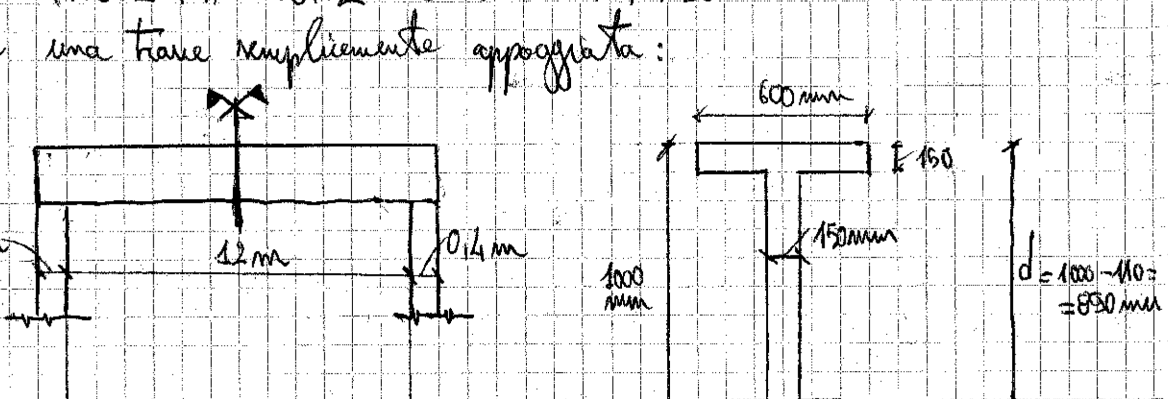
$$\rightarrow \begin{cases} \cot\theta = 1{,}201 \\ \tan\theta = 0{,}832 \end{cases}$$

SLU: ELEMENTI CHE RICHIEDONO ARMATURA A TAGLIO

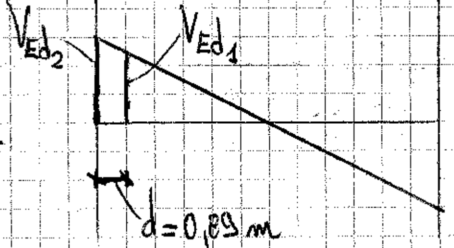
PROGETTAZIONE DELLE STAFFE

Consideriamo una trave semplicemente appoggiata:

Staffe verticali



La armatura a taglio la calcolo ad una distanza d dal filo interno dell'appoggio. Il ds al filo interno dell'appoggio.



C 30, B 450 C

$q_d = 62 \frac{kN}{m}$

Svolgimento

$$V_{Ed_2} = \frac{q_d \cdot l}{2} = \frac{62 \cdot 12}{2} = 372 \ kN$$

$$V_{Ed_1} = \frac{q_d \cdot (l - 2d)}{2} = \frac{62 \cdot (12 - 2 \cdot 0{,}89)}{2} = 316{,}8 \ kN$$

Si deve scegliere l'angolo θ.

- scelgo $\theta = 45°$ (si avrà la massima capacità portante lato cls):

(1) $$V_{Rd,max} = \frac{\alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot \nu_1 \cdot f_{cd}}{\cot\theta + \tan\theta} = \frac{1 \cdot 150 \cdot 801 \cdot 0{,}528 \cdot 14}{1+1} = 539{,}2 \ kN$$

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 14 \frac{N}{mm^2}$$

$$\nu_1 = 0{,}6 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250}\right] = 0{,}528$$

$$z = 0{,}9 d = = 0{,}9 \cdot 890 = 801 \ mm$$

$V_{Rd,max} > V_{Ed_2} \Rightarrow$ verifica OK

Progetto le staffe relativamente a $\theta = 45°$:

(2) $$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Ed,s}}{z \, f_{ywd} \cot\theta} = \frac{316{,}8 \cdot 10^3 \, [N]}{801 \, [mm] \cdot 391{,}3 \, \left[\frac{N}{mm^2}\right] \cdot 1} = 1{,}01$$

Le incognite sono 2 (A_{sw} e s), quindi una bisogna ipotizzarla noi; assumo

vedi pag. 12 slide sui dettagli ~~costruttivi~~: (12) 2° taglio

$-\rho_w \geq \rho_{w,min}$

$$\rho_{w,min} = 0{,}08 \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{ywk}} = 0{,}08 \frac{\sqrt{30}}{450} = 9{,}74 \cdot 10^{-4}$$

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{s\, b_{w\,min}\, 1} = \frac{100}{150 \cdot 150 \cdot 1} = 4{,}4 \cdot 10^{-3} > \rho_{w,min} \Rightarrow \text{verifica OK}.$$

Infine dobbiamo verificare il taglio tra flangia e anima:

la variazione di momento tra una staffa e la successiva vale:

$$\Delta M = V_{Ed1} \cdot s = 316{,}8\,kN \cdot 0{,}15\,m = 47{,}52\,kN \cdot m$$

la variazione dello sforzo di compressione in una parte dell'ala vale:

$$\Delta F = \frac{\Delta M}{z} \frac{(b_{eff} - b_w)}{2 b_{eff}} = \frac{47{,}52\,[kN \cdot m] \cdot 10^6}{0{,}9 \cdot 890} \cdot \frac{(600-150)}{2 \cdot 600} = 22{,}25\,kN$$

lo sforzo (tensione) di tranciamento tra ala e anima vale:

$$v_{Ed} = \frac{\Delta F}{h_f \cdot \underbrace{\Delta x}_{=s}} = \frac{22{,}25 \cdot 10^3\,[N]}{150\,[mm] \cdot 150\,[mm]} = 0{,}99 \frac{N}{mm^2}$$

Si deve scegliere un angolo θ compreso tra $45°$ e $26{,}5°$ (limitazioni EC2)

Scelgo $\theta = 26{,}5° \Rightarrow \cot\theta = 2$.

Se la verifica è soddisfatta per un valore di θ, basta questo (t. plasticità).

• cls:

$$v_{Ed} < \nu f_{cd} \sin\theta \cos\theta = 0{,}528 \cdot 17 \cdot \sin(26{,}5) \cos(26{,}5) = 3{,}58 \Rightarrow OK$$

• armature:

$$\frac{A_{sf} f_{yd}}{s_f} \geq v_{Ed} \frac{h_f}{\cot\theta} \rightarrow \frac{100}{150} \cdot 391{,}3 \cdot \frac{2}{150} = 3{,}45 > 0{,}99 \Rightarrow OK$$

$$\rightarrow \sin^2\theta = \frac{\frac{450}{1{,}15}\left[\frac{N}{mm^2}\right]}{0{,}6\left[1-\frac{25}{250}\right]\cdot\left(0{,}85\cdot\frac{25}{1{,}5}\right)} \cdot \frac{\pi \cdot 5^2}{150 \cdot 111} = 0{,}2426 \rightarrow \theta = 29{,}5° \rightarrow$$

$$\rightarrow \cot\theta = 1{,}77$$

$$T_{Rd,max} = 2 \cdot 0{,}54 \cdot 14{,}17 \cdot 112421 \cdot 111 \cdot \sin(29{,}5)\cos(29{,}5) = 82\ kN \cdot m$$

$$T_{Rd,s} = 2 \cdot 112421 \cdot 391{,}3 \cdot \frac{79}{150} \cdot 1{,}77 = 82\ kN \cdot m$$

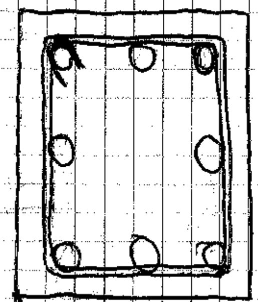
Per le armature longitudinali si avrà:

$$A_{sl} \cdot f_{yld} = T_{Rd,s} \cdot \frac{u_k}{2A_k} \cot\theta \rightarrow$$

$$\rightarrow A_{sl} = \frac{82 \cdot 10^6\,[N\,mm] \cdot 1366\,[mm] \cdot 1{,}77}{391{,}3\left[\frac{N}{mm^2}\right] \cdot 2 \cdot 112421\,[mm^2]} = 2237\ mm^2$$

