NUMERO : 311

DATA : 16/07/2012

A P P U N T I

STUDENTE : Rinaldi

MATERIA : Meccanica delle Macchine

Prof. Jacazio

MECCANICA

delle

MACCHINE

2011 - 2012

PROF. JACAZIO

RINALDI GIOVANNA

Calendario del corso di Meccanica delle Macchine (02IHSLZ)
Anno accademico 2011/2012 - 2° periodo didattico

Giorno	Programma
Martedì 6 Marzo	Lezione 1
Martedì 6 Marzo	Lezione 2
Mercoledì 7 Marzo	Esercitazione 1
Mercoledì 7 Marzo	Esercitazione 2
Martedì 13 Marzo	Esercitazione 3
Martedì 13 Marzo	Esercitazione 4
Mercoledì 14 Marzo	Lezione 3
Mercoledì 14 Marzo	Lezione 4
Martedì 20 Marzo	Esercitazione 5
Martedì 20 Marzo	Esercitazione 6
Mercoledì 21 Marzo	Lezione 5
Mercoledì 21 Marzo	Lezione 6
Martedì 27 Marzo	Lezione 7
Martedì 27 Marzo	Lezione 8
Mercoledì 28 Marzo	Esercitazione 7
Mercoledì 28 Marzo	Esercitazione 8
Martedì 3 Aprile	Esercitazione 9
Martedì 3 Aprile	Esercitazione 10
Mercoledì 4 Aprile	Lezione 9
Mercoledì 4 Aprile	Lezione 10
Martedì 17 Aprile	Esercitazione 11
Martedì 17 Aprile	Esercitazione 12
Mercoledì 18 Aprile	Lezione 11
Mercoledì 18 Aprile	Lezione 12
Martedì 24 Aprile	Esercitazione 13
Martedì 24 Aprile	Esercitazione 14
Mercoledì 2 Maggio	Lezione 13
Mercoledì 2 Maggio	Lezione 14
Martedì 8 Maggio	Lezione 15
Martedì 8 Maggio	Lezione 16
Mercoledì 9 Maggio	Esercitazione 15
Mercoledì 9 Maggio	Esercitazione 16
Martedì 15 Maggio	Esercitazione 17
Martedì 15 Maggio	Esercitazione 18
Mercoledì 16 Maggio	Lezione 17
Mercoledì 16 Maggio	Lezione 18
Martedì 22 Maggio	Lezione 19
Martedì 22 Maggio	Lezione 20
Mercoledì 23 Maggio	Esercitazione 19
Mercoledì 23 Maggio	Esercitazione 20
Martedì 29 Maggio	Esercitazione 21
Martedì 29 Maggio	Esercitazione 22
Mercoledì 30 Maggio	Lezione 21

ACCANTO AL NUMERO DELLA LEZIONE È RIPORTATA LA PAGINA DEGLI APPUNTI CORRISPONDENTI !!

Meccanica delle Macchine (02IHSLZ) - *Ingegneria Aerospaziale* 2011-2012

Lezioni

Lezione	Argomento	Capitolo libro
PAG	**Parte I: Meccanica dei sistemi di corpi rigidi**	
1 15÷23	- Moto di un corpo rigido piano - Casi particolari di moto di un corpo rigido piano - Centro di istantanea rotazione - Moti relativi	1.2.1, 1.2.2, 1.2.3, 1.2.4, 1.2.5, 1.3, 1.4.2, 1.4.3
2 15÷23	- Classificazione delle forze - Equilibrio statico dei corpi - Reazioni vincolari - Vincolo di rotolamento	2.1, 2.2.1,2.2.2, 2.2.3, 2.2.4
3 33÷44	- Forza peso - Forze elastiche - Forze di aderenza e attrito	2.3, 2.4, 2.5.1.1, 2.5.1.2, 2.5.1.3, 2.5.1.4, 2.5.1.5, 2.5.1.6
4	- Forze viscose - Forze su corpi immersi in un fluido in moto - Resistenza al rotolamento - Proprietà di inerzia dei corpi rigidi	2.5.2, 2.5.3, 2.5.4, 3.1.1, 3.1.2
5 49÷57	- Quantità di moto e momento della quantità di moto - Equazioni di equilibrio dinamico dei corpi e dei sistemi di corpi rigidi - Forze d'inerzia	3.2, 3.3.1, 3.3.2, 3.3.3
6	- Fenomeni giroscopici - Urto fra corpi rigidi	3.4, 3.6.1, 3.6.2, 3.6.3, 3.6.5
7 58÷64	- Lavoro - Energia potenziale - Energia cinetica - Equazione dell'energia	3.5.1, 3.5.2, 3.5.3, 3.5.4, 3.5.6
	Parte II: Caratteristiche generali dei sistemi di trasmissione del moto	
8	- Accoppiamento motore - utilizzatore - Riduttori e moltiplicatori - Trasformazione di un moto rotatorio in uno rettilineo	4.1.1, 4.1.2, 4.1.3, 4.1.4, 4.1.5
9 73÷80	- Rendimento - Transitorio in un sistema di trasmissione del moto	4.2, 4.4
10	- Percorso di carico - Irregolarità periodica nei sistemi rotanti - Equilibramento dei rotori	4.3, 4.5, 4.6
11	- Dinamica dei veicoli	4.7.1, 4.7.2, 4.7.3, 4.7.4, 4.7.5

0 RIEPILOGO FISICA I

→ PAG 1 ÷ 14

WIGI - MAZZA

LE TRACCE DEI PROBLEMI SONO DISPONIBILI IN FONDO AGLI APPUNTI CON SIMULAZIONI E TEMI D'ESAME RISOLTI !!

Meccanica delle Macchine (02IHSLZ) - *Ingegneria Aerospaziale*

Esercitazioni

N° ESERCIZIO NELLE TRACCE

Es.	Argomento	Esercizi	Riferimento	PAG APPUNTI
1	Cinematica dei corpi puntiformi	P01, P02	1.4, E1/7	24
2	Cinematica dei corpi rigidi	P03, P04	E1/11, 1.33	26
3	Cinematica dei corpi rigidi	P05, P06	1.42, ...	28
4	Equilibrio delle forze	P07, P08	2.14, E2/3	32
5	Analisi delle forze (attrito)	P09, P10	E2/6,....	45
6	Analisi delle forze (attrito)	P11, P12	E2/11, 2.35	47
7	Analisi delle forze (forze viscose, resistenza al rotolamento). Dinamica di un corpo puntiforme	P13, P14, P15	2.40, E2/16, 3.16	65
8	Dinamica dei corpi rigidi	P16, P17	E3/8, E3/9	67
9	Dinamica dei corpi rigidi, lavoro	P18, P19, P20	3.30, 3.58, E3/15	69
10	Lavoro, energia, fenomeni giroscopici	P21, P22	E3/20, 3.45	71
11	Urti	P23, P24	3.69, E3/25	
12	Accoppiamento motore-utilizzatore Transitorio in un sistema di trasmissione Rendimento	P25, P26	....., 4.6	
13	Percorso di carico, dinamica dei veicoli	P27, P28	E4/7, E4/10	
14	Dinamica dei veicoli, irregolarità periodica	P29, P30, P31	4.34, 4.36, 4.22	
15	Equilibramento Giunto di Cardano	P32, P33, P34	4.30, E5/2, 5.2	
16	Argani Trasmissioni a cinghie	P35, P36	E5/5, E5/6	
17	Trasmissioni a catena Ingranaggi ad assi paralleli ad asse dente diritto	P37, P38, P39	E5/9, E5/11, 5.24	
18	Ingranaggi ad assi paralleli ad asse dente diritto ed elicoidale	P40, P41	5.25, E5/13	
19	Ingranaggi conici Ingranaggi a vite	P42, P43	5.34, E5/15	
20	Rotismi ordinari	P44, P45	E5/16, 5.45	
21	Rotismi epicicloidali	P46, P47	5.49, 5.53	
22	Trasmissioni a vite/madrevite	P48, P49	5.59, ...	
23	Trasmissioni a vite a circolazione di sfere, freni a ceppi	P50, P51	5.68, 5.70	
24	Freni a nastro e a disco, frizioni	P52, P53, P54	5.73, 5.79, E5/29	
25	Vibrazioni libere	P55, P56	...., E6/2	
26	Vibrazioni libere	P57, P58	6.5, E6/4	
27	Vibrazioni forzate Trasmissibilità Vibrazioni di sistemi a più gradi di libertà	P59, P60, P61	6.12, E6/7,......	
28	Vibrazioni di sistemi a più gradi di libertà Vibrazioni casuali	P62, P63	Dispensa: N.5, EN/5	

Libro di esercizi: Jacazio, Pastorelli: Esercizi di Meccanica Applicata alle Macchine - Editore Levrotto & Bella

E 1/7 = ES. CORRETTO NEL VOLUME ESERCIZI CODICE E 1/7
1.4 = ES. CORRETTO NEL VOLUME TEORIA CODICE 1.4
... = ES. CORRETTO IN FONDO AGLI APPUNTI

RIPASSO di FISICA I ...

Dipartimento di Meccanica

Ingegneria Aerospaziale

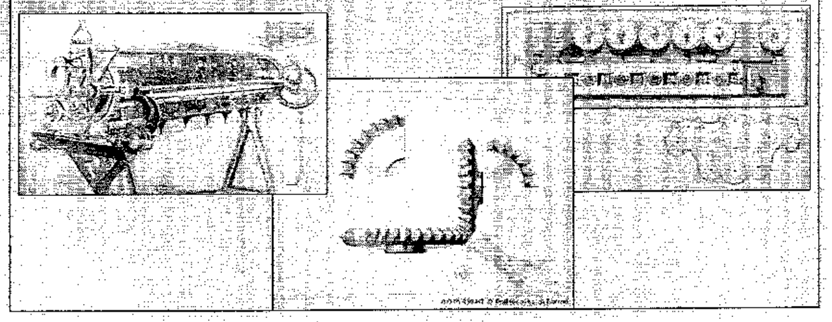
Meccanica delle Macchine (01IHSES)

Prof. Giovanni Jacazio

Anno Accademico 2006/07

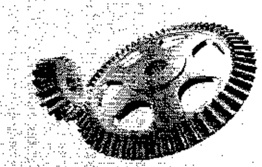
Riflessioni di Meccanica Applicata

preparate da Elvio Bonisoli

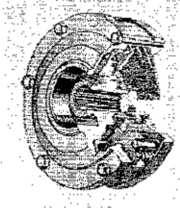


Introduzione

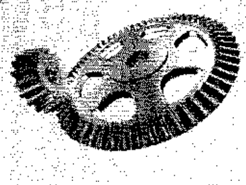
Obiettivi:



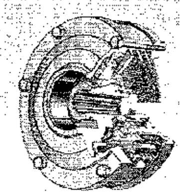
- Richiamare alcuni concetti base del programma di Meccanica Applicata
  - Formulario e schemi per la risoluzioni degli esercizi
  - Esempi tipici



- Evidenziare criteri e "controlli" per valutare la correttezza delle espressioni



1. Leggi del moto



1. Leggi del moto

- Tipologie di leggi di accelerazione:

$a = a(t) \Rightarrow v(t) - v_0 = \int a(t)\,dt \Rightarrow x(t) - x_0 = \int_0^t v(t)\,dt$

$a = cost \Rightarrow \boxed{v(t) - v_0 = a\,t} \Rightarrow \boxed{x(t) - x_0 = v_0\,t + \frac{1}{2} a\,t^2}$

es.: $x = \frac{v^2}{2\,a}$ $\quad v = \sqrt{2\,a\,x}$

$a = a(x) \Rightarrow dt = \frac{dx}{v} \quad v\,dv = a(x)\,dx \Rightarrow \frac{v^2}{2} - \frac{v_0^2}{2} = \int_0^x a(x)\,dx$

$a = a(v) \Rightarrow dt = \frac{dx}{v} \quad dx = \frac{v\,dv}{a(v)}$ $\qquad$ es.: $\boxed{a = a_0 + c\,v^2}$

- Sovente interessa conoscere Δx in funzione di Δv

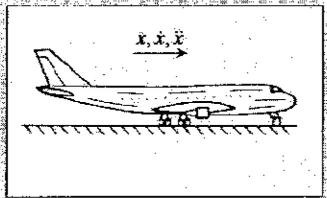
Non serve integrare le equazioni in funzioni del tempo t

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 11 di 316

1. Leggi del moto

Oss.: • sovente interessa conoscere Δx in funzione di Δv:

- Esempio: aereoplano in frenata



$$\ddot{x} = \ddot{x}(x) = \text{cost} < 0$$

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} \qquad \ddot{x} = \frac{d\dot{x}}{dt}$$

$$d\dot{x} = \ddot{x}(x)\,dt \Rightarrow \dot{x}\,d\dot{x} = \ddot{x}(x)\,dt\,\frac{dx}{dt} \Rightarrow \dot{x}\,d\dot{x} = \ddot{x}(x)\,dx$$

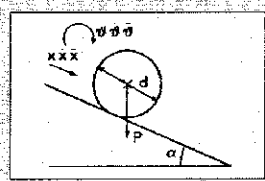
$$\Rightarrow \cancel{\frac{\dot{x}^2}{2}} - \frac{\dot{x}_0^2}{2} = \int \ddot{x}(x)\,dx = \text{cost}\,x \Rightarrow$$

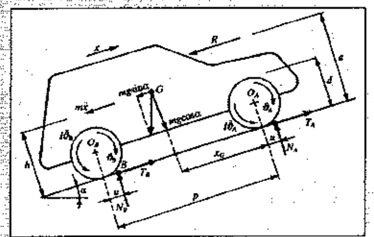
Spazio percorso per fermarsi:

$$\boxed{x = -\frac{1}{\text{cost}}\frac{\dot{x}_0^2}{2} > 0}$$

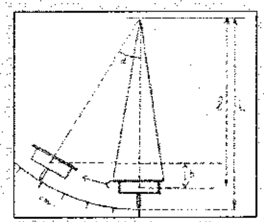
1. Leggi del moto

Oss.: • ricordarsi di definire il sistema di riferimento !





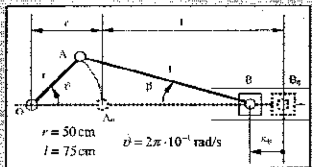
- non considerare a costante quando è variabile oppure mettere per a un valore medio
- se $v = 0$ non vuol dire che $a = 0$, altrimenti il corpo non si muoverebbe mai !
  - Esempio: pendolo

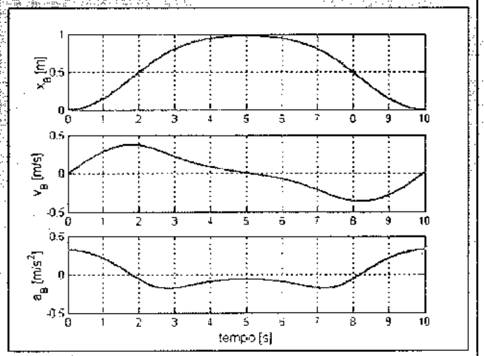


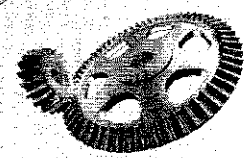
1. Leggi del moto

Oss.: • i segni di v e a possono ovviamente essere diversi !

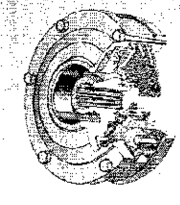
- Esempio: cinematismo biella-manovella







2. Cinematismi



© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 13 di 316

9

2. Cinematismi

- Risoluzione dei problemi di cinematica:

Problema cinematico

Metodo analitico
- coord. cartesiane
- coord. cilindriche

Metodo vettoriale
- Problema tipico: ho una serie di vettori noti e due vettori noti in direzione

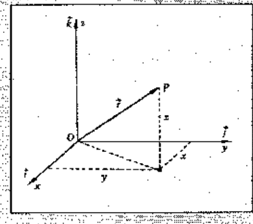
Cinematica corpi rigidi

Moti relativi

Geometria del sistema

2. Cinematismi

- Come risolvere problemi di cinematica: **Metodo analitico**

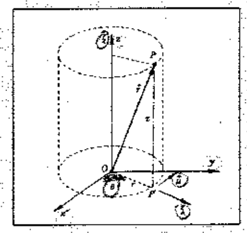


Coord. cartesiane (terna fissa)

$$\begin{cases} \bar{r} = x\,\bar{i} + y\,\bar{j} + z\,\bar{k} \\ \bar{v} = \dfrac{d\bar{r}}{dt} = \dot{x}\,\bar{i} + \dot{y}\,\bar{j} + \dot{z}\,\bar{k} \\ \bar{a} = \dfrac{d\bar{v}}{dt} = \dfrac{d^2\bar{r}}{dt^2} = \ddot{x}\,\bar{i} + \ddot{y}\,\bar{j} + \ddot{z}\,\bar{k} \end{cases}$$

Coord. cilindriche (terna f(t))

$$\begin{cases} \bar{r} = r\,\bar{\lambda} + z\,\bar{k} \\ \bar{v} = \dot{r}\,\bar{\lambda} + r\,\dot{\vartheta}\,\bar{\mu} + \dot{z}\,\bar{k} \\ \bar{a} = (\ddot{r} - r\,\dot{\vartheta}^2)\,\bar{\lambda} + (r\,\ddot{\vartheta} + 2\,\dot{r}\,\dot{\vartheta})\,\bar{\mu} + \ddot{z}\,\bar{k} \end{cases}$$



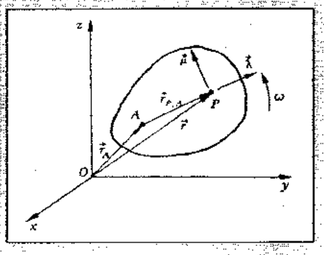
Formula di Poisson $\dfrac{d\bar{\lambda}}{dt} = \dot{\vartheta}\,\bar{\mu}$

$$\bar{a} = \ddot{r}\bar{\lambda} + \underbrace{\frac{d\lambda}{dt}}_{=\dot{\vartheta}\bar{\mu}}\dot{r} + r\ddot{\vartheta}\bar{\mu} + \underbrace{\frac{d\bar{\mu}}{dt}}_{=\dot{\vartheta}\bar{\lambda}} r\dot{\vartheta} + \ddot{z}\bar{k} + \underbrace{\frac{d\bar{k}}{dt}}_{=0}\dot{z}$$

k è vettore fisso

2. Cinematismi

- Come risolvere problemi di cinematica: **Metodo vettoriale**
  - Cinematica dei corpi rigidi

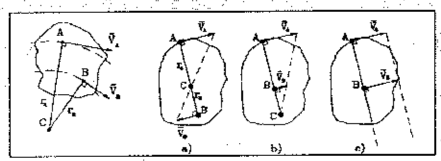


Spostamento: $\boxed{\bar{r}_P = \bar{r}_A + \bar{r}_{P,A}} = \bar{r}_A + \overline{AP} = \bar{r}_A + \overline{AP}\,\bar{\lambda}$

Velocità: $\boxed{\bar{v}_P = \bar{v}_A + \bar{v}_{P,A}} = \bar{v}_A + \bar{\omega} \wedge \overline{AP}$
$= \bar{v}_A + \bar{v}_{P,At} = \bar{v}_A + \overline{AP}\,\dot{\vartheta}\,\bar{\mu}$

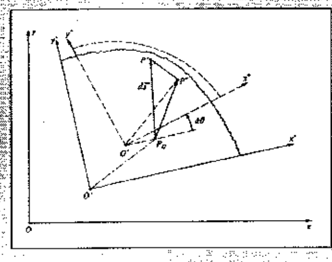
Accelerazione:
$\boxed{\bar{a}_P = \bar{a}_A + \bar{a}_{P,A}} = \bar{a}_A + \dfrac{d\bar{\omega}}{dt} \wedge \overline{AP} - \omega^2\,\overline{AP}$
$= \bar{a}_A + \bar{a}_{P,At} + \bar{a}_{P,An} = \bar{a}_A + \overline{AP}\,\ddot{\vartheta}\,\bar{\mu} - \overline{AP}\,\dot{\vartheta}^2\,\bar{\lambda}$

Oss: • centro di istantanea rotazione



2. Cinematismi

- Come risolvere problemi di cinematica: **Metodo vettoriale** (cont.)
  - Moti relativi

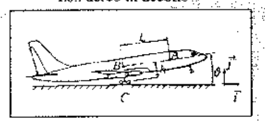


$d\bar{r}_P = d\bar{r}_{P,T} + d\bar{r}_{P,R}$

$\boxed{\bar{v}_P = \bar{v}_{P,T} + \bar{v}_{P,R}}$

Vel. trascinamento — Vel. relativa

Es.: aereo in decollo



$\boxed{\bar{a}_P = \bar{a}_{P,T} + \bar{a}_{P,R} + \bar{a}_{P,C}}$

Acc. trascinamento — Acc. relativa — Acc. Coriolis

$\boxed{\bar{a}_{P,C} = 2\,\bar{\omega} \wedge \bar{v}_{P,R}}$

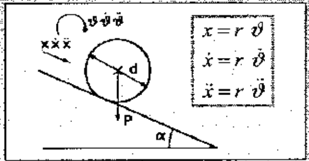
3

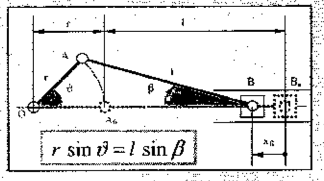
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 15 di 316

