



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO : 282

DATA : 08/05/2012

A P P U N T I

STUDENTE : Pecoriello

MATERIA : Topografia I, teoria + esercizi

Prof. Cina

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

CORSO DI TOPOGRAFIA I



LUCA PECORIELLO

5161937

PROF.A.CINA – ING.CIVILE A.A. 2010 – 2011

Contenuto:

PARTE 1 : RELAZIONE TOPOGRAFICA : Rilievo planimetrico con stazioni totali (31 marzo - 9 maggio 2011)

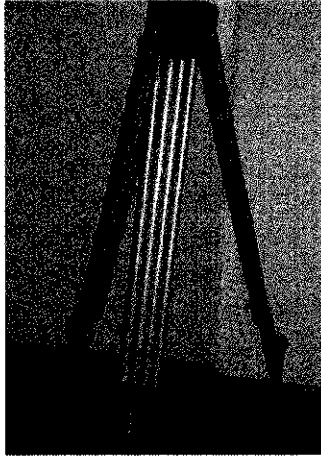
PARTE 2 : ESERCITAZIONI LAIB: ESERCIZI DI GEODESIA (1 – 10) ESERCIZI DI CARTOGRAFIA (11 – 17) (9 maggio – 20 giugno 2011)

PARTE 3: APPUNTI DI TEORIA CON ALLEGATI TRATTI DAL PORTALE DELLA DIDATTICA

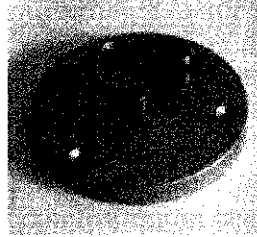
PARTE 4: ALLEGATO CAD ED ELABORATO EXCEL (spiegazione del cad)

A CURA DI: PECORIELLO LUCA – S161937 – TOPOGRAFIA I – PROF. A. CINA

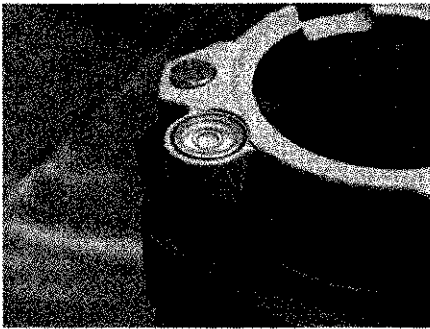
ESEMPI DI STAZIONE OPERATIVA:



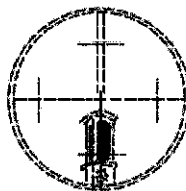
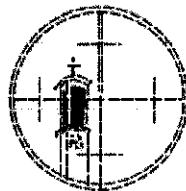
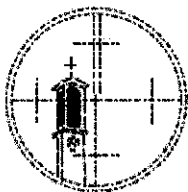
La stazione è fissata al terreno correttamente per mezz di treppiedi



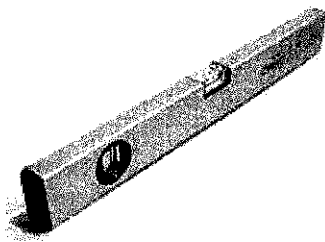
meccanismo di rotazione orizzontale del teodolite



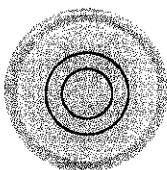
parte fissa staccata dal teodolite



corretto puntamento



Livella Classica a Bolla: Stesso principio della "Messa In bolla" del teodolite



Esempio di Livella Sferica con liquido Colorato e con Mirini di puntamento

A CURA DI: PECORIELLO LUCA – S161937 – TOPOGRAFIA I – PROF. A. CINA

PARTE 5 : EXCEL

Il tabulato elettronico fatto con excel rappresenta il calcolo della correzione azimutale della stazione

Quando colloco il teodolite, il centro del cerchio azimutale si dis-assa secondo una direzione qualunque che non coinciderà con la direzione dell'asse Y del sistema di riferimento per noi comodo.

Per ottenere le coordinate dei 30 punti collimati (i valori ottenuti sono dati nel sistema di riferimento scelto quindi è necessario calcolare questa correzione, identica per tutte le direzioni azimutali misurate con tale riferimento)

Nel nostro caso si è trattato di calcolare la correzione azimutale con il teodolite posto in I, dopo la collimazione dei punti limitrofi (ovvero P e H).

Descrivo quindi le fasi di lavoro su foglio elettronico:

1. Scrivo le coordinate dei punti di stazionamento, il riferimento mi sarà dato dal sistema di riferimento UTM_ETFR2000,
2. Calcolo Δx , Δy che mi daranno l'angolo tramite, $\arctan(\Delta x/\Delta y)$. Se l'arctan si trova in uno dei quattro diversi quadranti utilizzo la rispettiva formula per calcolare l'angolo reale di direzione:
3. Caso del nostro gruppo: entrambi gli angoli appartengono al quadrante 3 quindi ho sommato 200 al valore ottenuto. Fatta la media tra i due valori ho finalmente ottenuto la correzione azimutale.

La correzione determina la posizione corretta (reale) dei 30 punti da noi collimati: noti gli angoli azimutali e zenitali di quest'ultimi e il modulo di deformazione lineare ho ottenuto la distanza cartografica.

Riferimento Formule:

Avendo i diversi valori degli angoli azimutali e della correzione calcolo l'angolo di direzione α , attraverso le formule:

$$X = d_c * \sin(\alpha) + \text{sen}(x_{\text{est}}) \quad \alpha = \text{angolo di direzione}$$

$$Y = d_c * \cos(\alpha) + \text{sen}(y_{\text{nord}}) \quad x_{\text{est}}, y_{\text{nord}} = \text{coordinate del punto di stazione}$$

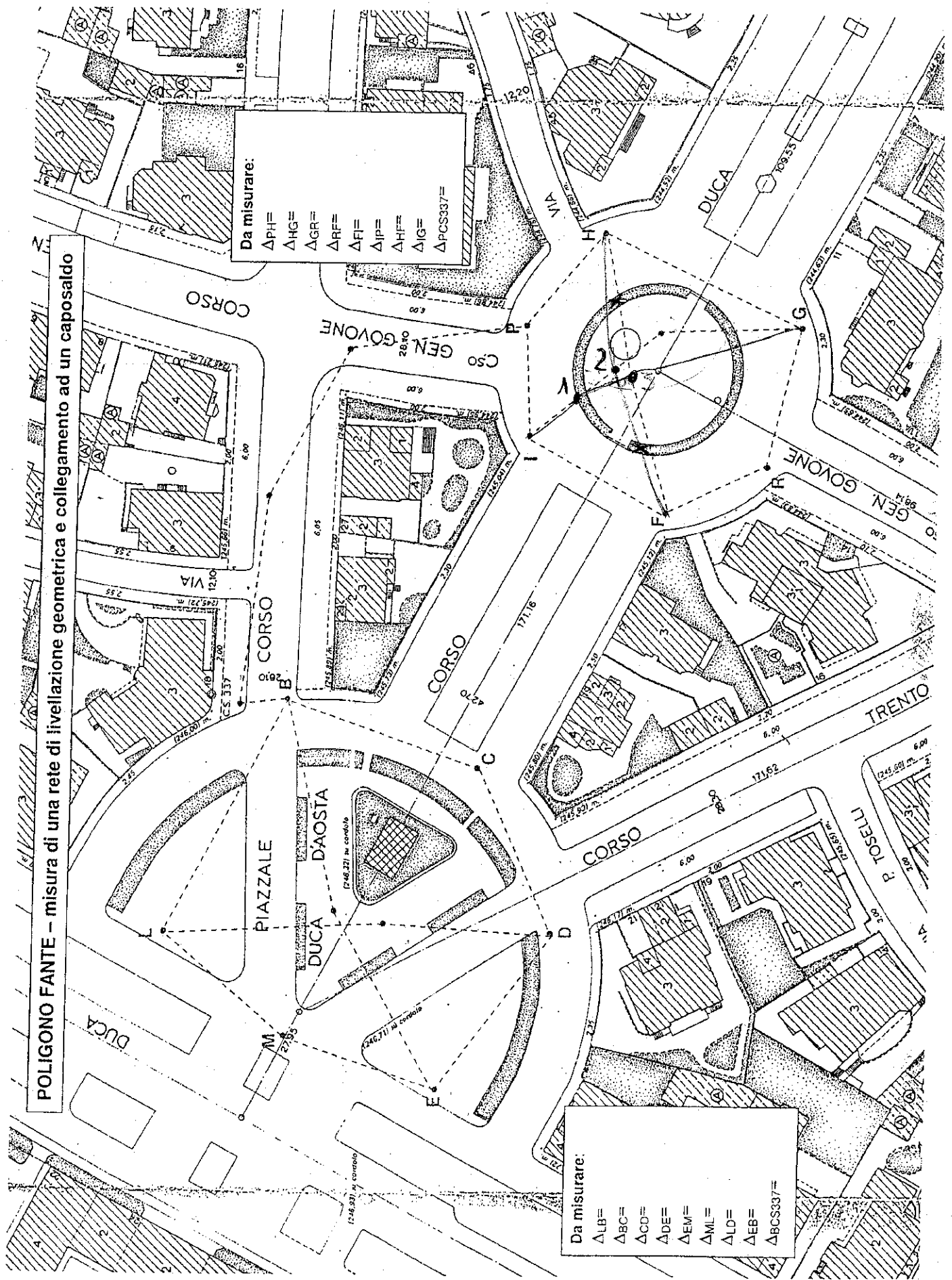
30 punti collimati nel sistema di riferimento UTM_ETFR2000.

PARTE 6: RESTITUZIONE DELL'ELABORATO CAD. Attraverso il calcolo che ha permesso di ottenere le reali, coordinate, distanze, angoli, il programma Arc Second Utilities 2.0 è stato in grado di trasformare i punti ottenuti dall'elaborato excel in un elaborato cad. Inizialmente il cad restituito presenta solo i punti nel riferimento reale, il quale poi è stato completato con il disegno della piazza per rendere la realtà della collimazione.

Gli allegati seguenti sono consegnati in ordine di data.

4

A.A. 2010-2011 - TOPOGRAFIA 1 CIVILI - RELAZIONE



LIVELLAZIONE DAL C.S. _____ AL C.S. _____ DATA 18-04-11

LIVELLO _____ STADIA 1 _____ STADIA 2 _____

LOCALITA POLITECNICO TEMPO _____ OPERATORE PECORIELO

FANZE

Diagonale H2F: Andata

POLITECNICO DI TORINO
DIPARTIMENTO GEORISORSE E TERRITORIO

P	100.0000		H	99.8433	
+	1.5819	d = -15,45	+	1.4484	d = -16,77
	101.5819			101.2917	
-	1.3721	d = -16,77	-	1.0040	d = -18,49
I	100.2098		2	100.2877	
+	1.4736	d = -18,74	+	1.4060	d = -17,76
	101.6834			101.6937	
-	1.4302	d = -20,16	-	1.4413	d = -19,11
F	100.2532		F	100.2524	
+	1.3355	d = -14,35	+	.	
	101.5887			.	
-	1.6557	d = -15,31	-	.	
E	99.9330			.	
+	1.4283	d = -17,42	+	.	
	101.3613			.	
-	1.6016	d = -16,45	-	.	
G	99.7597			.	
+	1.5489	d = -29,28	+	.	
	101.3086			.	
-	1.4653	d = -28,89	-	.	
H	99.8433		F	100.2524	
+	1.6583	d = -13,12	+	1.4958	d = -20,22
	101.5016			101.7482	
-	1.5023	d = -13,33	-	1.4739	d = -14,89
P	99.9993		2	100.2743	
+	.		+	1.0607	d = -20,83
	.			101.3550	
-	.		-	1.4928	d = -16,31
	.		H	99.8422	

Diagonale
F2H:
Ritorno

PROTECI d'ORIN
 RILIEVO TERZA ESERCIAZIONE
 DATA 20/02/2011 OPERATORE REGORIELLO

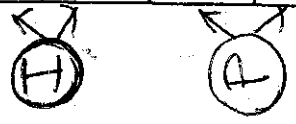
STAZIONE _____ HS _____
 T = _____ °C
 P _____ mm Hg

calcolo dell'angolo
 di inclinazione e zenitale
 di angoli → centesimi / PK e con il calcolo dell'angolo

MODULO PER MISURE ANGOLARI E DI DISTANZA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DEL TERRITORIO,
 DELL'AMBIENTE E DELLE GEOTECNOLOGIE

NOME PUNTO	AZIMUTALI				ZENITALI				DISTANZE
	1° STRATO	2° STRATO	3° STRATO	4° STRATO	1° STRATO	2° STRATO	3° STRATO	3° STRATO	
P h=157	Cs	399 94 00			Cs	100 21 40			31,67M
	d	199 94 50			Cd	299 71 20			31,67M
	s+d				s-d				P
F h=	s	155 02 60			Cs	100 09 80			30,97M
	d	355 07 70			Cd	299 90 30			30,97M
	s+d				s-d				P
T h=104	s	41 72 50			Cs	99 68 70			31,67M
	d	241 72 00			Cd	300 52 00			31,67M
	s+d				s-d				P
H h=109	s	292 00 40			Cs	100 71 40			26,16M
	d	92 01 40			Cd	299 78 40			26,16M
	s+d				s-d				P
h=	s				s				
	d				d				
	s+d				s-d				
h=	s				s				
	d				d				
	s+d				s-d				
ANGOLI									



A.A. 2010-2011 - TOPOGRAFIA I CIVILI
Esercizi proposti - Geodesia

ESERCIZIO N. 5 – da coordinate geografiche e ECEF

Determinare le coordinate geocentriche (ellissoide WGS84) dei seguenti punti noti in coordinate geografiche ellissoidiche :

numero	Lat [° ' "] Nord	Lon [° ' "] Est	h [m]
5	44 45 1.0393	7 24 29.2033	322.490
6	44 47 10.9050	7 30 26.5393	305.736
7	44 45 1.0393	7 24 29.2033	0
8	44 47 10.9050	7 30 26.5393	0
9	44 42 45.1817	7 18 56.3725	455.195
10	44 48 18.5846	7 07 54.8716	745.962

Ordinare i risultati in una tabella evidenziando i seguenti risultati: N, X, Y, Z

ESERCIZIO N. 6 – trasformazione piana conforme

Note le coordinate dei punti P086, P087 nel sistema di riferimento iniziale $[X', Y']$ e nel sistema di riferimento finale $[X_r, Y_r]$ determinare i parametri $(T_x, T_y, \alpha, \lambda)$ della rototraslazione piana con variazione di scala isotropa tra i due sistemi di riferimento.

numero	$X' [m]$	$Y' [m]$	$X [m]$	$Y [m]$
806	-18,718	29,118	100,000	100,000
807	20,159	30,843	138,915	100,000

Applicare i parametri trovati ai punti 808 2 809, espressi nel sistema di riferimento iniziale per trasformarli in quello finale:

numero	$X' [m]$	$Y' [m]$
806	-12.254	27.365
807	9.120	19.700

ESERCIZIO N. 7 – trasformazione piana affine

Note le coordinate dei punti 1, 2 e 3 nel sistema di riferimento iniziale $[X', Y']$ e nel sistema di riferimento finale $[X, Y]$ determinare i parametri (X_o, Y_o, a, b, c, d) della trasformazione affine a 6 parametri tra i due sistemi di riferimento.

numero	$X' [m]$	$Y' [m]$	$X [m]$	$Y [m]$
1	300.00	100.00	1.50	1.50
2	400.00	100.00	2.00	1.00
3	300.00	200.00	1.70	3.00

Applicare i parametri trovati ai punti 4 e 5, espressi nel sistema di riferimento iniziale, per trasformarli in quello finale:

numero	$X' [m]$	$Y' [m]$
4	350.00	125.00
5	320.00	145.00

ESERCIZIO N. 8 – trasformazione piana omografica

Note le coordinate dei punti 1, 2, 3 e 4 nel sistema di riferimento iniziale $[X_t, Y_t]$ e nel sistema di riferimento finale $[X_r, Y_r]$ determinare i parametri (a, b, c, d, e, f, g, h) della omografia generale tra i due sistemi di riferimento.

