



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO : 281

DATA : 08/05/2012

A P P U N T I

STUDENTE : Pecoriello

MATERIA : Geotecnica, teoria + esercizi

Prof. Lancellotta

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

Programma di Geotecnica¹

Origine, proprietà indice e storia tensionale dei terreni:

1. Origine dei terreni: alterazione, trasporto, sedimentazione (Par. 1.1, 1.3) ✓ FATTO
2. Fasi e relazioni tra le fasi (Par. 1.4; esercizi 1.1, 1.2) ✓ ✓
3. Classi di comportamento: proprietà indice e criteri di classificazione (Par. 1.5, 1.6, 1.7, 1.8) ✓ FATTO
4. Richiami di meccanica dei continui. (Par. 2.1.1, 2.1.2, 2.4.4, 3.2) ✓ ✓ ✓ ✓
5. Tensioni efficaci: definizione e postulato. (Par. 4.1). Tensioni geostatiche e storia geologica. (Par. 4.2 (4.2.1), 4.3 (4.3.1, 4.3.4, 4.3.5); esercizi 4.2, 4.3, 4.4, 4.5) ✓ ✓ ✓ ✓ ✓

Comportamento meccanico delle terre

6. Prove edometriche: tensione di preconsolidazione e parametri di compressibilità (Par. 4.4; esercizio 4.6) ✓
7. Rappresentazione dei percorsi di carico (Par. 4.5) ✓
8. Resistenza al taglio e deformabilità (Par. 5.1, 5.2, 5.3, 5.4, 5.5, 5.6, 5.7; esercizi 5.1, 5.4, 5.5, 5.6) ✓ ✓ ✓

Filtrazione nei mezzi porosi

9. Moti di filtrazione in regime stazionario (Par. 6.3, 6.4, 6.5 (introduzione e 6.5.4, 6.5.5), 6.6 (introduzione e 6.6.1, 6.6.2, 6.6.3); esercizi 6.2, 6.3, 6.4, 6.5)
10. Teoria della consolidazione (Par. 6.7.1, 6.7.2, 6.7.4; esercizi 6.6, 6.7, 6.8)

¹ I paragrafi indicati fanno riferimento al testo: R.Lancellotta: Geotecnica, Zanichelli, 3 ed., 2004.

- GEOTECNICA -

1.1. GENESI DEI TERRENI NATURALI : dei materiali che costituiscono la crosta terrestre a occupiamo di rocce e terreni.

- **TERRENI**: aggregati di particelle non cementate tra loro e, se la volta esiste qualche legame di cementazione, esso è ben diverso, in termini di entità e stabilità nel tempo da legami che esistono tra i minerali di uno zoccolo.
- Aggregato di particelle minerali che possono essere separate l'una dalle altre tramite semplice azione meccanica, oppure può essere cementato l'azione dell'acqua (agglutinazione)

* Storia *

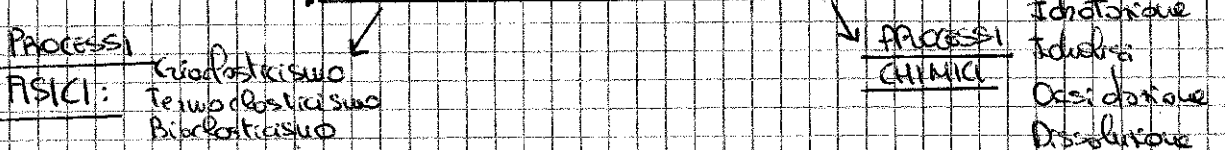
L'attuale composizione di cui dipende è il risultato di una storia, che comprende fenomeni di alterazione (delle rocce madri), di trasporto e di deposizione, di quali, nonché solitamente ogni ulteriore mutamenti strutturali dovuti a variazioni dell'ambiente di sedimentazione e a carichi imposti.

ALTERAZIONE: da fase di alterazione è correlata a dei processi fisici e chimici che portano alla formazione di detriti. In particolare, i processi fisici riguardano in un primo tempo la frammentazione di rocce e fessure derivanti dalla scarsa tensione preesistente del sollevamento e dall'erosione dell'ammasso roccioso. A ciò si aggiunge l'azione dell'acqua di percolazione che, congelandosi, esercita pressioni così elevate da disintegrare gli strati più fragili (CRASTOCLASTICISMO). Si espone all'erosione e carbonazione con distacco degli strati esterni sotto forma di solhi, scoglie (TERMOCLASTICISMO - esplosione - desquamazione).