Avevo precedentemente ipotizzato di usare $\phi 20$ ($\rightarrow$ area $= \pi \cdot 10^2 = 314\ mm^2$)

$\frac{2237}{314} = 7$: le armature a torsione si devono disporre una ogni vertice e devono dare una risultante baricentrica $\rightarrow$ uso $8\,\phi 20$ ($\rightarrow$ area $2512\ mm^2$)



zione lineare, i valori di ξ e ω_0. Invece di fare l'interpolazione, ω_0 si può ricavare con l'espressione:

$$\omega_0 = \mu\,(1+\mu) = 0{,}145\,(1+0{,}145) = 0{,}166$$

(tale relazione fornisce valori più alti di quelli dati dalla tabella, infatti dalla tabella si sarebbe ricavato $\omega_0 = 0{,}158$)

Usando $\omega_0 = 0{,}158$ si ha:

$$\omega_0 = \frac{A_{s0}\,f_{yd}}{b\,d\,f_{cd}} \Rightarrow A_{s0} = \frac{0{,}158 \cdot 300\,[mm] \cdot 450\,[mm] \cdot 17\left[\frac{N}{mm^2}\right]}{391{,}3\left[\frac{N}{mm^2}\right]} = 927\ mm^2$$

Avendo scelto di disporre barre $\phi 20$ ($\rightarrow$ area $= \pi \cdot 10^2 = 314\ mm^2$) $\Rightarrow$ ne servono $\frac{927}{314} = 2{,}9 \Rightarrow 3$. Dunque per assorbire M servono $3\phi 20$.

- Calcolo le armature trasversali (staffe) per assorbire taglio e torsione.
  Le armature dovute a taglio e quelle dovute a torsione si sommano fra loro.

Si deve scegliere l'angolo θ compreso tra $22°$ e $45°$. Poiché la sezione è rettangolare (quindi b grande rispetto a b_w di una sezione a T), conviene prendere un θ non troppo grande. (Per θ grande ho la max. resistenza delle bielle compresse, ma poiché b è grande, anche scegliendo θ non troppo grande avrò una resistenza delle bielle compresse elevata)

Scelgo $\cot\theta = 2$ ($\rightarrow \theta = 26{,}6°$).

La capacità portante a taglio lato cls sarà:

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw}\, b_w\, z\, \nu_1\, f_{cd} \Big/ (\cot\theta + \tan\theta) = \frac{300\,[mm] \cdot 0{,}9 \cdot 450\,[mm] \cdot 0{,}528 \cdot 17\left[\frac{N}{mm^2}\right]}{2 + \frac{1}{2}} =$$

$$\nu_1 = 0{,}6\left[1 - \frac{30}{250}\right] = 0{,}528$$

$= 436\ kN$

Per calcolare la capacità portante a torsione lato cls devo calcolare alcuni parametri:

$A = 300 \cdot 500 = 150000\ mm^2$, $\quad u = 2 \cdot (300+500) = 1600\ mm$

$t = \frac{A}{u} = 94\ mm$. Tale spessore deve essere superiore a $2d = 2 \cdot 50 = 100\ mm$.

Poiché $94 < 100 \Rightarrow$ si assume $t = 100\ mm$.

$A_k = (500-100)(300-100) = 80000\ mm^2$

$$\frac{1000\,[mm]}{487\,[mm]} + \frac{1000\,[mm]}{248\,[mm]} = 6 \text{ staffe}$$

Dunque avrò $6\,\phi 10$ / metro lineare

- calcolo l'armatura longitudinale dovuta a taglio e a torsione:

– per la torsione: $$A_{sl} = \frac{T_{Ed}\, u_K \cot\theta}{2\, A_K\, f_{yld}} = \frac{40 \cdot 10^6\,[N \cdot mm] \cdot 1200\,[mm] \cdot 2}{2 \cdot 80000\,[mm^2] \cdot 391{,}3\,[N/mm^2]} =$$

$= 1533\ mm^2 \Rightarrow$ poiché usiamo $\phi 20$ ($\rightarrow$ area $314\ mm^2$), ne servono: $\frac{1533}{314} = 5\,\phi 20$ ($\rightarrow$ area $1570\ mm^2$)

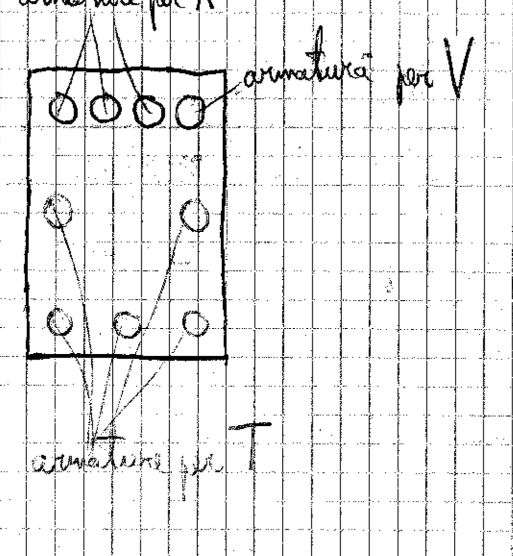
– per il taglio:

la forza di incremento di trazione nel corrente teso per effetto del taglio vale:

$$\Delta F = \frac{V_{Ed}}{2}(\cot\theta - \cot\alpha) \Rightarrow A_{sl} \cdot f_{yld} = \frac{V_{Ed}}{2}(\cot\theta - \cot\alpha)$$

$$\Delta F = A_{sl} \cdot f_{yld}$$

dunque: $$A_{sl} = \frac{100 \cdot 10^3\,[N]}{2} \cdot \frac{2}{391{,}3\,[N/mm^2]} = 255\ mm^2 \Rightarrow \frac{255}{314} = 1\,\phi 20 \text{ (area } 314\ mm^2)$$



• COMBINAZIONE QUASI PERMANENTE DELLE AZIONI

$$q_d = g_1 + g_2 + \psi_2 q = 3{,}5 + 1{,}43 + 0{,}3 \cdot 3{,}57 = 6 \ \frac{kN}{m}$$

$$M_{QP} = \frac{q_d \cdot l^2}{8} = \frac{6 \cdot 10^2}{8} = 75 \ kN \cdot m$$

$$\sigma_c = \frac{M_{QP}}{J_n} x = \frac{75 \cdot 10^6 \,[N \cdot mm]}{2{,}05 \cdot 10^9 \,[mm^4]} \cdot 173{,}5 \,[mm] = 6{,}35 \ \frac{N}{mm^2}$$

La norma impone che: $\sigma_c \leq 0{,}45 f_{ck} = 0{,}45 \cdot 20 = 9 \ \frac{N}{mm^2}$ → verifica OK

• COMBINAZIONE CARATTERISTICA DELLE AZIONI

$$q_d = g_1 + g_2 + q = 3{,}5 + 1{,}43 + 3{,}57 = 8{,}5 \ \frac{kN}{m}$$

$$M_{CA} = \frac{q_d \cdot l^2}{8} = \frac{8{,}5 \cdot 10^2}{8} = 106{,}25 \ kN \cdot m$$

L'asse neutro ha sempre profondità $x = 173{,}5$ mm (è una caratteristica geometrica e dunque non dipende da M).

$$\sigma_c = \frac{M_{CA}}{J_n} \cdot x = \frac{106{,}25 \cdot 10^6}{2{,}05 \cdot 10^9} \cdot 173{,}5 = 8{,}99 \ \frac{N}{mm^2}$$

$$\sigma_s = \alpha \frac{M_{CA}}{J_n} (d - x) = 15 \cdot \frac{106{,}25 \cdot 10^6}{2{,}05 \cdot 10^9} (450 - 173{,}5) = 215 \ \frac{N}{mm^2}$$

La norma impone:

$\sigma_c \leq 0{,}6 f_{ck} = 0{,}6 \cdot 20 = 12 \ \frac{N}{mm^2}$ → verifica OK

$\sigma_s \leq 0{,}8 f_{yk} = 0{,}8 \cdot 450 = 360 \ \frac{N}{mm^2}$ → verifica OK