A.A. 2010-2011 - TOPOGRAFIA I CIVILI
Esercizi proposti - Geodesia

FORMULE UTILI

$$\alpha = \frac{a-c}{a} \quad e^2 = \frac{a^2 - c^2}{a^2} \quad e'^2 = \frac{a^2 - c^2}{c^2}$$

$$\rho = \frac{a(1-e^2)}{\sqrt{(1-e^2 \sin^2 \varphi)^3}} \quad \text{raggio curvatura sezione meridiana}$$

$$N = \frac{a}{\sqrt{(1-e^2 \sin^2 \varphi)}} \quad \text{raggio di curvatura massimi sezione normale}$$

$$R = \sqrt{\rho \cdot N}$$

$$\frac{1}{R_\alpha} = \frac{\cos^2 \alpha}{\rho} + \frac{\sin^2 \alpha}{N} \quad (\text{Teorema di Eulero})$$

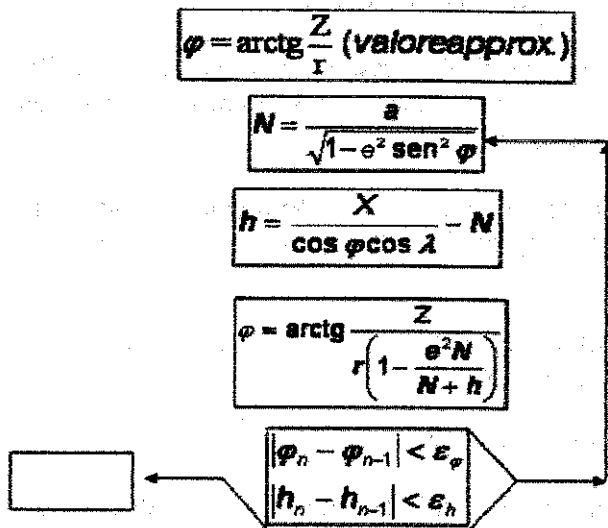
$$R_{\alpha, \vartheta} = R_\alpha \cos \vartheta \quad (\text{Teorema di Meusnier})$$

$$C = r \cdot \sin \alpha \quad (\text{Teorema di Clairaut})$$

$$\begin{cases} X = (N+h) \cdot \cos \varphi \cdot \cos \lambda \\ Y = (N+h) \cdot \cos \varphi \cdot \sin \lambda \\ Z = [N \cdot (1-e^2) + h] \cdot \sin \varphi \end{cases} \quad \text{da geografiche e geocentriche ECEF}$$

da geocentriche ECEF a geografiche (metodo iterativo)

$$\lambda = \arctg \frac{Y}{X} \quad r = \sqrt{X^2 + Y^2}$$



FUNZIONI DI MATLAB

sfeloc (calcolo raggi di curvatura di sezioni normali e sfera locale)

Analisi dei dati di input	<ul style="list-style-type: none"> • Vettore ellissoide 1x2 (semiasse a, eccentricità e^2) • Latitudine in radianti
Analisi dei dati di output	<ul style="list-style-type: none"> • Raggio curvatura meridiano (ρ) • Raggio curvatura massimo N ($gran_n$) • Raggio sfera locale
Algoritmo e diagramma di flusso	$W = \sqrt{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)}$ $\rho = \frac{a(1 - e^2)}{W^3} \quad N = \frac{a}{W} \quad R = \sqrt{\rho N}$
Listato Matlab	<pre>function [raggi]=sfeloc(ellissoide, lat) % sfeloc: calcola i raggi di curvatura di sez normali ellissoide e sfera % locale noti i parametri ellissoide e lat sessadecimali % input: vettore ellissoide[a,e2], vettore latitudine[gra,pri,sec.xxxx] % output: vettore raggi[ro, gran_n, r_sfera] % sintassi: [raggi]=sfeloc(ellissoide, latitudine) % e2=ellissoide(2); a= ellissoide(1); w=sqrt(1-e2*sin(lat)^2); ro=a*(1-e2)/w^3; gran_n=a/w; r_sfera=sqrt(ro*gran_n); raggi=[ro,gran_n,r_sfera];</pre>

Esempio di calcolo

A CURA DI: PECORIELLO LUCA – S161937 – TOPOGRAFIA I – PROF. A. CINA

LE SEGUENTI ESERCITAZIONI SONO STATE SVOLTE DALLO STUDENTE NELLA SQUADRA 2 TRA IL 9/5 – 20/6/2011

Lo studente riporta l'intestazione dell'esercizio e annesso svolgimento dei calcoli a computer (Formule / Excel)

ESERCIZIO N. 1 - relazioni tra parametri geometrici ellissoidi

Definire le relazioni che esprimono:

- l'eccentricità in funzione della prima eccentricità
- la prima eccentricità in funzione dell'eccentricità
- lo schiacciamento in funzione dell'eccentricità
- l'eccentricità in funzione dello schiacciamento

FORMULE UTILI

Schiacciamento $\rightarrow \alpha = \frac{a-c}{a}$

Eccentricità $\rightarrow e^2 = \frac{a^2 - c^2}{a^2}$

Prima Eccentricità $\rightarrow e'^2 = \frac{a^2 - c^2}{c^2}$

Vari modi di espressione dell'eccentricità e dello schiacciamento, interconnessi:

Inoltre dalla teoria, possiamo approfondire l'argomento introducendo: Nella figura di riferimento che ci regolerà i calcoli (ellissoide di rotazione), posso individuare le misure principali in relazione ai semiassi a e c. Se considero un punto P sulla sua superficie e N, detta Normale (che passa per lo stesso punto P). Questa normale incontra l'asse di rotazione (Z) in C, detto centro di curvatura dell'ellisse meridiana in P.

Inoltre:

- LATITUDINE: ϕ di P, è un angolo acuto che la normale N forma con il piano equatoriale con segno concorde a Z.
- LONGITUDINE: angolo diedro che il semipiano meridiano passante per P forma con un semipiano meridiano origine (esempio ZX) in senso positivo. È indicata con λ .
- Le linee tracciate sull'ellissoide di uguale latitudine si chiamano paralleli, di uguale longitudine, meridiani.

1. $e^2 = \frac{e'^2}{1+e'^2}$ (eccentricità in funzione della prima eccentricità)

2. $e'^2 = \frac{e^2}{1-e^2}$ (prima eccentricità in funzione dell'eccentricità)

3. $\alpha = 1 - \sqrt{1 - e^2}$ (schiacciamento in funzione dell'eccentricità)

4. $e^2 = 2\alpha - \alpha^2$ (l'eccentricità in funzione dello schiacciamento)

A CURA DI: PECORIELLO LUCA – S161937 – TOPOGRAFIA I – PROF. A. CINA

SVOLGIMENTO:

$\phi = 44^\circ 43' 48'' = 44.73^\circ = 0.780685774 \text{ rad}$

$\lambda = 7^\circ 20' 52'' = 7.34^\circ = 0.128242915 \text{ rad}$

$\alpha = 45^\circ = 0.7853981 \text{ rad}$

FORMULE ADOPERATE: in un determinato sistema di riferimento, definito l'ellissoide di rotazione per il calcolo delle coordinate, posso definire le caratteristiche dell'ellissoide, introducendo anche la definizione delle figure e degli spazi in funzione della curvatura.

- Le sezioni normali sono quelle sezioni che contengono la normale all'ellissoide, le altre si dicono oblique

1. $\rho = \frac{a(1 - e^2)}{W^2}$ RAGGIO DI CURVATURA

2. $W = \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \phi}$ potenziale in relazione a eccentricità (prima) e angolo di latitudine

3. $N = \frac{a}{W}$ conseguenza del teorema di Meusnier: $R = N \cos(\phi)$

4. $r = \frac{a \cos \phi}{W}$ applicazione diretta di Meusnier: $R = N \cos(\phi)$

5. $R_\alpha = \frac{\rho N}{N \cos^2 \alpha + \rho \sin^2 \alpha}$ APPLICAZIONE DEL TEOREMA DI EULERO PER IL CALCOLO DEL RAGGIO DI CURVATURA. La differenza tra Eulero e la 1. sta nel calcolo dell'angolo, poiché eulero mi permette di calcolare un determinato raggio di curvatura che soddisfi un angolo (azimut) ottenuto dall'intersezione tra una sezione normale generica e un meridiano (o piano meridiano).

6. $C = r \times \sin \alpha$ (in funzione dello schiacciamento) \rightarrow definisce l'ovoloimento delle linee geodetiche

$C = r \times \sin \alpha$
 in ogni punto di una geodetica, trovata su superficie di rotazione, è costante
 raggio parallelo x seno dell'azimut

	ELISSOIDE		
	Hayford	Bessel	WGS84
a [m]	6378388	6377397	6378137
A	0,003367003	0,003342773	0,003352811
c [m]	6356911,946	6356078,808	6356752,314
e ²	0,00672267	0,006674372	0,00669438
e' ²	0,00676817	0,006719219	0,006739497
W	0,998333784	0,998345765	0,998340802
ρ	6367283,005	6366374,088	6367079,517
N	6389033,51	6387964,196	6388737,183
Rα (sfera locale)	6378148,986	6377160,005	6377899,157
(N - ρ)/N	0,00340435	0,003379811	0,003389976
R	4538967,977	4538208,304	4538757,458
Rα (α = 45°)	6378139,713	6377150,867	6377889,963
C (α = 45°)	3209534,833	3208997,663	3209385,973
Coordinate			
φ (LAT) [rad]	0,780685774		
λ (LON) [rad]	0,128242915		
α [rad] (45°)	0,7853981		

Tabella in cui ho espresso le 3 coordinate principale dell'ellissoide, in relazione ai dati dei 3 ellissoidi principali

A CURA DI: PECORIELLO LUCA – S161937 – TOPOGRAFIA I – PROF. A. CINA

	iterazione 1	iterazione 2	iterazione 3	iterazione 4	iterazione 5	iterazione 6	iterazione 7
$\phi = \arctg (Z/r)$	0,777681856	0,781051038	0,781039842	0,781039879	0,781039879	0,781039879	0,781039879
<i>W</i>	0,998350872	0,998339577	0,998339615	0,998339614	0,998339614	0,998339614	0,998339614
<i>N</i>	6388672,738	6388745,019	6388744,779	6388744,78	6388744,78	6388744,78	6388744,78
<i>h</i>	-20767,51168	392,9296959	322,2575379	322,491088	322,491088	322,491088	
ϕ (formula rigorosa)	0,781051038	0,781039842	0,781039879	0,781039879	0,781039879	0,781039879	

	iterazione 1	iterazione 2	iterazione 3	iterazione 4	iterazione 5	iterazione 6	iterazione 7
$\phi = \arctg (Z/r)$	0,778311406	0,78168066	0,781669449	0,781669486	0,781669486	0,781669486	0,781669486
<i>W</i>	0,998348762	0,998337466	0,998337504	0,998337504	0,998337504	0,998337504	0,998337504
<i>N</i>	6388686,244	6388758,528	6388758,287	6388758,288	6388758,288	6388758,288	6388758,288
<i>h</i>	-20811,23357	376,3591787	305,502902	305,7367472	305,7367472	305,7367472	
ϕ (formula rigorosa)	0,78168066	0,781669449	0,781669486	0,781669486	0,781669486	0,781669486	

	iterazione 1	iterazione 2	iterazione 3	iterazione 4	iterazione 5	iterazione 6	iterazione 7
$\phi = \arctg (Z/r)$	0,777023327	0,780392367	0,780381186	0,780381223	0,780381223	0,780381223	0,780381223
<i>W</i>	0,99835308	0,998341785	0,998341823	0,998341823	0,998341823	0,998341823	0,998341823
<i>N</i>	6388658,612	6388730,888	6388730,648	6388730,649	6388730,649	6388730,649	6388730,649
<i>h</i>	-20606,59799	525,4469591	454,9614015	455,1946473	455,1946473	455,1946473	
ϕ (formula rigorosa)	0,780392367	0,780381186	0,780381223	0,780381223	0,780381223	0,780381223	

	iterazione 1	iterazione 2	iterazione 3	iterazione 4	iterazione 5	iterazione 6	iterazione 7
$\phi = \arctg (Z/r)$	0,778639735	0,782008786	0,78997569	0,781970891	0,781997695	0,781997606	0,781997606
<i>W</i>	0,998347661	0,998336366	0,998309655	0,998336493	0,998336403	0,998336403	0,998336403
<i>N</i>	6388693,287	6388765,568	6388936,509	6388764,755	6388765,33	6388765,328	6388765,328
<i>h</i>	-20385,07038	816,6743351	51815,78725	577,0036251	746,5253751	745,9624725	
ϕ (formula rigorosa)	0,782008786	0,781997569	0,781970891	0,781997695	0,781997606	0,781997606	

Attraverso la proporzione $180 : \pi = \alpha : \text{rad}$ converto le coordinate in gradi dapprima sessadecimali e poi mediante l'opportuna trasformazione in gradi sessagesimali.