2. Cinematismi

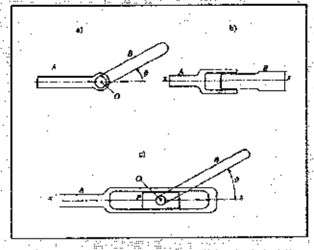
- Come risolvere problemi di cinematica: **Metodo vettoriale** (cont.)
  - Geometria del sistema

Vincoli cinematici ⟺ Reazioni vincolari



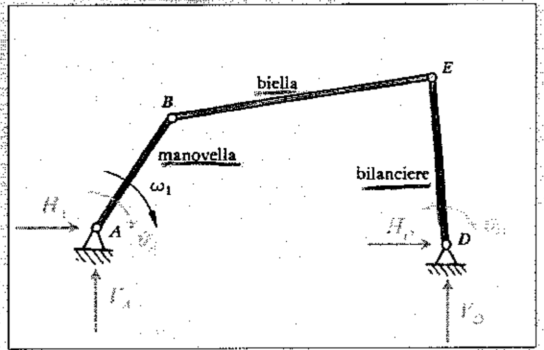


- cerniera
- guida lineare
- appoggio scorrevole



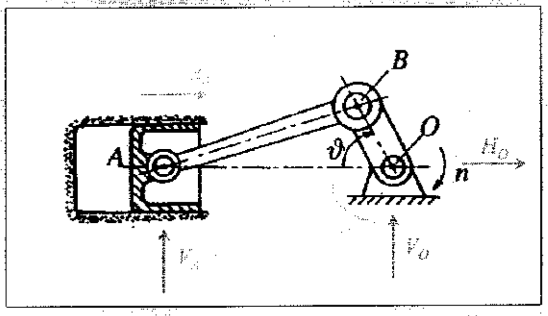
2. Cinematismi

- Come risolvere problemi di cinematica: **Metodo vettoriale** (cont.)
  - Geometria del sistema: Dualità statico - cinematica



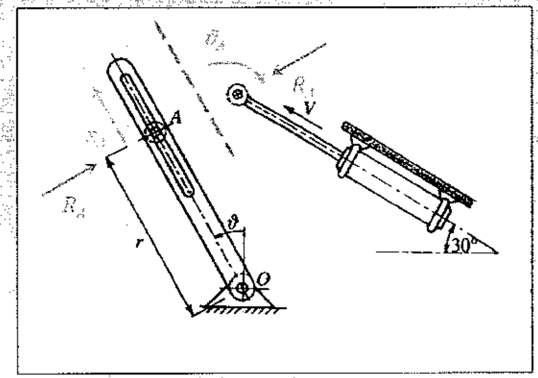
2. Cinematismi

- Come risolvere problemi di cinematica: **Metodo vettoriale** (cont.)
  - Geometria del sistema: Dualità statico - cinematica



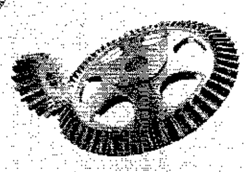
2. Cinematismi

- Come risolvere problemi di cinematica: **Metodo vettoriale** (cont.)
  - Geometria del sistema

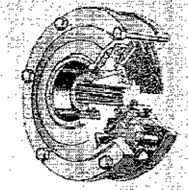


© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 17 di 316

4

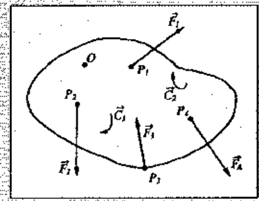


3. Equilibrio dei corpi



3. Equilibrio dei corpi

- Equilibrio di corpo libero:



Equilibrio statico

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^{N} \left[\left(\overrightarrow{OP_i} \wedge \vec{F}_i \right) + \vec{C}_i \right] = 0$$

Equilibrio dinamico

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i = \frac{d\vec{Q}}{dt} = m\, \vec{a}_G$$

G baricentro
O punto fisso

$$\sum_{i=1}^{N} \left[\left(\overrightarrow{GP_i} \wedge \vec{F}_i \right) + \vec{C}_i \right] = \frac{d\vec{H}_G}{dt} = I_G\, \ddot{\vartheta}\, \vec{k}$$

$$\sum_{i=1}^{N} \left[\left(\overrightarrow{OP_i} \wedge \vec{F}_i \right) + \vec{C}_i \right] = \frac{d\vec{H}_O}{dt} = I_O\, \ddot{\vartheta}\, \vec{k}$$

Formule di trasposizione dei momenti d'inerzia

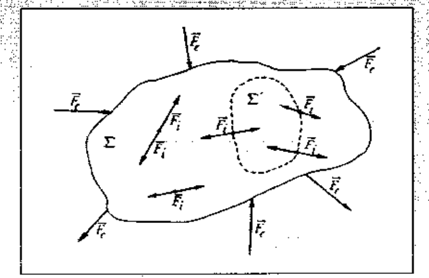
$$\boxed{I_O = I_G + m\, OG^2}$$

3. Equilibrio dei corpi

Oss:

- nello spazio per ogni corpo rigido si possono scrivere 6 eq. algebriche linearm. indip.
- nel piano per ogni corpo rigido si possono scrivere 3 eq. algebriche linearm. indip.

- attenzione a considerare forze / coppie esterne oppure interne



- ricordarsi di definire i limiti del sistema in esame, per definire forze / coppie interne oppure esterne al sistema

(risultante delle azioni interne è zero)

3. Equilibrio dei corpi

- Tipologie delle forze agenti:
  - **natura:** forze di massa / di superficie
  - **posizione:** forze interne / esterne
  - **origine:** forze attive / reattive
  - **lavoro:** forze motrici / resistenti

Tipologie di forze

Forza peso

$P = m\, g$

Forze elastiche

$F = F_0 + k\, x$

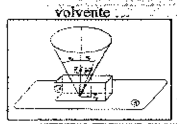
$C = k_\vartheta\, \vartheta$

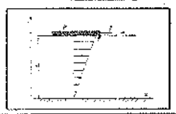
Forze resistenti al moto

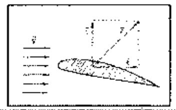
Forze di attrito: aderenza, di strisciamento, volvente ...

Forze viscose: $F = \mu \frac{V\, A}{h}$ | $\tau = \mu \frac{du}{dy}$

Forze di corpi nei fluidi: $L = c_L \frac{\rho V^2}{2} A$ | $R = c_R \frac{\rho V^2}{2} A$

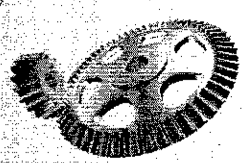




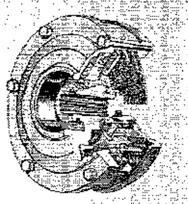


5

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 19 di 316



4. Attrito



4. Attrito

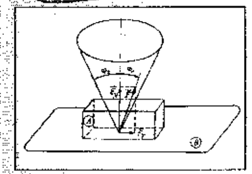
- Risoluzione dei problemi in presenza di attrito:

Effetti dell'attrito
- **Aderenza**
  - Cono di attrito → Aderenza limite
  - Attrito volvente
- **Strisciamento**
  - Attrito volvente
  - Attrito di strisciamento
  - Attrito nei perni

4. Attrito

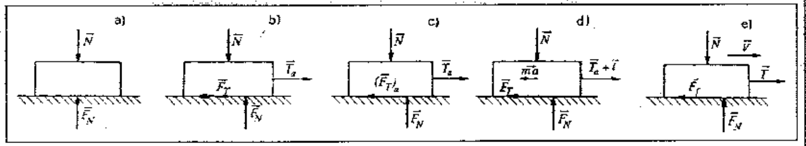
- In aderenza:
  - la forza di aderenza è quella che serve a garantire l'equilibrio a velocità nulla

    → cono di attrito, disuguaglianza di verifica $F_T < f_a F_N$
  - risulta solo al limite dell'aderenza $\boxed{F_T = f_a F_N}$



- Attrito:
  - a causa del moto relativo, si ha strisciamento

    → forza di attrito (opposta al moto) $\boxed{F_T = f F_N}$



4. Attrito

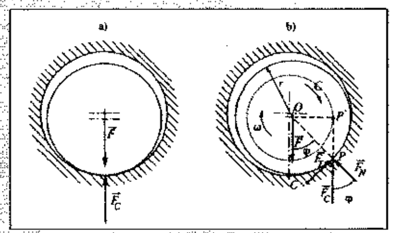
- Attrito nei perni:
  - cerchio di attrito

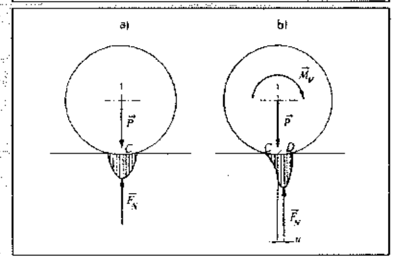
$$f = \tan\varphi = \frac{F_T}{F_N}$$
$$\rho_f = r \sin\varphi$$

- Attrito volvente:
  - nei corpi rotolanti

$$\boxed{f_v = \frac{u}{r}}$$

→ reazione crea coppia opposta al moto





© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 21 di 316

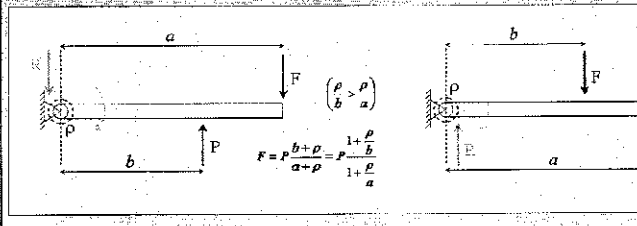
6

4. Attrito

Oss: • l'attrito si oppone al moto relativo

• la forza necessaria per muovere un corpo in presenza di attrito è sempre maggiore di quella che si ha senza attrito

• Esempio: attrito nei perni, dove passa la reazione ?

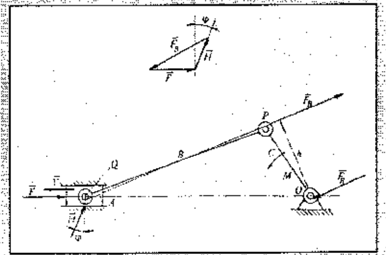


$$F = P\frac{b+\rho}{a+\rho} = P\frac{1+\frac{\rho}{b}}{1+\frac{\rho}{a}} \qquad \left(\frac{\rho}{b} > \frac{\rho}{a}\right)$$

$$F = P\frac{a-\rho}{b-\rho} = P\frac{1-\frac{\rho}{a}}{1-\frac{\rho}{b}} \qquad \left(\frac{\rho}{b} > \frac{\rho}{a}\right)$$

4. Attrito

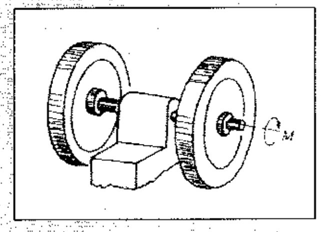
Oss: • attrito nei perni



• Esempio: tipico dei cinematismi direzioni delle reazioni sono inclinate rispetto alle aste e tangenti ai cerchi di attrito

• Esempio: tipico negli alberi supportati da boccole reazione vincolare passante per l'asse boccola, albero soggetto a coppia di attrito

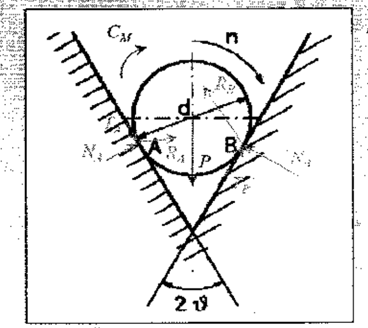
$$C_{att} = R\ \rho_f$$

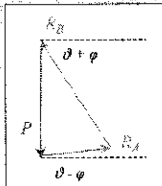


4. Attrito

Oss: • le forze d'attrito agiscono contemporaneamente alle altre

• Esempio:
non è corretto determinare equilibrio di forze senza attrito, poi considerare coppia attrito $C_{att} = F_{att}\, b$



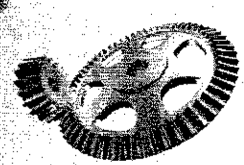


?: R_A, R_B, C_M
$\Rightarrow$ 3 equazioni

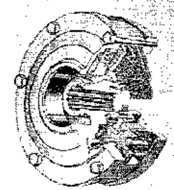
$$C_M = \frac{d}{2}\sin\varphi\,(R_A + R_B)$$

$$R_A\sin(\vartheta-\varphi) + R_B\sin(\vartheta+\varphi) - P = 0$$

$$R_A\cos(\vartheta-\varphi) - R_B\cos(\vartheta+\varphi) = 0$$



5. Dinamica dei corpi rigidi



(7)

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 23 di 316

5. Dinamica dei corpi rigidi

- Risoluzione dei problemi di dinamica:

Problema dinamico
→ Equazioni di equilibrio
→ Corpo rigido → Libero, Vincolato
→ Sistema di corpi rigidi
→ Equazioni dell'energia
- tipicamente conviene quando si ha passaggio da una condizione iniziale a una finale

- quantità di moto
- momento della quantità di moto
- forze d'inerzia

5. Dinamica dei corpi rigidi: momenti d'inerzia

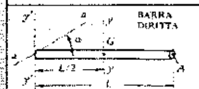
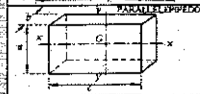
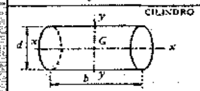
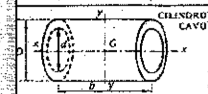
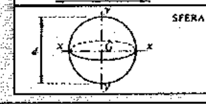
- Corpi rigidi:
  Solidi fondamentali

Dove:
G = posizione baricentro,
V = volume,
m = massa,
I = momento d'inerzia,
ρ = raggio d'inerzia

$$I_G = m\,\rho^2$$

Formule di trasposizione dei momenti d'inerzia

$$I_O = I_G + m\,\overline{OG}^2$$

Solido	Volume	Momento d'Inerzia
 BARRA DIRITTA	$V = A \cdot L$	$I_{yy} = \frac{mL^2}{12}$; $I_{y'y'} = \frac{mL^2}{3}$; $I_{aa} = \frac{mL^2}{3}\sin^2\alpha$
 PARALLELEPIPEDO	$V = abc$	$I_{xx} = \frac{m}{12}(a^2+b^2)$; $I_{yy} = \frac{m}{12}(b^2+c^2)$
 CILINDRO	$V = \frac{\pi d^2 b}{4}$	$I_{xx} = \frac{md^2}{8}$; $I_{yy} = \frac{m}{4}\left(\frac{d^2}{4}+\frac{b^2}{3}\right)$
 CILINDRO CAVO	$V = \frac{\pi b}{4}(D^2-d^2)$	$I_{xx} = \frac{m}{8}(D^2+d^2)$; $I_{yy} = \frac{m}{16}\left(D^2+d^2+\frac{4b^2}{3}\right)$
 SFERA	$V = \frac{\pi d^3}{6}$	$I_{xx} = I_{yy} = \frac{md^2}{10}$

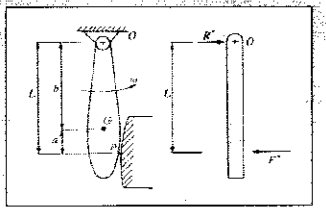
5. Dinamica dei corpi rigidi

- Urti: $m_1\overline{V_1^-} + m_2\overline{V_2^-} = m_1\overline{V_1^+} + m_2\overline{V_2^+}$ Conservazione della quantità di moto (momento della quantità di moto)

$$e = -\frac{V_1^+ - V_2^+}{V_1^- - V_2^-}$$ Coeff. di restituzione ⇒ urto anelastico ⇒ $e = 0$; urto elastico ⇒ $e = 1$

$$E_p = \frac{1}{2}m_1(V_1^-)^2 + \frac{1}{2}m_2(V_2^-)^2 - \frac{1}{2}m_1(V_1^+)^2 - \frac{1}{2}m_2(V_2^+)^2 = \frac{m_1 m_2(1-e^2)}{2(m_1+m_2)}(V_1^- - V_2^-)^2$$ Energia meccanica persa

- Centro di percossa: nell'urto tra corpi vincolati, è il punto del corpo dove avviene l'urto che annulla la reazione nel vincolo (cerniera)

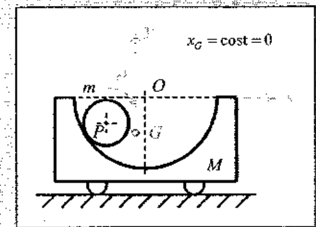


$$R^* = \frac{\omega}{t_u}\left(\frac{I_0}{L} - mb\right)$$

$$R^* = 0 \Rightarrow L = \frac{I_0}{mb}$$

5. Dinamica dei corpi rigidi

- Conservazione della quantità di moto: sistema senza forze esterne orizzontali

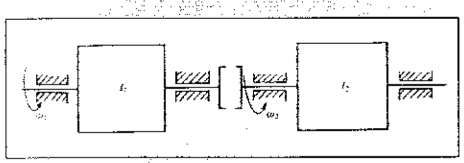


$$\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i = \frac{d\vec{Q}}{dt}$$

$$\sum_{i=1}^{N} F_{i,x} = \frac{dQ_x}{dt} = 0$$

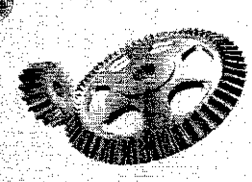
$$Q_x = M\,v_{1,x} + m\,v_{2,x} = \text{cost}$$

- Conservazione momento della quantità di moto:

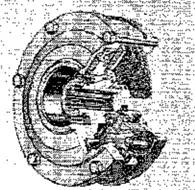


Prima e dopo innesto:

$$I_1\,\omega_1 + I_2\,\omega_2 = (I_1 + I_2)\,\omega_0$$

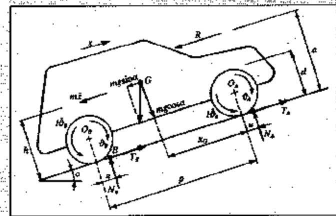


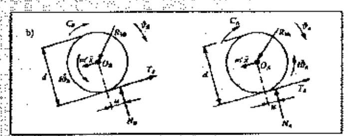
6. Dinamica dei veicoli



6. Dinamica dei veicoli

- Condizione aderenza / strisciamento:





?: $N_A, T_A, N_B, T_B, \ddot{x}, \ddot{\vartheta}_A, \ddot{\vartheta}_B$

$\Rightarrow$ 7 equazioni

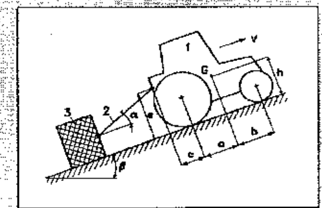
$$\begin{cases} T_A + T_B = R + mg\sin\alpha + m\ddot{x} \\ N_A + N_B = mg\cos\alpha \\ N_A p + R\,a - mg\cos\alpha\,(p - x_G - u) + mg\sin\alpha\,h + m\ddot{x}\,h + I\ddot{\vartheta}_A + I\ddot{\vartheta}_B = 0 \end{cases}$$

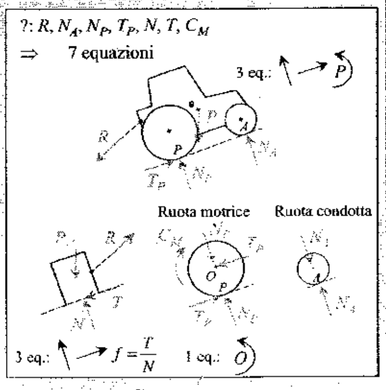
$$\begin{cases} T_A \frac{d}{2} + N_A u + I\ddot{\vartheta}_A = C_A \\ T_B \frac{d}{2} + N_B u + I\ddot{\vartheta}_B = C_B \end{cases}$$

- Ipotesi aderenza: $\frac{T_A}{N_A} \le f_a,\ \frac{T_B}{N_B} \le f_a \Rightarrow \ddot{x} = \frac{d}{2}\ddot{\vartheta}_A = \frac{d}{2}\ddot{\vartheta}_B$
- Ipotesi strisciamemto: $\ddot{x} \ne \frac{d}{2}\ddot{\vartheta}_A \ne \frac{d}{2}\ddot{\vartheta}_B \Rightarrow \frac{T_A}{N_A} = f,\ \frac{T_B}{N_B} = f$

6. Dinamica dei veicoli

- Problemi tipici:

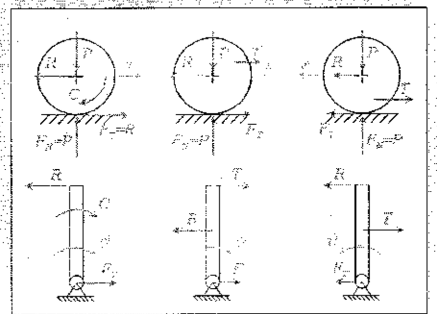


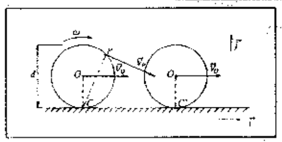


- Calcolo coppia motrice / forza di trazione $\quad C_M = T_P\, r$
- Calcolo reazioni vincolari / verifica slittamento $\quad \frac{T_P}{N_P} \le f_a$