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 33 di 74

Quest'ultimo valore deve comunque essere maggiore di:

$$0,6 \frac{\sigma_s}{E_s} = 0,6 \cdot \frac{151,7}{200\,000} = 4,5 \cdot 10^{-4} \Rightarrow OK$$

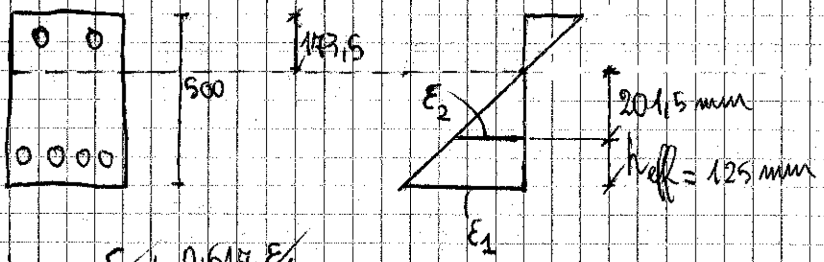
$$s_{r,max} = k_3 \cdot c + k_1 \cdot k_2 \cdot k_4 \cdot \frac{\phi}{\rho_{eff}}$$

$k_3 = 3,4$

$c = (50-10) = 40 \text{ mm}$

$k_1 = 0,8$ (barre ad aderenza migliorata)

$$k_2 = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2\varepsilon_1}$$



$\Rightarrow \varepsilon_2 : 201,5 = \varepsilon_1 : 326,5 \Rightarrow$

$\Rightarrow \varepsilon_2 = 0,617\, \varepsilon_1$

$$\Rightarrow k_2 = \frac{\cancel{\varepsilon_1} + 0,617 \cancel{\varepsilon_1}}{2\cancel{\varepsilon_1}} = 0,81$$

$k_4 = 0,425$

$$s_{r,max} = 3,4 \cdot 40 + 0,8 \cdot 0,81 \cdot 0,425 \cdot \frac{20}{0,0335} = 300,4 \text{ mm}$$

$$w_k = \underbrace{300,4}_{s_{r,max}} \cdot \underbrace{\frac{0,561}{1000}}_{\varepsilon_{sm}-\varepsilon_{cm}} = 0,169 \text{ mm} < 0,3 \text{ mm} \Rightarrow \text{VERIFICA SODDISFATTA}$$

momento indotto dai carichi di progetto, dunque:

$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot d} = \frac{955\,[mm^2]}{300\,[mm] \cdot 450\,[mm]} = 0{,}71\,\%$$

$\rho' = 0$ (poiché $\mu < \mu_{lim}$)

$\rho > \rho_0$, dunque la formula da usare è:

$$\frac{l}{d} = \underbrace{K}_{=1 \text{ (trave semplicemente appoggiata)}} \left[11 + 1{,}5 \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \cancel{\frac{1}{12} \sqrt{f_{ck}} \sqrt{\frac{\rho'}{\rho_0}}} \right] =$$

$\rho' = 0$

$$= 1 \cdot \left[11 + 1{,}5 \sqrt{25} \cdot \frac{\frac{5}{1000}}{\frac{0{,}71}{100}} \right] = 16{,}3$$

L'espressione di $\frac{l}{d}$ è stata ricavata assumendo la tensione nell'acciaio pari a $310 \frac{N}{mm^2}$. Nel nostro caso la tensione nell'acciaio vale (ricordando dall'esercizio foglio (15) che $M_{qp} = 75\,KN \cdot m$, $J_n = 2{,}05 \cdot 10^9\,mm^4$, $x = 173{,}5\,mm$):

$$\sigma_s = \alpha_e \frac{M_{qp}}{J_n} (d - x) = 15 \cdot \frac{75 \cdot 10^6}{2{,}05 \cdot 10^9} (450 - 173{,}5) = 151{,}7 \frac{N}{mm^2}$$

Dunque $\left(\frac{l}{d}\right)$ va moltiplicato per $310/151{,}7$:

$$\left(\frac{l}{d}\right)_{reale} = 16{,}3 \left(\frac{310}{151{,}7}\right) = 33{,}3$$

La d richiesta per verificare $\left(\frac{l}{d}\right)_{reale}$ è: $d = \frac{l}{33{,}3} = \frac{10\,000\,[mm]}{33{,}3} = 300{,}3\,mm$ ($l = 10\,[m]$)

La sezione ha un'altezza utile maggiore di quella richiesta per la verifica, quindi la verifica a deformazione è soddisfatta.

(Un calcolo più veloce è possibile utilizzando la tabella slide in basso pag. 8 retro: per $K = 1$, poiché $\rho = 0{,}71$ → interpolando si ottiene: $\frac{l}{d} = 18{,}74$

$$\left(\frac{l}{d}\right)_{reale} = 18{,}74 \left(\frac{310}{151{,}7}\right) = 38{,}3 \rightarrow d_{richiesta} = \frac{10\,000}{38{,}3} = 261\,mm\text{)}$$

$$I_1 = \left[\frac{bh^3}{12} + \underbrace{bh\left(\frac{h}{2}-x_G\right)^2}_{\text{momento di trasporto}}\right] + (6,7-1)\cdot A'_s\left(x_G-d'\right)^2 + (6,7-1)A_s\left(d-x_G\right)^2 = \quad (b)$$

$$= \frac{300\cdot 500^3}{12} + 300\cdot 500\left(\frac{500}{2}-256,1\right)^2 + (6,7-1)\cdot 402\left(256,1-50\right)^2 + (6,7-1)\cdot 1256\cdot$$
$$\cdot\left(450-256,1\right)^2 =$$

$$= 34,97\cdot 10^8 \text{ mm}^4$$

Dunque:

$$f_1(t=0) = \frac{5}{384}\frac{ql^4}{EI_1} = \frac{5}{384}\frac{6\left[\frac{N}{mm}\right]\cdot(10000\,[mm])^4}{30000\,\frac{N}{mm^2}\cdot 34,97\cdot 10^8\,[mm^4]} = 7,45 \text{ mm}$$

- calcolo delle caratteristiche della sezione fessurata

L'asse neutro della sezione fessurata si calcola mediante l'annullamento del momento statico rispetto al baricentro della sezione parzializzata:

$$S_n = 0 = \frac{bx^2}{2} + (\alpha-1)A'_s(x-d') + \alpha A_s(d-x) \rightarrow \quad (c)$$

$$\rightarrow \frac{300\cdot x^2}{2} + (6,7-1)\cdot 402(x-50) - 6,7\cdot 1256\cdot(450-x) = 0 \Rightarrow$$

$$\rightarrow 150x^2 + 10706,6x - 3901410 = 0 \Rightarrow x = 129,5 \text{ mm}$$

$$I_2 = \frac{bx^3}{3} + (\alpha-1)A'_s(x-d')^2 + \alpha A_s(d-x)^2 = \quad (d)$$

$$= \frac{300\cdot 129,5^3}{3} + (6,7-1)\cdot 402(129,5-50)^2 + 6,7\cdot 1256\,(450-129,5)^2 = 10,96\cdot 10^8 \text{ mm}^4$$

$$f_2(t=0) = \frac{5}{384}\frac{6\cdot 10000^4}{30000\cdot 10,96\cdot 10^8} = 23,76 \text{ mm}$$

$$f = \zeta f_2 + (1-\zeta)f_1$$

$$\zeta = 1-\beta\left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s}\right)^2.$$ Il rapporto $\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s}$ può essere sostituito dal rapporto $\frac{M_{cr}}{M}$ per elementi inflessi

$$f_1(t) = \frac{5}{384} \cdot \frac{6 \cdot 10000^4}{\underbrace{9375}_{E_{c,eff}} \cdot 44{,}4 \cdot 10^8} = 18{,}9 \text{ mm}$$

- calcolo delle caratteristiche della sezione fessurata

L'asse neutro si trova attraverso la ⓒ utilizzando $\alpha_e = 21{,}33$:

$x_2 = 194{,}4$ mm

L'inerzia della sezione fessurata si calcola con la ⓓ utilizzando $\alpha_e = 21{,}33$:

$I_2 = 26{,}55 \cdot 10^8$ mm^4

$$f_2(t) = \frac{5}{384} \cdot \frac{6 \cdot 10000^4}{\underbrace{9375}_{E_{c,eff}} \cdot 26{,}57 \cdot 10^8} = 31{,}36 \text{ mm}$$

(tale valore è inferiore rispetto a $f_2(t=0) \cdot (1+\varphi)$ perché il cls soggetto a viscosità è solo quello compresso (siamo in sezione parzializzata))

$$f(t) = \frac{\zeta}{Z} f_2 + \left(1 - \frac{\zeta}{Z}\right) f_1$$

$$\frac{\zeta}{Z} = 1 - \beta \left(\frac{M_{cr}}{M}\right)^2$$

$\beta = 0{,}5$ (carichi di lunga durata)

M_{cr} è quello calcolato prima $\Rightarrow M_{cr} = 33$ kN·m

M quello calcolato prima $\Rightarrow M = 75$ kN·m

$$\frac{\zeta}{Z} = 1 - 0{,}5 \left(\frac{33}{75}\right)^2 = 0{,}90$$

La freccia dovuta alla deformazione elastica e viscosa è dunque:

$$f(t) = 0{,}90 \cdot 31{,}36 + (1 - 0{,}90) \cdot 18{,}9 = 30{,}1 \text{ mm}$$

Bisogna ancora considerare l'effetto del ritiro ($\varepsilon_{cs} = 0{,}23$ ‰)

La curvatura media dovuta al ritiro è:

$$\frac{1}{r_{m\,cs}(t)} = \frac{\zeta}{Z} \frac{1}{r_2} + \left(1 - \frac{\zeta}{Z}\right) \frac{1}{r_1}$$

$$\frac{\zeta}{Z} = 0{,}90$$

Ora dobbiamo fare le verifiche:

- verifica di aspetto e funzionalità:

$$\frac{f}{l} < \frac{1}{250} \Rightarrow \underset{\substack{\| \\ 36{,}05}}{f} < \frac{l}{250} = \frac{10000}{250} = 40 \text{ mm} \rightarrow \text{OK}$$

- verifica della presenza di elementi fragili

$$\Delta f = f(t) - f(t_0) = 36{,}05 - 20{,}17 = 15{,}35 \text{ mm}$$

$$\frac{\Delta f}{l} < \frac{1}{500} \Rightarrow \Delta f < \frac{l}{500} = \frac{10000}{500} = 20 \text{ mm} \rightarrow \text{OK}$$

Lo spostamento aggiuntivo e in sommità dovuto all'angolo θ è pari a:

$$e = \theta \cdot l = 4{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 5000\,[mm] = 22{,}5\ mm$$

Il momento totale del 1° ordine alla base della colonna è dunque:

$$M_{0Ed} = 80\,[kN \cdot m] + 400\,[kN] \cdot \frac{22{,}5}{1000}\,[m] = 89\ kN\ m$$

Ora vogliamo vedere se la sezione è soggetta agli effetti del 2° ordine, cioè se $\lambda > \lambda_{lim}$.

$$\lambda = \frac{l_0}{\rho}$$

$$l_0 = 2 \cdot l = 2 \cdot 5 = 10\ m$$

asta incastrata alla base e libera in sommità

$$\rho = \sqrt{\frac{J}{A}} = \sqrt{\frac{\frac{bh^3}{12}}{bh}} = \frac{h}{\sqrt{12}} = \frac{400\,[mm]}{\sqrt{12}} = 115{,}5\ mm$$

$$\lambda = \frac{10\,000}{115{,}5} = 86{,}6$$

$$\lambda_{lim} = 20 \cdot A \cdot B \cdot C / \sqrt{n}$$

$$A = \frac{1}{1 + 0{,}2\,\varphi_{ef}}$$

$$\varphi_{ef} = \varphi(\infty, t_0)\, M_{0EQP} / M_{0Ed}$$

$$N_{Ed} = 400\ kN \rightarrow M_{0Ed} = 89\ kN\ m$$

$$N_{QP} = 200\ kN \rightarrow M_{QP} = 200 \cdot 0{,}2 = 40\ kN \cdot m$$ (N.B.: allo SLE le imperfezioni geometriche non si considerano)

dato del problema: 200 kN

$$\varphi_{eff} = 2{,}5 \cdot \frac{40}{89} = 1{,}12$$

$$A = \frac{1}{1 + 0{,}2 \cdot 1{,}12} = 0{,}817$$

$n_u = 1+\omega = 1+0{,}23 = 1{,}23$

$n = 0{,}147$

$n_{bal} \cong 0{,}4$

$$K_r = \frac{1{,}23 - 0{,}147}{1{,}23 - 0{,}4} = 1{,}3 \Rightarrow \text{si deve assumere } K_r = 1$$

$$K_\varphi = 1 + \beta\varphi_{eff} = 1 + \left(0{,}35 + \frac{f_{ck}}{200} - \frac{\lambda}{150}\right)\varphi_{eff} \geq 1$$

$$K_\varphi = 1 + \left(0{,}35 + \frac{30}{200} - \frac{86{,}6}{150}\right)1{,}12 = 0{,}91 \Rightarrow \text{si deve assumere } K_\varphi = 1$$

$$\frac{1}{r_0} = \frac{\varepsilon_{yd}}{0{,}45\,d} = \frac{1{,}9565}{1000}\,\frac{1}{0{,}45\cdot 360} = 1{,}21\cdot 10^{-5}\ mm^{-1}$$

$$\frac{1}{r} = 1\cdot 1\cdot 1{,}21\cdot 10^{-5} = 1{,}21\cdot 10^{-5}\ mm^{-1}$$

$c = 8$

distribuzione costante del momento

$$M_2 = 400\cdot 10^3\,[N]\cdot 1{,}21\cdot 10^{-5}\left[\frac{1}{mm}\right]\cdot\frac{10000^2\,[mm]}{8} = 60{,}5\ kN\cdot m$$

Il momento totale (somma del momento del 1° ordine e quello del 2° ordine) è:

$M_{tot} = 89 + 60{,}5 = 149{,}5\ kN\cdot m$

- metodo della rigidezza nominale

$$EJ = K_c E_{cd} J_c + K_s E_s J_s$$

$$\rho = \frac{A_s}{A_c} = \frac{8\cdot\pi\cdot 8^2}{400\cdot 400} = 0{,}01 = 1\%$$

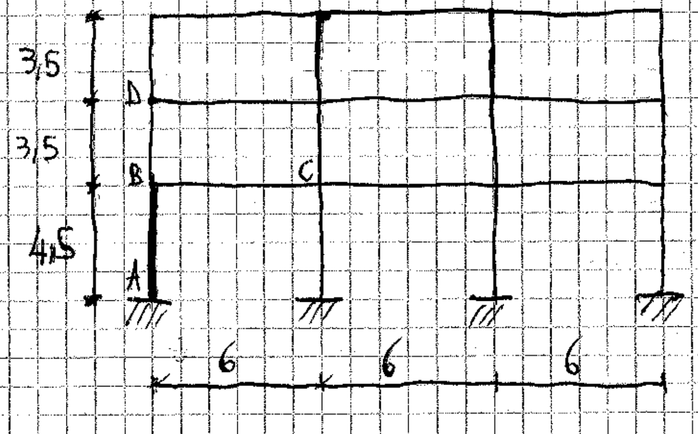
Scelgo di usare le formule della slide in basso pag. 19

$K_s = 1$

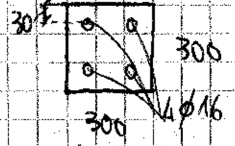
$K_c = k_1 k_2 / (1+\varphi_{eff})$

SLU: STABILITÀ: EFFETTI DEL 2° ORDINE

20



Colonna:



$J_C = 675 \cdot 10^6 \ mm^4$

Trave:

$J_T = 481 \cdot 10^6 \ mm^4$

C 25, B 450 C, $\varphi = 2$

Dall'analisi dell'intera struttura si è ricavato:

$N_{Ed} = 600 \ kN$, $M_{sd}(A) = 80 \ kN \cdot m$, $M_{sd}(B) = -12 \ kN \cdot m$

Verificare la colonna A-B

Svolgimento

La struttura non ha controventi ⇒ STRUTTURA A NODI MOBILI

La lunghezza libera di inflessione è calcolabile come:

$$l_0 = \beta \cdot l$$

β dipende dalla flessibilità agli estremi della colonna.