Punto 1 :

$\phi : 44.7502887^\circ = 44^\circ 45' 1.0393''$
 $\lambda : 7.408112014^\circ = 7^\circ 24' 29.2032504''$

Punto 2 :

$\phi : 44.78636252^\circ = 44^\circ 47' 10.905072''$
 $\lambda : 7.507372025^\circ = 7^\circ 30' 26.53929''$

Punto 3 :

$\phi : 44.71255049^\circ = 44^\circ 42' 45.181764''$
 $\lambda : 7.131908771^\circ = 7^\circ 7' 54.8715756''$

Punto 4 :

$\phi : 44.80516241^\circ = 44^\circ 48' 18.584676''$
 $\lambda : 7.131908771^\circ = 7^\circ 7' 54.8715744''$

siamo nella trasformazione piana 2D

A CURA DI: PECORIELLO LUCA - S161937 - TOPOGRAFIA I - PROF. A. CINA

Per una trasformazione piana conforme applico una rototraslazione con scala ai punti del sistema iniziale ovvero:

$$\rightarrow \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{pmatrix} + \lambda R \begin{pmatrix} X' \\ Y' \end{pmatrix} \quad \text{ESPRESSIONE IN FORMA MATRICIALE DELLA ROTOTRASLAZIONE}$$

in cui R è la matrice di rotazione 2x2:

$$R = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad \text{EQUIVALENTE ALLA MATRICE N DI ROTAZIONE (sc.costruzioni / geometria)}$$

matrice normale (o ortogonale di rotazione)

Sviluppando dell'equazione:

$$\begin{cases} X = X_0 + \lambda \cos \alpha X' + \lambda \sin \alpha Y' \\ Y = Y_0 - \lambda \sin \alpha X' + \lambda \cos \alpha Y' \end{cases}$$

Pongo:

$$\begin{aligned} a &= \lambda \cos \alpha &> \text{coefficiente} \\ b &= \lambda \sin \alpha \end{aligned}$$

Da cui:

$$\tan \alpha = \frac{b}{a} \rightarrow \alpha = \arctg \frac{b}{a} \quad (1)$$

$$\lambda = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (2)$$

forma linearizzata:

$$\begin{cases} X = X_0 + aX' + bY' \\ Y = Y_0 - bX' + aY' \end{cases} \rightarrow \begin{cases} X = X_0 + aX' + bY' \\ Y = Y_0 - bX' + aY' \end{cases} \rightarrow \begin{cases} X_1 = X_0 + aX'_1 + bY'_1 \\ Y_1 = Y_0 - bX'_1 + aY'_1 \\ X_2 = X_0 + aX'_2 + bY'_2 \\ Y_2 = Y_0 - bX'_2 + aY'_2 \end{cases}$$

Riscritta come:

$$\begin{bmatrix} X_0 & Y_0 & a & b \\ 1 & 0 & X'_1 & Y'_1 \\ 0 & 1 & Y'_1 & -X'_1 \\ 1 & 0 & X'_2 & Y'_2 \\ 0 & 1 & Y'_2 & -X'_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ a \\ b \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ X_2 \\ Y_2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -18,718 & 29,118 \\ 0 & 1 & 29,118 & 18,718 \\ 1 & 0 & 20,159 & 30,843 \\ 0 & 1 & 30,843 & -20,159 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 100000 \\ 100000 \\ 138,915 \\ 100000 \end{pmatrix}$$

Da cui in scrittura semplificata:

$$\downarrow \text{DIFERENZA} \quad \downarrow \text{INVERSA}$$

$$AX = l \rightarrow X = A^{-1}l$$

Per cui:

$$\begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ a \\ b \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -18,718 & 29,118 \\ 0 & 1 & 29,118 & 18,718 \\ 1 & 0 & 20,159 & 30,843 \\ 0 & 1 & 30,843 & -20,159 \end{bmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 100000 \\ 100000 \\ 138,915 \\ 100000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 55326,76 \\ 176775,89 \\ -2563,59 \\ -113,748 \end{pmatrix}$$

Noti a e b ricavo i parametri α e λ usando la (1) e la (2):

$$\alpha = 0,044341623544081 \text{ rad}$$

$$\lambda = 2566,116950158717$$

Da cui ottengo:

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ X_2 \\ Y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 106,3799 \\ 97,9622 \\ 127,39299 \\ 89,35735 \end{pmatrix} \quad [m]$$

ESERCIZIO N. 7 – trasformazione piana affine

Note le coordinate dei punti 1, 2 e 3 nel sistema di riferimento iniziale [X',Y'] e nel sistema di riferimento finale [X,Y] determinare i parametri (X₀, Y₀, a, b, c, d,) della trasformazione affine a 6 parametri tra i due sistemi di riferimento.

→ TRASFORMO NELLO STESSO SISTEMA e DETERMINO I PARAM. DI MODIFICO RISP. AL PUNTO INIZ.

numero	X' [m]	Y' [m]	X [m]	Y [m]
1	300.00	100.00	1.50	1.50
2	400.00	100.00	2.00	1.00
3	300.00	200.00	1.70	3.00

Applicare i parametri trovati ai punti 4 e 5, espressi nel sistema di riferimento iniziale, per trasformarli in quello finale:

numero	X' [m]	Y' [m]
4	350.00	125.00
5	320.00	145.00

Nel caso di una trasformazione piana affine la legge di trasformazione è la seguente:

$$\begin{cases} X = a X' + b Y' + X_0 \\ Y = c X' + d Y' + Y_0 \end{cases}$$

coefficienti + termini noti → incognite

Poiché i parametri da trovare sono sei occorrono 3 punti noti per impostare la seguente equazione matriciale:

metto come incognite i valori da trovare

$$\begin{bmatrix} X_0 & Y_0 & a & b & c & d \\ 1 & 0 & X'_1 & Y'_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & X'_1 & Y'_1 \\ 1 & 0 & X'_2 & Y'_2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & X'_2 & Y'_2 \\ 1 & 0 & X'_3 & Y'_3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & X'_3 & Y'_3 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ X_2 \\ Y_2 \\ X_3 \\ Y_3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 300 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 300 & 100 \\ 1 & 0 & 400 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 400 & 100 \\ 1 & 0 & 300 & 200 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 300 & 200 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,5 \\ 1,5 \\ 2 \\ 1 \\ 1,7 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Da cui in scrittura semplificata:

DIRETTA $AX = l$ INVERSA $X = A^{-1}l$

Per cui: *VALORI INCONGITI*

$$\begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 300 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 300 & 100 \\ 1 & 0 & 400 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 400 & 100 \\ 1 & 0 & 300 & 200 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 300 & 200 \end{bmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1,5 \\ 1,5 \\ 2 \\ 1 \\ 1,7 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,2 \\ 1,5 \\ 0,005 \\ 0,002 \\ -0,005 \\ 0,015 \end{pmatrix}$$

A CURA DI: PECORIELLO LUCA – S161937 – TOPOGRAFIA I – PROF. A. CINA

$$\begin{bmatrix} a & b & c & d & e & f & g & h \\ X'_1 & Y'_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -X'_1 X'_1 & -X'_1 Y'_1 \\ 0 & 0 & 0 & X'_1 & Y'_1 & 1 & -Y'_1 X'_1 & -Y'_1 Y'_1 \\ X'_2 & Y'_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & -X'_2 X'_2 & -X'_2 Y'_2 \\ 0 & 0 & 0 & X'_2 & Y'_2 & 1 & -Y'_2 X'_2 & -Y'_2 Y'_2 \\ X'_3 & Y'_3 & 1 & 0 & 0 & 0 & -X'_3 X'_3 & -X'_3 Y'_3 \\ 0 & 0 & 0 & X'_3 & Y'_3 & 1 & -Y'_3 X'_3 & -Y'_3 Y'_3 \\ X'_4 & Y'_4 & 1 & 0 & 0 & 0 & -X'_4 X'_4 & -X'_4 Y'_4 \\ 0 & 0 & 0 & X'_4 & Y'_4 & 1 & -Y'_4 X'_4 & -Y'_4 Y'_4 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \\ g \\ h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ X_2 \\ Y_2 \\ X_3 \\ Y_3 \\ X_4 \\ Y_4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 & -2 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 4 & 1 & -10 & -20 \\ 2,5 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -2,0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 2,5 & 1 & 1 & -5 & -2 \\ 7 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & -28 & -8 \\ 0 & 0 & 0 & 7 & 2 & 1 & -14 & -4 \\ 4 & 5 & 1 & 0 & 0 & 0 & -16 & -20 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 5 & 1 & -20 & 25 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \\ g \\ h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 4 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Da cui in scrittura semplificata:

$$AX = l \longrightarrow X = A^{-1}l$$

Per cui:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \\ g \\ h \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 & -2 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 4 & 1 & -10 & -20 \\ 2,5 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -2,0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 2,5 & 1 & 1 & -5 & -2 \\ 7 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & -28 & -8 \\ 0 & 0 & 0 & 7 & 2 & 1 & -14 & -4 \\ 4 & 5 & 1 & 0 & 0 & 0 & -16 & -20 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 5 & 1 & -20 & 25 \end{bmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 4 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1,7588 \\ -0,2759 \\ 4,5590 \\ -0,8350 \\ -0,1668 \\ 2,0266 \\ -0,4242 \\ -0,0534 \end{pmatrix}$$

Ora posso calcolare i punti 5 e 6, espressi nel sistema di riferimento iniziale, nel sistema trasformato finale:

$$X_5 = \frac{aX'_5 + bY'_5 + c}{gX'_5 + hY'_5 + 1} = 3,7592 \text{ m} \quad Y_5 = \frac{dX'_5 + eY'_5 + f}{gX'_5 + hY'_5 + 1} = 2,1651 \text{ m}$$

$$X_6 = \frac{aX'_6 + bY'_6 + c}{gX'_6 + hY'_6 + 1} = 3,9763 \text{ m} \quad Y_6 = \frac{dX'_6 + eY'_6 + f}{gX'_6 + hY'_6 + 1} = 2,0890 \text{ m}$$

ESERCIZIO N. 9 – coordinate euleriane e geodetiche rettangolari, da geodetiche polari

Determinare le coordinate euleriane di una serie di punti di cui sono note le coordinate geodetiche polari

(s, α). Tutte le coordinate fornite sono relative all'ellissoide di Hayford.

X_i, Y_i, Z_i

A CURA DI: PECORIELLO LUCA – S161937 – TOPOGRAFIA I – PROF. A. CINA

MORETTA	12526,42	1,685683885
SAVIGLIANO	27111,72	2,147967935
SALUZZO	17744,2	2,602588487
MONTE BRACCO	11396,18	3,385845616

Lat (origine) [rad]	Lon (origine) [rad]
0,781558803	0,128698591

Hayford : *carte ellittiche ellenoide*

a [m] = 6378388
e² = 0,00672267

WGS84 :
a [m] = 6378137
e² = 0,00669438

TERNA →

Hayford (terna euleriana)	W	ρ	N	R _{α}			
PUNTO							
VIGONE	0,998330845	6367339,246	6389052,32	6381504,03	9652,59	7034,352356	-11,17716975
MORETTA	0,998330845	6367339,246	6389052,32	6388766,025	12443,83	-1435,965094	-12,28025226
SAVIGLIANO	0,998330845	6367339,246	6389052,32	6382571,996	22719,81	-14793,62548	-57,58267128
SALUZZO	0,998330845	6367339,246	6389052,32	6373045,397	9107,76	-15228,41206	-24,70240963
MONTE BRACCO	0,998330845	6367339,246	6389052,32	6368605,017	-2755,95	-11057,91556	-10,19639884

WGS84 (terna euleriana)	W	ρ	N	R _{α}			
PUNTO							
VIGONE	0,998337875	6367135,519	6388755,91	6381239,912	9652,59325	7034,352355	-11,17763254
MORETTA	0,998337875	6367135,519	6388755,91	6388470,844	12443,8339	-1435,965094	-12,28081963
SAVIGLIANO	0,998337875	6367135,519	6388755,91	6382303,314	22719,806	-14793,62548	-57,5850935
SALUZZO	0,998337875	6367135,519	6388755,91	6372817,374	9107,75967	-15228,41206	-24,70329267
MONTE BRACCO	0,998337875	6367135,519	6388755,91	6368395,904	-2755,9542	-11057,91556	-10,1967334

Hayford (rettangolari)	W	ρ	N	R _{α}	ϵ			3 ϵ (eccesso sferico)
PUNTO								
VIGONE	0,998330845	6367339,246	6389052,32	6381504,03	0,000000278	9652,596928	7034,361842	0,000008345343
MORETTA	0,998330845	6367339,246	6389052,32	6388766,025	-0,000000073	12443,84173	-1435,967839	-0,000002196212
SAVIGLIANO	0,998330845	6367339,246	6389052,32	6368163,85	-0,000001377	22719,8539	-14793,73265	-0,0000041310212
SALUZZO	0,998330845	6367339,246	6389052,32	6367340,216	-0,000000568	9107,762751	-15228,4421	-0,0000017046800
MONTE BRACCO	0,998330845	6367339,246	6389052,32	6367339,246	0,000000125	-2755,954248	-11057,92216	0,0000003745599

WGS84 (rettangolari)	W	ρ	N	R _{α}	ϵ			3 ϵ (eccesso sferico)
PUNTO								
VIGONE	0,998337875	6367135,519	6388755,91	6381239,912	0,000000278	9652,596927	7034,361842	0,000008346
MORETTA	0,998337875	6367135,519	6388755,91	6388470,844	-0,000000073	12443,84173	-1435,967839	-0,000002196
SAVIGLIANO	0,998337875	6367135,519	6388755,91	6382303,314	-0,000001377	22719,8539	-14793,73265	-0,0000041313
SALUZZO	0,998337875	6367135,519	6388755,91	6372817,374	-0,000000568	9107,76275	-15228,44211	-0,0000017048
MONTE BRACCO	0,998337875	6367135,519	6388755,91	6368395,904	0,000000125	-2755,954247	-11057,92216	0,0000003746

INVERSA

Hayford (trasformazione inversa)	s [m]	α	3 ϵ
PUNTO			

A CURA DI: PECORIELLO LUCA – S161937 – TOPOGRAFIA I – PROF. A. CINA

$$\begin{cases} X_0 = 4499275,917 \text{ [m]} \\ Y_0 = 585001,6855 \text{ [m]} \\ Z_0 = 4467706,101 \text{ [m]} \end{cases}$$

Prima di ricavare le coordinate euleriane bisogna scrivere i punti 1, 2, 3, 4 nel sistema geocentrico avente origine in P come:

$$\begin{cases} X' = X_i - X_0 \\ Y' = Y_i - Y_0 \\ Z' = Z_i - Z_0 \end{cases} \quad (\text{con } i = 1,2,3,4 \text{ in base al punto cui si riferiscono le coordinate geocentriche})$$

SVOLGIMENTO DEI CALCOLI:

(geocentriche) [m]	PUNTO 1	PUNTO 2	PUNTO 3	PUNTO 4
X	249.5100	7350.6460	278.8000	906.6250
Y	62.4434	7455.1745	6810.9114	2150.2200
Z	205.2249	5038.6774	2680.8011	1841.5100

- Riferimento matlab:

Da questa tabella (le cui cifre decimali sono approssimate alla quarta, ovvero il *format short* di Matlab) si possono ricavare le coordinate euleriane dei 4 punti mediante la formula :

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = R_{\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)} R_{\left(\frac{\pi}{2}+\lambda\right)} \begin{Bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{Bmatrix}$$

esplicitata:

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ -\sin \varphi \cos \lambda & -\sin \varphi \sin \lambda & \cos \varphi \\ \cos \varphi \cos \lambda & \cos \varphi \sin \lambda & \sin \lambda \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{Bmatrix}, \quad (*) \quad \text{in cui la matrice } 3 \times 3 \text{ è la matrice } R.$$

Dallo sviluppo in Matlab di suddetta formula, per ognuno dei quattro punti, si troveranno:

(euleriane) [m]	PUNTO 1	PUNTO 2	PUNTO 3	PUNTO 4
X	0.0019	7.351	2.720	2.1514
Y	0.20797	8.93	4.2219	0.10
Z	205.0249	1447.3	1901.6	2074

INVERSO

Per ottenere nuovamente le coordinate geocentriche dei punti (vedi es. 4) basta applicare l'inversa della formula (*):

$$\begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{Bmatrix} + R^T \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} \quad \text{e si verifica l'esattezza della soluzione trovata riottenendo:}$$

→ INVERSO: DA EULERIANE → ECEF → Trovo ECEF CON BUL.

numero	X [m]	Y [m]	Z [m]
1	4499525.427	585034.129	4467910.359
2	4495694.269	592457.860	4470744.778
3	4503484.717	578160.750	4465024.300
4	4498329.371	562840.765	4472537.612

A CURA DI: PECORIELLO LUCA – S161937 – TOPOGRAFIA I – PROF. A. CINA

ESERCIZIO N. 13

Calcolare le coordinate Gauss-Boaga dei punti di coordinate geografiche ellissoidiche:

PUNTO	ϕ	λ (da Roma M. Mario)
A	43° 27' 48".19	-4° 32' 57".07
B	36° 45' 57".63	2° 43' 29".41

TRASFORMAZIONE INVERSA: funge da verifica dei risultati ottenuti

- 1) Lon (MC) = LON + LON M.M. – LON M.C. DEL FUSO
- 2) LAT LON (MERIDIANO CENTRALE) → x,y GAUSS (coordinate cartesiane)
- 3) x,y GAUSS → Est, Nord Gauss-Boaga (coord. Cartografiche, tramite convenzioni coordinate geografiche, per es. falsa origine est)
(passaggio fatto tramite le formule di Hirvonen)
- 4) Utilizzo una trasformazione inversa come indicato dal portale, cartesiane → geografiche.

Note le coordinate ϕ e λ bisogna determinare le coordinate Nord ed Est.

APPLICAZIONE DELLE FORMULE DI HIRVONEN in forma diretta

DEFINIZIONE DI EQ. PER PASSARE A CARTOGRAFICHE

1. $y = c \cdot \operatorname{arcsinh} \cdot \frac{\cos \xi \cdot \tan \lambda}{v}$ Coordinata del punto
2. $E = y + 1500 \text{ km (fuso ovest)}$ oppure $+2500 \text{ km (fuso est)}$
3. $x = A_1 \xi - A_2 \sin 2\xi + A_4 \sin 4\xi - A_6 \sin 6\xi$
4. $N = x$ normale coincidente con l'asse X
5. in cui:
6. $\lambda' = \lambda - \lambda_0$ latitudine calcolata
7. $\xi = \operatorname{arctg} \frac{\tan \phi}{\cos (v_1 \lambda')}$
8. $v = (1 + e'^2 \cos^2 \xi)^{\frac{1}{2}}$
9. $v' = (1 + e'^2 \cos^2 \phi)^{\frac{1}{2}}$
10. $c = \frac{a^2}{b} = 6397376,633$ in cui a è il semiasse dell'ellissoide usato (internazionale) e b è il raggio di curvatura polare
11. $a = 6378388 \text{ m}$

12. $e' = \sqrt{\frac{e^2}{1 - e^2}} = 0,08226888961$ (eccentricità seconda) ed $e'^2 = 0,006768170197$

I coefficienti A_i sono funzione dell'ellissoide considerato (internazionale) e valgono(CFR. COMOGLIO):

A CURA DI: PECORIELLO LUCA – S161937 – TOPOGRAFIA I – PROF. A. CINA

SVOLGIMENTO CALCOLO

- $\lambda' = \lambda - \lambda_0 = 0,177229444$
- $v' = (1 + e'^2 \cos^2 \phi)^{\frac{1}{2}} = 1,002169349$
- $\xi = \arctg \frac{\tan \phi}{\cos(v, \lambda')} = 36,7661403$
- $v = (1 + e'^2 \cos^2 \xi)^{\frac{1}{2}} = 1,002169341$
- $\frac{\cos \xi \cdot \tan \lambda}{v} = 0,00247259$

Da cui:

$$y = c \cdot \operatorname{arcsinh} \cdot \frac{\cos \xi \cdot \tan \lambda}{v} = 15771,12677$$

e da questa la coordinata Est come:

$$E = y + 520 \text{ km (fuso ovest)} = 2535771,127 \text{ m}$$

- $X_1 = A_1 \xi = 4084427,077$
- $X_2 = -A_2 \sin 2\xi = -15440,13911$
- $X_4 = A_4 \sin 4\xi = 9,226166252$
- $X_6 = -A_6 \sin 6\xi = 0,014485302$

Applicazione dei coefficienti

$$N = x = A_1 \xi - A_2 \sin 2\xi + A_4 \sin 4\xi - A_6 \sin 6\xi = 4068996,179 \text{ m}$$

VERIFICO I VALORI TROVATI TRAMITE LE FORMULE INVERSE:

VERIFICA PUNTO A

$$N = 4812946,745 \text{ m}$$

$$E = 1411531,095 \text{ m}$$

$$\lambda_0 = -3,452333333333 \text{ (poichè siamo nel fuso Ovest)}$$

$$E_0 = 1500000 \text{ m}$$

-Applicazione coefficienti

$$A_1 = 637654,50006 \frac{\text{m}}{\text{rad}} = 111092,0821 \text{ m (contratto di } m = 0,9996)$$

$$B_2 = 0,1449300705 \text{ m}$$

$$B_4 = 0,0002138508 \text{ m}$$

$$B_6 = 0,0000004322 \text{ m}$$

$$y = -88468,9046 \text{ m}$$

$$\xi_1 = \frac{N}{A_1} = 43,32394041$$

A CURA DI: PECORIELLO LUCA – S161937 – TOPOGRAFIA I – PROF. A. CINA

$$\xi = \frac{N}{A_1} + B_2 \sin 2 \frac{N}{A_1} + B_4 \sin 4 \frac{N}{A_1} + B_6 \sin 6 \frac{N}{A_1} = 36,7661403$$

$$v = (1 + e'^2 \cos^2 \xi)^{\frac{1}{2}} = 1,002169341$$

$$\sin h \frac{y}{c} = 0,002472585$$

da cui:

$$\lambda' = \arctg \frac{v \sin h \frac{y}{c}}{\cos \xi} = 0,17722904$$

$$\phi = \arctg[\tan \xi \cdot \cos(v \lambda')] = 36^\circ,7660083$$

ma :

$$\lambda = \lambda' + \lambda_0 = 2^\circ,724895707 \text{ *****}$$

PROCEDIMENTO INVERSO:

Note le coordinate Nord ed Est si determino le coordinate ϕ e λ :

- $\lambda' = \arctg \frac{v \sin h \frac{y}{c}}{\cos \xi}$
- $\phi = \arctg[\tan \xi \cdot \cos(v \lambda')]$

in cui:

- $\lambda = \lambda' + \lambda_0$
- $\xi = \frac{N}{A_1} + B_2 \sin 2 \frac{N}{A_1} + B_4 \sin 4 \frac{N}{A_1} + B_6 \sin 6 \frac{N}{A_1}$

dove:

- $v = \text{vedi sopra}$
- $y = E - 1500 \text{ km (o } 2520 \text{ km)}$
- $A_1 = \text{vedi sopra}$
- $B_2 = 01449300705$
- $B_4 = 0,0002138508$
- $B_6 = 0,0000004322$

ESERCIZIO N. 14

Calcolare le coordinate geografiche (ϕ, λ) nel sistema WGS84 dei punti di coordinate cartografiche UTM-WGS84:

PUNTO	Est	Nord
Novara	470139,66	5031468,37
Bardonecchia	319679,92	4993928,40

Eeguire poi la trasformazione inversa a verifica dei risultati.

A CURA DI: PECORIELLO LUCA – S161937 – TOPOGRAFIA I – PROF. A. CINA

ESERCIZIO N. 16

Calcolare le coordinate UTM del punto avente, nel sistema Gauss-Boaga, coordinate $E = 2.414.372 \text{ m}$ $N = 4.717.651 \text{ m}$ (foglio 1:100.000 n. 140) della rappresentazione Gauss-Boaga. Specificare il fuso di appartenenza. (Eeguire la trasformazione con le tabelle IGM).

In forma tabellare sono disponibili le correzioni in metri (consentono bassa precisione) da applicare alle coordinate del punto nel sistema Gauss-Boaga per ottenere le corrispondenti coordinate UTM (e viceversa); suddette tabelle (fornite dall'IGM) si riferiscono ad una interpolazione attuata per punti posti tra le cosiddette curve di isovariazione "isotransitive" e sono caratteristiche ciascuna di un foglio 1:100000.

DAL FOGLIO N.140 RICAVO:

dalle tabelle ricavo i valori di correzione del Foglio 140 (fuso 33)

$$\Delta \text{ Est} = 938 \text{ m}$$

$$\Delta \text{ Nord} = 182 \text{ m}$$

Le coordinate UTM sono date dalle:

$$\text{Est}_{\text{UTM}} = \text{Est}_{\text{G.B.}} + \Delta \text{ Est} = 2.414.372 + 938 = 2415310 \text{ m}$$

$$\text{Nord}_{\text{UTM}} = \text{Nord}_{\text{G.B.}} + \Delta \text{ Nord} = 4.717.651 + 182 = 4717833 \text{ m}$$

ESERCIZIO N. 17

Dati i due vertici trigonometrici:

PUNTO	E [m]	N [m]	Q [m]	φ	λ
056903	1.387.724,86	4.991.155,36	301.92	45° 03' 50",828	-04° 52' 42",217
056906	1.394.673,10	4.990.782,02	298.25	45° 03' 42",577	-04° 47' 24",314

calcolare:

- la distanza cartografica tra i due punti e quella sulla superficie di riferimento

la distanza cartografica si calcola semplicemente:

$$d_c = \sqrt{(\Delta E)^2 + (\Delta N)^2} = 6938,202673747668 \text{ m}$$

in cui:

$$\Delta E = -6948,239999999991 \text{ m}$$

$$\Delta N = 373,3400000007823 \text{ m}$$

La distanza sulla superficie di riferimento (il geoide) sarà:

$$d_c = d_g \cdot m_l$$

da cui si ricava:

$$d_g = \frac{d_c}{m_l}$$

$$m_l = 0,9996 \left(1 + \frac{X_1^2 + X_2^2 + X_1 X_2}{6 \rho_m N_m 0,9996^2} \right) = 0,999745474339193$$

In cui m_l è il modulo di deformazione lineare e vale:

con:

$$X_1 = (\text{coordinata Est punto 056903}) - \text{falsa origine} = -112275,13999999999 \text{ m}$$

$$X_2 = (\text{coordinata Est punto 056906}) - \text{falsa origine} = -105326,89999999999 \text{ m}$$

$$\rho_m = \frac{a(1-e^2)}{\sqrt{(1-e^2 \sin^2 \varphi_m)^2}} = 6367657,407196568 \text{ m}$$

A CURA DI: PECORIELLO LUCA – S161937 – TOPOGRAFIA I – PROF. A. CINA

Per calcolare le convergenze delle trasformate dei meridiani mi occorrono le longitudini rispetto al meridiano centrale del fuso; siamo nel fuso Ovest pertanto:

$$\lambda_1 = -4^{\circ}52'42",217 = -4^{\circ},0878393611$$

$$\lambda_2 = -4^{\circ}47'24",314 = -4^{\circ},790087228$$

Da cui ricavo la longitudine rispetto al meridiano centrale del fuso :

$$\lambda_{mc1} = \lambda_1 + \lambda_{mm} - 9^{\circ} = -0^{\circ},635506031 = -0,011091672 \text{ rad}$$

$$\lambda_{mc2} = \lambda_2 + \lambda_{mm} - 9^{\circ} = -1^{\circ},337753898 = -0,02334821 \text{ rad}$$

Poiché:

$$\lambda_{mm} = 12^{\circ}27'08",40 = 12^{\circ},452333333$$

Pertanto:

$$\gamma_1 = \lambda_{mc1} \sin \varphi_1 \left\{ 1 + \frac{\lambda_{mc1}^2}{3} \cos^2 \varphi_1 \right\} = -0.007851929191300 \text{ rad}$$

$$\gamma_2 = \lambda_{mc2} \sin \varphi_2 \left\{ 1 + \frac{\lambda_{mc2}^2}{3} \cos^2 \varphi_2 \right\} = -0.016528981714680 \text{ rad}$$

Con:

$$\varphi_1 = \varphi_{056902} \text{ (vedi punto 1)}$$

$$\varphi_2 = \varphi_{056906} \text{ (vedi punto 1)}$$

In conclusione quindi gli azimut saranno:

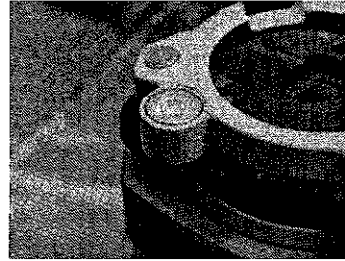
$$\alpha_1 = \theta_{AB} + \varepsilon_A + \gamma_1 = -1,524968788272005 \text{ rad} = -87^{\circ},374275457165126 = -87^{\circ} 22' 27",39164579445401$$

$$\alpha_2 = \theta_{AB} + \varepsilon_B + \gamma_2 = -1,533644841574213 \text{ rad} = -87^{\circ},871376694212174 = -87^{\circ} 52' 16",95609916382523$$