- **Bioclasticismo**: azione di deformazione tramite alterazione biologica.

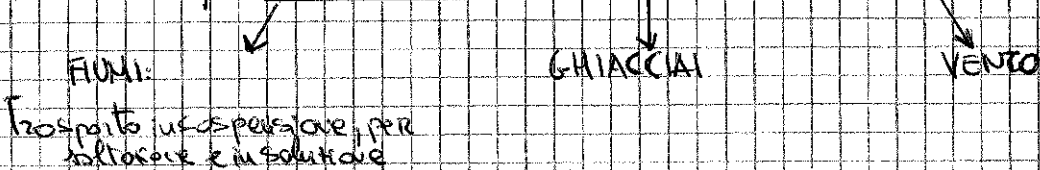
* ROCCHE MADRI *

1) FASE DI ALTERAZIONE

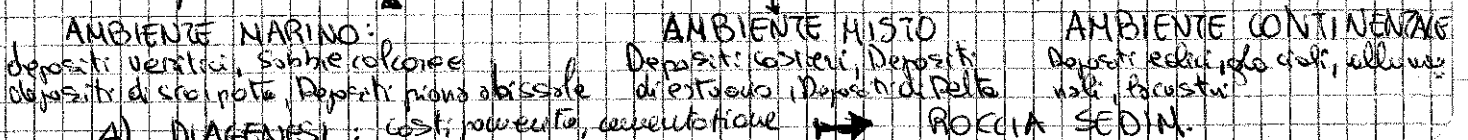


MANTELLO di ALTERAZIONE → DEPOSITI RESIDUALI

2) FASE di TRASPORTO: resistenza e attrazione



3) FASE di DEPOSIZIONE



Grado di Saturazione: $S = \frac{V_w}{V_r} = \frac{\text{Volume Acqua}}{\text{Volume Vuoti}}$

S esprime in percentuali da 0% → 100%

$w =$ contenuto d'acqua = quantità presente (di acqua) nei vuoti, rapportata alla quantità di materia solida

$$w = \frac{M_w \text{ (massa acqua)}}{M_s \text{ (massa solida)}}$$

$$p_w = \frac{M_w}{V_w} = \frac{\text{massa acqua}}{\text{Volume acqua}}$$

$$p_s = \frac{M_s}{V_s}$$

$$p = \left(\frac{M_s + M_w}{V} \right)$$

DENSITÀ SECCA:

$$\rho_d = \frac{M_s \text{ (solida)}}{\text{Volume (V)}}$$

DENSITÀ SPECIFICA SOLIDI

PESO DELL'UNITÀ DI VOLUME:

$$\gamma = \rho g$$

($g =$ accel. di gravità = $9,81 \frac{m}{s^2}$) → valori usuali di γ sono comprese tra 18 e 22 KN/m^3

peso dell'unità di volume s'esperto:

$$\gamma' = \gamma - \gamma_w$$

$$s_e = G_s w$$

$$G_s = \frac{\rho_s}{\rho_w} \rightarrow \text{densità specifica}$$

$e_{max} / e_{min} \rightarrow$ $+ sfiora < e$ $- sfiora > e$
 \searrow $+ smontamento < e$ $- smontamento > e$

Identificazione: identif. caratteristiche (formatura, ^{superf.} micrologia, granulometria, struttura)

Classificazione \rightarrow parametro \rightarrow $\begin{cases} \text{occhi determinazione / cartine} \\ \text{indipendenza delle condizioni ambientali} \end{cases}$

Dimensione, forma, distribuzione Limite visivo colibro umano = 0,05 mm

di altri parametri granulom. \rightarrow sabbie e ghiaie ma a pila grossa perché il conteggio della distrib. granulom.

Sifacci

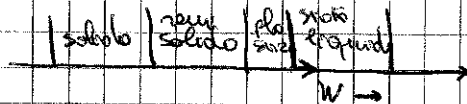
acqua x ridimentazione: $r = \frac{\rho_s - \rho_w}{1 + \eta} g D^2$ (ipotesi forma sferica: possibile riferirsi a 2 mm $\phi > 50 \mu m$ uniti kndol.)