$K_A = 0$ (incastro) ⇒ la norma dice di assumere $K_A = 0,4$

$$K_B = \frac{\frac{675 \cdot 10^6}{4500} + \frac{675 \cdot 10^6}{3500}}{\underbrace{1}_{\alpha} \cdot \frac{481 \cdot 10^6}{6000}} = 2,63$$

Si entra nel nomogramma della slide in basso pag. 4 e si ricava $\beta = 1,4$

Dunque:

$$l_0 = l \cdot \beta = 4500 \cdot 1,4 = 6300 \ mm$$

$$\rho = \sqrt{\frac{J}{A}} = \sqrt{\frac{\frac{bh^3}{12}}{bh}} = \frac{h}{\sqrt{12}} = \frac{300}{\sqrt{12}} = 86,6 \ mm$$

$$\lambda = \frac{l_0}{\rho} = \frac{6300}{86,6} = 43$$

ESERCIZI ACCIAIO

LABORATORIO DI TECNICA DELLE COSTRUZIONI

A.A 2011 - 2012

PROF. DEBERNARDI, GUIGLIA

VINCENZO SANNIPOLI

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 51 di 74

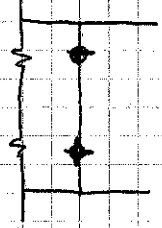
$\frac{c}{t} = 23,6 < 72\,\varepsilon = 1 \Rightarrow$ l'anima è di classe 1.

Poichè sia l'ala che l'anima sono di classe 1 → tutto il profilo è di CLASSE 1.

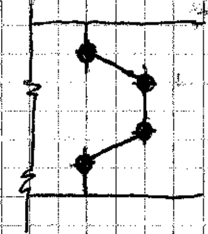
Per verificare tale risultato, guardare la tabella a pag. 502.

• CALCOLO DI $N_{U,Rd}$

$$N_{U,Rd} = 0,9 \cdot \frac{A_{net} \cdot f_{uk}}{\gamma_{M2}}$$



Per la sezione trasversale considerata (blu) si ha:
area sezione dei fori: $2 \cdot (13 \cdot 21) = 546 \text{ mm}^2$



Per la sezione considerata (spezzata blu) si ha:
area da dedurre alla area lorda: $A_f - \Sigma \frac{s^2 t}{4 p_2} =$

$$= \underset{\substack{\uparrow \\ \text{4 fori lungo la spezzata}}}{4} \cdot (13 \cdot 21) - \underset{\substack{\uparrow \\ \text{2 tratti diagonali}}}{2} \cdot \frac{60^2 \cdot 13}{4 \cdot 60} = 702 \text{ mm}^2$$

L'area da dedurre alla sezione lorda per il calcolo di quella netta è:

$$A = \max(546, 702) = 702 \text{ mm}^2$$

$$A_{net} = 6760 - 702 \cdot \underset{\substack{\uparrow \\ \text{2 coprigiunti}}}{2} = 5356 \text{ mm}^2$$

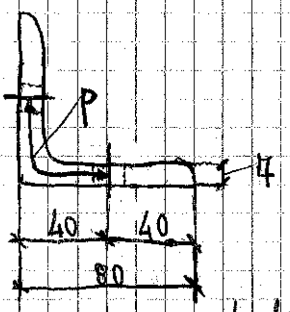
$$N_{u,Rd} = 0,9 \cdot \frac{5356\,[\text{mm}^2] \cdot 360\,\left[\frac{N}{\text{mm}^2}\right]}{1,25 \cdot 1000} = 1388 \text{ kN}$$

$$N_{t,Rd} = \min(1513\,[kN], 1388\,[kN]) = 1388 \text{ kN}$$

$$N_{t,Rd} = 1388 \text{ kN} > N_{Ed} = 1350 \text{ kN} \Rightarrow \text{la verifica è soddisfatta}$$

• CALCOLO DI $N_{u,Rd}$

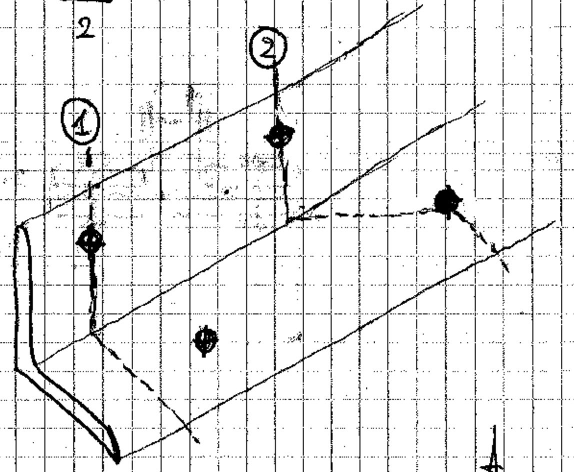
$$N_{u,Rd} = 0{,}9 \; \frac{A_{net} \cdot f_{uk}}{\gamma_{M2}}$$



$$p = \left(40 - \frac{7}{2}\right) + \left(40 - \frac{7}{2}\right) = 2 \cdot 40 - 7 = 73 \text{ mm}$$

vedi disegno

$$s = \frac{72}{2} = 36 \text{ mm}$$



① : area da dedurre alla sezione lorda:

$$A = \underset{\substack{\uparrow \\ 1 \text{ bullone}}}{1} \cdot (15 \cdot 7) = 105 \text{ mm}^2$$

② area da dedurre all'area lorda:

$$A_f - \sum \frac{s^2 t}{4p} = \underset{\substack{\uparrow \\ 2 \text{ fori}}}{2} \cdot 15 \cdot 7 - \underset{\substack{\uparrow \\ 1 \text{ tratto diagonale}}}{1} \cdot \frac{36^2 \cdot 7}{4 \cdot 73} = 178{,}9 \text{ mm}^2$$

L'area da dedurre alla area lorda è la max tra le due $\Rightarrow$ 178,9 mm²

$$N_{u,Rd} = 0{,}9 \cdot \frac{(2160 - \overset{2 \text{ angolari}}{2} \cdot 178{,}9) \cdot 360}{1{,}25 \cdot 1000} = 467{,}1 \text{ kN}$$

$$N_{t,Rd} = \min(483 \; ; \; 467{,}1) = 467{,}1 \text{ kN}$$

$N_{t,Rd} = 467{,}1 \text{ kN} > N_{t,d} = 300 \text{ kN}$ → la verifica è soddisfatta

$$\frac{c}{t} = \frac{h - 2 \cdot t_f - 2r}{t_w} = \frac{180 - 2 \cdot 14 - 2 \cdot 15}{8,5} = 14,35$$

$\frac{c}{t} = 14,35 < 33\,\varepsilon = 33 \Rightarrow$ l'anima è di classe 1

Poiché sia l'anima che l'ala sono di classe 1 $\Rightarrow$ ~~tutto~~ il profilo è di CLASSE 1.

La verifica di resistenza di un elemento compresso è SEMPRE accompagnata dalla verifica di stabilità. Si deve verificare che:

$$N_{Ed} \leq N_{b,Rd} \quad \text{ove} \quad N_{b,Rd} = \chi A \frac{f_y}{\gamma_{M1}}$$

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \quad \text{con } \chi \leq 1, \qquad \phi = 0,5\left[1 + \alpha\left(\bar{\lambda} - 0,2\right) + \bar{\lambda}^2\right]$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}}$$

L'area la si legge da profilario: $A = 6530\ mm^2$

Si deve calcolare N_{cr}.