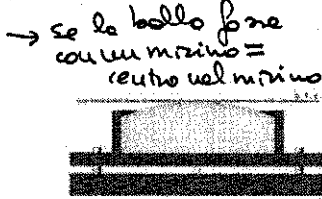
- arctan [(X_A-X_P)/(Y_A-Y_P)]
- Riduzione alla corda : $\rightarrow \varepsilon_{AB} = [(y_a - y_b)(2x_a + x_b)] / 6\rho_m N_m * 0,9996^2$
- formula γ
- formula η^2

Livella SFERICA

calotta in vetro, parzialmente piena di un liquido la cui superficie si dispone orizzontale



geometria: 1) piano tangente al centro della calotta
2) superficie d'appoggio

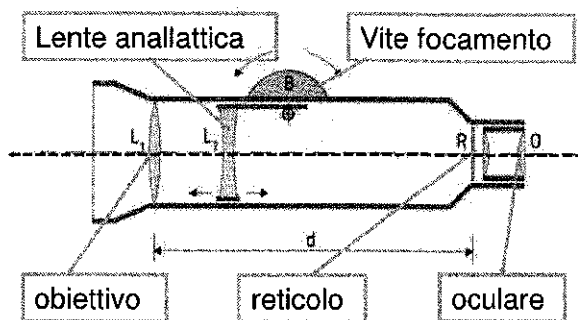


• **Condizione operativa:** si ruota la livella fino a quando il la tang. Centrale coincide con la tan. al centro bolla → in pratica ciò avviene "centrando la bolla al centro della graduazione"

• **Condizione di rettifica:** piano tangente al centro della calotta parallelo alla superficie di appoggio
→ Orizzontalizza piani e verticalizza assi

→ **Sensibilità della livella sferica:** limitata ad 1° o alcuni primi d'arco. È uno strumento di "prima approssimazione"

Cannocchiale a lunghezza costante e collimazione ad un punto



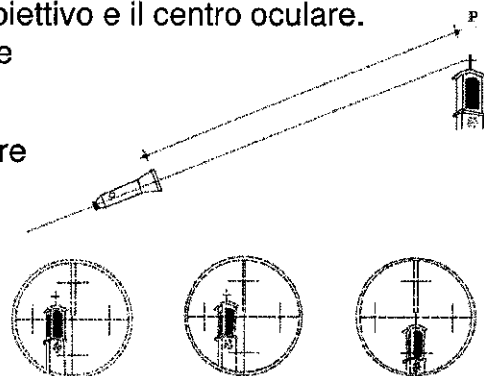
Adattamento alla vista: immagine "nitida" del reticolo (portare l'immagine ad una distanza = di quella della visione distinta)

Adattamento alla distanza: portare l'immagine del punto sul reticolo agendo sulla vite di focamento che sposta la lente anallattica

Asse di collimazione: passa tra il centro obiettivo e il centro oculare. Coincide con l'asse ottico del cannocchiale

Collimazione al punto P: allineare il centro obiettivo e del reticolo, al punto da collimare

- 1) Adattamento distanza
- 2) Bloccaggio azimutale e zenitale
- 3) Collimazione "fine" con viti dei piccoli spostamenti



POSIZIONI DEL TEODOLITE: *si usano entrambi per verificare l'angolo e*

- 1) • **NORMALE** : con cerchio zenitale alla sinistra dell'operatore
- 2) • **CONIUGATA** : con cerchio zenitale alla destra dell'operatore

*compensazione
ma
parte*

CONDIZIONI OPERATIVE (MESSA IN STAZIONE)

*verticalizzazione
d'asse primario*

- • asse primario (**a1**) verticale
- centro dello strumento (**a1na2na3**) e punto a terra sulla stessa verticale

il punto a terra deve giocare sull'asse che passa ~~per~~ per il punto zero dell'az.

CONDIZIONI DI RETTIFICA

- • **a1** ortogonale ad **a2**
- • **a2** ortogonale **a3** (ovvero **a2** ortogonale al piano formato da **a1** e **a3**)

Errori comuni:

→ non è verticale a_3

→ a_1 non accen. vertica.

ERRORI NELLE MISURE AZIMUTALI

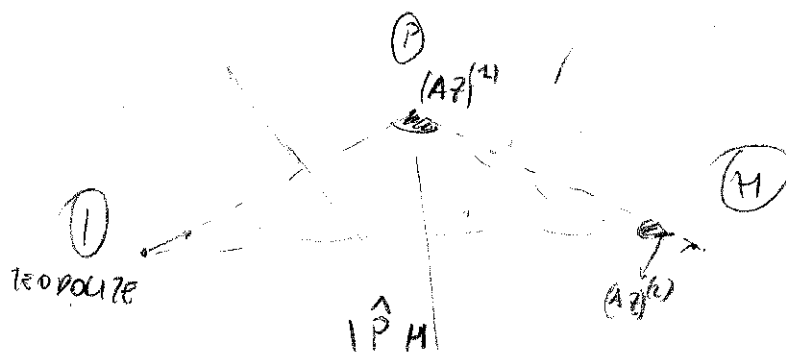
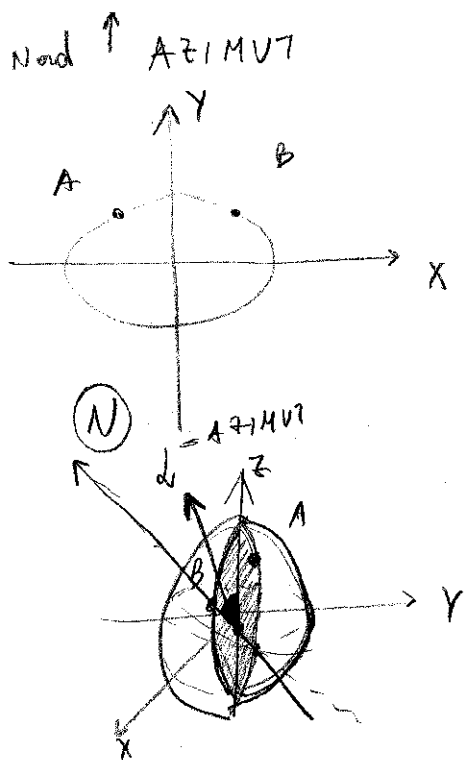
RETTIFICA	Verticalità (ϵ_v)	a_1 e verticale
	Inclinazione (ϵ_i)	$a_1 \perp a_2$
	Collimazione (ϵ_c)	$a_2 \perp a_3$
COSTRUZIONE	eccentricità cerchi graduati tracciamento cerchi graduati	

ERRORI NELLE MISURE ZENITALI

Zenit strumentale (Z)
Residuo errore di verticalità a_1 (v)
rifrazione atmosferica

ERRORI VARI NELLE MISURE AZIMUTALI E ZENITALI

Puntamento
Centramento del punto a terra
stima lettura ai cerchi
giochi parti meccaniche



*Sviluppi
suis Weing.*

$$\left. \begin{aligned} X &= s \sin \alpha \left(1 - \frac{s^2}{6NR_a} + \frac{1}{3} \cdot \frac{s^2}{N^2 R_a} \cdot \frac{e^4}{1-e^2} \sin \varphi \cos \varphi \cos \alpha + \dots \right) \\ Y &= s \cos \alpha \left(1 - \frac{s^2}{6\rho \cdot R_a} + \frac{1}{24} \cdot \frac{s^3}{\rho^2 R_a} \cdot \frac{e^2}{1-e^2} \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{\cos \alpha} \cdot (\dots) + \dots \right) \\ Z &= -s \left(\frac{s}{2R_a} - \frac{1}{2} \frac{s^2}{NR_a} \frac{e^2}{1-e^2} \sin \varphi \cdot \cos \varphi \cdot \cos \alpha + \dots \right) \end{aligned} \right\}$$

Sist. d. (polar.)
↓
SISTEMA
(CARTESIO)
(E; N)
PENTANGO

$$\left. \begin{aligned} E &= s \cdot \sin(\alpha - \varepsilon) \\ N &= s \cdot \cos(\alpha - 2\varepsilon) \end{aligned} \right\}$$

*ES1
eu. ipso
No R D*

POLARI → *Mantra delle
PENTANG*

$$s = [(E + \varepsilon \cdot N)^2 + (N - 2\varepsilon \cdot E)^2]^{1/2}$$

$$\alpha = \arctg \frac{E + \varepsilon \cdot N}{N - 2\varepsilon \cdot E}$$

Linea

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \varphi_0 + \left(\frac{d\varphi}{ds}\right)s + \left(\frac{d^2\varphi}{ds^2}\right)\frac{s^2}{2} + \left(\frac{d^3\varphi}{ds^3}\right)\frac{s^3}{3!} + \dots \\ \lambda &= \lambda_0 + \left(\frac{d\lambda}{ds}\right)s + \left(\frac{d^2\lambda}{ds^2}\right)\frac{s^2}{2} + \left(\frac{d^3\lambda}{ds^3}\right)\frac{s^3}{3!} + \dots \\ \alpha &= \alpha_0 + \left(\frac{d\alpha}{ds}\right)s + \left(\frac{d^2\alpha}{ds^2}\right)\frac{s^2}{2} + \left(\frac{d^3\alpha}{ds^3}\right)\frac{s^3}{3!} + \dots \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} E &= (\lambda_2 - \lambda_1) \cdot N_2 \cos \varphi_2 \\ N &= \rho_1 \cdot (\varphi_3 - \varphi_1) \cdot \{1 + \dots\} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} s &= \\ \alpha &= \end{aligned}$$

def. lu

$$m_l = \frac{d_r}{d_{se}} = \sqrt{\frac{e}{\rho^2} \cos^2 \alpha + \frac{2f}{\rho \cdot r} \cos \alpha \sin \alpha + \frac{g}{r^2} \sin^2 \alpha}$$

def. orole

$$m_A = \frac{\sqrt{e \cdot g}}{\rho \cdot r} \sin \omega$$

def. angolare

$$tg \delta = \frac{\left(\sqrt{\frac{g}{e} \frac{\rho}{r}} - 1\right) \cdot tg \alpha}{1 + \sqrt{\frac{g}{e} \frac{\rho}{r}} tg^2 \alpha} = m_d$$

nel calcolo del def.

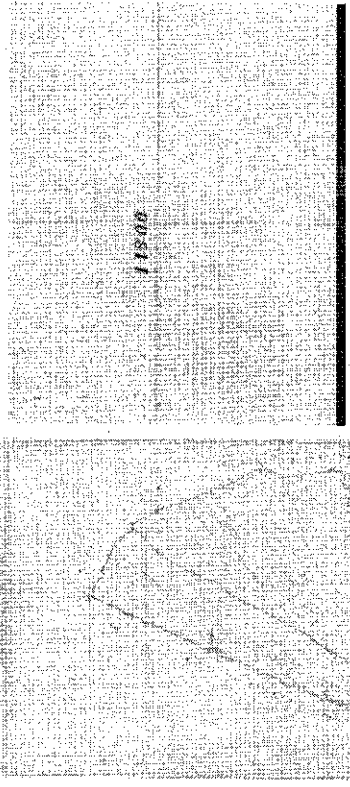
$$e = \left(\frac{\partial X}{\partial \varphi}\right)^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial \varphi}\right)^2 \quad f = \frac{\partial X}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial X}{\partial \lambda} + \frac{\partial Y}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial Y}{\partial \lambda} \quad g = \left(\frac{\partial X}{\partial \lambda}\right)^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial \lambda}\right)^2$$

$$\frac{\partial Y}{\partial u} = \frac{\partial X}{\partial \lambda} \quad \frac{\partial Y}{\partial \lambda} = -\frac{\partial X}{\partial u} \quad \text{DIFF. CARTE CONT}$$

*equat.
Cofe
Conforme*

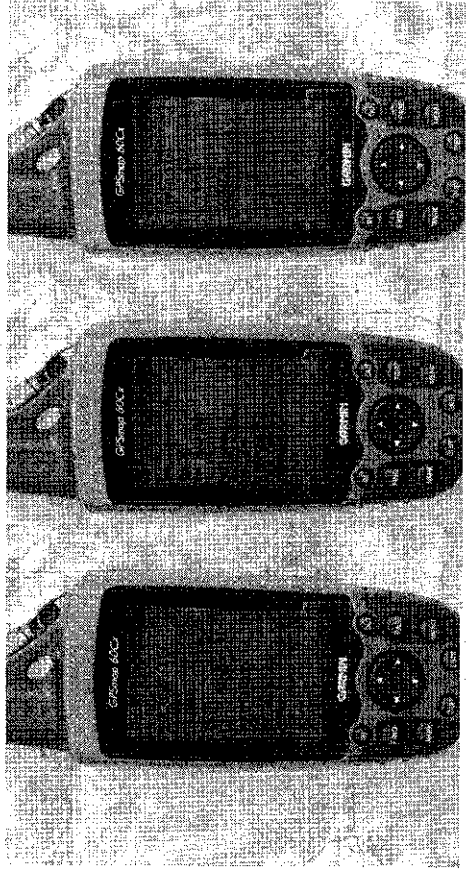
$$\left. \begin{aligned} Y &= f(u) - \frac{1}{2} f''(u) \lambda^2 + \frac{1}{4!} f^{IV}(u) \lambda^4 - \dots \\ X &= f'(u) \lambda - \frac{1}{3} f'''(u) \lambda^3 + \frac{1}{5!} f^{V}(u) \lambda^5 - \dots \end{aligned} \right\}$$

... quale cartografia e quali sistemi di riferimento?



Cartografia catastale scala 1:2000
Sistemi di coordinate locali
coordinate robotiche sono le coordinate dei sistemi locali

Le coordinate: proviamo a "misurarle" ...



Sistemi di riferimento proiezione cartografica Reticolato UTM

Definizione e tipi di sistemi di riferimento

Preliminare a qualunque problema di posizionamento.

Utilità dei SR: relazionare oggetti e luoghi nel database per calcolare distanza, aree, volumi, progressione e traiettorie veicoli ...

Definizione SR: insieme di regole e misure per fissare i gradi di libertà lasciati liberi dalle misure vere e proprie (eseguite comunemente in maniera relativa). *mi provo ho pochi di li ho fatto (se devo misurare le due; realizzando un sistema di riferimento)*

Realizzazione SR: un SR include la descrizione della teoria fisica e le approssimazioni adottate per la definizione degli assi coordinati. Distinguiamo la sua realizzazione pratica della "FRAME", costituita da una rete di punti di cui sono note coordinate e velocità. *realizzazione pratica del riferimento*

Tipologie dei SR:

- 1) Inerziale: in moto rettilineo uniforme rispetto alle stelle fisse;
- 2) ECEF: Earth Centered Earth Fixed (SR Geocentrico); *centro al centro della Terra e fuso*
- 3) di navigazione (piano locale).