6. Dinamica dei veicoli: reazione vincolare

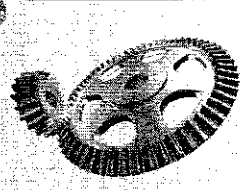
- Il vincolo di rotolamento equivale a una cerniera:
  - Esempio:



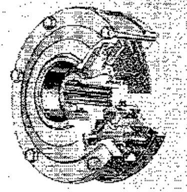


Oss:

- cinematica con puro rotolamento
- se puro rotolamento $\Rightarrow x = r\vartheta,\ F_T \ne f F_N$
- se rotolamento con strisciamento $\Rightarrow x \ne r\vartheta,\ F_T = f F_N$



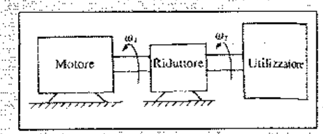
7. Trasmissione del moto



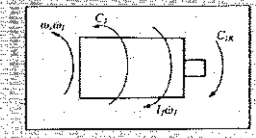
7. Trasmissione del moto

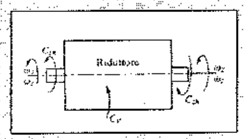
Oss:
- accoppiamento motore-riduttore-utilizzatore:

$\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1}$ ⇒ Riduttore $\tau < 1$; Moltiplicatore $\tau > 1$



- diagrammi di corpo libero:





- rendimento del riduttore: $\eta = \frac{|W_u|}{|W_i|}$

funzionamento ordinario: motore fornisce potenza, utilizzatore la assorbe ⇒ $\eta = \frac{C_{2R}\,\omega_2}{C_{1R}\,\omega_1}$

funzionamento transitorio: utilizzatore fornisce potenza (per inerzia), motore/freno la dissipa ⇒ $\eta = \frac{C_{1R}\,\omega_1}{C_{2R}\,\omega_2}$

7. Trasmissione del moto

Oss:
- percorso di carico:
  - definire coerentemente sistemi di riferimento (traslazioni e rotazioni)

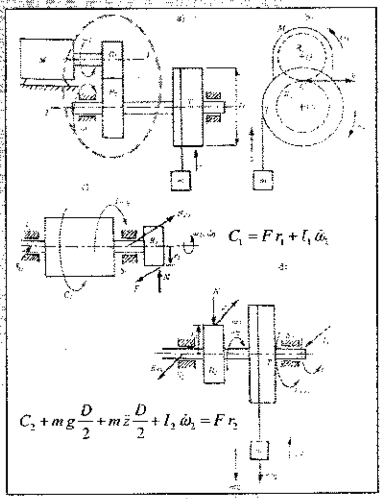
$\dot z = \frac{D}{2}\omega_1 = \frac{D}{2}\tau\,\omega_1$

  - ogni sottosistema deve essere in equilibrio considerando anche le reazioni vincolari scambiate
  - sistema ridotto all'asse 1

$C_{1,e} = I_{1,e}\,\dot\omega_1$

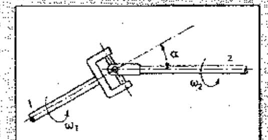
$I_{1,e} = I_1 + I_2\tau^2 + m\frac{D^2}{4}\tau^2$

  - se isolassi riduttore, attenzione a reazioni vincolari



7. Trasmissione del moto: giunti

- Giunto di Cardano:



Relazione angolare: $\tan\vartheta_1 = \tan\vartheta_2\,\cos\alpha$

Rapporto trasmissione: $\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1}$ $\begin{cases}\tau_{max} = \frac{1}{\cos\alpha}\\ \tau_{min} = \cos\alpha\end{cases}$

Irregolarità periodica:

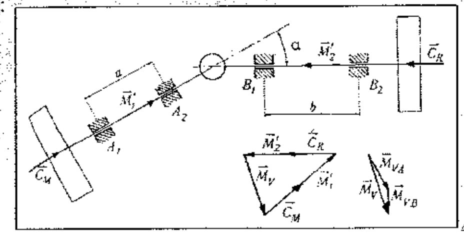
$$\varepsilon = \tau_{max} - \tau_{min} = \frac{1}{\cos\alpha} - \cos\alpha = \sin\alpha\,\tan\alpha$$

- Coppie e reazioni vincolari:

$$\begin{cases}C_{M,max} = \tau_{max} C_R = \frac{C_R}{\cos\alpha}\\ C_{M,min} = \tau_{min} C_R = \cos\alpha\, C_R\end{cases}$$

$$\begin{cases}M_{VA,max} = C_{M,min}\tan\alpha\\ M_{VB,max} = C_{M,max}\sin\alpha\end{cases}$$

con $\vec M_1' = \vec M_2' = 0$ $\quad \vec C_R = \text{cost}$



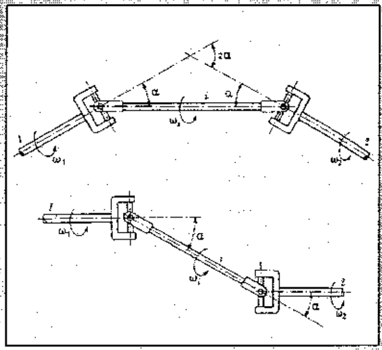
10

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 29 di 316

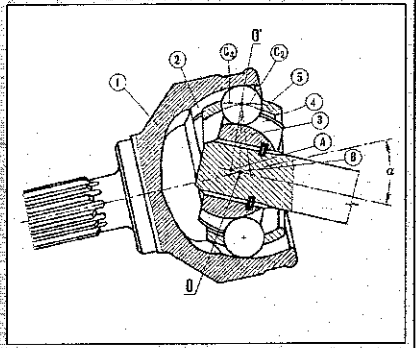
7. Trasmissione del moto: giunti

- Giunti omocinetici:

Doppio giunto di Cardano



Giunto Rzeppa



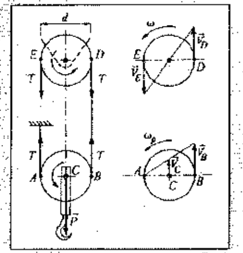
7. Trasmissione del moto: argani

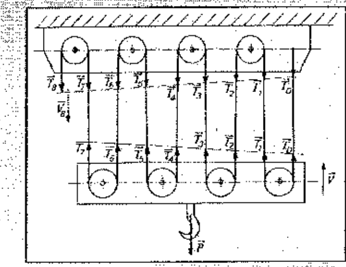
- Argani e paranchi:

In assenza di attrito: $T = \frac{P}{2}$ $\quad V_C = \frac{V_E}{2}$

In presenza di attrito: $T_B = T_A(1+k)$

con $k = 0.01 \div 0.04$ coefficiente di perdita





$$P = \sum_{i=0}^{n-1} T_i = T_0 \sum_{i=0}^{n-1} (1+k)^i$$

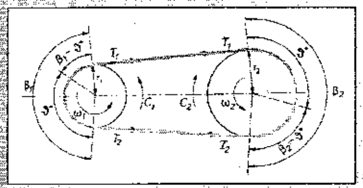
$$T_i = T_0 (1+k)^i$$

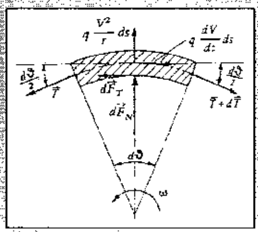
$$T_n = \frac{(1+k)^n}{\sum_{i=0}^{n-1} (1+k)^i} P$$

7. Trasmissione del moto: cinghie

- Cinghie:

Rapporto trasmissione: $\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{r_1}{r_2}$





$$\frac{T_1 - qV^2}{T_2 - qV^2} = e^{f\vartheta}$$ con contributo forza centrifuga

$$\frac{T_1}{T_2} = e^{f\vartheta^*}$$ lungo ϑ^* arco di scorrimento

$T_1 = \text{cost}$ opp. $T_2 = \text{cost}$ lungo β-ϑ^* arco di aderenza

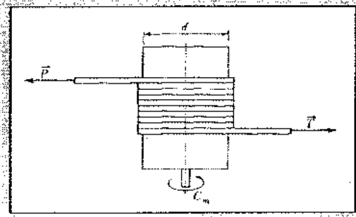
$$C_1 = r_1 (T_1 - T_2) = r_1\, T_2 \left(e^{f\vartheta^*} - 1\right)$$

$$C_2 = r_2 (T_1 - T_2) = r_2\, T_2 \left(e^{f\vartheta^*} - 1\right)$$

Cinghia trapezoidale: $f' = f \Big/ \sin\frac{\alpha}{2}$

7. Trasmissione del moto: cabestano

- Cabestano: fune compie numerosi giri attorno a tamburo al cui asse è applicata coppia motrice; noto coppia C_m e carico da trainare P, determinare minima forza di trazione T



forza di trazione T minima

condizione di scorrimento globale del flessibile sul tamburo

$$\frac{P}{T} = e^{2\pi n f}$$

Eq. di equilibrio: $$C_m = (P - T)\frac{d}{2} = \left(1 - e^{-2\pi n f}\right) P \frac{d}{2}$$

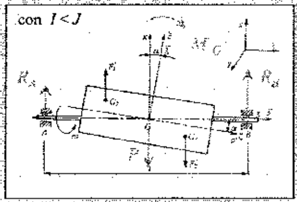
cioè il contributo nell'equilibrio della forza di trazione T è minimo rispetto alla coppia motrice C_m

11

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 31 di 316

7. Trasmissione del moto: equilibramento rotori

- Squilibrio dinamico: asse di rotazione passante per baricentro (G), ma non coincidente con direzioni principali d'inerzia



$$\vec{H}_G = J\,p\,\vec{\lambda} + J\,q\,\vec{\mu} + I\,r\,\vec{v} = J\,\omega \sin\alpha\,\vec{\lambda} + I\,\omega\cos\alpha\,\vec{v}$$ momento della quantità di moto

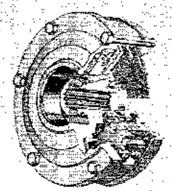
$$\begin{cases} p = \vec{\omega}\cdot\vec{\lambda} = \omega\sin\alpha \\ q = \vec{\omega}\cdot\vec{\mu} = 0 \\ r = \vec{\omega}\cdot\vec{v} = \omega\cos\alpha \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{d\vec{\lambda}}{dt} = \vec{\omega}\wedge\vec{\lambda} = \omega\cos\alpha\,\vec{\mu} \\ \dfrac{d\vec{\mu}}{dt} = \vec{\omega}\wedge\vec{\mu} = -\omega\cos\alpha\,\vec{\lambda} + \omega\sin\alpha\,\vec{v} \\ \dfrac{d\vec{v}}{dt} = \vec{\omega}\wedge\vec{v} = -\omega\sin\alpha\,\vec{\mu} \end{cases}$$

Inerzie: $$\vec{M}'_G = -\frac{d\vec{H}_G}{dt} = -J\,\omega\sin\alpha\frac{d\vec{\lambda}}{dt} - I\,\omega\cos\alpha\frac{d\vec{v}}{dt} = \omega^2(I-J)\sin\alpha\cos\alpha\,\vec{\mu}$$

cioè il momento delle forze d'inerzia può essere:

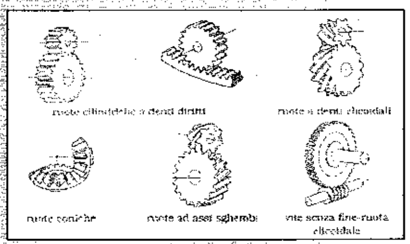
- destabilizzante (disco spesso) ⇒ mom. d'inerzia polare $I<J$ mom. d'inerzia diametrale
- stabilizzante (disco sottile) ⇒ $I>J$

8. Rotismi

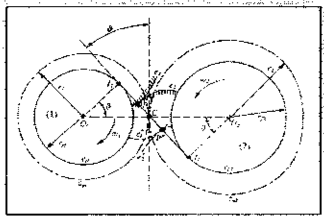


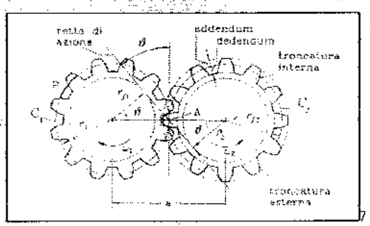
8. Rotismi

- Tipologie di ingranaggi:



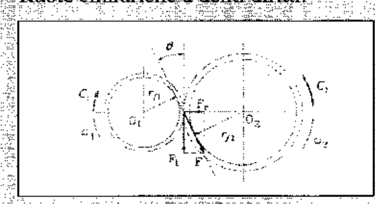
- Nomenclatura:
  - τ rapporto di trasmissione
  - p passo
  - m modulo
  - r raggio circonferenza primitiva
  - r_f raggio circonferenza fondamentale
  - ϑ angolo di pressione
- Primitive del moto:





8. Rotismi

- Ruote cilindriche a denti diritti:



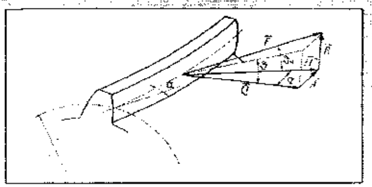
$$\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{z_1}{z_2}$$

$$m = \frac{p}{\pi} = \frac{2r}{z}$$

$$r_f = r\cos\vartheta$$

$$\begin{cases} F_t = F\cos\vartheta \\ F_r = F\sin\vartheta \\ C_2 = F_t\,r_2 \end{cases}$$

- Ruote cilindriche a denti elicoidali:



$$\tan\vartheta_n = \tan\vartheta\cos\alpha$$

$$p_n = p\cos\alpha \qquad m_n = m\cos\alpha$$

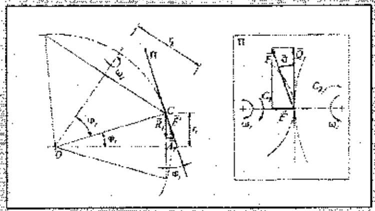
$$\begin{cases} Q = F\cos\vartheta_n\cos\alpha \\ A = F\cos\vartheta_n\sin\alpha \\ R = F\sin\vartheta_n \\ C = Q\,r = F\cos\vartheta_n\cos\alpha\,r \end{cases}$$

12

Politecnico di Torino - Dipartimento di Meccanica

8. Rotismi

- Ruote coniche:

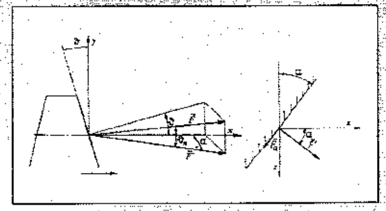


$$\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{z_1}{z_2} \qquad \psi = \varphi_1 + \varphi_2$$

$$\tan\varphi_1 = \frac{\sin\psi}{1/\tau + \cos\psi} \qquad \tan\varphi_2 = \frac{\sin\psi}{\tau + \cos\psi}$$

$$\begin{cases} Q = F\cos\vartheta \\ A = F'\sin\varphi = F\sin\vartheta\sin\varphi \\ R = F'\cos\varphi = F\sin\vartheta\cos\varphi \\ C = Q\, r = F\cos\vartheta\, r \end{cases}$$

- Vite senza fine / ruota elicoidale:



$$\tan\vartheta_n = \tan\vartheta\cos\alpha$$

$$\begin{cases} F_x = F\,(\cos\vartheta_n\cos\alpha - f\sin\alpha) \\ F_y = F\sin\vartheta_n \\ F_z = F\,(\cos\vartheta_n\sin\alpha + f\cos\alpha) \\ C_R = F_x\, r_2 \\ C_V = F_z\, r_1 \end{cases}$$

$$\eta = \frac{C_R\,\omega_2}{C_V\,\omega_1} = \frac{\cos\vartheta_n - f\tan\alpha}{\cos\vartheta_n + (f/\tan\alpha)} \quad \text{rend. diretto}$$

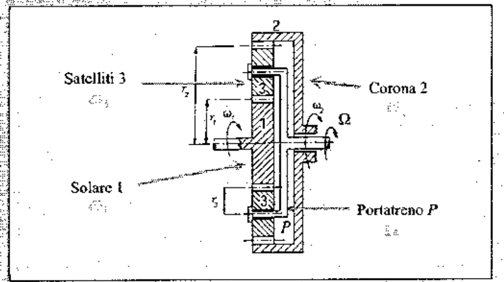
$$\eta = \frac{C_V\,\omega_1}{C_R\,\omega_2} = \frac{\cos\vartheta_n - (f/\tan\alpha)}{\cos\vartheta_n + f\tan\alpha} \quad \text{rend. inverso}$$

49

Politecnico di Torino - Dipartimento di Meccanica

8. Rotismi: rotismi epicicloidali

- Schema base:



- Formula di Willis:

$$\tau_w = \frac{\omega_2 - \Omega}{\omega_1 - \Omega} = \left(-\frac{z_1}{z_3}\right)\left(+\frac{z_3}{z_2}\right) = -\frac{z_1}{z_2} \qquad \tau = \frac{\Omega}{\omega_1} = \frac{\tau_w}{\tau_w - 1} = \frac{z_1}{z_1 + z_2}$$

  - Relazione geometrica es. $z_2 = z_1 + 2\,z_3$
  - Segni sui versi di rotazione degli accoppiamenti
  - Prima si determina il funzionamento cinematico, poi il comportamento dinamico

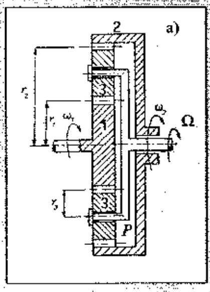
50

Politecnico di Torino - Dipartimento di Meccanica

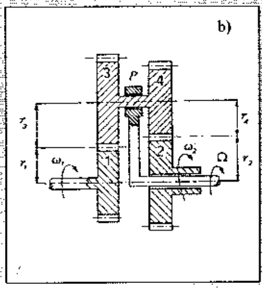
8. Rotismi: rotismi epicicloidali

- Esempi:

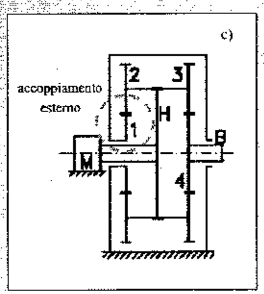
a)



b)



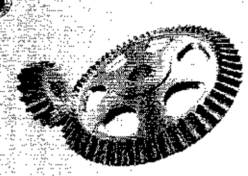
c)

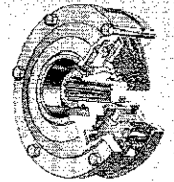


51

Politecnico di Torino - Dipartimento di Meccanica

9. Vibrazioni



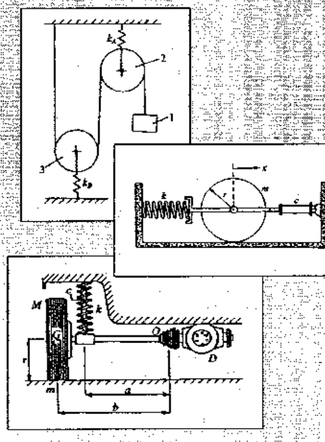


52

13

9. Vibrazioni

- Equazione del moto:



$$\oplus m\ \ddot{x} \oplus c\ \dot{x} \oplus k\ x = f(t)$$

$$\ddot{x} + 2\ \zeta\ \sigma_n\ \dot{x} + \sigma_n^2\ x = \frac{f(t)}{k}\ \sigma_n^2$$

Pulsazione propria sistema non smorzato $\sigma_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$

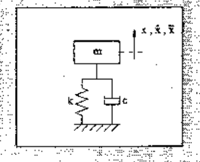
Fattore di smorzamento $\zeta = \frac{c}{2\ \sqrt{k\ m}}$

Pulsazione propria sistema smorzato $\sigma = \sigma_n \sqrt{1-\zeta^2}$

Relazione pulsazione [rad/s] e frequenza [Hz] $\omega = 2\ \pi\ f$

9. Vibrazioni

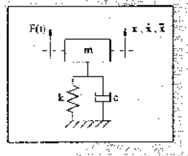
- Equazione del moto: $m\ \ddot{x} + c\ \dot{x} + k\ x = f(t)$
- Dinamica libera (transitorio): $m\ \ddot{x} + c\ \dot{x} + k\ x = 0$



$$\ddot{x} + 2\ \zeta\ \sigma_n\ \dot{x} + \sigma_n^2\ x = 0 \qquad \begin{cases} x(0) = x_0 \\ \dot{x}(0) = \dot{x}_0 \end{cases}$$

$$x(t) = X_0\ e^{st} \qquad x(t) = A\ e^{-\zeta \sigma_n t} \cos\left(\sigma_n \sqrt{1-\zeta^2}\ t - \varphi\right)$$

- Dinamica forzata (regime): $m\ \ddot{x} + c\ \dot{x} + k\ x = f(t)$



$$\ddot{x} + 2\ \zeta\ \sigma_n\ \dot{x} + \sigma_n^2\ x = \frac{f(t)}{k}\ \sigma_n^2$$

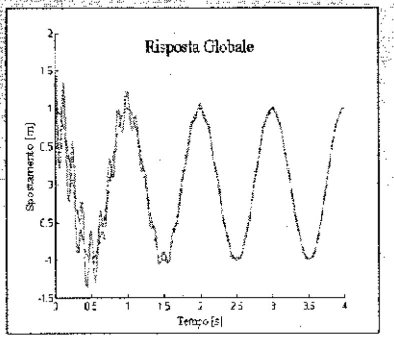
$$f(t) = F_0 \cos(\omega\ t)$$

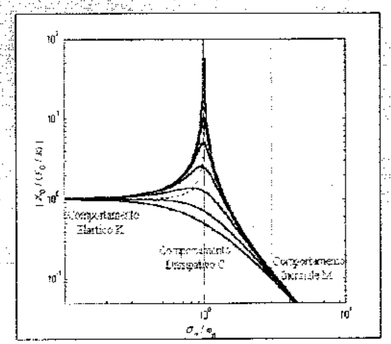
$$x(t) = X_0\ \cos(\omega\ t - \varphi)$$

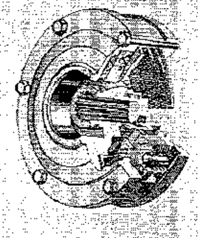
$$\begin{cases} X_0 = \dfrac{1}{\sqrt{\left(1-\dfrac{\omega^2}{\sigma_n^2}\right)^2 + \left(2\ \zeta\ \dfrac{\omega}{\sigma_n}\right)^2}} \\ \tan\varphi = \dfrac{2\ \zeta\ \dfrac{\omega}{\sigma_n}}{1-\dfrac{\omega^2}{\sigma_n^2}} \end{cases}$$

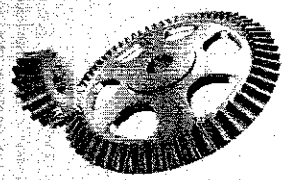
9. Vibrazioni

- Dominio del tempo: $x(t) = O.A. + I.P.$
- Dominio delle frequenze: $H(\omega) = \frac{X_0}{F_0/K}(\omega)$









Grazie per l'attenzione !