Limiti di Atterberg

Comportamento misto \rightarrow curva granulometrica e bolle forma

grana fine \rightarrow Comportamento + parametro intermedii

CONSISTENZA limiti di Atterberg



CUCCHIAIO DI CASAGRANDE

- Composizione di terra \rightarrow mescolo in acqua distillata \rightarrow pastello \rightarrow solco \rightarrow movimento (circa 100g) rotativo \rightarrow colpi verticali per far rullare di 10 mm circa \rightarrow si può ripetere anche in presenza d'acqua (e conta il n° di colpi x il contenuto d'acqua).

INDICE di PLASTICITÀ = $PI = W_L - W_P$

" " LIQUIDITÀ = $LI = \frac{W - W_P}{PI}$

" " CONSISTENZA = $IC = \frac{W_L - V}{PI} = 1 - LI$

" " ATTIVITÀ = $A = \frac{PI}{CF} = \frac{PI}{\% \text{ argilla}}$

inattivi se $A < 0,75$
 normalmente attivi se $0,75 < A < 1,25$
 attivi se $A > 1,25$

CARTA di PLASTICITÀ di CASAGRANDE: eq $\rightarrow PI < 0,75 - (W_L - 20)$ (ipotesi tenuto)

condizione più di compione migliore troppo pesante perché se trota di zone troppo aperte e d'un evaporazione più rapida, che si dovrebbe un'acqua fessata (anche tutto può essere presenza una grande variazione).

→ l'umidità d'acqua riveste importanza nelle macchine delle terre, perché a questo sono correlati altri parametri meccanici, tra i quali la resistenza al taglio delle argille.

La densità dell'acqua, delle particelle solide e di un campione nel suo insieme sono definite dalle relazioni:

$$\rho_w = \frac{M_w}{V_w} \quad ; \quad \rho_s = \frac{M_s}{V_s} \quad ; \quad \rho = \left(\frac{M_s + M_w}{V} \right)$$

→ VALORI CONVENIUTI
NAC

Granuli di sabbie silicee → $\rho_s \approx 2.65 \frac{Mg}{m^3}$
 Argilla: tra 2.65 e 2.8 Mg/m^3
 Terreni argillosi: $\approx 2.5 \frac{Mg}{m^3}$

Se non sono determinazioni dirette, anziché il valore di $\rho_s = 2.65$ → sabbie
 $\rho_s = 2.70$ → argille

Densità Secca: $\rho_d = \left(\frac{M_s}{V} \right)$

Peso dell'unità di Volume, definito dalla relazione

$$\gamma = \rho g$$

→ γ ha valori usuali di 18 ~ 22 kN/m^3

Peso dell'unità di Volume alleggerito: $\gamma' = \gamma - \gamma_w$

(è il peso scui ho sottratto la parte di acqua).

RELAZIONI TRA FORMULE: (risoluzione pratica dei problemi):

$$\underline{S_e = G_s W}$$

→ $S = \frac{M_w}{\rho_w V}$

→ e = indice dei vuoti

→ $G_s = \frac{\rho_s}{\rho_w}$ Densità Specifica

→ W = contenuto d'acqua

DENSITÀ TOTALI:

$$1) \rho = (1+u)\rho_s + S\rho_w = \frac{G_s + S_e}{1+e} \rho_w$$

$$2) \rho_d = (1+u)\rho_s = \frac{\rho_s}{1+e} = \frac{G_s}{1+e} \rho_w$$

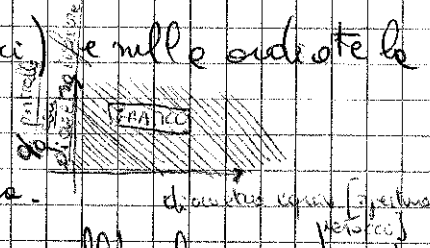
$$3) \rho = \rho_d + S\rho_w = \rho_d + \frac{S_e \rho_w}{1+e} = \rho_d + \frac{G_s W \rho_w}{1+e} = \rho_d (1+W)$$

Queste ultime 4 relazioni consentono di risolvere tutti i problemi che riguardano i rapporti tra le fasi

la composizione mineralogica, il contenuto d'acqua, il grado di idratazione e la struttura.