- ASSE FORTE (asse y)

$$N_{cr,y} = \frac{\pi^2 E I_y}{L_{0,y}^2}$$

I_y la si legge da profilario: $I_y = 3831 \cdot 10^4\ mm^4$

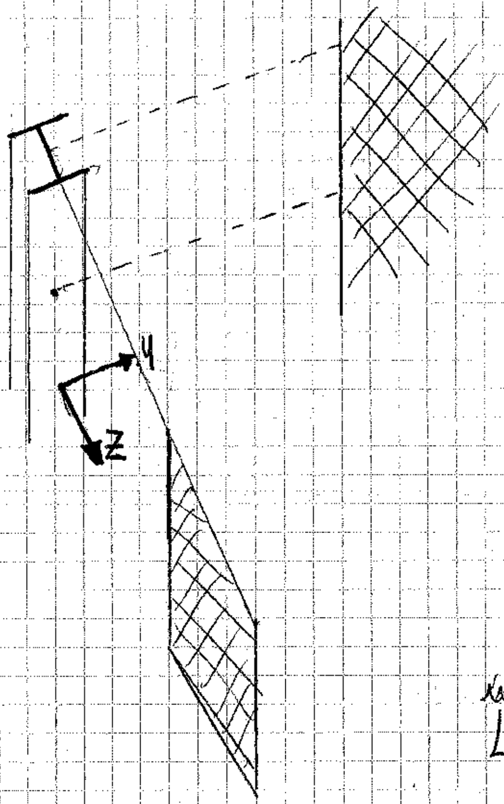
$L_{0,y} = h = 6,8\, m = 6800\ mm \quad (L_0 = h)$

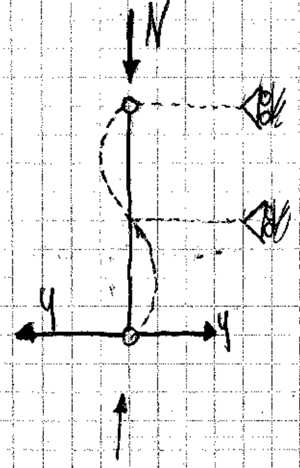
$$N_{cr,y} = \frac{\pi^2 \cdot 210\,000 \left[\frac{N}{mm^2}\right] \cdot 3831 \cdot 10^4 \left[mm^4\right]}{\left(6800\ [mm]\right)^2 \cdot 1000} = 1717,2\ kN$$

$$\bar{\lambda}_y = \sqrt{\frac{6530\left[mm^2\right] \cdot 235 \left[\frac{N}{mm^2}\right]}{(1717,2 \cdot 1000)[N]}} = 0,945$$

Per poter far verificare la colonna dobbiamo diminuire la lunghezza libera di inflessione intorno all'asse z, così da poter diminuire la snellezza λ_z $\left(\lambda_z = \frac{L_{0,z}}{\rho_z}\right)$

Si inserisce dunque un elemento:





La lunghezza libera di inflessione intorno all'asse y non varia, mentre quella intorno all'asse z diventa:

$$L_{0,z} = \frac{h}{2} = \frac{6800}{2} = 3400 \text{ mm}$$

$$N_{cr,z} = \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 1363 \cdot 10^4}{3400^2 \cdot 1000} = 2443{,}8 \text{ kN}$$

$$\bar{\lambda}_z = \sqrt{\frac{6530 \cdot 235}{2443{,}8 \cdot 1000}} = 0{,}792$$

La curva di stabilità è sempre la c $\Rightarrow \alpha = 0{,}49$

$$\phi = 0{,}5\left[1 + 0{,}49\left(0{,}792 - 0{,}2\right) + 0{,}792^2\right] = 0{,}959$$

$$\chi_z = \frac{1}{0{,}959 + \sqrt{0{,}959^2 - 0{,}792^2}} = 0{,}664$$

Questo χ_z è maggiore di χ_y $\Rightarrow$ nel calcolo di $N_{b,Rd}$ si userà χ_y

$$N_{b,Rd} = 0{,}632 \cdot \frac{6530 \cdot 235}{1{,}05 \cdot 1000} = 923{,}4 \text{ kN}$$

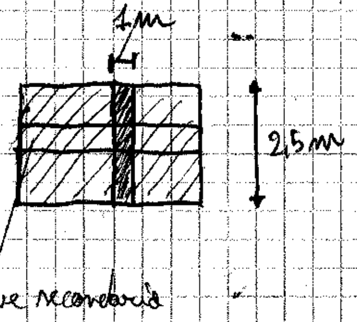
$N_{b,Rd}$ è $> N_{Ed}$ $\Rightarrow$ la verifica è ora soddisfatta.

• Si passa ora al calcolo delle sollecitazioni agenti.
I carichi si riferiscono ad una striscia di 2,5 m (distanza tra le travi secondarie):

$g_{1k} = 0,49 + 1,5 \cdot 2,5 = 4,24 \frac{kN}{m}$

$g_{2k} = 1,5 \cdot 2,5 = 3,75 \frac{kN}{m}$

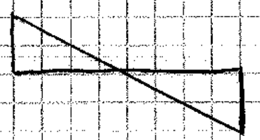
$q_k = 3 \cdot 2,5 = 7,5 \frac{kN}{m}$



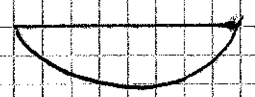
La combinazione fondamentale di SLU è:

$q_d = 4,24 \cdot 1,3 + 3,75 \cdot 1,5 + 7,5 \cdot 1,5 = 22,4$ kN/m

Le sollecitazioni agenti saranno:

V 

$$V_{Ed} = \frac{q_d \cdot l}{2} = \frac{22,4 \cdot 7}{2} = 78,4 \text{ kN}$$

M 

$$M_{Ed} = \frac{q_d \cdot l^2}{8} = \frac{22,4 \cdot 7^2}{8} = 137,2 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

• Si deve vedere se il taglio influisce o meno nella resistenza flessionale della sezione:

$$V_{pl,Rd} = A_v \cdot \frac{f_y}{\sqrt{3}\,\gamma_{M0}} = [A - 2bt_f + (t_w + 2r) \cdot t_f] \cdot \frac{f_y}{\sqrt{3}\,\gamma_{M0}} =$$

$$= [6260 - 2 \cdot 160 \cdot 11,5 + (7,5 + 2 \cdot 18) \cdot 11,5] \cdot \frac{235}{\sqrt{3} \cdot 1,05 \cdot 1000} = 398 \text{ kN}$$

$V_{Ed} < 50\% \, V_{pl,Rd} = 199$ kN → il taglio non influisce sulla resistenza flessionale della sezione

• verifica a taglio: $V_{Ed} = 78,4$ kN $< V_{pl,Rd} = 398$ kN → verifica ok

• verifica a flessione

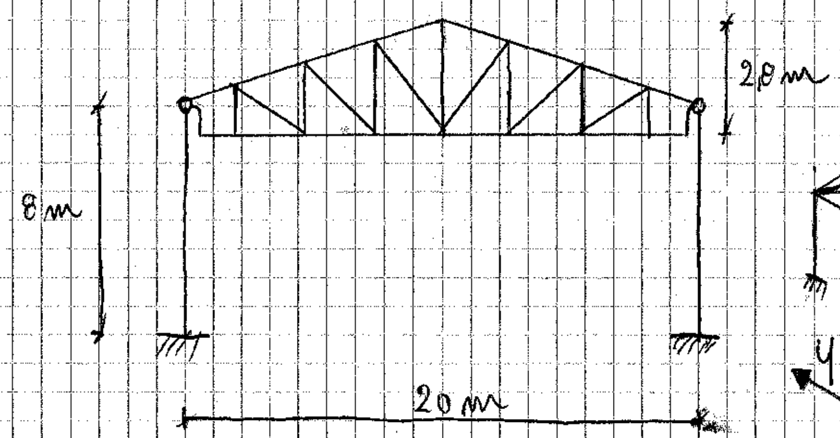
$$M_{c,Rd} = W_{pl} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = 8,043 \cdot 10^5 \,[mm^3] \cdot \frac{235 \left[\frac{N}{mm^2}\right]}{1,05 \cdot 10^6} = 180 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