POLITECNICO DI TORINO
Dipartimento di Meccanica
Corso Duca degli Abruzzi, 24 - 10129 Torino, Italy

(14)

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 37 di 316

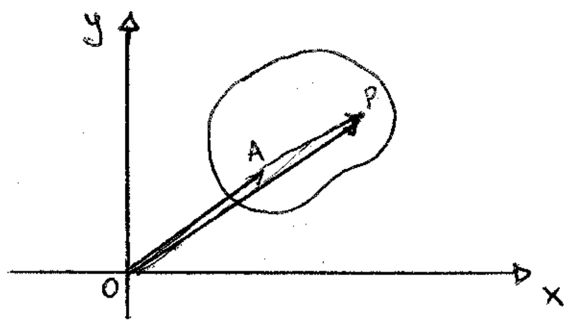
INTRODUZIONE

NEL CORSO ANALIZZEREMO CORPI MECCANICI IN MOVIMENTO.
AVREMO POTENZA ASSORBITA, MOTORI E UTILIZZATORI.
NOI NON CI OCCUPEREMO DI CHI GENERA O ASSORBE POTENZA MA DI COME TRASFERIRLA DA UN POSTO AD UN ALTRO
IL CORSO È DIVISO IN 4 PARTI

- MECCANICA DEI CORPI RIGIDI E STUDIO DELLE FORZE NEGLI ACCOPPIAMENTI
- TRASMISSIONE DEL MOTO
- PRINCIPALI COMPONENTI DELLE TRASMISSIONI MECCANICHE
- STUDIO DELLE VIBRAZIONI MECCANICHE

MECCANICA CORPI RIGIDI

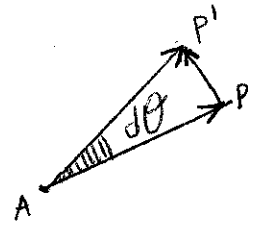
UN È CORPO RIGIDO SE LA DISTANZA FRA DUE PUNTI RESTA COSTANTE NEL TEMPO.
QUINDI SE PRENDO IL SISTEMA DI RIFERIMENTO xy E PRENDO UN CORPO RIGIDO IN CUI SCELGO A e P due PUNTI LA LORO DISTANZA NON CAMBIA.



$$\overline{OP} = \overline{OA} + \overline{AP}$$

$$\overline{V_P} = \overline{V_A} + \frac{d\,\overline{AP}}{dt}$$

VELOCITÀ DEL PUNTO P — VELOCITÀ DEL PUNTO A



$(\overline{PP'} \perp \overline{AP})$

$$\Delta(\overline{\Delta P}) = \overrightarrow{\Delta P'} - \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{PP'}$$

POICHÉ $d\theta$ è molto piccolo $tg\,\theta \cong \theta$

$$|\overline{PP'}| \cong |\overline{\Delta P}| \cdot d\theta$$

$$\left|\frac{d\,\overline{AP}}{dt}\right| = AP \cdot \frac{d\theta}{dt} \qquad \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}$$

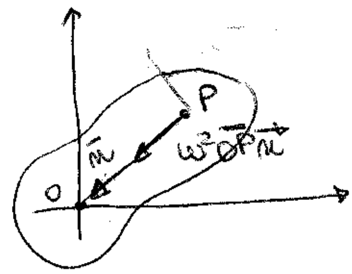
$$\overrightarrow{V_P} = \overrightarrow{V_A} + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{AP} \qquad \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{AP} = \frac{d\,\overline{AP}}{dt}$$

$\Rightarrow$ SE CONOSCO LA VELOCITÀ ANGOLARE E DI UN PUNTO A ALLORA POSSO CALCOLARE LA VELOCITÀ TANGENZIALE DI UN ALTRO PUNTO

ω È UN VETTORE $\perp$ AL PIANO SU CUI AVVIENE LA ROTAZIONE CIOÈ SU CUI STANNO $\overline{AP}$ e $\overline{AP'}$ ED È USCENTE SE IL VERSO DI ROTAZIONE È ANTIORARIO.

LA VELOCITÀ ANGOLARE È UNA CARATTERISTICA DELL'INTERO CORPO RIGIDO
ECCO CHE NON HA SENSO PARLARE DI VELOCITÀ ANGOLARE DI UN PUNTO ; ESSA È UNA CARATTERISTICA COLLETTIVA

ω È UN VETTORE LIBERO.
OGNI PUNTO HA UNA SUA VELOCITÀ LINEARE



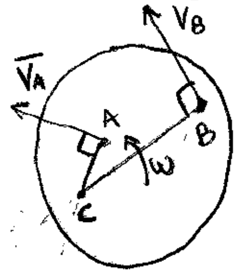
SE $\dot{\omega}=0$ RIMANE L'ACCELERAZIONE CENTRIPETA CIOÈ LA SECONDA COMPONENTE DI $\overline{a_P}$

Vow

CASO PARTICOLARE (3)

CORPO CHE RUOTA ATTORNO A UN ASSE LA CUI DIREZIONE È SEMPRE // A SE STESSA. È IL CASO DI UN MOTO PIANO. IN TUTTE LE SEZIONI ⊥ ALL'ASSE DI RIFERIMENTO VEDO LO STESSO STATO CINEMATICO

NEL CASO DI QUESTO MOTO È SEMPRE POSSIBILE IDENTIFICARE UN PUNTO IDEALE CHE HA SEMPRE VELOCITÀ ($\overline{V}$) NULLA E SI TROVA SULLA CONGIUNGENTE DELLE PERPENDICOLARI A V_A e V_B E LO CHIAMO C E VIENE CHIAMATO CENTRO ISTANTANEO DI ROTAZIONE DEL CORPO CHE IN QUELL'ISTANTE HA VELOCITÀ NULLA MA HA ACCELERAZIONE $\neq 0$

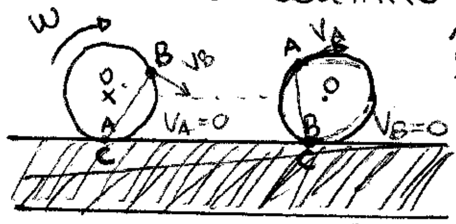


(SE $a=0$ HO IL CASO 2)

$$\overline{V_A} = \overline{\omega} \wedge \overline{CA} \qquad \overline{V_B} = \overline{\omega} \wedge \overline{CB}$$

C VARIA OGNI ISTANTE!

PER ESEMPIO SE HO UNA RUOTA CHE ROTOLA SENZA STRISCIARE CIOÈ IL PUNTO DI CONTATTO CON IL PIANO HA VELOCITÀ NULLA. IL PUNTO DI CONTATTO È IL CENTRO DI ISTANTANEA ROTAZIONE DEL CORPO.



CALCOLO L'ACCELERAZIONE IN QUESTO CASO DEL C.D.I.R.

IL PUNTO O HA $\overline{V_O} = \overline{\omega} \wedge \overline{CO} = \omega \frac{d}{2} \vec{i}$ dove d = diametro

d e i sono costanti

CALCOLO L'ACCELERAZIONE COME DERIVATA DELLA VELOCITÀ SAPENDO CHE

$$\overline{a_o} = \dot{\omega} \frac{d}{2} \vec{i}$$

DALLA (ii)

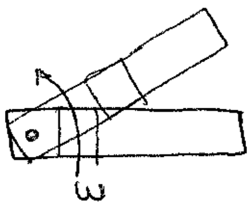
$$\overline{a_o} = \vec{a_c} + \dot{\omega} \frac{d}{2} \vec{i} - \omega^2 \frac{d}{2} \vec{j}$$

$$\cancel{\dot{\omega} \frac{d}{2} \overline{i}} = \overline{a_c} + \cancel{\dot{\omega} \frac{d}{2} \overline{i}} - \omega^2 \frac{d}{2} \overline{j} \Rightarrow \boxed{\vec{a_c} = \omega^2 \frac{d}{2} \vec{j}}$$

$$\overline{a_P} = \overline{a_{PR}} + \overline{a_{PT}} + 2\overline{\omega} \wedge V_{PR}$$

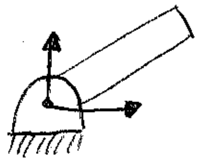
ACCELERAZIONE DI CORIOLIS o COMPLEMENTARE

ES. CARRELLO CHE SCORRE SU BRACCIO DI GRU CHE RUOTA

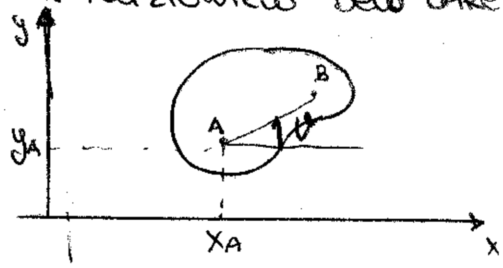


VINCOLI

SONO DEI PUNTI FISSI DI UN CORPO



IMMAGINO DI AVERE UN S.R. FISSO E UN CORPO RIGIDO
PER POSIZIONARLO DEVO DARE 3 TIPI DI INFORMAZIONI



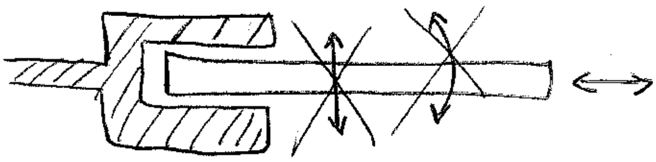
$x_A \; y_A \; \vartheta$

↓

IL CORPO HA TRE GRADI DI LIBERTÀ

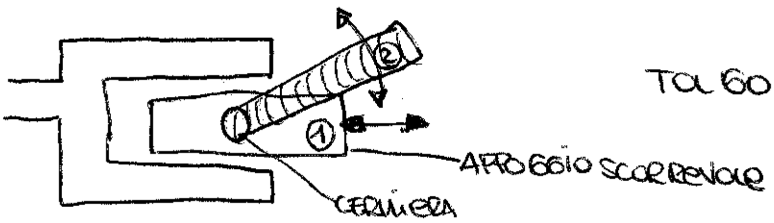
SE USO UNA CERNIERA FISSO x_A e y_A → TOLGO DUE GRADI DI LIBERTÀ

SE HO ACCOPPIAMENTO PRISMATICO CON GUIDA LINEARE



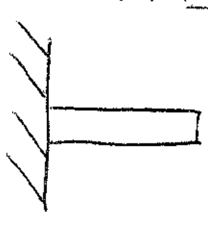
TOLGO 2 GRADI DI LIBERTÀ

SE HO GUIDA SCORREVOLE, O CARRELLO



TOLGO 1° GRADO DI LIBERTÀ

SE HO UN INCASTRO NON HO LASCIATO NESSUN GRADO DI LIBERTÀ



FORZE MOTRICI compiono lavoro positivo
FORZE RESISTENTI " " negativo
FORZE di INERZIA sono forze di masse originate da un corpo di moto non uniforme.
LE F. ATTIVE POSSONO ESSERE MOTRICI O RESISTENTI.

$\overline{R}$ = RIS. VETTORIALE DELLE FORZE ESTERNE $\overline{\mathcal{G}}$ = MOMENTO RISULTANTE

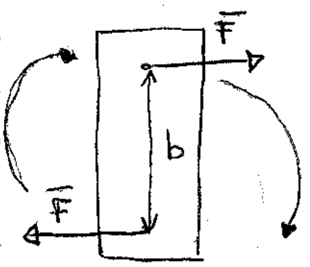
se $\overline{R} = 0$ IL CORPO non TRASLA
se $\overline{\mathcal{G}} = 0$ IL CORPO non RUOTA

IL MOMENTO $\vec{M}_O$ RISPETTO AL PUNTO O $\overline{M}_O = \overline{OP} \wedge \overline{F}$

$|M_O| = F \cdot b = \overline{OP} \cdot F^*$
L proiezione della forza F nella direzione perpendicolare

$\overline{M}_B = \overline{M}_A + \overline{R} \wedge \overline{AB}$ $\Rightarrow$ se $\overline{R} = 0$ IL MOMENTO È UGUALE IN OGNI PUNTO $\overline{M}_B = \overline{M}_A$

LA COPPIA $|\overline{C}| = |F| \cdot b$
VERSO USCENTE SE momento È VERSO ANTIORARIO



← IN QUESTO CASO IL VERSO È ENTRANTE

QUANDO SCRIVO L'EQ DI EQUILIBRIO DEL MOMENTO RISULTANTE

$\overline{\mathcal{G}} = \boxed{\sum \overline{OP_i} \wedge F_i + \sum \overline{C}_j = 0}$ ← noi useremo questa equazione di equilibrio di momento

se $\overline{R} = 0$ POSSO SCEGLIERE IO IL PUNTO RISPETTO AL QUALE CALCOLARE $\overline{\mathcal{G}}$ IN MODO CHE IL CALCOLO SIA PIÙ COMODO

$$\boxed{\begin{cases} R_x = 0 \\ R_y = 0 \\ R_z = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} M_x = 0 \\ M_y = 0 \\ M_z = 0 \end{cases}}$$

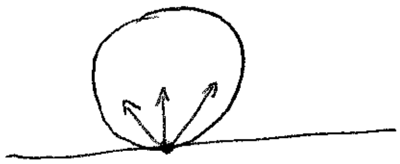
HO 6 EQ. DI EQUILIBRIO POSSIBILE IN R^3

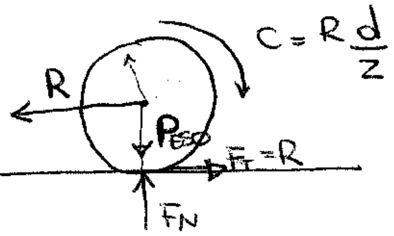
se sono in R^2
HO 3 EQ. di equilibrio $\boxed{\begin{cases} R_x = 0 \\ R_y = 0 \\ M_z = 0 \end{cases}}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 45 di 316

RUOTA CHE NON STRISCIA

UNA RUOTA CHE ROTOLA SENZA STRISCIARE





SE CHIAMO (n) le COORDINATE TOTALI di UN CORPO RIGIDO, (m) QUELLE VINCOLATE e (h) QUELLE LIBERE ALLORA VALE: $\boxed{n - m = h}$

- Se $n > m \Rightarrow h > 0$ HO UN SISTEMA LABILE CIOÈ I VINCOLI SONO INSUFFICIENTI A IMPEDIRE TUTTI GLI SPOSTAMENTI DEL SISTEMA
- Se $n = m \Rightarrow h = 0$ SISTEMA È ISOSTATICO (VINCOLI SUFFICIENTI)
- Se $n < m \Rightarrow h < 0$ SISTEMA È IPERSTATITO (VINCOLI IN ECCESSO)

VINCOLO	m
INCASTRO	3
CER. FISSA	2
CER. INTERNA	$2(r-1)$
CARRELLO	1
RUOTA NON STR	2
RUOTA STRIS	1

CON LE FRECCE NELLE FIGURE PRECEDENTI HO INDICATO LE FORZE GENERALIZZATE (FORZE e MOMENTI) NECESSARIE PER REALIZZARE LE CONDIZIONI DI VINCOLO STESSO. ESSE PRENDONO IL NOME DI REAZIONI VINCOLARI.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 47 di 316

$$|V| = \sqrt{\dot r^2 + (r\dot\theta)^2} = \sqrt{1200^2 \frac{m^2}{s^2} + \left(80\cdot 10^3 m \cdot 0{,}0139 \frac{rad}{s}\right)^2} = 1636 \frac{m}{s}$$

$\vec a = -g\bar J$ IN COORDINATE CARTESIANE

voglio $\bar a$ in coordinate polari sapendo che $\bar V = \dot r\bar\lambda + r\dot\theta\bar\mu$

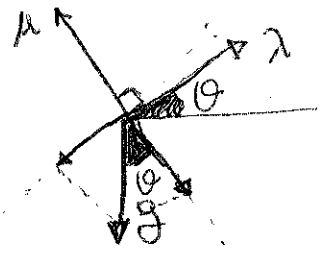
$$\bar a = \frac{d\bar v}{dt} = \frac{d(\dot r\lambda)}{dt} + \frac{d(r\dot\theta\bar\mu)}{dt} = \ddot r\bar\lambda + \dot r\frac{d\bar\lambda}{dt} + \dot r\dot\theta\bar\mu + r\ddot\theta\bar\mu + r\dot\theta\frac{d\bar\mu}{dt}$$

$$\begin{cases} \dfrac{d\bar\lambda}{dt} = \dot\theta\bar\mu \quad (\text{x QUANTO DETTO PRIMA}) \\[2ex] \dfrac{d\bar\mu}{dt} = \dot\theta(\bar k \wedge \bar\mu) = -\dot\theta\bar\lambda \end{cases}$$

$$\bar a = (\ddot r - r\dot\theta^2)\bar\lambda + (\dot r\dot\theta + \dot r\dot\theta + r\ddot\theta)\bar\mu =$$

$$= \underbrace{(\ddot r - r\dot\theta^2)}_{\text{COMP. di ACCELERAZIONE RADIALE}}\bar\lambda + \underbrace{(2\dot r\dot\theta + r\ddot\theta)}_{\text{COMPONENTE di ACCELERAZIONE TANGENZIALE}}\bar\mu \qquad (ii)$$

noi vogliamo ricavare $\ddot\theta$ e $\ddot r$ sapendo il valore cartesiano di $\bar a$
trasformo quindi $\bar a = -g\bar J$ in coordinate polari



$$\bar a = -g\bar J = -g\,\text{sen}\theta\,\bar\lambda - g\cos\theta\,\bar\mu \qquad (i)$$

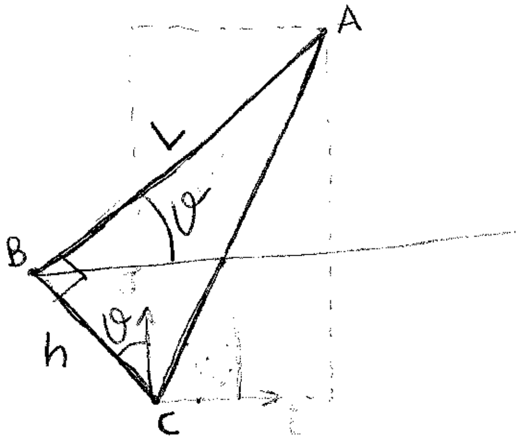
Ricavo che uguagliando (i) e (ii)

$$\begin{cases} -g\,\text{sen}\theta = \ddot r - r\dot\theta^2 \\ -g\cos\theta = 2\dot r\dot\theta + r\ddot\theta \end{cases}$$

$$\ddot r = r\dot\theta^2 - g\,\text{sen}\theta = 7{,}629\ m/s^2$$

$$\ddot\theta = \frac{-g\cos\theta - 2\dot r\dot\theta}{r} = -3{,}614\ rad/s^2$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 49 di 316



$$\overline{CA} = (-h \operatorname{sen}\vartheta + L\cos\vartheta)\bar{i} + (h\cos\vartheta + L\operatorname{sen}\vartheta)\bar{j}$$

$$\overline{CA} = CA_x\,\bar{i} + CA_y\,\bar{j}$$

$CA_x = 16{,}61\ m$

$CA_y = 7{,}957\ m$

$$\overline{V_{A\,REL}} = V_{A\,REL}\cos\vartheta\,\bar{i} + V_{A\,REL}\operatorname{sen}\vartheta\,\bar{j}$$

MOTO COMPOSTO:

$$\overline{V_A} = \overline{V_c} + \dot\vartheta\,\bar{K}\wedge\overline{CA} + \overline{V_{A\,REL}}$$

$$\overline{V_A} = V_c\,\bar{i} + \dot\vartheta(K\wedge CA_x\bar{i}) + \dot\vartheta(\bar{K}\wedge CA_y\bar{j}) + V_{A\,REL}\cos\vartheta\,\bar{i} + V_{A\,REL}\operatorname{sen}\vartheta\,\bar{j}$$

$$\overline{V_A} = (\overline{V_c} - C_{Ay}\dot\vartheta + V_{A\,REL}\cos\vartheta)\bar{i} + (\dot\vartheta\,CA_x + V_{A\,REL}\operatorname{sen}\vartheta)\bar{j}$$

$$\overline{V_A} = 66{,}12\,\bar{i} + 3{,}106\,\bar{j}\ \ m/s$$

$$\overline{a_A} = \overline{a_{A\,RELATIVO}} + \overline{a_{A\,TRASCINAMENTO}} + \overline{a_{Ac\,CORIOLIS}}$$