... e a riportarle su di una cartografia



→ Errori nella carta e errori nella misura.

valutare attentamente:

- precisione
 - accuratezza
- approssimazione errore: la faccia risulta sferica*

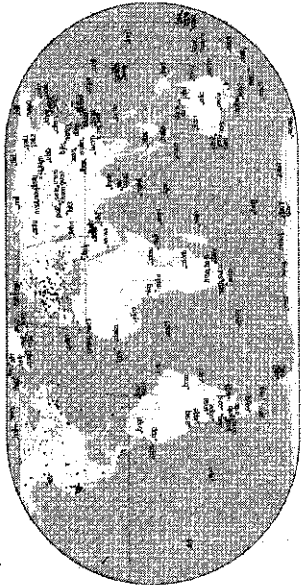
UN ESEMPIO DI STAZIONE PERMANENTE GPS



CHI DEFINISCE IL SISTEMA DI RIFERIMENTO?

Lo IERS definisce il sistema di riferimento **ITRS** (*International Terrestrial Reference System*), la cui realizzazione pratica consiste in un catalogo di posizione e velocità di punti (oggi stazioni permanenti GPS), detto **ITRF** (*International Terrestrial Reference Frame*).

L'**IGS** (*International GNSS Service*) contribuisce alla determinazione degli ITRS ITRF periodicamente (ITRF89 ... **ITRF2005** - recentemente ITRF2008)

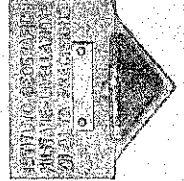


<http://igscb.jpl.nasa.gov/network/netindex.html>

Capisaldi IGM: monografie IGM

Istituto Geografico Militare		mod. 12/8-AR	
Comando Regione Militare Tesco-Sulliana			
Staz. C. C. Bozza			
Comune Bozza			
Provincia di Dronero			
Sezione			
4-71.5662		Coordinata Geodes. Bozza	
44°22'15.3"		0°48'15.0"	
CANTONE			
TOSCANEZIA			
Socole comunali			
CA 0071: alla base della facciata della scuola, presso lo spigolo destro			
CA 0074: sulla stessa facciata, in corrispondenza del c.so.			
CA 3969: corrispondenza del c.so.			
090244		15/87	
TOSCANEZIA - Socole comunali		Ev. III 008	
CA 0071		15/87	

- Rete di livellazione di alta precisione:
- Capisaldi su parete
- Capisaldi a terra (tombini)



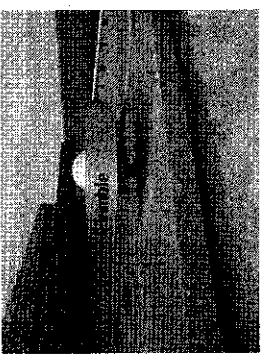
CAPOSALDO VERTICALE (SU PARETE)

Realizzazione di Frame: reti di stazioni permanenti GPS

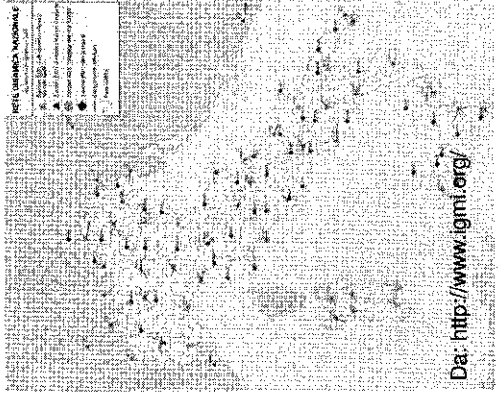
... OGGI:

Rete Rete dinamica nazionale IGM (RDN)

- materializza il S.R. WGS84 in maniera "dinamica" (continua acquisizione e ricalcolo)
- 100 stazioni GPS / GNSS in Italia



SPGPS Politecnico di Torino



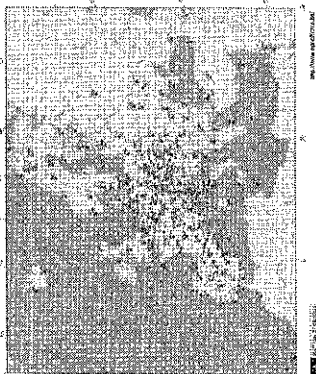
Da: <http://www.igmi.org/>

Definizione e realizzazione sistema ECEF - ETRS

Non è pratico aggiornare troppo sovente le coordinate delle reti.

In Europa una buona parte di questi spostamenti globali è seguita da tutte le nazioni; per questo si è deciso di istituire una rete "locale" Europea, le cui coordinate, depurate da questi spostamenti comuni, servissero da sistema di riferimento (spostamenti di pochi mm/anno)

EUREF Permanent Tracking Network



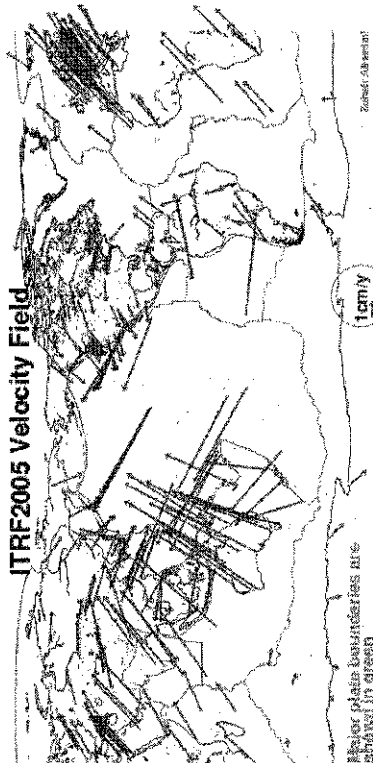
<http://www.epncb.oma.be/>

→ Progetto **EUREF (European Reference Frame)**. La sua realizzazione consiste in un catalogo di punti di note coordinate e velocità denominate **ETRF-xx (ETRF89 ... ETRF2000)**

ITRF e ETRF coincidono all'anno 1989 (ITRS89=ETRS89).

Perché cambiano i sistemi di riferimento?

ITRF2005 Velocity Field



Non a caso gli enti che si occupano di **geodinamica** mantengono il sistema di riferimento: variazione delle coordinate dei punti che costituiscono il frame, per movimenti crostali, rappresentano variazioni del sistema di riferimento. Periodicamente questo deve essere aggiornato.

Sistemi di riferimento e superfici di riferimento

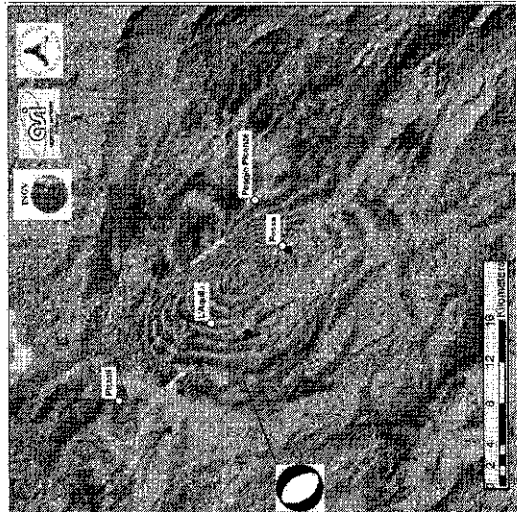
Nelle applicazioni ingegneristiche e nella progettazione il sistema ECEF non è pratico.

Nella progettazione di opere, meccanica della locomozione e altro ancora, occorre fare riferimento a campi di forze che agiscono:

- in planimetria
- in altimetria

È pratico allora fare ricorso a "superfici di riferimento", associate a sistemi di riferimento ECEF. La prima superficie che si incontra è una superficie definita in base al campo della forza di gravità: è una superficie fisica che si chiama "GEOIDE".

Perché cambiano i sistemi di riferimento?



Deformazioni locali

Esempio: terremoto in Abruzzo.

interferogramma SAR ENVISAT - ogni frangia d'interferenza rappresenta uno spostamento quasi verticale di 2.5 cm

Fonte: INGV

GRADI SESSADECIMALI

$$\text{Gradi } XXXX = \text{gradi} + \frac{\text{Primi}}{60} + \frac{\text{Sec}}{60}$$

$$\text{GRA} = \text{INT}(\text{GRA}, XXXX)$$

$$\text{PRI} = \text{INT}(0, XXXX + 60)$$

$$\text{SEC} = [(0, XXXX + 60) - \text{PRI}] \cdot 60$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{centesimali } [gon] \\ 1 gon = \frac{g}{100} \end{array} \right\}$$

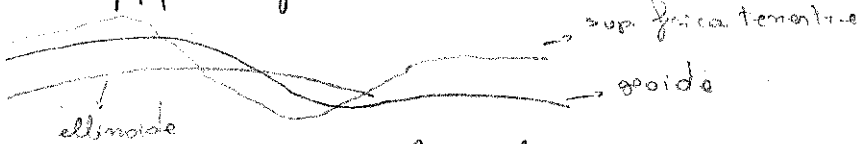
GEODESIA

- parte della definizione di "intensità" del campo gravitazionale in un punto, come la forza g per unità di massa, oppure, se facciamo riferimento a $m_0 \rightarrow \vec{g} = \frac{\vec{F}}{m_0}$

FORMA DELLA TERRA: (approssimative per approssimabile):

- Superficie Ellimoidica: figura astratta, è un oggetto matematico sul quale si legge il rilievo.
- Superficie Dinamica Teorica: è una particolare superficie del campo gravitazionale che ha nell'ipotesi in cui la tenaria un corpo continuo, di densità uniforme. È legata a entità finché quali il vettore \vec{g} superficie chiusa, liscia, priva di singolarità.
- Superficie Dinamica reale: è una particolare superficie al livello del campo gravitazionale. Essa coincide con il pelo libero dei mari supposti in equilibrio e in assenza di azioni perturbatrici locali. Superficie liscia e sferoidale con densità globalmente positiva \rightarrow geoida (Listing 1873)

PER APPROPRIATI VALORI dei PARAMETRI gli sferoidi matematici ridotti sono ormai piccoli (10 cm di metr), per tale fatto si la sostituiscono ellinoide \rightarrow geoida.



CAMPO SCALARE: insieme di valori scalari

CAMPO VETTORIALE: insieme di valori vettoriali

\rightarrow Potenzioservative: se il lavoro da una congiunto su di un corpo è nullo quando il corpo percorre una traiettoria chiusa qualunque.

$$u_A - u_B = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_B^A \vec{F} \cdot d\vec{s} \quad \vec{F}_s = F_{cos} \delta$$

Se il corpo acquista energia potenziale nel passaggio da A a B, si dice che il punto B è a maggiore potenziale del punto A e viceversa.

per definire l'eu. potenziale in un punto dello spazio si sceglie di norma un punto in cui si pone l'energia potenziale $u = 0 \rightarrow u = \varphi(x, y, z)$ funzione delle coordinate di punto

sup. equipotenziale: $u = \varphi(x, y, z) = costante$

sulla "Terra":

$\vec{F}_N \rightarrow$ attrazione newtoniana sulla $m_0 =$ risultante di tutte le forze elementari che agiscono su un elemento di massa dello stesso ordine nell'unità di massa in un punto P

$\rightarrow \vec{c} = \omega^2 \vec{r}$ con $\omega = 7,29 \cdot 10^{-5} \frac{rad}{s}$ attorno all'asse polare Z

$|\vec{c}| = \sqrt{X_p^2 + Y_p^2}$ diretto secondo la normale all'asse Z

$$\vec{F}_c = m_0 \omega^2 r$$

$$\vec{F}_N = G \cdot \iiint \frac{du}{r}$$

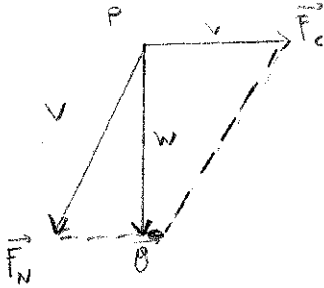
$$\vec{g} =$$

relativo potenziale:

$$V = \frac{1}{2} \omega^2 r^2$$

$$V = G \cdot \iiint \frac{du}{r}$$

W



il potenziale W risulta dalla somma del potenziale V relativo alla forza di attrazione gravitazionale e del V relativo alla forza centrifuga (somma i potenziali in quanto funzioni scalari)

→ ponendo $W = \text{cost}$ $V(x; y; z) + v(x; y) = \text{cost} = W_0$ → def. eq. equipot.

Definisco, quindi, geoido la superficie del corpo gravitazionale che passa per il punto di quota zero, definito dal livello medio del mare.

→ è impossibile determinare esplicitamente l'equazione del geoido, poiché per determinare l'equazione occorrerebbe conoscere il valore di δ in ogni punto terrestre.