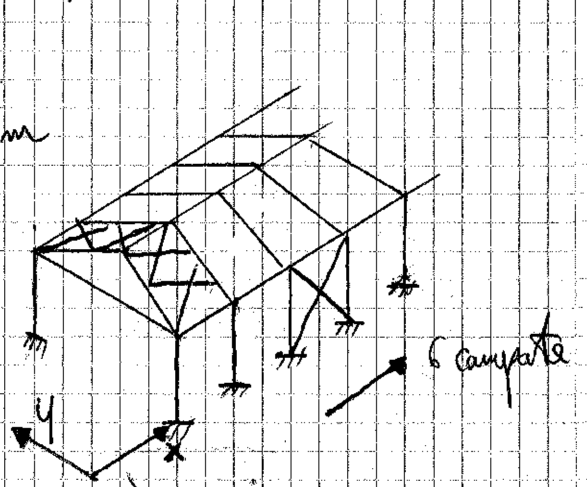
$M_{Ed} = 137,2$ kNm $< M_{c,Rd} = 180$ kN m → verifica ok

MEMBRATURE SEMPLICI — ELEMENTI PRESSO-INFLESSI

(6) foglio 1

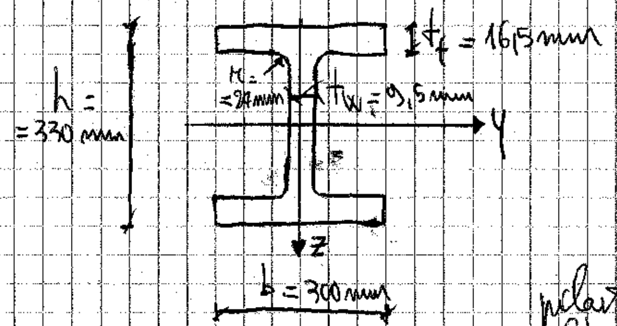
PAG. 219





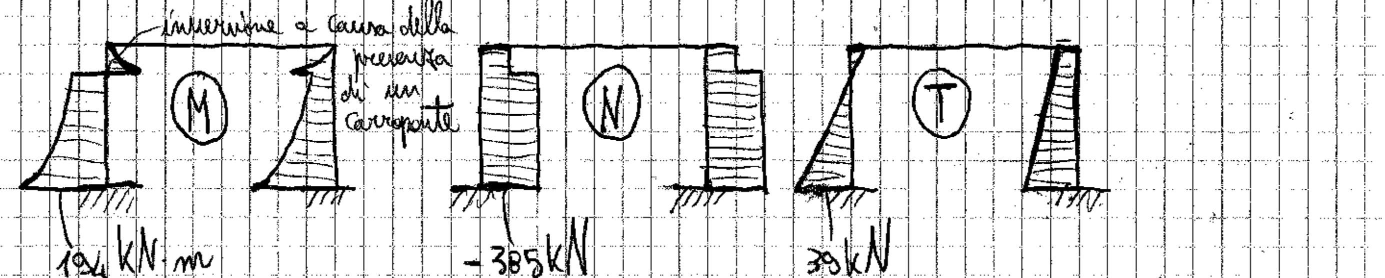
Lungo la direzione x la struttura è controventata, quindi non dovremo verificare l'instabilità lungo tale direzione (ma solo lungo la direzione y)

S 235, PROFILO HE A 340 (misure da profilario pag. 462)



Si ipotizza inoltre che l'instabilità dei pilastri è piana e non flesso-torsionale (poiché l'ingobbamento è impedito dalla baraccatura)

Dall'analisi ~~strutturale~~ a SLU si è trovata la seguente distribuzione delle sollecitazioni:



Svolgimento

Calcoliamo le sollecitazioni resistenti:

- $M_{pl,Rd} = W \cdot \dfrac{f_y}{\gamma_{M0}}$

La sezione è di classe 1 (vedi tabella B.10 pag. 508) → ~~usiamo~~ W_{pl}. Esso è pari a: $W_{pl} = 1915\ cm^3$

Ora si deve verificare l'instabilità piana: ⑥ foglio 2

- metodo a:

$$\frac{N_{Ed} \cdot \gamma_{M1}}{\chi_{min} \cdot A \cdot f_{yk}} + \frac{M_{y\,eq,Ed} \cdot \gamma_{M1}}{f_{yk} \cdot W_y \cdot \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}\right)} + \cancel{\frac{M_{x\,eq,Ed} \cdot \gamma_{M1}}{f_{yk} \cdot W_x \cdot \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right)}} \leq 1$$

non c'è perché l'instabilità lungo la direzione x è impedita dai controventi.

Per il calcolo di χ: $N_{cr,y} \rightarrow \bar{\lambda}_y \rightarrow \alpha \rightarrow \phi \rightarrow \chi$

$$N_{cr,y} = \frac{\pi^2 E I_y}{l_0^2}$$

I_y (da profilario) $= 27693 \cdot 10^4\ mm^4$

$l_0 = 2 \cdot 8\ m = 16\ m = 16\,000\ mm$ $\left(\cancel{\frac{1}{2}}\ \text{Il}\ \ l_0 = 2l \right)$

$$N_{cr,y} = \frac{\pi^2 \cdot 210\,000 \left[\frac{N}{mm^2}\right] \cdot 27693 \cdot 10^4 \left[mm^4\right]}{\left(16\,000\ [mm]\right)^2 \cdot 1000} = 2242\ kN$$

$$\bar{\lambda}_y = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr,y}}} = \sqrt{\frac{13350\,[mm^2] \cdot 235 \left[\frac{N}{mm^2}\right]}{2242\ [kN] \cdot 1000}} = 1{,}18$$

Dalla tabella pag 151, essendo $\frac{h}{b} = 1{,}1 < 1{,}2$ e $t_f = 16{,}5\,mm < 100\,mm$, si ricava che la curva di stabilità da considerare è la B.

Dalla tabella pag 160 si ricava che α (curva B) $= 0{,}34$

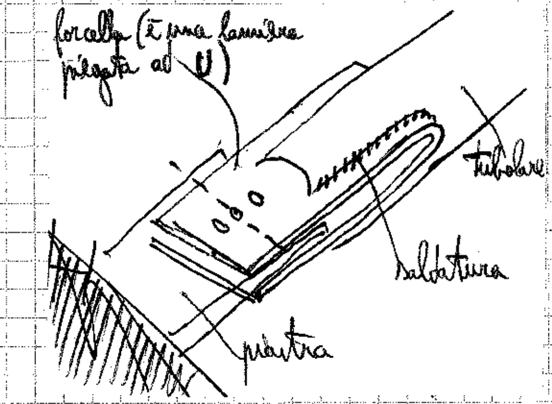
$$\phi = 0{,}5\left[1 + \alpha\left(\bar{\lambda} - 0{,}2\right) + \bar{\lambda}^2\right] = 0{,}5\left[1 + 0{,}34\left(1{,}18 - 0{,}2\right) + 1{,}18^2\right] = 1{,}36$$

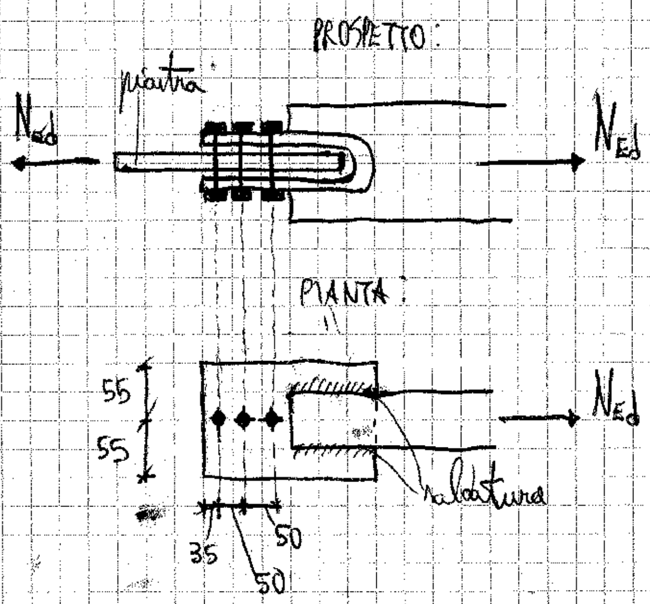
$$\chi_y = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{1{,}36 + \sqrt{1{,}36^2 - 1{,}18^2}} = 0{,}49$$

Ora dobbiamo calcolare $M_{y,Ed}$: nel caso di asta vincolata agli estremi, soggetta a momento flettente variabile linearmente tra i valori di estremità M_a e M_b (con $|M_a| \geq |M_b|$) si può assumere per $M_{EQ,Ed}$ il valore $M_{eq,Ed} = 0{,}6\,M_a - 0{,}4\,M_b \geq 0{,}4\,M_a$.