LA PERSONA SI MUOVE CON VELOCITÀ COSTANTE $\Rightarrow \overline{a_{AR}} = 0$

$$\overline{a_{AT}} = \overline{a_c} + \underbrace{(\ddot\vartheta\,\bar{K}\wedge\overline{CA})}_{\text{COMPONENTE TANGENZIALE}} - \underbrace{\dot\vartheta^2\,\overline{CA}}_{\text{COMPONENTE RADIALE}}$$

COMPONENTE RADIALE = ACC. CENTRIPETA

SE L'AEREO CABRA CON $\dot\vartheta$ COSTANTE $\ddot\vartheta = 0 \rightarrow$ LA COMPONENTE SI ANNULLA

$$\overline{a_{Ac}} = 2\,\overline{\omega_t}\wedge\overline{V_{A\,REL}}$$

$$\overline{a_{AT}} = a_c\bar{i} + (\ddot\vartheta\,\bar{K}\wedge CA_x\bar{i}) + (\ddot\vartheta\,\bar{K}\wedge CA_y\bar{j}) - \dot\vartheta^2(CA_x\bar{i} + CA_y\bar{j})$$

$$\overline{a_{AT}} = (\overline{a_c} - \ddot\vartheta\,CA_y - \dot\vartheta^2 CA_x)\bar{i} + (\ddot\vartheta\,CA_x - \dot\vartheta^2 CA_y)\bar{j}$$

$$\overline{a_{AC}} = 2\dot\vartheta\,\bar{K}\wedge(V_{A\,REL}\cos\vartheta\,\bar{i} + V_{A\,REL}\operatorname{sen}\vartheta\,\bar{j}) =$$

$$= -2\dot\vartheta\,V_{A\,REL}\operatorname{sen}\vartheta\,\bar{i} + 2\dot\vartheta\,V_{A\,REL}\cos\vartheta\,\bar{j}$$

$$\overline{a_A} = (\overline{a_c} - \ddot\vartheta\,C_{Ay} - \dot\vartheta^2 CA_x - 2\dot\vartheta\,V_{A\,REL}\operatorname{sen}\vartheta)\bar{i} + (\ddot\vartheta\,CA_x - \dot\vartheta^2 CA_y + 2\dot\vartheta\,V_{A\,REL}\cos\vartheta)\bar{j}$$

$$\overline{a_A} = -0{,}716\,\bar{i} + 5{,}838\,\bar{j}\ \ m/s^2$$

↑ PROIETTO IN DIREZIONE VERTICALE

$$\omega_{CA}\,\overline{CA}\cos\vartheta = \omega_{AB}\,\overline{BA}\cos\beta$$

→ PROIETTO IN DIREZIONE ORIZZONTALE

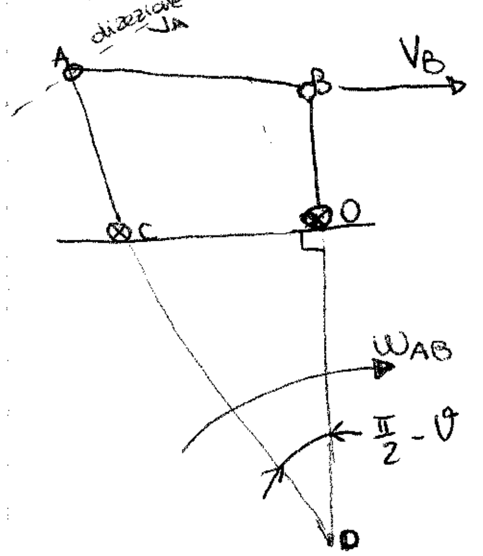
$$V_B + \omega_{AB}\,\overline{BA}\,\text{sen}\,\beta = \omega_{CA}\,\overline{CA}\,\text{sen}\,\vartheta$$

RICAVO
$$\begin{cases} \overline{\omega_{CA}} = \overline{\omega_{AB}}\,\dfrac{\overline{BA}}{\overline{CA}}\,\dfrac{\cos\beta}{\cos\vartheta} \\ \overline{V_B} + \overline{\omega_{AB}}\,\overline{BA}\,\text{sen}\,\beta = \overline{\omega_{AB}}\,\overline{CA}\,\dfrac{\overline{BA}}{\overline{CA}}\,\text{tg}\,\vartheta\cos\beta \end{cases}$$

$$\begin{cases} \overline{\omega_{AB}} = \dfrac{V_B}{\overline{BA}(\cos\beta\,\text{tg}\,\vartheta - \text{sen}\,\beta)} = 0{,}2571\ \text{rad/s} \\ \overline{\omega_{CA}} = 0{,}5143\ \text{rad/s} \end{cases}$$

VERSO ORARIO

2° METODO (CENTRO di ISTANTANEA ROTAZIONE)



$$\overline{V_B} = \omega_{OB}\,\hat{k}\wedge\overline{OB}$$

$$\overline{\omega_{AB}} = \frac{\overline{V_B}}{\overline{DB}}$$

$$\overline{V_A} = \omega_{AB}\,\hat{k}\wedge\overline{DA} = \omega_{CA}\,\hat{k}\wedge\overline{CA}$$

$$\overline{BD} = \overline{OB} + \overline{DO} = \overline{OB} + \frac{\overline{CO}}{\text{tg}(\pi/2-\vartheta)} = 0{,}28\,m$$

$$\frac{\overline{CO}}{\overline{DO}} = \text{tg}(\pi/2-\vartheta)$$

$$\overline{AD} = \overline{AC} + \overline{DC} = \overline{AC} + \frac{\overline{CO}}{\cos(\vartheta)} = 0{,}4\ m$$

$$\overline{DC} = \frac{\overline{CO}}{\cos(\vartheta)}$$

$$|\omega_{AB}| = \frac{V_B}{DB} = 0{,}2571\ \text{rad/s}$$

$$|V_A| = \omega_{AB}\,\overline{DA} = 0{,}1028\ m/s$$

$$|\omega_{CA}| = \frac{V_A}{CA} = 0{,}5143\ \text{rad/s}$$

SE CONSIDERO A ∈ AL PEZZO 1

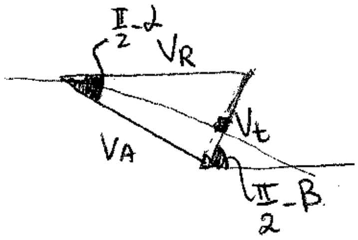
$\overline{V_A} = \omega_1 \overline{k} \wedge \overline{O_1A}$

$\overline{O_1A} = \sqrt{a^2 + c^2} = 0{,}5\ m$

$|V_A| = (15 \cdot 0{,}5) = 7{,}5\ m/s$

SE CONSIDERO A ∈ ALL'ELEMENTO 2 HO UN MOTO COMPOSTO

$\overline{V_A} = \underbrace{\overline{V_{AR}}}_{\text{RELATIVA ORIZZONTALE}} + \overline{V_{AT}}$ ← TRASCINAMENTO



$\overline{V_{AT}} = \omega_2 \overline{k} \wedge \overline{O_2A}$

$\overline{O_2A} = \sqrt{b^2 + c^2} = 0{,}894\ m$

$tg\,\alpha = \frac{c}{a} \Rightarrow \alpha = 53{,}13°$

$tg\,\beta = \frac{c}{b} \Rightarrow \beta = 26{,}56°$

(I) ↑ $V_A \cos\alpha = V_t \cos\beta$

$$\begin{cases} V_{At} = \dfrac{V_A \cos\alpha}{\cos\beta} \\ V_{At} = \omega_2\ \overline{O_2A} \end{cases}$$

(II) → $V_R = V_A \operatorname{sen}\alpha + V_{At} \operatorname{sen}\beta$

da (I) e (II) ⇒ $\begin{cases} V_{At} = 5{,}031\ m/s \\ V_{AR} = 8{,}25\ m/s \end{cases}$

(III) $\omega_2 = \dfrac{V_A \dfrac{\cos\alpha}{\cos\beta}}{\overline{O_2A}}$ ω_2 SENSO ANTIORARIO

OPPURE $\overline{V_{At}} = \omega_2 \overline{k} \wedge \overline{O_2A}$

$|\omega_2| = \dfrac{|V_{At}|}{\overline{O_2A}} = 5{,}63\ rad/s$

ω_1 È COSTANTE

$-\omega_1^2\ \overline{O_1A} = \overline{a_A} = \overline{a_R} + a_{TRASCINAMENTO} + \overline{a_c}$

$\hookrightarrow \overline{a_A} = -\omega_1^2\ \overline{O_1A} + \cancel{\dot{\omega}_1 \overline{k} \wedge \overline{O_1A}} = 112{,}5\ m/s^2$ POICHÉ $\dot{\omega} = 0$

a_R ⇒ ha direzione lungo la scanalatura (ORIZZONTALE)

$$\boxed{a_c = 2\omega_t \overline{k} \wedge V_R = 2\omega_2 \hat{k} \wedge \overline{V_R} = 92{,}9\ m/s^2}$$

$\perp A\overline{O_2A}$ $\xrightarrow{V_R}$ ω_2 $\uparrow a_c$

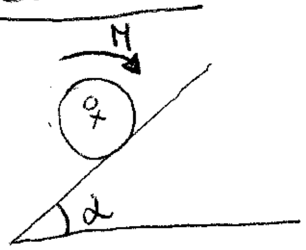
$a_T = \underbrace{-\omega_2^2\ \overline{O_2A}}_{\text{LA CALCOLIAMO}} + \dot{\omega}_2 k \wedge \overline{O_2A}$

LA CALCOLIAMO → $-\omega_2^2\ \overline{O_2A} = 28{,}33\ m/s^2$

FACCIAMO IL POLIGONO DELLE ACCELERAZIONI

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 55 di 316

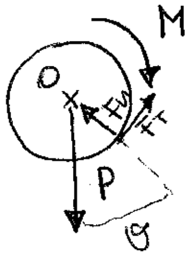
PROBLEMA 08



$r = 0,2\ m$

$P = 450 N$

$\alpha = tg^{-1} \frac{6}{100} = (6\%)$



$M = F_T\ r$

$F_n = P \cos\theta$

$F_T = P\,sen\,\theta$

$M = P\,sen\,\theta\ r$

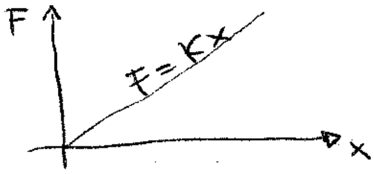
LEZIONE 14-03-2012

- **FORZA PESO**

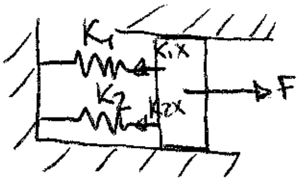
è una forza costante. $P = mg$ con $g = 9,81\ m/s^2$
È una forza di massa dovuta al campo gravitazionale, è diretta lungo la verticale locale.

- **FORZE ELASTICHE**

Possono essere dovute all'effettiva presenza di molle o alla caratteristica di un corpo di essere elastico. Noi rappresentiamo un corpo elastico come una vera e propria molla.



la forza elastica è proporzionale alla (x) DEFORMAZIONE della molla tramite una costante K DETTA RIGIDEZZA.
Più una molla è rigida più avrò K maggiore.
Nel nostro corso useremo solo molle lineari cioè molle quali la rigidezza è costante.
Immagino di avere un corpo vincolato a muoversi da una guida in direzione orizzontale. Quale è la relazione tra Forza e deformazione se le due molle hanno K differenti K_1, K_2.



$F = K_1 x + K_2 x = x(K_1 + K_2)$
la forza totale è proporzionale alla somma delle due rigidezze.

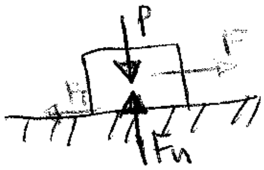
la molla con K maggiore risentirà opporsi con la sua rigidezza e F in modo maggiore.

Esistono anche delle molle la cui deformazione è proporzionale a una RIGIDEZZA TORSIONALE. Esse generano una coppia proporzionale a θ. Queste si chiamano molle di TORSIONE mentre θ è lo spostamento ANGOLARE.

$\boxed{C = K_t \theta}$

- FORZE di ATTRITO

Quando ho dei corpi meccanici a contatto che strisciano l'uno sull'altro ho questi tipi di forze.



Immagino di avere un corpo posizionato su un piano sottoposto a una FORZA di SCHIACCIAMENTO ⊥ ALLA SUPERFICIE di CONTATTO.

Se il corpo è FERMO significa che le forze sono in equilibrio tra loro. Ecco che quindi ∃ una forza normale che si oppone al carico ed è una forza di reazione del PIANO.

Se APPLICO una forza di trazione nel verso opposto si genera una forza di contrasto tra la superficie del blocco e del pavimento. Allo stesso tempo F_n si sposta leggermente verso destra finché il momento di F_n e P non è uguale a quello di F_T e F in modo da non far ruotare il corpo. (ciò è possibile finché F_n non supera il limite del blocco).

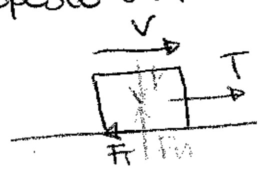
Se applico una forza sufficientemente grande il corpo si mette in movimento, questo significa che la mia FORZA TANGENZIALE ha un LIMITE! $(F_T)_{lim}$ è LA MASSIMA FORZA DI ADERENZA CHE SI PUÒ SVILUPPARE FRA LE DUE SUPERFICI A CONTATTO.

$\boxed{(F_T)_{lim} = f_a F_N}$

↳ COEFFICIENTE di ADERENZA

finché $\boxed{F_T \leq f_a F_N}$ TUTTO RIMANE FERMO: SUPERATO QUESTO LIMITE IL CORPO SI METTE IN MOVIMENTO.

Ora che è in moto esso sarà sottoposto sempre a P, F_N e a una nuova F_T.



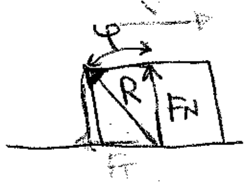
$T <$ T limite

$\boxed{F_T = f F_N}$

↳ COEFFICIENTE di ATTRITO

In queste condizioni siamo in condizione di ATTRITO.

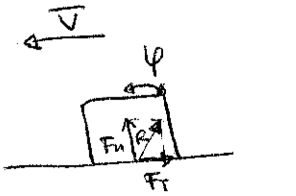
Se voglio un moto uniforme devo applicare una forza attrito) è l'angolo $\boxed{\varphi\ (\text{FI})}$.



$$\boxed{\frac{F_T}{F_N} = f = tg\,\varphi} \Rightarrow \boxed{\varphi = \text{ARCOTG } f}$$

CHIAMO ANGOLO di ADERENZA $\boxed{\varphi_A\ (\text{FI CON A})}$ E RAPPRESENTA LA MAX PRIMA CHE SI GENERI IL MOVIMENTO

00.56



$$\boxed{\varphi_a = \text{ARCOTG } f_a}$$

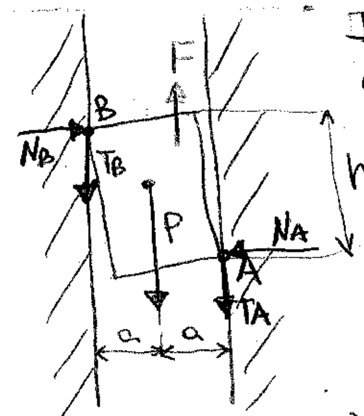
con $\varphi_a > \varphi$

φ DIPENDE DALLA DIREZIONE DEL MOTO

Ci saranno casi in cui trascureremo le forze di attrito altri in cui non lo faremo.

IMPUNTAMENTO → FENOMENO CHE IN CERTI CASI È CAUSATO DALLE FORZE di ATTRITO.

Suppongo di avere una guida prismatica all'interno della quale c'è un PATTINO che scorre. ($\bar{P}$ è UNA FORZA AGENTE SULL'ASSE)



IL PATTINO HA UN GIOCO MOLTO PICCOLO.
Come si vede la FORZA con cui ho caricato il pattino non è allineato con l'asse della guida e del pattino.
Voglio calcolare la forza necessaria per muoverlo.
Si genereranno delle forze in direzione normale N_A N_B e altre in direzione tangenziale che si oppongono al moto relativo. (SE IL PATTINO STA PER MUOVERSI SIGNIFICA CHE STO SUPERANDO LA CONDIZIONE LIMITE DI ADERENZA in A e B)

(F FORZA di TRAZIONE con ECCENTRICITÀ e)

Quanto vale F per far muovere il pattino?
Per effetto del gioco il pattino si è inclinato ADERENDO NEI PUNTI A e B

ORIZZONTALMENTE: (I) $N_B - N_A = 0$

VERTICALMENTE: (II) $F - P - T_A - T_B = 0$

EQ. DI MOMENTO RISPETTO AD A:

(III) $Pa - F(a-e) - N_B h + T_B \cdot 2a = 0$

AL LIMITE DELL'ADERENZA: (IV) $T_B = f_a N_B$

(V) $T_A = f_a N_A$

5 eq — EQ. di EQUILIBRIO e 5 incognite

→ DELLA FORZA F

e = ECCENTRICITÀ

h = LUNGHEZZA RELATIV

Dopo alcuni passaggi ottengo che $\boxed{F = \dfrac{P}{1 - \dfrac{2 f_a e}{h}}}$

$F \propto P, f_a$

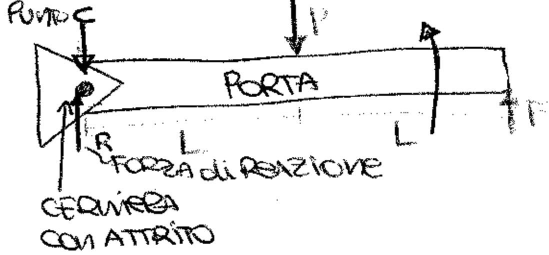
$F \propto \dfrac{1}{h}$

QUESTO CERCHIO HA RAGGIO ρ

$\boxed{\rho = r \operatorname{sen} \varphi}$ con ρ = RAGGIO DEL CERCHIO DI ATTRITO

- APPLICAZIONE: PORTA CERNIERATA.

Per mantenere il perno in moto non è necessario per forza applicare una coppia. Potrei anche applicare una forza maggiore.



suppongo che il cerchio che ho disegnato nella cerniera è il cerchio d'attrito

la forza di reazione sarà dall'alto verso il basso perché $P > F$ e in direzione verticale.

$$P(L+\rho) = F(2L+\rho)$$ EQ dei MOMENTI RISPETTO AL PUNTO C

$$F = \frac{P(L+\rho)}{2L+\rho} = \frac{P\cancel{L}\left(1+\frac{\rho}{L}\right)}{2\cancel{L}\left(1+\frac{\rho}{2L}\right)}$$

RACCOLGO L

$$F = \frac{P}{2}\left(\frac{1+\frac{\rho}{L}}{1+\frac{\rho}{2L}}\right)$$

Se $\rho = 0 \rightarrow F = \frac{P}{2}$

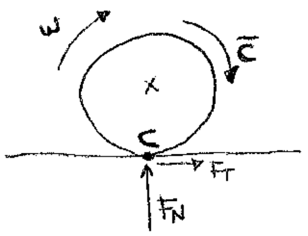
Se $\rho \neq 0 \rightarrow$ il denominatore del numeratore $F < \frac{P}{2}$

$\bigcirc > 1$ (non esistono raggi negativi)

ADERENZA e ATTRITO NEI CORPI ROTANTI

Ho fenomeni di ADERENZA e/o ATTRITO ANCHE QUANDO UNA RUOTA ROTOLA.

SE ROTOLA SENZA STRISCIARE NEL PUNTO DI CONTATTO HO FENOMENO DI ADERENZA



$\frac{F_T}{F_N} \leq f_a$ Se $\frac{F_T}{F_N} \geq f_a \Rightarrow \frac{F_T}{F_N} = f$

LA RUOTA SLITTA! C NON È PIÙ IL CENTRO DI ISTANTANEA ROTAZIONE!!

C_L e C_R VARIANO in funzione della forma e di altri parametri, essi sono in funzione di Re.

$$\boxed{Re = \frac{\rho v \ell}{\mu} = \frac{v \ell}{\nu}}$$

NUMERO di REYNOLDS

ℓ = lunghezza caratteristica

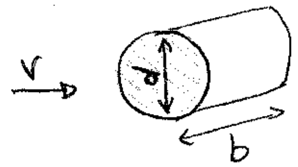
Re è UN PARAMETRO ADIMENSIONALE.