→ per calcolare l'integrale, per il calcolo del potenziale della forza di attrazione universale, viene determinato una serie di funzioni sferiche dopo la sostituzione di coord. geocentriche con le polari (σ, ψ, λ)

POTENZIALI:

$$W = V + v$$

$$W = V' + v + T$$

$$W = U + T$$

$U =$ potenziale normale
 $T =$ " anomalo

GRAVITÀ normale o gradiente del potenziale $\underline{U} = \vec{g} = \text{grad } U$

$$\vec{g}_x = \frac{\partial U}{\partial x}; \vec{g}_y = \frac{\partial U}{\partial y}; \vec{g}_z = \frac{\partial U}{\partial z}$$

ANOMALIA DI GRAVITÀ = $\vec{g} - \vec{g}'$ → gravità normale

• sostituisco le coordinate geocentriche con le polari σ, ψ, λ

$$\begin{cases} x = \sigma \cos \psi \cos \lambda \\ y = \sigma \cos \psi \sin \lambda \\ z = \sigma \sin \psi \end{cases}$$

prima approssimazione del potenziale $V' = \Gamma(\sigma, \psi, \lambda) = \frac{GM}{\sigma} \left[1 + \frac{1}{2 \cdot \sigma^2 H} \left(C - \frac{A+B}{2} \right) \cdot (1 - 3 \sin^2 \psi) + \frac{3(B-A)}{4 \sigma^2 H} \cos^2 \psi \cos \lambda \right]$

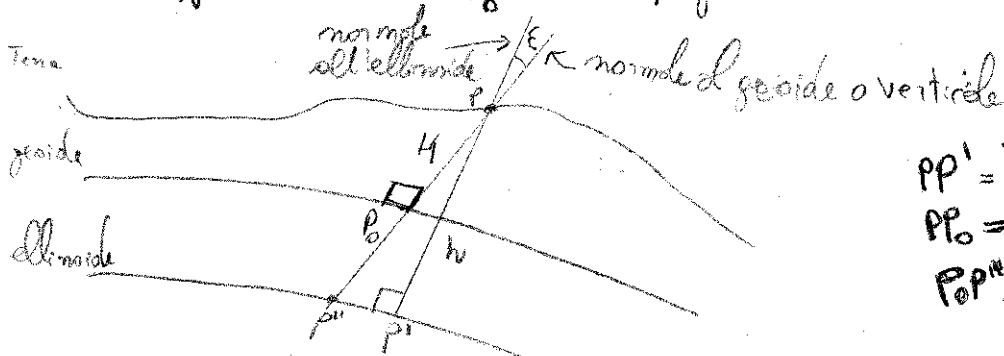
$$U = \frac{GM}{\sigma} \left[1 + \frac{1}{2 \cdot \sigma^2} \cdot \frac{C-A}{H} (1 - 3 \sin^2 \psi) \right] + \frac{1}{2} \omega^2 r^2 = \text{cost}$$

SFEROIDE:

condizioni con cui ho trovato l'equazione dello sferoide:

→ forma simile ad una funzione rotazione, quindi impone $A=B$
 $r^2 = x^2 + y^2 = \sigma^2 \cos^2 \psi$

Posso approssimare al meglio la superficie terrestre con il GEODE e ELLISSOIDE



$PP' = h$ ortogonale ellissoidica di P
 $PP_0 = H$ " ortometrica o quota del punto P
 $PP'' = N$ ortogonale del geode

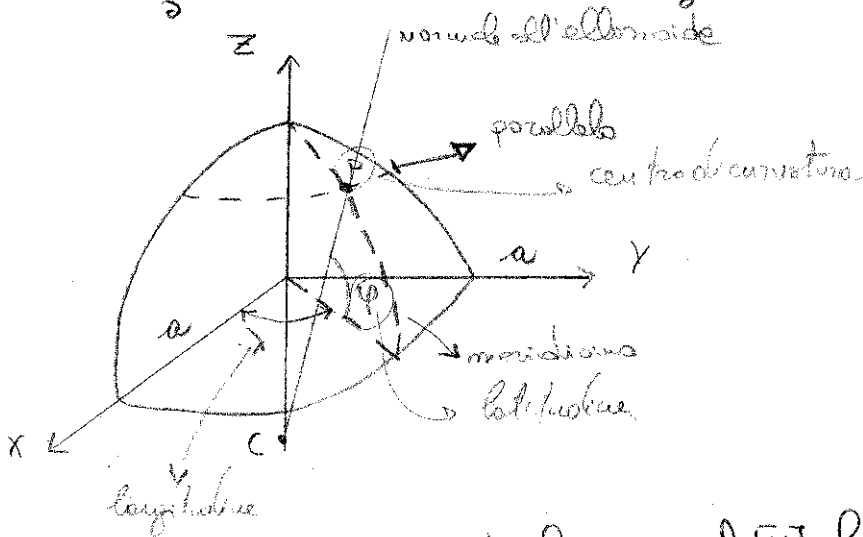
COORDINATE GEOGRAFICHE

ipotesi: considero ellinoide di rotazione di sezioni a e c noti:

Schicciamento
 $\alpha = \frac{a-c}{a}$

prima eccentricità
 $e^2 = \frac{a^2 - c^2}{a^2}$

seconda eccentricità
 $e'^2 = \frac{a^2 - c^2}{c^2}$



LATITUDINE (φ): Angolo acuto che la normale [N] forma con il piano [XY] concorde con Z

LONGITUDINE (λ): Angolo diedro che il semipiano meridiano passante per P forma con un semipiano meridiano originale, in senso positivo

uguali latitudini = paralleli
 uguali longitudini = meridiani
 con φ e λ → si individuano univocamente P

INVERSO: da geocentriche a geografiche

$$(X_p, Y_p, Z_p) \rightarrow (\lambda_p, \varphi_p, h)$$

$$\lambda = \arctg \frac{Y}{X}$$

$$r = \sqrt{X^2 + Y^2} = (N+h) \cos \varphi$$

$$\varphi = \arctg \frac{Z}{r} = \arctg \frac{Z}{r \left(1 - \frac{e^2 N}{N+h} \right)}$$

$$N = \frac{a}{W} = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cos^2 \varphi}}$$

$$h = \frac{X}{\cos \varphi \cos \lambda} - N$$

ESERCIZI

Determinare il semiasse polare c , l'eccentricità e^2 e e'^2 di:

	a [m]	d	$c = a(1-d)$	e^2	e'^2
D	6.376.985	1/308.6	6.356.320,728	$6,47 \cdot 10^{-3}$	$6,5125 \cdot 10^{-3}$
Everest	6.377.276	1/3008	6.356.074,919	$6,6378 \cdot 10^{-3}$	$6,6822 \cdot 10^{-3}$
Bemell	6.377.397	1/299,15	6.356.078,608	$6,6444 \cdot 10^{-3}$	$6,719 \cdot 10^{-3}$
F	6.378.338	1/288,5	6.356.229,376	$6,8924 \cdot 10^{-3}$	$6,9686 \cdot 10^{-3}$
cl.	6.378.249	1/299,5	6.356.108,689	$6,836 \cdot 10^{-3}$	$6,88 \cdot 10^{-3}$
Hohw.	6.378.110	1/299,3	6.356.758,371	$6,69 \cdot 10^{-3}$	$6,738 \cdot 10^{-3}$
Hayford	6.378.388	1/297,0	6.356.911,9	0,00672	0,00676817
Kron.	6.378.215	1/298,3	6.356.863,019	$6,6931 \cdot 10^{-3}$	$6,71 \cdot 10^{-3}$
WGS84	6.378.137	1/298,3	6.356.755,381	$6,6931 \cdot 10^{-3}$	$6,739 \cdot 10^{-3}$

$$r = N \cos \varphi$$

$$N = \frac{r}{\cos \varphi} = \frac{a \cos \varphi}{W} \cdot \frac{1}{\cos \varphi} = \frac{a}{W}$$

$$\frac{N - \rho}{N} = \frac{e^2 \cos^2 \varphi}{1 - e^2 \sin^2 \varphi}$$

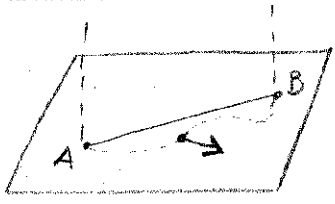
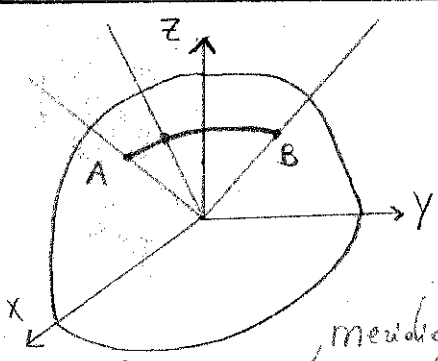
- N è sempre maggiore o uguale a ρ
- la differenza tra i due raggi principali di curvatura è massima all'equatore ($\varphi = 0$)
- la differenza tra i due raggi principali di curvatura è nulla ai poli ($\varphi = \frac{\pi}{2}$)
- la differenza relativa tra i due raggi principali di curvatura è dell'ordine di e^2 ovvero $\frac{1}{150}$ (ovvero 2×10^{-2})
schicciocciamente

SEZIONI NORMALI e GEODETICHE

• Procedimento: definita la superficie di riferimento (ellenoide) e proiettati sulla stessa tutti i punti significativi del terreno da rilevare, bisognerà misurare questi e distanza per determinare le loro proiezioni

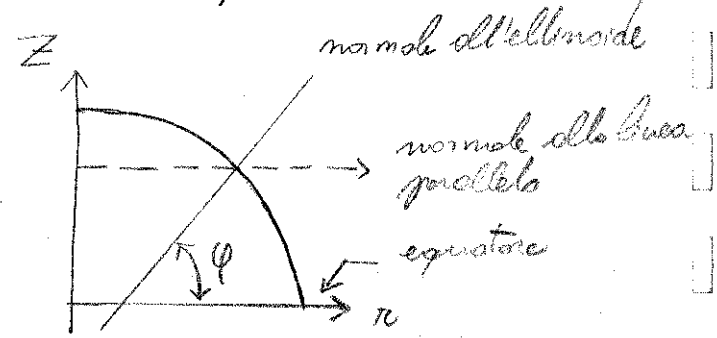
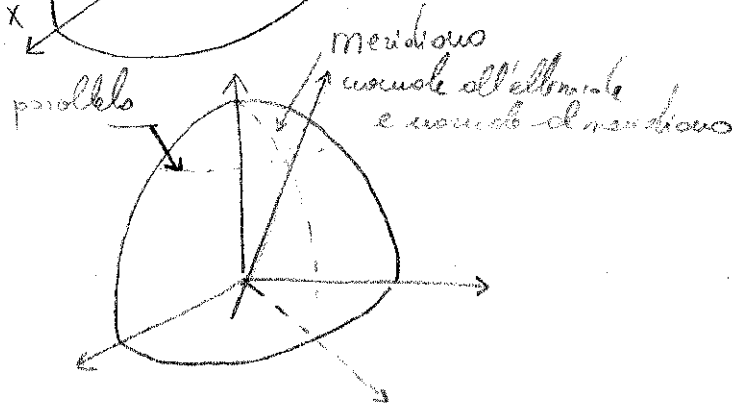
Immagino di congiungere tutti i punti proiettati sull'ellenoide con linee appartenenti alla superficie di riferimento, per ricostruire la forma degli oggetti che giacciono sulla terra.

non c'è univocità di congiungente (A-B) sull'ellenoide, l'univocità c'è data se troviamo la **GEODETICA**: definita analiticamente come quella linea appartenente alla superficie di riferimento che gode della proprietà di avere in ogni suo punto la normale alla linea coincidente con la normale alla superficie.



GEODETICHE di SFERA e PIANO

• IL TEOREMA DI CLAIRAUT chiarisce che le geodetiche sono le curve gobbe, cioè linee che non giacciono tutti su un piano



$$\begin{cases} X = S \sin \alpha \left[1 - \frac{S^2}{6\rho N} \left(1 - \frac{e^2 \sin^2 \alpha \cos^2 \varphi}{1 - e^2 \sin^2 \varphi} \right) \right] \\ Y = S \cos \alpha \left[1 - \frac{S^2}{6\rho N} \left(1 + \frac{e^2 \cos^2 \alpha \cos^2 \varphi}{1 - e^2} \right) \right] \\ Z = -S \left(\frac{S}{2R_0} - \frac{S^2}{6R_0^2} \cdot \frac{3e^2 \sin^2 \varphi \cos \alpha}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi - e^2 \sin^2 \alpha)} \right) \end{cases}$$

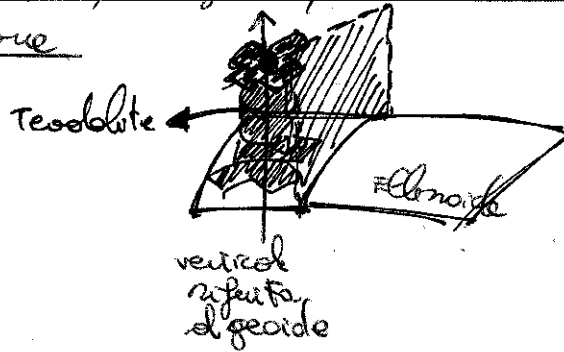
Sviluppi
≡
teme sferiche

ERRORI / INCONGRUENZE di misurazione

TEODOLITE: non è in grado pienamente di operare secondo la definizione di linea geodetica, individuata solo per caso piano.

→ nel teodolite, con lo livello, si orienta l'asse principale secondo la direzione della verticale (riferimento al geode) e non di riferimento secondo la normale

→ le misure topografiche equivolvono quindi a misure eseguite sull'ellissoide fra rettili obliqui



MISURE TOPOGRAFICHE: eseguibili sulla realtà

• Distanza fra due punti: prendo A e B sulla superficie fra terra, con lo strumento solo la lunghezza s' dell'arco di direzione normale che congiunge le proiezioni A' e B' sulla superficie di riferimento.

AZIMUT DI UN PUNTO: Se considero 2 punti A e B, l'azimut di B rispetto ad A, misurato con osservazioni astronomiche o con teodoliti geodetici, è l'angolo che la direzione normale AB fa con la tangente al meridiano in A diretta verso nord. L'Azimut si voluta misurare a partire dal nord [0°/270°]

ANGOLO AZIMUTALE: Considerando A e B' e un terzo punto C' (punto di stazione del teodolite), l'angolo azimutale ACB, che si può misurare è l'angolo fra le rettili normali CA e CB.

- ripeto: solo con una "normale" =
- 1) si accetta l'incongruenza delle misure riferite alla verticale e non alla normale all'ellissoide e si procede al calcolo delle coordinate
 - 2) convenientemente, per ogni punto determinato la direzione della verticale

ESEGUIRE CALCOLI SULLA SUP. di RIFERIMENTO

Prima ipotesi: devo accettare i teoremi della geodesia operativa, ovvero con la Trigonometria Ellissoidea,

→ sendo più semplice limitando opportunamente le lunghezze dei lati considerati:

→ 10^{-2} = quantità piccola del primo ordine

→ Archi di geodetica $s = 50 \text{ km}$ → $\frac{s}{R}, \frac{s}{N}, \frac{s}{R_2}, e^2, e$ sono quantità piccole del primo ordine

→ se gli archi di geodetica che congiungono le fig. e oggetto del calcolo non eccedano i 100 km, i calcoli eseguiti con gli algoritmi della trigonometria sferica risultano "praticamente uguali" a quelli ottenibili con la trigonometria ellissoidea.

se le deviazioni non eccedano i 15 km, i risultati che si ottengono con la trigonometria piana sono "praticamente uguali" a quelli che si otterrebbero usando una trigonometria ellissoidea.

PRATICAM. UGUALI: risultati di due calcoli eseguiti con algoritmi diversi

tutte le volte che le differenze sono molto inferiori alle incertezze derivanti dalle misure.

nel campo geodetico

→ può consistere come esempio di errore $\varphi = 0 \rightarrow d = 0$
 $\rightarrow d = \frac{D}{2}$

con $s = 200$ km le differenze (che noi chiamiamo errore) non superano i 28 cm
($<$ dell'inertanza delle misure)

→ I problemi di calcolo che riguardano la planimetria di un punto in un intorno di 20 km possono essere risolti con la trigonometria sferica

→ sono come raggi della sfera la media geometrica dei raggi di curvatura delle rettori normali principali del punto di tangenza

→ tale sfera prende, l'uomo di sfera locale, il suo intorno operativo diventa il "corpo geodetico" o di Poincaré.