METODO DEI SETACCI: ^{→ scelta unificata} Stowhead (norma ASTM, #200-CY36 & D422)

→ risultati riferiti a diagramma di frequenza cumulativa, che ha sull'asse dell'ascissa il diametro equiv. (= apertura setacci) e sulle ordinate la % delle particelle con diametro inferiore.



→ ASTM 200 → apertura di 0,075 mm → vogliatene.

• Analisi per sedimentazione: Per i materiali più fini si ricorre all'analisi per sedimentazione, basata sulla legge di Stokes che lega la velocità di sedimentazione di un insieme di sfere in un fluido viscoso al diametro D e alla densità delle sfere in sospensione.

$$v = \frac{P_s - P_f}{18\eta} g D^2$$

\leftarrow *di Stokes* *elementi valvati* *densità*
 → *viscosità*

• Nota che la particella più piccola sedimenta più lentamente di quelle con diametro maggiore. La determinazione della densità della sospensione a istanti di tempo successivi, consente di calcolare la percentuale di particelle corrispondenti ad un determinato diametro equivalente.

Poiché la particella più piccola sedimenta più lentamente di quelle con diametro maggiore, la determinazione della densità della sospensione a istanti di tempo successivi consente di calcolare la % di particelle corrispondenti ad un determinato diametro equivalente.

• Applicabilità di $v = \frac{P_s - P_f}{18\eta} g D^2$ si deve avere l'ipotesi che le particelle abbiano forma sferica: se invece particelle inferiori a 2 μm, il numero di sedimentazione è influenzato perché dei moti Browniani.
 particella con diametro superiore a 50 μm (quindi $D > 50 \mu m$) per cui il moto diventa turbolento quindi il campo d'azione va limitato tra i diametri 2 → 50 μm.
 $D < 2 \mu m$ → sedimentazione influenzata dai moti browniani
 $D > 50 \mu m$ → moti turbolenti

TERENO BEN ASSORTITO: se sono presenti tutte le frazioni su un ampio campo (come granulom. con autoc. regol. e con con. vit. verso l'alto).

POCO ASSORTITO: se è costituito da un unico o piccolo numero di determinati diametri, oppure tutte le particelle hanno lo stesso diametro.
 → (coso del terreno superfine)

accelerato avendo una nuova pasta → così facendo utilizzo una coppia di
 volvi numero di colpi - contenuto d'acqua. (bottono 405 coppie).

Idrografia ^{diogramma.} posso ricavare il valore del contenuto d'acqua corrispondente ad un
 numero di colpi pari a 25. ^{CONTENUTO D'ACQUA X 25 COLPI} Correlativamente il valore corrispondente al limite liquido.

• Il limite plastico è il contenuto d'acqua in corrispondenza del quale il campione di
 terra inizia a perdere il suo comportamento plastico. Viene determinato facendo
 dei bottoncini del diametro di 3.2 mm e determinando il contenuto d'acqua ^{CIMITE LIQUIDO}
 quando essi iniziano a fessurarsi: usualmente si assume come valore di limite
 plastico la media di 3 misurazioni. ^{PLASTICO}

• INDICE DI PLASTICITÀ: individua l'intervallo all'interno del quale l'materiale
 ha un comportamento plastico

$$PI = W_L - W_p$$

• INDICE DI LIQUIDITÀ: definire in termini di limiti di Atterberg, lo stato
 consistente.

$$LI = \frac{W - W_p}{PI}$$

oppure c'è l'indice di consistenza: $IC = \frac{W_L - W}{PI} = 1 - LI$

Si noti che, in termini di comportamento meccanico, l'indice di consistenza ha nell'
 ambito dei terreni coesivi un ruolo analogo a quello attribuito alla deviazione
 relativa nel caso dei terreni non coesivi, ed il momento che volge aumentare di
 IC possono essere associati un incremento della resistenza al taglio e una riduzione
 della compressibilità.