ρ = densità fluido

μ = viscosità fluido

V = velocità fluido relativa al corpo

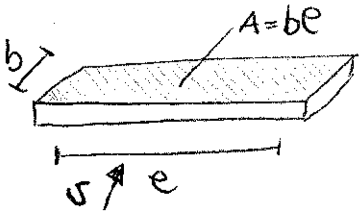
- Se ho un corpo cilindrico



AREA CARATTERISTICA = SEZIONE MAESTRA = bd

$Re \rightarrow \boxed{\ell = d}$ $(v \perp b)$

- Se ho una piastra

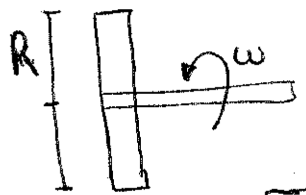


$\boxed{A = b\ell}$

$Re \rightarrow \ell = b$

$(v \perp \ell)$

- Se ho un disco ROTANTE con VELOCITÀ ω, il disco è sottile e di raggio R e si trova in un fluido avente densità ρ e viscosità μ. SUL DISCO SI SVILUPPA:



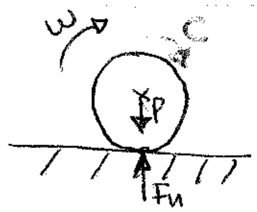
$\boxed{M_R}$ = (COPPIA RESISTENTE) MOMENTO RESISTENTE = $\boxed{\frac{1}{2} C_M R^5 \rho \omega^2}$

$\boxed{C_M}$ = COEFFICIENTE di MOMENTO RESISTENTE PER UNA FACCIA DEL DISCO = $\boxed{f(Re)} = \dfrac{M_R}{\frac{1}{2}\rho \omega^2 R^5}$

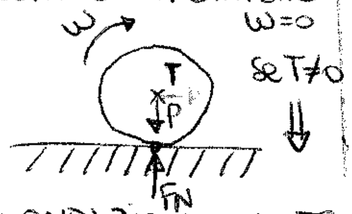
in questo caso $\boxed{Re = \frac{\rho \omega R^2}{\mu}}$

RESISTENZA AL ROTOLAMENTO

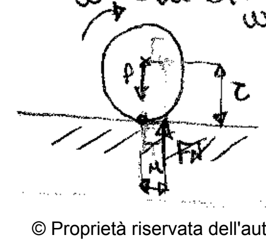
SUPPONGO CHE HO UN CARICO $\overline{P}$ APPLICATO E LA MIA RUOTA È INIZIALMENTE FERMA.



CONDIZIONI STATICHE



CONDIZIONI DI MOTO $\omega \neq 0$



Se voglio far ruotare la mia ruota con un moto di rotolamento devo applicare una certa coppia C oppure posso applicare al centro della ruota una forza $\overline{T}$.

In entrambi i casi analizzo le condizioni di equilibrio. Il corpo non si muove finché il momento $\overline{M}$ applicato al cilindro non raggiunge il valore limite $M_{V_L} = f(F)$.

Nel secondo caso dopo un aver applicato $\overline{T}$ ottengo che $\overline{F_N} = -\overline{P}$ però non passa più per la normale comune alle due superfici di contatto ma è spostata in avanti nel verso del moto del cilindro di μ.

$\boxed{T \cdot r = P\mu}$ $\boxed{P\mu = F_N \mu}$ = MOMENTO RESISTENTE DOVUTO ALL'ATTRITO AL ROTOLAMENTO.

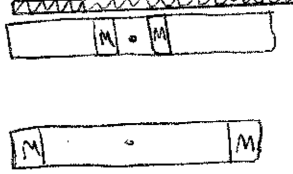
μ = PARAMETRO di ATTRITO VOLVENTE e descrive la resistenza del corpo a rotolare.

$\boxed{T \cdot r}$ = MOMENTO CHE DEVO APPLICARE SE VOGLIO CHE AVANZI A ω COSTANTE

(41)

• PROPRIETÀ di INERZIA DEI CORPI RIGIDI

• **MOMENTO DI INERZIA** È UNA PROPRIETÀ FISICA CHE FORNISCE UNA INDICAZIONE DI COME LA MASSA DI QUEL CORPO È DISTRIBUITA RISPETTO AL SUO BARICENTRO



PER AVERE LA STESSA VELOCITÀ ANGOLARE NEL PRIMO CORPO APPLICHERÒ UNA COPPIA MINORE.

$$I_x = \int_V (y^2+z^2)\, dm$$

$$I_y = \int_V (x^2+z^2)\, dm$$

$$I_z = \int_V (x^2+y^2)\, dm$$

V = VOLUME CORPO TOTALE
dm = MASSA INFINITESIMA
(a^2+b^2) = quadrati delle distanze della massa infinitesima considerata rispetto agli assi

MOMENTI DI INERZIA RISPETTO AGLI ASSI x, y e z
↳ sono sempre positivi

$$I_{xy} = \int_V xy\, dm$$

$$I_{xz} = \int_V xz\, dm$$

$$I_{yz} = \int_V yz\, dm$$

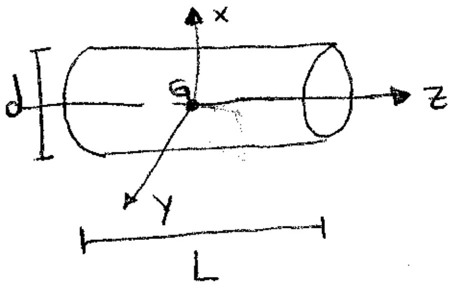
MOMENTI DI INERZIA CENTRIFUGHI
↳ positivi o negativi

SE L'ASSE x (x es) O L'ASSE y O ENTRAMBI SONO DI SIMMETRIA $I_{xy} = I_{yx} = 0$

I TRE ASSI PRINCIPALI di INERZIA sono quelli in cui i momenti centrifughi sono nulli, ed è possibile individuarli in ogni punto questi. I corrispondenti momenti di inerzia vengono chiamati MOMENTI PRINCIPALI DI INERZIA.

Se scelgo i tre assi PRINCIPALI puntati nel baricentro avrò i tre ASSI CENTRALI di INERZIA, e i corrispondenti MOMENTI CENTRALI DI INERZIA DEL CORPO.

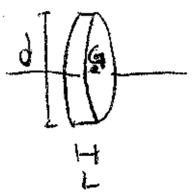
L'ASSE di SIMMETRIA di UN CORPO è l'asse rispetto al quale se il corpo viene tagliato in due risulta identico.



$$I_z = \boxed{\frac{m\, d^2}{8}}$$

$$I_x = I_y = \boxed{\frac{m}{4}\left(\frac{d^2}{4} + \frac{L^2}{3}\right)}$$

Se il mio è un DISCO con $L \ll d$



$$\boxed{I_x = I_y = \frac{m d^2}{16}}$$

Se il mio è un "GRISSINO" $d \ll L$

$$\boxed{I_x = I_y = \frac{m L^2}{12}}$$

Questa espressione vale per qualsiasi asta di qualsiasi sezione.

MOMENTO DI INERZIA RISPETTO A UN ASSE x' PARALLELO ALL'ASSE x

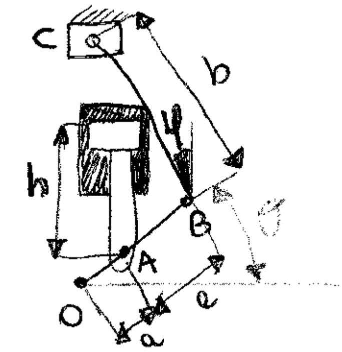
$$\boxed{I_{x'} = I_x + m a^2}$$

↳ distanza tra i due assi

43

ESERCITAZIONE 20/03/2012

PROBLEMA 09



FORZA NOTA CHE SI SCARICA SUL PUNTO O.

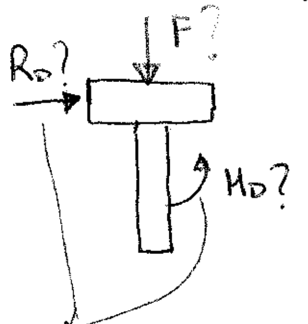
$P = 30$ KN

$e = 300$ mm

$b = 800$ mm

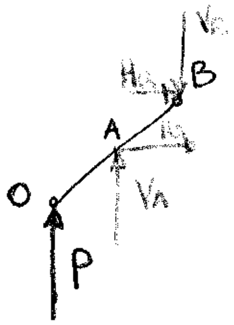
$h = 600$ mm

$\vartheta = 30°$



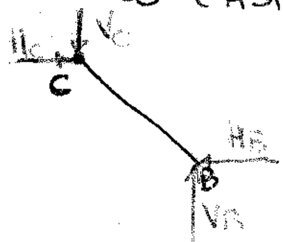
HO REAZIONI VINCOLARI DOVE È IMPEDITO IL MOVIMENTO

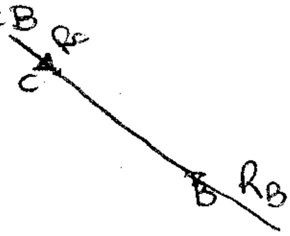
PARTIAMO DAL DIAGRAMMA DI CORPO LIBERO DELL'ASTA $\overline{OB}$.



HO TROPPE INCOGNITE RISPETTO ALLE EQUAZIONI.

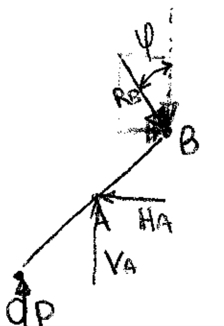
ANALIZZO L'ASTA CB





} UNICO MODO POSSIBILE PER AVERE MOMENTO NULLO IN UN'ASTA CHE NON HA FORZE ESTERNE!!

QUINDI CORREGGO IL DISEGNO



$$\overline{CB} \operatorname{sen} \varphi = \overline{AB} \cos \vartheta$$

$$\operatorname{sen} \varphi = \frac{\overline{AB}}{\overline{CB}} \cos \vartheta$$

$$\varphi = \operatorname{arcosen}\left(\frac{\overline{AB}}{\overline{CB}} \cos\theta\right) = 18{,}95°$$

$$\begin{cases} \uparrow \quad P + V_A = R_B \cos \varphi \\ \rightarrow \quad H_A = R_B \operatorname{sen} \varphi \\ \overset{\curvearrowleft}{A} \quad P a \cos\theta + \boxed{R_B \cos\varphi} a \cos\theta + \boxed{R_B \operatorname{sen}\varphi} a \operatorname{sen}\theta = 0 \end{cases}$$

componente di R_B orizzontale

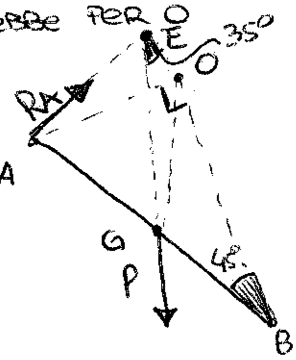
componente di R_B verticale

$$\Rightarrow R_B = \frac{-P a \cos\theta}{a \operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen}\theta + a \operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen}\theta} = -26471 \text{ N}$$

$f_a = \operatorname{tg}\alpha$ ← ANGOLO DI ATTRITO.

↑ COEFFICIENTE di ADERENZA (ATTRITO STATICO)

SE NON AVESSI ADERENZA $\alpha = 0$ ⇒ R_A PASSEREBBE PER O



$\hat{GBE}$

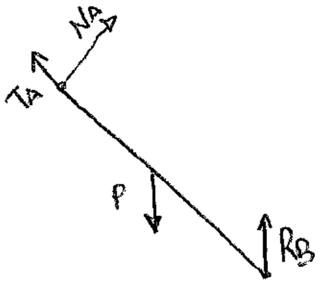
$$\frac{\overline{BE}}{\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}+\beta\right)} = \frac{\overline{GB}}{\operatorname{sen}}$$

$$\overline{BE} = \frac{R\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\operatorname{sen} 100}{\operatorname{sen} 35} = 1{,}2141\, R$$

$$\overline{GB} = \frac{R\sqrt{2}}{2}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\overline{EO}}{\overline{AO}} = \frac{\overline{EB}-\overline{BO}}{\overline{AO}} = \frac{1{,}2141\cancel{R} - \cancel{R}}{\cancel{R}} = 0{,}2141$$

$$f_e \geq 0{,}2141$$

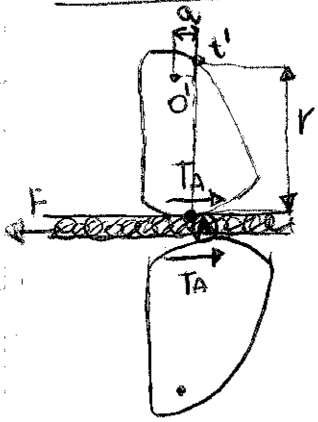


$$\begin{cases} \uparrow \\ \rightarrow \\ \circlearrowleft \end{cases}$$

$T_A = f_e N_A$

METODO DIVERSO CON MOLTI PIÙ CALCOLI

PROBLEMA 11 ⇒ SUL LIBRO CI SONO ERRORI



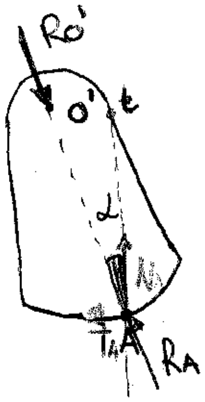
$F = 2T_A$ condizione limite di aderenza

$F \leq 2T_A$

$a = 15\text{ mm}$

$r = 72\text{ mm}$

$F = 600\text{ N}$



AVRÒ DELLE REAZIONI in O' e in A : $R_{O'}, R_A$

In condizioni limite $\frac{F}{2} = T_A$

$$N_A a = T_A r \Rightarrow T_A = N_A \frac{a}{r}$$

LEZIONE 21-03-2012

DINAMICA DEI CORPI LIBERI: QUANTITÀ DI MOTO E MOMENTO DELLA QUANTITÀ DI MOTO

QUANTITÀ di MOTO DI UN CORPO PUNTIFORME DI MASSA m E VELOCITÀ $\overline{V}$

$m \;\; \overline{v}$

$$\boxed{\overline{Q} = m\overline{V}}$$

SE HO UN CORPO NON PUNTIFORME POSSO SCOMPORLO IN TANTI PUNTI E SOMMARE LE QUANTITÀ di MOTO, ESSO SARÀ UGUALE ALLA MASSA TOTALE DEL CORPO PER LA VELOCITÀ DEL BARICENTRO

$G \;\; \overline{v}$

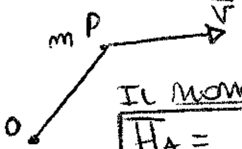
$$\boxed{\overline{Q} = \sum_{i=1}^{n} m_i \overline{V_i} = m_{TOT} \overline{V_G}}$$

QUANTITÀ DI MOTO TOTALE DI UN CORPO RIGIDO

RISPETTO AL PUNTO O

CHIAMO IL MOMENTO DELLA QUANTITÀ DI MOTO: $\boxed{\overline{H_O} = \overline{OP} \wedge \overline{Q} = \overline{OP} \wedge m\overline{V}}$

ESSO È ANCHE CHIAMATO MOMENTO ANGOLARE

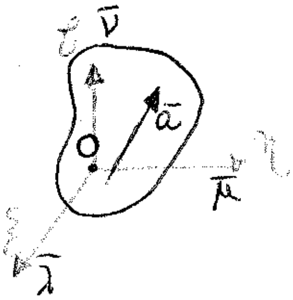


IL MOMENTO RISULTANTE DELLA QUANTITÀ di MOTO RISPETTO AL PUNTO A

$$\boxed{\overline{H_A} = \sum_{h=1}^{m} \overline{AP_h} \wedge m_h \overline{V_h}}$$

SE HO UN CORPO RIGIDO E CONSIDERO UN PUNTO FISSO DI ESSO O IL SUO BARICENTRO G, TROVIAMO RISPETTO AD ESSO GLI ASSI PRINCIPALI DI INERZIA $\xi \; \eta \; \zeta$.

$\overline{\lambda} \; \overline{\mu} \; \overline{\nu}^{(NI)}$ SONO I TRE VERSORI CHE INDIVIDUANO GLI ASSI.



IL CORPO RUOTANDO NELLO SPAZIO AVRÀ IN UN CERTO ISTANTE UNA SUA VELOCITÀ ANGOLARE $\overline{\omega}$ CHE HA 3 COMPONENTI p, q, r. ESSE SONO le proiezioni della velocità $\overline{\omega}$ sugli assi.

$$\boxed{\begin{aligned} p &= \overline{\omega} \cdot \overline{\lambda} \\ q &= \overline{\omega} \cdot \overline{\mu} \\ r &= \overline{\omega} \cdot \overline{\nu} \end{aligned}}$$

IN QUESTO CASO IL MOMENTO RISULTANTE VALE $\boxed{\overline{H_O} = I_\xi \, p \overline{\lambda} + I_\eta \, q \overline{\mu} + I_\zeta \, r \overline{\nu}}$

dove I_ξ, I_η, I_ζ SONO I MOMENTI PRINCIPALI DI INERZIA RISPETTO $\xi \, \eta \, \zeta$

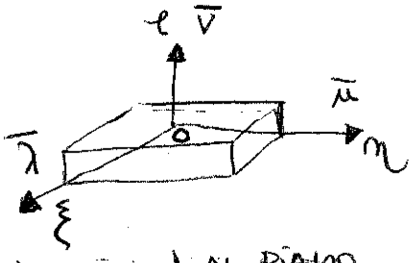
Se il moto è un moto piano, cioè posso individuare un piano in cui $\overline{\omega}$ è sempre $\perp$ ad esso anche se varia in modulo.

Posso scrivere che

$$\begin{cases} p = 0 \\ q = 0 \\ r = \omega \end{cases}$$

$$\boxed{\overline{H_O} = I \, r \overline{\nu} = I \omega \overline{\nu}}$$

$$\boxed{\overline{H_O} = I_O \omega \overline{K}}$$



(MOMENTO DI INERZIA RISPETTO A UN ASSE PASSANTE PER O e // A Z)

$\overline{K}$ è IL VERSORE DELL'ASSE Z $\perp$ AL PIANO

Questa formula è quella più generica che useremo.

Se il punto rispetto a cui voglio calcolare il momento non è né fisso né il baricentro. Se $O \neq O'$

$$\boxed{\overline{H_{O'}} = \overline{H_O} + \overline{Q} \wedge \overline{OO'}}$$

Se il momento risultante non è uguale a zero il momento risultante

$$\underbrace{\sum \overline{OP_i} \wedge \overline{F_i} + \left(\sum C_j\right) = \frac{d\overline{H_0}}{dt}}\ + \cancel{\overline{V_0} \wedge \overline{Q}}$$

} CONDIZIONE DI EQUILIBRIO DINAMICO DI MOMENTO RISPETTO AL PUNTO O

QUESTO TERMINE È NULLO SE CALCOLO IL TUTTO RISPETTO A UN PUNTO O FISSO O COINCIDENTE CON IL BARICENTRO. $\left(\frac{d\overline{H_0}}{dt}\right.$ o $\left.\frac{d\overline{H_G}}{dt}\right)$

TERMINE NULLO SE PARLO DI CORPO PUNTIFORME

SOMMA DELLE COPPIE ESTERNE APPLICATE

Quindi se ho un sistema PIANO

$$\boxed{\overline{H_0} = I_0 \omega \overline{k}}$$

Per un corpo rigido che si muove di moto piano

$$\boxed{\sum \overline{OP_i} \wedge \overline{F_i} + \sum C_j = I_0 \dot{\omega} \overline{k}}$$

$-\frac{d\overline{H_0}}{dt}$ o $-\frac{d\overline{H_G}}{dt}$ li DEFINISCO COME MOMENTI RISULTANTI DELLE FORZE DI INERZIA

Ricavo che $\sum \overline{OP_i} \wedge \overline{F_i} + \sum \overline{C_j} \underbrace{- I_0 \dot{\omega} \overline{k}} = 0$

MOMENTO RISULTANTE DELLE COPPIE DI INERZIA NEL PUNTO O $= \overline{M_0}'$

A VOLTE È DETTO COPPIA DI INERZIA $\overline{M_0}' = -\frac{d\overline{H_0}}{dt}$

$\Downarrow$

$$\boxed{\sum \overline{OP_i} \wedge F_i + \sum C_j + \overline{M_0}' = 0}$$

SE $F' = 0$

Attenzione che nelle forze F_i compaiono anche le forze di reazione vincolare

Anche per l'eq. di momento POSSIAMO INTEGRARE nel TEMPO dt, E OTTENGO LA VARIAZIONE DEL MOMENTO RISULTANTE DELLA QUANTITÀ di MOTO RISPETTO AL PUNTO O.

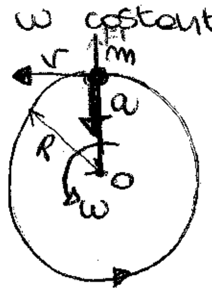
$$(*)\ \boxed{\Delta \overline{H_0} = \int_0^{dt} \left[\sum \overline{OP_i} \wedge \overline{F_i} + \sum C_j\right] dt}$$

IMPULSO DEL MOMENTO DELLE FORZE E COPPIE ESTERNE AGENTI SUL CORPO RIGIDO

(*) = VARIAZIONE DEL MOMENTO DELLA QUANTITÀ DI MOTO NEL TEMPO Δt AL PUNTO O.

- CONSIDERAZIONI SULLE FORZE di INERZIA

Se ho una massa vincolata a un asta fissa che ruota alla velocità ω costante. La massa subirà un'accelerazione centripeta pari a

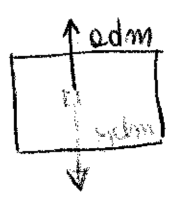


$\boxed{a = R\omega^2}$ ECCO CHE LA MASSA SUBIRÀ UNA FORZA DI INERZIA CENTRIFUGA DIRETTA VERSO L'ESTERNO

$$\boxed{F' = -m a = -R\omega^2 m}$$

A causa del quadrato di ω^2 possono variare velocemente le velocità centrifughe.