Per l'altimetria (caso di $\varphi = 45^\circ$) → differenza → nulla ai poli
→ max all'equatore

→ per i calcoli relativi all'altimetria di un punto, i limiti → fra nord e S
entro cui si può assumere come superficie di riferimento
la sfera locale sono più ristretti ~~che~~ rispetto a quelli della planimetria.

→ solitamente si assume la sfera locale come superficie di riferimento per l'altimetria
se le distanze in gioco sono inferiori a 25 km

da $\frac{X}{\sin(\alpha - \epsilon)}$:

ricavo

$$\begin{cases} X = S \cdot \sin(\alpha - \epsilon) \\ Y = S \cdot \cos(\alpha - 2\epsilon) \end{cases} \rightarrow \text{calcolo geod. rettangolari in funzione delle geod. polari}$$

come calcolo l'angolo ϵ ? (date S e α): A meno di termini del quarto grado (ordine) si può considerare tale triangolo come piano e quindi la superficie sarà data da

$$3\epsilon = \frac{s^2 \sin \alpha \cos \alpha}{2 p N}$$

$$\begin{cases} X = S \cdot \sin(\alpha - \epsilon) = S \cdot (\sin \alpha \cos \epsilon - \cos \alpha \sin \epsilon) \\ Y = S \cdot \cos(\alpha - 2\epsilon) = S \cdot (\cos \alpha \cos 2\epsilon + \sin \alpha \sin 2\epsilon) \end{cases}$$

per comodità delle serie di Taylor fino a primo ordine:

$$\rightarrow \cos \epsilon \approx \cos 2\epsilon \approx 1 \quad \sin \epsilon \approx \epsilon \quad \sin 2\epsilon \approx 2\epsilon$$

$$\begin{cases} X = S \cdot \sin \alpha - \epsilon \cdot S \cos \alpha \\ Y = S \cos \alpha + 2\epsilon \cdot S \cdot \sin \alpha \end{cases}$$

indefinite:

$$\begin{cases} S \cdot \sin \alpha = X + \epsilon Y \\ S \cos \alpha = Y - 2\epsilon X \end{cases}$$

da cui ricavo le relazioni per il passaggio dalle coordinate geod. rettang. \rightarrow polari

$$S = \left[(X + \epsilon Y)^2 + (Y - 2\epsilon X)^2 \right]^{1/2}$$

$$\alpha = \arctg \left(\frac{X + \epsilon Y}{Y - 2\epsilon X} \right)$$

$$3\epsilon = \frac{X \cdot Y}{2 p N}$$

SFEROIDE [sup. di rotazione]

$$U = \frac{G \cdot M}{\sigma} \left[1 + \frac{1}{2 \cdot \sigma^2} \cdot \frac{(A - M)}{M} (1 - 3 \sin^2 \psi) \right] + \frac{1}{2} \omega^2 r^2 = \text{cost}$$

SFEROIDE in COORD. POLARI:

$$\sigma = a \cdot (1 - e^2 \sin^2 \psi)$$

schiocciamento $e = \frac{a-c}{a} = 1 - \frac{c}{a}$

Ellissoide di rotazione avente gli assi ~~minori~~ semi-assi a e c dello sferoide

$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

↓
formulare $\sigma^2 = a^2 \left(1 - 2e^2 \frac{z^2}{a^2} \right)$

a = semi-asse maggiore

c = " minore

λ = longitudine ellissoidica

φ = latitudine "

h = altezza ellissoidica

$P(x, y, z)$ = coordinate geocentriche rettangolari

$P(\varphi, \lambda, h)$ = coord. geografiche

COORD. GEOGRAP.

schiocc.
 $e = \frac{a-c}{a}$

1^a eccentricità
 $e^2 = \frac{a^2 - c^2}{a^2}$

2^a eccentricità
 $e'^2 = \frac{a^2 - c^2}{c^2}$

EQ. PARAM ELLISSOIDE

$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad \text{eq. generica} \rightarrow \frac{r^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

se il riferimento è il piano rz

$$\begin{cases} x = \frac{a \cdot \cos \varphi \cdot \cos \lambda}{w} \\ y = \frac{a \cdot \cos \varphi \cdot \sin \lambda}{w} \\ z = \frac{a(1 - e^2) \sin \varphi}{w} \end{cases}$$

$$\rightarrow w = \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}$$

Le coordinate geografiche con le parametriche possono allora corrispondenti geocentriche (x_p, y_p, z_p)

se il punto P cade sulla superficie

$$\begin{cases} x_p = R' \cos \lambda \\ y_p = R' \sin \lambda \\ z_p = R' \sin \varphi \end{cases}$$

$$\cos R' = R + \frac{h \cos \varphi}{\text{parte dei secondi}}$$

DA GEOCENTRICHE (x_p, y_p, z_p) → GEOGRAFICHE (λ, φ, h)

$$\lambda = \alpha \text{ctg} \frac{y}{x}$$

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2} = (N+h) \cos \varphi$$

$$\varphi = \alpha \text{ctg} \left(\frac{z}{\rho} \right)$$

$$N = \frac{a}{W} = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}}$$

$$h = \frac{x}{\omega \rho \cos \lambda} - N$$

$$\varphi = \alpha \text{ctg} \frac{z}{\rho \left(1 - \frac{e^2 N}{N+h} \right)}$$

Teorema di Eulero: $\frac{1}{R_A} = \frac{\omega^2 a}{\rho} + \frac{\alpha u^2 a}{N}$

$$\rho = \frac{a(1-e^2)}{W^3}$$

Mensurieri: $R = N \cos \varphi$

Moisson: $R \cdot \text{Sied} = \text{cost}$

sviluppi P-W:

$$\left\{ \begin{aligned} X &= S \sin \alpha \left[1 - \frac{s^2}{6 \rho N} \left(1 - \frac{e^2 \alpha u^2 a \cos^2 \varphi}{1 - e^2 \sin^2 \varphi} \right) \right] \\ Y &= S \cos \alpha \left[1 - \frac{s^2}{6 \rho N} \left(1 + \frac{e^2 \alpha u^2 a \cos^2 \varphi}{1 - e^2} \right) \right] \\ Z &= -S \left(\frac{s}{2 R_A} - \frac{s^2}{6 R_A^2} \cdot \frac{3 e^2 \sin^2 \varphi \cos \alpha}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi - e^2 \sin^2 \alpha)} \right) \end{aligned} \right.$$

Caso geod → rif. allo stesso di un punto (luogopunti) → ellinoide

Caso topograf → rif. alla " " " " " " → piano

Caso geod → problemi planimetri di un punto in un intorno di 500 km si possono risolvere con la trig. sferica

→ soliti, si assume la sfera locale come superficie di riferim. per la metrica se le distanze in gioco sono inferiori a 15 km.

Caso topograf → un certo intorno ben definito per l'altimetria (altimetria non sferica)

→ in un raggio di 15 km i problemi planimetri possono essere risolti con la trig. piana

ESERCIZIO n°3

devo spiegare

$$\varphi = \arctg \left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right)$$

$$\lambda = \arctg \left(\frac{y}{x} \right)$$

$$h = \frac{x}{(\cos \varphi \cos \lambda)} - N$$

$$\cos N = \frac{a}{W} = \frac{6378358}{1,000}$$

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}}$$

	X	Y	Z	φ	λ	h
1	4499525,4271	585034,1893	4467810,3536	44°45'01",039	7°24'29",203	722,48
2	4495694,2695	592457,8605	4470744,7181	49°54'48",840	8°34'15",245	4470744,7181 -68'389,13302
3	4503424,7172	578160,7507	4465024,3002	49°46'68",441	8°12'85",100	-57854,61317
4	4498329,3715	562840,7651	4472537,6125	49°56'97",450	7°52'83",343	-76448,197

$$N = \frac{6378388}{\sqrt{1 - (0,0067)^2 (\sin 49)^2}}$$

$$N = 6378457,339$$

Esercizio 7

con Legendre → coord. geod. rett. $(X, Y) \rightarrow (S, \alpha)$

	S	α	X	Y
1	12943,82	$53^{\circ} 35' 01'' , 95$	$9^{\circ} 652,60$	$7^{\circ} 030,36$
2	12526,42	$96^{\circ} 34' 57'' , 26$	$12^{\circ} 505,724$	$715,762$
3	27111,72	$123^{\circ} 04' 10'' , 19$	12526,42	
4	17744,20	$149^{\circ} 07' 02'' , 41$	inaccessibile	
5	11396,18	$193^{\circ} 58' 40'' , 79$		

$$\begin{cases} X = S \sin(\alpha - \epsilon) \\ Y = S \cos(\alpha - 2\epsilon) \end{cases}$$

$$3\epsilon = \frac{s^2 \sin \alpha \cos \alpha}{2\rho N}$$

$$\frac{1}{6\rho N} = 4,125 \cdot 10^{-15}$$

$$\epsilon = \frac{s^2 \sin \alpha \cos \alpha}{6\rho N} = 3,71 \cdot 10^{-8}$$

$$3) \epsilon_3 = -5,89 \cdot 10^{-12}$$

$$4) \epsilon_4 = -3,814 \cdot 10^{-12}$$

$$5) \epsilon_5 = -3,43 \cdot 10^{-11}$$

1. PRINCIPI GENERALI

La cartografia è una rappresentazione figurativa, metricamente corretta, del terreno da descrivere secondo norme e simboli convenzionali. La superficie dell'ellissoide di riferimento o della sfera locale considerata per la particolare zona, come noto, non sono superfici sviluppabili su di un piano a meno di indurre delle deformazioni nel piano della rappresentazione (fig.1).

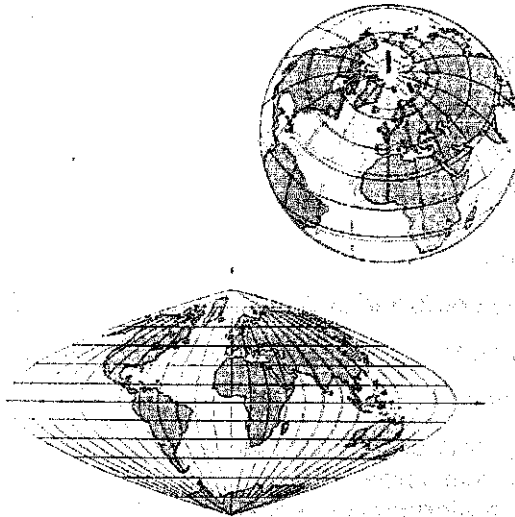


Fig.1. Superficie di riferimento e rappresentazione cartografica

La cartografia si occupa della definizione e dello studio dei tipi di rappresentazioni piane. Definito un sistema di coordinate curvilinee (u,v) e un sistema di coordinate cartografiche (x,y) stabiliamo una corrispondenza biunivoca mediante le equazioni della carta:

$$\begin{cases} x = f(u,v) \\ y = f(u,v) \end{cases}$$

→ biunivocità del punto

2. REQUISITI E CARATTERISTICHE

La carta è un disegno del territorio che si vuole rappresentare; è suddivisa in tavole ed è completata con opportune cornici e parametrature. E' realizzata in un sistema di coordinate piane (individuabili dalla parametratura) e mette in corrispondenza biunivoca i punti sul piano della rappresentazione con quelli sulla superficie matematica di riferimento (ellissoide). E' dotata di legenda per l'interpretazione dei simboli. E' caratterizzata da un "rapporto di scala" $1/n$, dove n è il numero di volte di cui risulta ridotta sulla carta la distanza topografica.

Una rappresentazione cartografica evidenzia due tipi di informazioni: l'altimetria e la planimetria. Per la planimetria, il naturale riferimento risulta essere l'ellissoide o superfici semplificate valide in ambito più ristretto (sfera locale, piano).

L'altimetria trova il suo più naturale riferimento nel geoide e può essere rappresentata mediante punti quotati o curve di livello, ovvero l'intersezione con il terreno di piani orizzontali equidistanti (Fig.2).

→ L'errore medio altimetrico può variare tra $\pm(0.02 \div 0.2)$ mm alla scala della carta per quanto riguarda i punti quotati e $\pm(0.1 \div 0.5)$ mm alla scala della carta per le curve di livello. L'equidistanza di queste è normalmente di 1mm alla scala della carta.

scala 1:	errore medio punti quotati	errore medio curve livello	equidistanza (in generale)
2000	4 \div 40 cm	$\pm(0.2 \div 1)$ m	2 m
10.000	0.2 \div 2 m	$\pm(1 \div 5)$ m	10 m
25.000	0.5 \div 5 m	$\pm(2.5 \div 12.5)$ m	25 m

Il contenuto metrico deve essere conforme a tolleranze che stabiliscono i massimi scostamenti tra distanze e dislivelli ricavati sulla carta e i corrispondenti misurati sul terreno. Dette tolleranze costituiranno parte del "Capitolato d'Appalto", documento che ha lo scopo di normare il prodotto che si desidera ottenere fornendo alla committenza elementi di garanzia.

3. CLASSIFICAZIONE DELLE CARTE

Si dicono *carte regolari* quelle in cui sono rappresentati, planimetricamente e altimetricamente, tutti i particolari del terreno, che la scala consente di inserire e sia presente pure il reticolato geografico o il sistema di coordinate piane adottato (oppure entrambi) e siano rispettate assegnate tolleranze. Le carte non regolari si dicono *speditive* se hanno tolleranze ammesse più ampie. Possono essere incomplete anche di alcuni particolari. Si dicono *dimostrative* carte nelle quali non sia stabilita alcuna tolleranza geometrica e la rappresentazione altimetrica, pur mettendo in evidenza l'andamento del terreno, non fornisca quote attendibili.

Una carta può essere ottenuta riducendo (mai aumentando) di scala una carta *rilevata*: si ottengono così le carte *derivate*. Queste devono naturalmente essere spogliate di alcuni particolari non rappresentabili alla nuova scala, sostituendoli, se è il caso, con segni convenzionali. Le carte *tematiche* sono carte compilate per scopi speciali nelle quali si vuole evidenziare un determinato fenomeno. Sono carte tematiche quelle catastali, geologiche, forestali, pedologiche, archeologiche, stradali ecc..

Riguardo al rapporto di scala le carte possono essere classificate in:

- geografiche (1:1.000.000 e minori)
- corografiche (1:100.000 \div 1:1.000.000)
- topografiche
 - piccola scala (1:50.000 \div 1:100.000)
 - media scala (1:10.000 \div 1:25.000)
 - grande scala (1:1.000 \div 1:5.000)
 - grandissima scala (1:200 \div 1:500)

L'anno di allestimento o aggiornamento di una carta è l'indice della sua attendibilità in quanto nel tempo può cambiare la morfologia del terreno e degli insediamenti urbani. Una carta deve quindi essere periodicamente aggiornata con ricognizioni e rilievi sul terreno o con tecnica fotogrammetrica.