UNIONI BULLONATE

7 foglio 1





$N_{Ed} = 234{,}9$ kN

- tubolare:

ϕ 100 mm, spessore 8 mm, S235

- forcella:

spessore 6 mm, S 235

- piastra

spessore 10 mm, S235

- bulloni:

3 bulloni M 14 classe C 8.8

ϕ bulloni = 14 mm, ϕ foro = 15 mm

Area nominale gambo = 153 mm^2

Area della parte filettata del gambo = 108 mm^2

numero sezioni di taglio $n_V = 3 \cdot 2 = 6$

3 bulloni   2 sezioni di taglio per ogni bullone

coeff. di attrito $\mu = 0{,}4$

Svolgimento   caso 1: bulloni non precaricati

Per una corretta esecuzione delle bullonature devono essere rispettate precise limitazioni dimensionali:

- $2{,}2\, d_0 < p_1 < 14 \cdot t_{min} \Rightarrow 2{,}2 \cdot 15 < 50 < 14 \cdot 6 \Rightarrow$
$\Rightarrow 33 < 50 < 84 \Rightarrow$ OK

- $1{,}2\, d_0 < e_1 < 40 + 4\, t_{min} \Rightarrow 1{,}2 \cdot 15 < 35 < 40 + 4 \cdot 6 \Rightarrow$
$18 < 35 < 64 \Rightarrow$ OK

• verifica a rifollamento della piastra centrale

$$F_{b,Rd} = 2,5 \cdot 0,78 \cdot 360 \cdot 14 \cdot 10 \Big/ 1,25 \cdot 1000 = 78,6\ kN$$

$$F_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{\underbrace{3}_{3\ bulloni}} = \frac{237,9}{3} = 79,3\ kN$$

$F_{Ed} \geq F_{b,Rd} \rightarrow$ la verifica non è soddisfatta

Verifica a trazione della forcella

$$A_{lorda} = 2 \cdot 6 \cdot 110 = 1320\ mm^2$$

ho 1 foro lungo la sez. trasversale (metto 2 perché il foro è su entrambi i lati della forcella)

$$A_{netta} = A_{lorda} - 2 \cdot 15 \cdot 6 = 1320 - 180 = 1140\ mm^2$$

$$N_{pl,Rd} = \frac{A\, f_{yk}}{\gamma_{M0}} = 1320 \cdot \frac{235}{1,05 \cdot 1000} = 295,4\ kN > N_{Ed} \rightarrow OK$$

$$N_{u,Rd} = 0,9\, \frac{A_{netta} \cdot f_{tk}}{\gamma_{M2}} = 0,9 \cdot \frac{1140 \cdot 360}{1,25 \cdot 1000} = 295,5\ kN > N_{Ed} \rightarrow OK$$

Caso 2 : bulloni precaricati

le verifiche da fare sono:
- resistenza allo scorrimento di bulloni ad attrito $F_{s,Rd}$
- resistenza al rifollamento di forcella e lamiera (fatta prima)
- indebolimento del piatto per la presenza di fori $N_{u,Ed}$ (fatta prima)

• resistenza allo scorrimento di bulloni ad attrito $F_{s,Rd}$

$$F_{s,Rd} = n\, \mu\, F_{p,C} \Big/ \gamma_{M3}$$

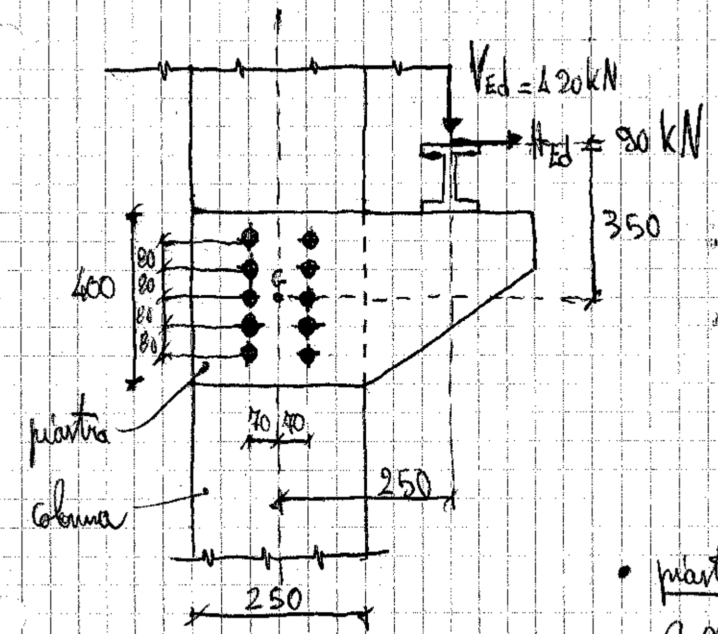
superfici di attrito

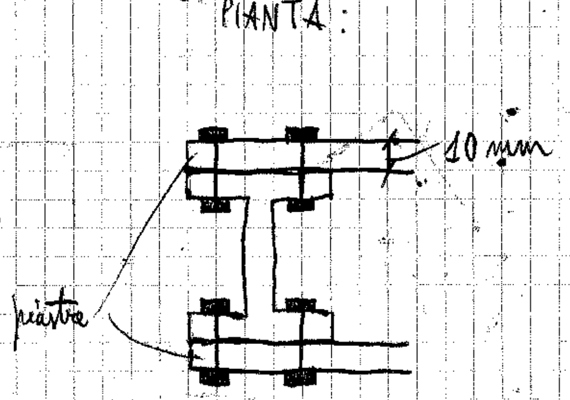
n: numero delle superfici di attrito (sono 2: )

$$F_{p,C} = 0,7 \cdot f_{tb} \cdot A_{res} = 0,7 \cdot 800 \cdot 108 \Big/ 1000 = 60,5\ kN$$

UNIONI BULLONATE

(8)





- piastra: spessore 10 mm, S355
- bulloni: M20, classe C 8.8 (non precaricati)

Svolgimento

$H_d = \frac{90}{2} = 45$ kN

agente sulla bullonatura (10 bulloni) di ognuna delle due piastre

$V_d = \frac{420}{2} = 210$ kN

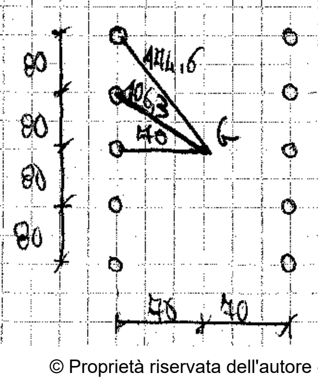
Riporto H_d e V_d al baricentro G della bullonatura, quindi nascerà un momento torcente:

$T_d = 210 \cdot 0{,}25 + 45 \cdot 0{,}35 = 68{,}3$ kN·m

Gli sforzi di taglio sui singoli bulloni dovuti rispettivamente ad H e a V sono:

$V_{V,i} = \frac{V_d}{10} = 21$ kN , $V_{H,i} = \frac{45}{10} = 4{,}5$ kN

Il taglio nel bullone i-esimo per effetto del mom. torcente è:



$$V_{T_i} = \frac{T \cdot a_i}{\sum_1^n a_i^2}$$

$$\sum_1^n a_i = 2 \cdot 40^2 + 4 \cdot 106{,}3^2 + 4 \cdot 144{,}6^2 = 146939 \text{ mm}^2$$