Se ho un corpo fermo a una certa altezza e lo faccio cadere ogni massa infinitesima all'interno del corpo è sottoposto a una forza peso infinitesima che genera una forza di inerzia opposta.

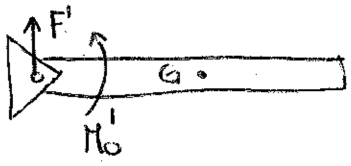


$\boxed{a = g}$

PER UN CORPO IN CADUTA LIBERA IN OGNI SINGOLA MASSA INFINITESIMA dm LA FORZA PESO INFINITESIMA $\overline{g}\,dm$ È EQUILIBRATA DALLA FORZA DI INERZIA INFINITESIMA $-\overline{a}\,dm$ E NON SI HA TRASMISSIONE DI FORZA FRA LE PARTICELLE INFINITESIME CHE COSTITUISCONO IL CORPO RIGIDO (SENSAZIONE DI ASSENZA DI PESO)

* È IL MOMENTO DI INERZIA BARICENTRICO DEL CORPO.

POTREI ANCHE PENSARE F' COME UNA FORZA APPLICATA IN O E UN MOMENTO M'



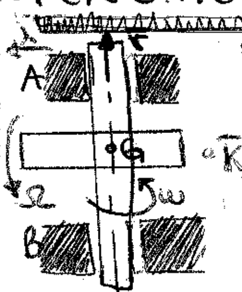
$$M_O' = F'\frac{2}{3}L = m\,a_G\,\frac{2}{3}L = m\ddot{\omega}\frac{L}{\cancel{2}}\frac{\cancel{2}}{3}L = \ddot{\omega}\,m\frac{L^2}{3}$$

$$M_O' = I_O\,\ddot{\omega}$$

(*) Questo è il momento di inerzia dell'asta rispetto al punto O

QUESTA OPERAZIONE È CHIAMATA RIDUZIONE DELLE FORZE DI INERZIA AL BARICENTRO O AL PUNTO O.

• FENOMENI GIROSCOPICI



SUPPONIAMO DI AVERE UN CORPO CHE RUOTA CON UNA $\overline{\omega}$ ELEVATA ATTORNO AL PROPRIO ASSE, I CUI SUPPORTI NON SONO FISSI MA SONO POSTI IN UN SECONDO CORPO CHE RUOTA A VELOCITÀ ANGOLARE $\overline{\Omega}$ ATTORNO A UN ASSE ⊥ A QUELLO DI $\overline{\omega}$.
NELLA FIGURA IL MIO DISCO RUOTA ATTORNO A $\overline{\nu}$ CHE VIENE DETTO ASSE DI ROTAZIONE PROPRIA.

$$\boxed{\overline{\omega} = \omega\overline{\nu} + \Omega\overline{K}}$$

$\overline{K}$ è il versore ⊥ a $\overline{\nu}$ che indica la rotazione di $\overline{\Omega}$ e in questo caso è uscente dal foglio!!

$$\boxed{\overline{H}_G = \Omega\,J\,\overline{K} + \omega\,I_G\overline{\nu}} \quad (\text{M1})$$

J → MOMENTO DI INERZIA DIAMETRALE DEL DISCO

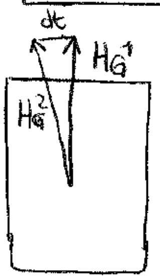
I_G → MOMENTO DI INERZIA POLARE

$\overline{H}_G$ → IL MOMENTO RISULTANTE DELLA QUANTITÀ DI MOTO RISPETTO A G

Se ho un organo rotante montato su un veicolo che ruota in genere $\omega \gg \Omega$ (ω = VELOCITÀ ELICA Ω = VELOCITÀ AEREO)

Ecco che quindi l'unico termine rilevante è il secondo!

$$\boxed{H_G \simeq \omega I \overline{\nu}}$$



I SUPPORTI A e B SONO FISSATI SU UN UNICO CORPO C CHE RUOTA A VELOCITÀ COSTANTE $\overline{\Omega}$.
POICHÉ IL CORPO C RUOTA ATTORNO ALL'ASSE K VARIA LA DIREZIONE DI H_G, E IL dH_G (DIFFERENZA FRA DUE SUCCESSIVE POSIZIONI H_G SEPARATE DA UN INTERVALLO DI TEMPO dt) È PERPENDICOLARE AD H_G.

Quindi si sviluppa una COPPIA DI INERZIA. (POICHÉ VARIA NEL TEMPO IL MOMENTO RISULTANTE DELLA QUANTITÀ DI MOTO)

$$\boxed{\frac{d\overline{H}_G}{dt} = \overline{\omega}\wedge\overline{H}_G = (\omega\overline{\nu} + \Omega\overline{K})\wedge\overline{H}_G = \cancel{(\omega\overline{\nu}\wedge\omega I_G\overline{\nu})} + (\Omega\overline{K}\wedge\omega I_G\overline{\nu})}$$

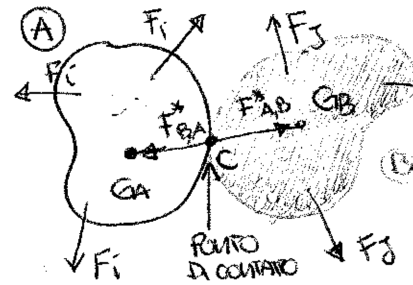
=0 (VETTORIALE DI VETTORI //)

$$\boxed{\frac{d\overline{H}_G}{dt} = \Omega\,I_G\,\omega\,\overline{\lambda}}$$ POICHÉ $(\overline{K}\wedge\overline{\nu}) = \overline{\lambda}$

I_G → RISPETTO AL BARICENTRO DEL CORPO

$$\boxed{\overrightarrow{M_G'} = -\frac{d\overline{H}_G}{dt} = -I\omega\Omega\,\overline{\lambda}}$$

$$\boxed{M_G' = I_G\,\omega\,\Omega} \Leftarrow \text{(MODULO DELLA COPPIA GIROSCOPICA)}$$



URTO FRA CORPI LIBERI

Sui due corpi agiscono due forze di contatto e altre forze esterne.

F^*_{BA} = FORZA D'URTO CHE B ESERCITA SU A

Per le equazioni scritte prima
$$\boxed{\begin{aligned} &(A)\ \sum \overline{F_i} + \overline{F^*_{B,A}} = \frac{d\overline{Q_A}}{dt} \\ &(B)\ \sum \overline{F_J} + \overline{F^*_{A,B}} = \frac{d\overline{Q_B}}{dt} \end{aligned}}$$

IN TEMPI PICCOLISSIMI QUESTE SOMME SONO TRASCURABILI RISPETTO ALLE FORZE D'URTO E ALLE FORZE D'INERZIA

⇒ RICAVO LE 2 EQ. DI EQUILIBRIO DINAMICO
$$\begin{cases} (A)\ F^*_{B,A} = \dfrac{d\overline{Q_A}}{dt} = m_A \dfrac{d\overline{V_{GA}}}{dt} \\ (B)\ F^*_{A,B} = \dfrac{d\overline{Q_B}}{dt} = m_B \dfrac{d\overline{V_{GB}}}{dt} \end{cases}$$

SE LE SOMMO OTTENGO CHE (A)+(B) ⇒ $\boxed{0 = \dfrac{d(Q_A + Q_B)}{dt}}$ (POICHÉ $\overline{F^*_{B,A}} = -\overline{F^*_{A,B}}$ IN OGNI ISTANTE)

QUESTO SIGNIFICA CHE $\boxed{Q_A + Q_B = \text{COSTANTE}}$ → (LA DERIVATA di UNA COSTANTE = 0)

$$m_A \overline{V_{GA}} + m_B \overline{V_{GB}} = \text{COSTANTE}$$

$$\Rightarrow \boxed{m_A \overline{V_{GA}}^+ + m_B \overline{V_{GB}}^+ = m_A \overline{V_{GA}}^- + m_B \overline{V_{GB}}^-} \Leftrightarrow$$ (LA QUANTITÀ DI MOTO TOTALE RIMANE COSTANTE NEL TEMPO)

IL VALORE MEDIO DELLA FORZA SCAMBIATA DURANTE L'URTO SARÀ

$$\boxed{\left(F^*_{B,A}\right)_m = \frac{|Q_A^+ - Q_A^-|}{t_{URTO}} = \frac{|Q_B^+ - Q_B^-|}{t_\mu} = \frac{m_A |\overline{V_{GA}}^+ - \overline{V_{GA}}^-|}{t_\mu} = \frac{m_B |\overline{V_{GB}}^+ - \overline{V_{GB}}^-|}{t_\mu}}$$

m = media; t_μ = DURATA DELL'URTO

ORA CONSIDERO IL PUNTO O QUALSIASI E SCRIVO LE EQ. DI EQUILIBRIO DI MOMENTO DI A e B RISPETTO A O

$$\boxed{\begin{aligned} &(A)\ \cancel{\sum \overline{OP_i} \wedge \overline{F_i}} + \cancel{\sum \overline{C_i}} + \overline{OC} \wedge \overline{F^*_{BA}} = \frac{d H_{AO}}{dt} + \cancel{V_O \wedge Q_A} \\ &(B)\ \cancel{\sum \overline{OP_J} \wedge \overline{F_J}} + \cancel{\sum C_J} + \overline{OC} \wedge \overline{F^*_{A,B}} = \frac{d H_{BO}}{dt} + \cancel{\overline{V_O} \wedge \overline{Q_B}} \end{aligned}}$$

FORZA D'URTO; MOMENTI DELLA QUANTITÀ di MOTO; QUANTITÀ DI MOTO di A e B; VELOCITÀ DEL PUNTO O

TRASCURO LE FORZE E LE COPPIE ESTERNE AGENTI SUI CORPI

= 0 → (XCHÉ SONO QUANTITÀ FINITE E TRASCURABILI QUANDO INTEGRATE PER UN t_μ PICCOLO)

SOMMANDO (A) e (B) OTTENGO $\boxed{0 = \dfrac{d(H_{AO} + H_{BO})}{dt}}$

QUESTO SIGNIFICA CHE $\boxed{H_{AO} + H_{BO} = \text{COSTANTE}}$

CIOÈ CHE IN UN URTO FRA CORPI LIBERI SI CONSERVA IL MOMENTO RISULTANTE DELLA QUANTITÀ DI MOTO! ⇒ $\boxed{(\overline{H_A}^+)_O + (\overline{H_B}^+)_O = (\overline{H_A}^-)_O + (\overline{H_B}^-)_O}$

URTO CENTRALE FRA CORPI LIBERI

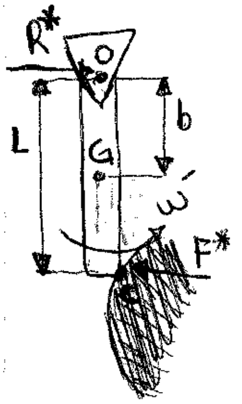
CONSIDERIAMO UN URTO CENTRALE DIRETTO FRA DUE CORPI LIBERI DI MASSA m_A e m_B. PER L'INSIEME dei DUE CORPI PUÒ ESSERE SCRITTA L'EQUAZIONE DELLA CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO.

Sapendo che $V_P^+ = V_G^+ + \omega^+ a$ ④

$\begin{cases} ① \\ ② \\ ③ \\ ④ \end{cases}$ ⇒ RICAVO DALLE 4 EQ LE 4 INCOGNITE $\begin{cases} V_P^+ = V_G^+ + \omega^+ a \\ \omega^+ = \dfrac{ma}{I_G} V_0 \dfrac{1+e}{1+\frac{m}{M}\left(1+\frac{Ma^2}{I_G}\right)} \\ V^+ = -V_0 \left[\dfrac{e - \frac{m}{M}\left(1+\frac{Ma^2}{I_G}\right)}{1+\frac{m}{M}\left(1+\frac{Ma^2}{I_G}\right)}\right] \end{cases}$

$$V_G^+ = \frac{m}{M} V_0 \frac{1+e}{1+\frac{m}{M}\left(1+\frac{Ma^2}{I_G}\right)}$$

*URTO FRA CORPI VINCOLATI



ω^+ dopo l'urto diventa 0 (SUPPONGO DI AVERE URTO ANELASTICO ↳ $e=0$)

$\omega^+ = 0$ (VELOCITÀ DOPO L'URTO)

↳ NEL VINCOLO SI SVILUPPA UNA REAZIONE VINCOLARE CHE È DELLO STESSO ORDINE DI GRANDEZZA DELLE FORZE D'URTO

t_μ = TEMPO URTO

$$\boxed{\int_0^{t_\mu} (R^* - F^*)\,dt = 0 - m V_G^- = -m\omega^- b}$$

(QUANTITÀ DI MOTO FINALE ALLA FINE SONO FERMO $V_G = 0$)

F^* = FORZA NEL PUNTO "C"

R^* = REAZIONE VINCOLARE IN "O"

NELL'EQ. DI EQUILIBRIO DI MOMENTO RISPETTO AL PUNTO O ANCHE R DÀ MOMENTO

SCRIVO UN'EQUAZIONE DI EQUILIBRIO DI MOMENTO

$$O\circlearrowleft \quad \boxed{\int_0^{t_\mu} -F^* L\,dt = 0 - I_O\omega} \Rightarrow \boxed{F^* t_\mu L = I_O \omega}$$

0: MOMENTO QUANTITÀ DI MOTO FINALE

XCHÉ SCRIVO L'EQ. DI MOMENTO RISPETTO A O.

$$\boxed{F^* = \frac{I_O\omega}{t_\mu L}}$$

DALLA 1° EQ. RICAVO CHE $\boxed{R^* - F^* = -\dfrac{m\omega b}{t_\mu}}$

$$\boxed{R^* = \frac{I_O}{L}\frac{\omega}{t_\mu} - \frac{mb\omega}{t_\mu} = \frac{\omega}{t_\mu}\left(\frac{I_O}{L} - mb\right)}$$

Questo significa che $\overline{R^*}$ medio è inversamente proporzionale alla durata dell'urto ed è dello stesso ordine di grandezza di $\overline{F^*}$ ⇒ non posso trascurarla!

Se organizziamo il tutto in modo che $\boxed{\dfrac{I_O}{L} - mb = 0}$ ho reazione vincolare nulla.

$$\boxed{L = \frac{I_O}{mb}} \Leftrightarrow \boxed{R^* = 0}$$

$\boxed{I_O = I_G + mb^2}$ e $\boxed{I_G = m\rho_G^2}$ ← RAGGIO DI INERZIA BARICENTRICO

(RIDUZIONE DI FENOMENI DI FATICA E USURA DEL VINCOLO)

$$\boxed{L = \frac{I_G + mb^2}{mb} = \frac{I_G}{mb} + b = \frac{\rho_G^2}{b} + b}$$

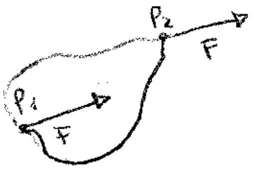
IL PUNTO DEFINITO DALLA DISTANZA L VIENE DETTO CENTRO DI PERCOSSA.

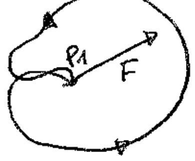
IL CENTRO DI PERCOSSA SI TROVA SOTTO IL BARICENTRO DI $\dfrac{\rho_G^2}{b}$

SE IL PUNTO C IN CUI AVVIENE L'URTO È IL CENTRO DI PERCOSSA, LA REA. VINCOLARE R^* NELLA CERNIERA O È NULLA POICHÉ SE IL CORPO FOSSE LIBERO DI MUOVERSI IL PUNTO O SAREBBE COMUNQUE IL CENTRO DI ISTANTANEA ROTAZIONE E NON SI DOVREBBE APPLICARE ALCUNA FORZA PER IMPEDIRE IL MOVIMENTO DI O.

Nei bilanci di ENERGIA ANCHE COPPIE E FORZE INTERNE POSSONO COMPIERE LAVORO!!

Se considero F APPLICATA in P_1. DOPO UN PO' P_1 SI È SPOSTATO IN P_2. ESISTONO FORZE PER CUI SE MI MUOVO DA P_1 A P_2 CON PERCORSI DIVERSI IL LAVORO COMPLESSIVO NON DIPENDE DAL PERCORSO. SE UNA FORZA SODDISFA QSTE CONDIZIONI PARLERÒ DI FORZE CONSERVATIVE.





• QUESTO CI PORTA A PENSARE CHE PER FORZE CONSERVATIVE IL LAVORO LUNGO UNO SPOSTAMENTO SU UNA LINEA CHIUSA È NULLO.

ECCO CHE CHIAMIAMO DIFFERENZA DI ENERGIA POTENZIALE IL LAVORO COMPIUTO PER PORTARE IL PUNTO DI APPLICAZIONE DA 1 A 2.

ENERGIA POTENZIALE

$$L_{1,2} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{s} = U_1 - U_2 = -(U_2 - U_1) = -\Delta U$$

ENERGIA POTENZIALE DIPENDE DALLA POSIZIONE

$\Delta U = U_2 - U_1$

VARIAZIONE DI ENERGIA POTENZIALE NON DIPENDE DAL PERCORSO!

Ho 2 FORZE CONSERVATIVE
- FORZA PESO
- FORZE DI REAZIONE ELASTICA

PER QUESTE DUE FORZE L'ENERGIA POTENZIALE RAPPRESENTA LA CAPACITÀ DI QUESTE FORZE DI COMPIERE LAVORO.

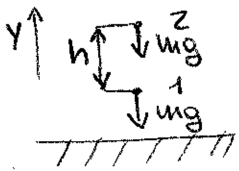
LE FORZE DI ATTRITO NON SONO CONSERVATIVE XCHÉ SONO DI TIPO DISSIPATIVO E SI OPPONGONO AL MOTO.

ANCHE LE COPPIE SVILUPPATE DAI MOTORI SONO DI TIPO NON CONSERVATIVO.

• SE HO IN UN PUNTO P UNA MASSA m SE LA SOLLEVO VERTICALMENTE DI h QUESTA FORZA COMPIE LAVORO NEGATIVO.

$$\boxed{L_{1,2} = -mgh = -\Delta U}$$

$$\Delta U = mgh$$

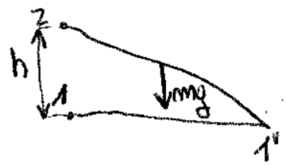


Ho fatto acquistare energia potenziale.

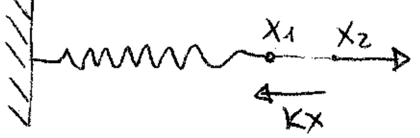
Posso ottenere lo stesso risultato andando da 1 a 1' a 2 lungo un piano inclinato.

$1 \to 1'$ mi muovo in direzione orizzontale $L=0$

$1' \to 2$ $\quad L_{1'2} = mg \sin\alpha \cdot \frac{h}{\sin\alpha} = -mgh$



• Immagino di avere una molla di lunghezza l se la tiro nasce una forza di richiamo elastico



$$L_{1,2} = -\int_{x_1}^{x_2} Kx\,dx$$

$$L_{1,2} = -K\left(\frac{x_2^2}{2} - \frac{x_1^2}{2}\right) = -\Delta U$$

$$\boxed{\Delta U = K\frac{x_2^2}{2} + K\frac{x_1^2}{2} = U_2 - U_1} \Rightarrow U = \frac{Kx^2}{2}$$

NOW

$$\boxed{E = \frac{1}{2} m \overline{OG}^2 \omega^2 + \frac{1}{2} I_G \omega^2}$$

$$\boxed{E = \frac{1}{2}\left(\underbrace{m\overline{OG}^2 + I_G}\right)\omega^2 = \frac{1}{2} I_O \omega^2}$$

I_O = MOMENTO DI INERZIA RISPETTO A UN ASSE NORMALE PASSANTE PER O

$$\boxed{(L_{1,2})_{TOT} = 0}$$ ⇐ LA SOMMA DI TUTTE I LAVORI DI TUTTE LE FORZE NEI CORPI RIGIDI DEVE ESSERE NULLO

SE DIVIDO L_{TOT} IN DUE PARTI POSSO DIRE CHE

$$L_{1,2} + L'_{1,2} = 0$$

$L'_{1,2}$ → FORZE DI INERZIA

$$L'_{1,2} = -\Delta E \Rightarrow \boxed{L_{1,2} = \Delta E}$$

POSSO ANCHE DIVIDERE LE FORZE IN CONSERVATIVE E NON:

$$(L_{1,2})_C + (L_{1,2})_{NC} = \Delta E \Rightarrow \boxed{(L_{1,2})_{NC} = \Delta U + \Delta E}$$

$$(L_{1,2})_C = -\Delta U$$

IL LAVORO COMPIUTO DA TUTTE LE FORZE E LE COPPIE AGENTI SUL SISTEMA, AD ECCEZIONE DELLE FORZE DI INERZIA, È PARI ALL'OPPOSTO DELLA VARIAZIONE DELLA ENERGIA CINETICA !!

Se $\underline{(L_{1,2})_{NC} = 0} \Rightarrow \Delta U + \Delta E = 0$

IN UN SISTEMA SOTTOPOSTO <u>SOLO</u> A FORZE CONSERVATIVE VALE → $\boxed{U + E = \text{costante}}$

Questo vale se posso considerare nulli i contributi delle forze non conservative.

• OSSERVAZIONI SULLE UNITÀ DI MISURA

SI

$$L = F \cdot s = [Nm] = [J]$$

ANCHE IL MOMENTO LO MISURO IN $[N \cdot m]$ MA NON SONO GLI STESSI $[N \cdot m]$ DEI JOULE

$$M_O = F \cdot \overline{OP} = [N \cdot m] \perp$$ METRO MISURATO NELLA DIREZIONE PERPENDICOLARE ALLA FORZA

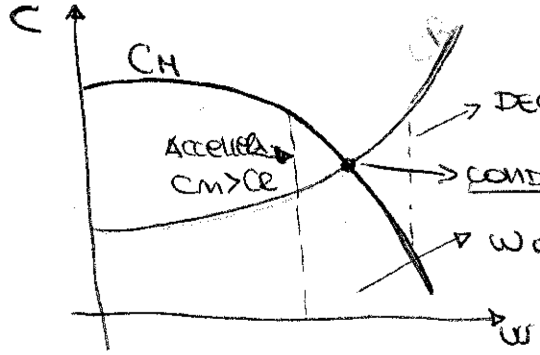
$$s = \overline{OP} \cdot \theta$$

$$L = F \cdot s = [N \cdot m] \parallel$$ METRO MISURATO NELLA DIREZIONE PARALLELA ALLA FORZA

$$[\vartheta] = rad = \frac{m\parallel}{m\perp}$$

$$L = \overline{F} \cdot \overline{OP} \cdot \vartheta = N \, \cancel{m\perp} \frac{m\parallel}{\cancel{m\perp}} = N m\parallel$$

SE COLLEGO IL MOTORE DIRETTAMENTE ALL'UTILIZZATORE
L'UTILIZZATORE IN GENERE SVILUPPANO DELLE COPPIE MECCANICHE
DISSIPATIVE CHE AUMENTANO CON LA VELOCITÀ ANGOLARE



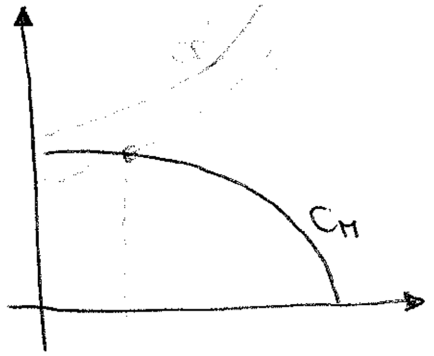
→ DECELERA $C_R > C_M$

→ CONDIZIONE DI FUNZIONAMENTO DI REGIME

→ ω AUMENTA

$$\boxed{W_M + W_R = 0}$$

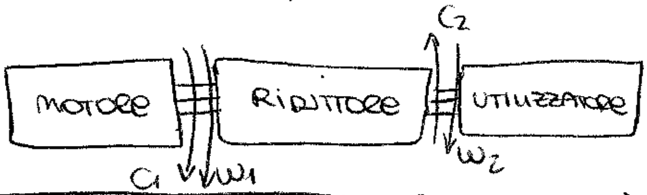
PUÒ CAPITARE ANCHE CHE NON HO UN PUNTO DI INCROCIO O SE LO FA A ω BASSE NON SFRUTTO TUTTA LA POTENZA DEL MOTORE



SE IL MOTORE RUOTA PIÙ LENTAMENTE DELL'UTILIZZ.
USO UN DISPOSITIVO MENO DIFFUSO: IL MOLTIPLICATORE

$\tau > 1$

ECCO CHE HO BISOGNO DI UN "RIDUTTORE" PER RIDURRE ω DEL MOTORE PER POTER USARE UN UTILIZZATORE CHE RUOTA A DIVERSA VELOCITÀ ANGOLARE!



IL RIDUTTORE DETERMINA UN RAPPORTO (≈) COSTANTE TRA LE VELOCITÀ DI INGRESSO E DI USCITA!

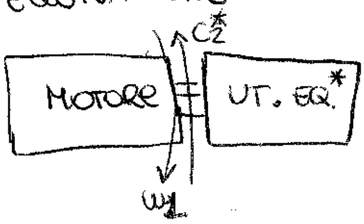
ALBERO PIÙ LENTO ⟺ SOTTOPOSTO A COPPIA MAGGIORE
ALBERO PIÙ VELOCE ⟺ SOTTOPOSTO A COPPIA MINORE

$$\boxed{W = C_1 \omega_1 = C_2 \omega_2} \quad \text{(in moduli)}$$

τ = RAPPORTO DI TRASMISSIONE $= \boxed{\dfrac{\omega_2}{\omega_1} = \dfrac{C_1}{C_2}}$ $\Rightarrow \begin{cases} C_2 = C_1/\tau \\ C_1 = C_2 \tau \end{cases}$

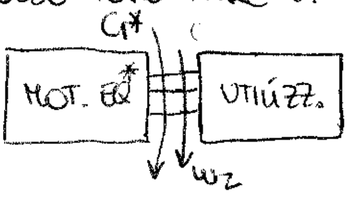
$$\boxed{\tau < 1}$$

POSSO VEDERE RIDUTTORE + UTILIZZATORE COME UN UTILIZZATORE EQUIVALENTE



$\boxed{C_2^* = C_2 \tau}$ = COPPIA DELL'UTILIZZATORE RIDOTTA ALL'ASSE DEL MOTORE.

POSSO PERÒ FARE LA RAPPRESENTAZIONE EQUIVALENTE AL CONTRARIO



$$\boxed{C_1^* = \frac{C_1}{\tau}}$$

C_1^* = COPPIA DEL MOTORE RIDOTTA ALL'ASSE DELL'UTILIZZATORE

ESERCITAZIONE 28 - 03 - 2012

PROBLEMA 13

$m = 360$ t

$L = 60\%$ P

$v = 200$ Km/h

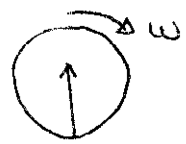
$n = 16$ (RUOTE)

$d = 1{,}194$ m

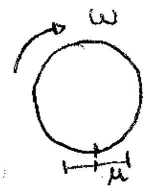
f_v COEFF. ATTRITO VOLVENTE

$f_v = 0{,}01 + 1{,}5 \cdot 10^{-6} \omega^2$ $\omega \left[\frac{RAD}{S}\right]$ →

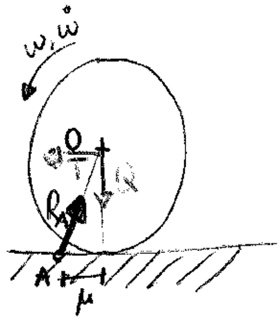
ATTRITO NON VOLVENTE



ATTRITO VOLVENTE



$T = ?$ $v = 0$ Km/h
$v = 200$ Km/h



$$\frac{T}{Q} = f_v$$

se $v = 0$ Km/h

$$Q = \frac{mg}{n} = 220725\,N$$

$f_v = 0{,}01$ $(\omega = 0)$

$$T = f_v Q = 2207\,N$$

$v = 200$ Km/h $= 55{,}56$ m/s

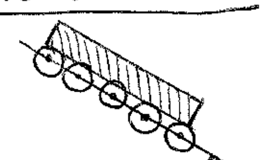
$$Q = \frac{mg}{n} - \underset{60\%\,P}{0{,}6}\frac{mg}{n} = 0{,}4\frac{mg}{n} = 88290\,N$$

$$f_v = 0{,}01 + 1{,}5 \cdot 10^{-6}\omega^2$$

$$\omega = \frac{v}{d/2} = 93{,}06\ \frac{rad}{s} \Rightarrow f_v = 0{,}02299$$

$$T = f_v Q = 2029\,N$$

PROBLEMA 14



$D = 300$ mm

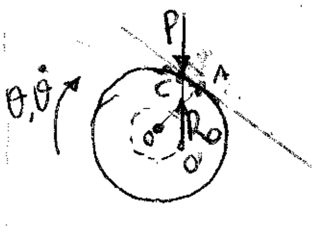
$d = 50$ mm

$f_P = 0{,}08$

$\mu = 1{,}25$ mm

Se voglio $v = \text{cost}$ quanto vale α?

ANALIZZO SOLO UN RULLO



P = FORZA PESO R_O = REAZIONE VINCOLARE

SE HO ATTRITO AL PERNO R SARÀ TANGENTE AL CERCHIO DI ATTRITO DEL PERNO

$$\rho = \frac{d}{2}\,\text{sen}\,\varphi_P = 1{,}994\ \text{mm}$$

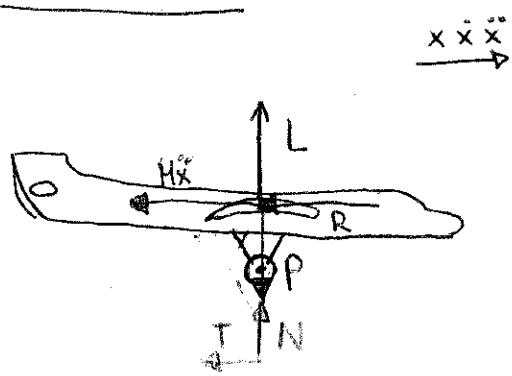
$$\varphi_P = tg^{-1} f_P = 4{,}574°$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 89 di 316

$V_s = V + V_{fn}$

$F = \frac{m_s (V + V_{fn})}{t} = 59{,}47\,N$

PROBLEMA 16



ρ

$m \quad d \quad n = 8$

R

f

f_v

$\uparrow \quad P = L + N$

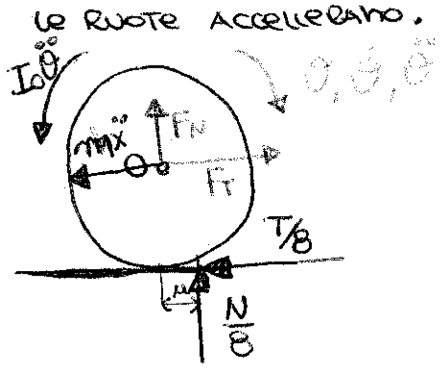
$\rightarrow \quad M\ddot{x} + T + R = 0$

$\frac{T}{N} = f$

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\frac{T+R}{M} = \frac{-fN - R}{M} = -2{,}211\ m/s^2 \\ N = P - L = 254956\,N \end{cases}$$

STA DECELERANDO

LE RUOTE ACCELERANO.



OGNI RUOTA RUOTA E TRASLA AVRÒ QUINDI UN'INERZIA LEGATA ALLA TRASLAZIONE DELL'AEREO E UN'INERZIA LEGATA ALLA ROTAZIONE

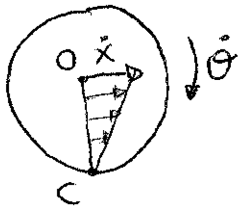
⊛

$I_O = m\rho^2$

$\frac{u}{d/2} = f_v$

$\mu = f_v \frac{d}{2} = 0{,}0225\,mm$

$O) \quad I_O\ddot{\theta} + \frac{N}{8}\mu - \frac{T}{8}\cdot\frac{d}{2} = 0 \quad \Rightarrow \ddot{\theta} = \frac{-N\omega + Td/2}{8 I_O} = 42{,}8\ rad/s^2$



$\dot{x} = \dot{\theta}\frac{d}{2}$

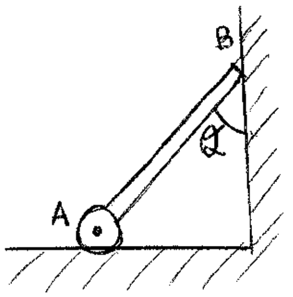
$\dot{x} = \ddot{x}t + V_0$

$\dot{\theta} = \ddot{\theta}t + 0$

$t = t^* \rightarrow$ TEMPO IN CUI FINISCE LO SLITTAMENTO

$$\begin{cases} \dot{x} = \ddot{x}t + V_0 \\ \dot{\theta} = \ddot{\theta}t^* \end{cases}$$

PROBLEMA 18



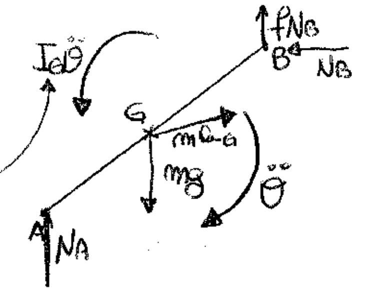
$\theta = 40°$

$f = 0{,}3$

$\overline{AB} = L = 2{,}4\,m$

I_G = MOMENTO BARICENTRICO

DIAGRAMMA CORPO LIBERO



INERZIA LEGATA ALLA ROTAZIONE

ma_G?

INERZIA LEGATA ALLA TRASLAZIONE

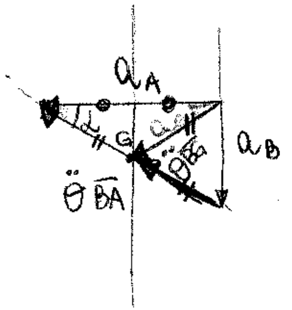
DISEGNAMO LE AZIONI INERZIALI
L'ASTA RUOTA E TRASLA

$$\overline{a_G} = \overline{a_B} + \underbrace{\ddot{\theta}\,\overline{K} \wedge \overline{BG}}_{\perp \overline{BG}} - \underbrace{\cancel{\dot{\theta}^2 \overline{BG}}}_{=0}$$

$\Rightarrow$ IL TERMINE CENTRIPETO È ZERO! PERCHÉ LA VELOCITÀ INIZIALE È NULLA

NON HO SUFFICIENTI INFORMAZIONI PER FARE IL TRIANGOLO DELLE ACCELERAZIONI

SO PERÒ CHE $\overline{a_A} = \overline{a_B} + \ddot{\theta} K \wedge \overline{BA} - \underbrace{\cancel{\dot{\theta}^2 \overline{BA}}}_{=0}$ PERCHÉ LA VELOCITÀ INIZIALE È NULLA



$$a_G = \ddot{\theta}\frac{L}{2}$$

SCRIVO LE EQ. DI EQUILIBRIO

$\uparrow\ fN_B + N_A + m a_G \operatorname{sen}\alpha - mg = 0$

$\rightarrow\ N_B = m a_G \cos\alpha = m \frac{L}{2}\ddot{\theta}\cos\alpha$

$\overset{\curvearrowleft}{A})\ N_B L\cos\alpha + fN_B L\operatorname{sen}\alpha - mg\frac{L}{2}\operatorname{sen}\alpha + m a_G \operatorname{sen}\alpha \frac{L}{2}\operatorname{sen}\alpha +$
$- m a_G \cos\alpha \frac{L}{2}\cos\alpha + I_G\ddot{\theta} = 0$

$a_G = \ddot{\theta}\frac{L}{2} \qquad I_G = \frac{mL^2}{12}$

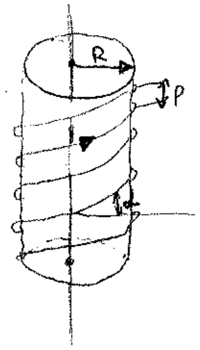
SOSTITUISCO

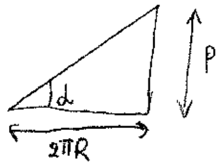
$\overset{\curvearrowleft}{A})\ \cancel{m}\frac{L^2}{\cancel{2}}\ddot{\theta}\cos^2\alpha + f\cancel{m}\frac{L^2}{\cancel{2}}\ddot{\theta}\cos\alpha\operatorname{sen}\alpha - \cancel{m}g\frac{\cancel{L}}{\cancel{2}}\operatorname{sen}\alpha + \cancel{m}\ddot{\theta}\frac{L^2}{\cancel{4}2}\operatorname{sen}^2\alpha - \cancel{m}\ddot{\theta}\frac{L^2}{\cancel{4}2}\cos^2\alpha$
$+ \cancel{m}\frac{L^2}{\cancel{12}6}\ddot{\theta} = 0$

$\ddot{\theta}\frac{L}{2}(\cos^2\alpha + \operatorname{sen}^2\alpha) + \frac{L}{6}\ddot{\theta} + f\ L\,\ddot{\theta}\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha - g\operatorname{sen}\alpha = 0$

$$\ddot{\theta} = \frac{g/2\ \operatorname{sen}\alpha}{\frac{L}{4} + \frac{L}{12} + f\frac{L}{2}\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha} = 3{,}225\ rad/s^2$$

PROBLEMA 20





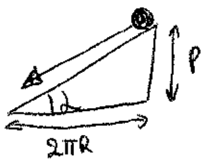
$R = 50\,mm$

$p = 28\,mm$

$\dot{z} = ?$

(dopo 10 giri)

OGNI GIRO LA MIA SFERA SCENDE LUNGO L'IPOTENUSA DI QSTO TRIANGOLO:



$tg\alpha = \dfrac{p}{2\pi R} \Rightarrow \alpha = 5{,}093°$

USO IL TEOREMA DELLA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA $\Rightarrow \Delta E_c + \Delta E_p = 0$

$E_{ci} = 0 \qquad E_{cf} = \frac{1}{2} m V_f^2$

$E_{pi} = mg\,10P \qquad E_{pf} = 0$

$\Rightarrow \frac{1}{2} m V_f^2 - mg\,10P = 0$

$V_f = \sqrt{\dfrac{2\cancel{m}g\,10P}{\cancel{m}}} = 2{,}343\,m/s$

$V_{VERTICALE} = \dot{z} = V_f \operatorname{sen}\alpha = 0{,}208\,m/s$

PROBLEMA 21

(VEDI DISEGNO SLIDE)

$a = 90\,mm$

$\Delta\alpha = 1$ GIRO

$\Delta\theta = 2°$

TUTTE LE ENERGIE SONO COSTANTI. $\Delta E_p = 0 = \Delta E_c = \Delta E_e = \mathcal{L}_{NC}$

CHI COMPIE LAVORO? LA COPPIA M $\longrightarrow \mathcal{L}_M = \bar{M}\,\partial\alpha > 0$

$\mathcal{L}_P = -P\cos\theta\; a\,\delta\theta \quad < 0$

FORZA E SPOS. SONO DISCORDI — FORZA — SPOSTAMENTO

$\Rightarrow \bar{M}\,\partial\alpha = 2P\cos\theta\; a\, d\theta \Rightarrow P = \dfrac{M}{2\cos\theta\, a}\,\dfrac{\partial\alpha}{\partial\theta} = 23094\,N$

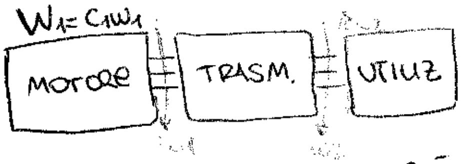
$\dfrac{\Delta\alpha}{\Delta\theta} = \dfrac{360°}{2°}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 95 di 316

LEZIONE 04-04-2012

- RENDIMENTO DEI SISTEMI DI TRASMISSIONE MECCANICA.

$W_1 = C_1 \omega_1$



L'UTILIZZATORE ASSORBIRÀ UNA POTENZA $\boxed{W_2 = C_2 \omega_2}$

NON È VERO CHE LA POTENZA PRODOTTA È UGUALE A QUELLA ASSORBITA DALL'UTILIZZATORE E QUINDI $\boxed{W_1 + W_2 + W_F = 0}$

POTENZA ENTRANTE — POTENZA DISSIPATA

$$\eta = \frac{|W_2|}{|W_1|}$$ CON η INDICHIAMO IL RENDIMENTO

$$\eta = \frac{|W_1| - |W_F|}{|W_1|}$$

PER VARIE RAGIONI MOTORE E UTILIZZATORI SONO COLLEGATI DA UN SISTEMA DI TRASMISSIONE

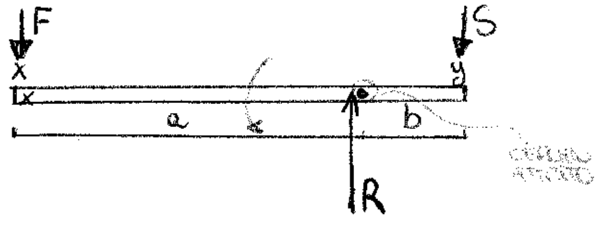
QUANDO IL FLUSSO DI POTENZA VA DALL'ELEMENTO CHE SI MUOVE VELOCEMENTE ALLA PARTE CHE SI MUOVE PIÙ LENTAMENTE HO RENDIMENTO MAGGIORE RISPETTO ALLO STESSO MACCHINARIO USATO AL CONTRARIO.

RENDIMENTO DIRETTO → FUNZIONA DA RIDUTTORE

RENDIMENTO INVERSO → FUNZIONA DA MOLTIPLICATORE

PERCHÉ ACCADE CIÒ?

IMMAGINO DI AVERE UNA LEVA CHE RUOTA ATTORNO A UNA CERNIERA FISSA



$$\theta = \frac{x}{a} = \frac{y}{b}$$

$\boxed{y = x \frac{b}{a}}$ → RELAZIONE CINEMATICA TRA GLI SPOSTAMENTI

SE APPLICO F FORZA MOTRICE ACCADE CHE ALL'ALTRA ESTREMITÀ SI CREI UNA FORZA DI RESISTENZA S.

SE FOSSE UNA LEVA IDEALE PRIVA DI ATTRITI DALL'EQ. DEI MOMENTI RICAVO $Fa = Sb$

$L_F = Fx$

$L_S = Sy$

A CAUSA DELL'ATTRITO ATTORNO AL PERNO SI GENERA R REAZIONE VINCOLARE. QUESTO SIGNIFICA CHE DEVO MODIFICARE LE EQ. PRECEDENTI

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 97 di 316