• TABELLA pg 24 → n. 1, 4 Determinazione della consistenza di un'argilla secondo IC
 Dalla discussione introduttiva segue che il valore dell'indice di plasticità dipende
 non solo dalle percentuali di argilla, ma anche dal tipo di minerali argillosi e
 dal tipo di cationi adsorbiti, pertanto per sapere che è argilla, a parità di
 frazione argillosa (CF) presentano due diversi valori dell'indice di plasticità
 indici di consistenza: $A = \frac{PI}{\% \text{ Argilla}} = \frac{PI}{CF}$
 } inattivi se $A < 0,75$
 } normalmente attivi se $0,75 < A < 1,25$
 } attivi se $A > 1,25$

CARTA DI PLASTICITÀ di CASAGRANDE: eq → $PI = 0,73 \cdot (W_L - 20)$

Esercizio 2

Assegnati $P = 1,76 \text{ Mg/m}^3$, $w = 30\%$, $P_s = 2,70 \text{ Mg/m}^3$ determinare la quantità secca, l'indice dei vuoti e il grado di saturazione.

So che $P = P_d (1 + w)$ $P_d = \frac{P}{(1+w)} = \frac{1,76}{1+0,3} = 1,36 \text{ Mg/m}^3$

$P_d = P_s (1 - u)$ → $P_d = P_s - u P_s$ → $u P_s = P_s - P_d$ porosità

$u = 1 - \frac{P_d}{P_s} = 1 - \frac{1,36}{2,70} = 0,407$

$e = \frac{m}{1-m} = 0,687$

indice dei vuoti

$P = P_d + S_n P_w$

$S_n = \frac{P - P_d}{P_w} = \frac{1,76 - 1,36}{1} = 0,4$

$S = \frac{0,4}{0,407} = 0,98$

grado di saturazione

In un sistema di coordinate cartesiane ortogonali, un vettore V , rappresentato dalle 3 componenti V_i ($i=1,2,3$) è espresso nella forma: $V = V_1 \vec{e}_1 + V_2 \vec{e}_2 + V_3 \vec{e}_3$ nella quale V_i componenti sono le proiezioni di V lungo gli assi cartesiani e $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ sono i vettori con le direzioni

$$|V| = (V_1^2 + V_2^2 + V_3^2)^{1/2} = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + V_3^2}$$

risultato del modulo di un vettore

forma compatta $V^2 = V_i V_i \leftarrow$

È possibile ricorrere alla convenzione di sommazione di Einstein

DEF.: quando l'indice di una stessa lettera appare due volte in un simbolo o in un termine è inteso da più simboli, o tale indice vanno attribuiti tutti i possibili valori compresi nel suo campo di variazione (nel nostro caso 1, 2, 3) e i risultati vanno sommati.

• Data questa loro funzione, gli indici ripetuti sono spesso definiti indici fittizi o ostinati, in quanto essi non compaiono più dopo aver eseguito la sommazione.

$$T_{ii} = T_{i1} + T_{i2} + T_{i3}$$

applicazione di Einstein

• Nota inoltre la scrittura $a_i = b_j + c_i$, corrispondente ad un sistema di 3 equazioni con la scrittura: $A_{ij} = B_{ij} + C_{ij}$. Corrisponde a nove equazioni, potendo gli indici i, j assumere i valori 1, 2, 3. In un'equazione nulla condizionalmente compaiono come indici le due lettere e lettere.

• In generale un tensore può essere riguardato come un'applicazione lineare tra spazi vettoriali, ossia come un ente le cui componenti sono i coefficienti di una relazione lineare tra i vettori.

- Definisco T il tensore del secondo ordine, come opera l'operazione lineare:

$$T: V \rightarrow V \quad \text{tale che } \forall a, b \in V, \lambda \in \mathbb{R}, \text{ si ha}$$

$$1. T(a+b) = T(a) + T(b)$$

$$2. T(\lambda a) = \lambda T(a)$$

definisce l'oppl. lineare est. e omogenea

In base alla definizione, le ~~tre~~ componenti di un vettore b si possono esprimere in funzione delle componenti di a tramite: $b = T a$ (perché nel caso la l. non è opp. l.)

in più posso enumerare i coefficienti:

$$\begin{pmatrix} T_{11} & & \\ & \dots & \\ & & T_{33} \end{pmatrix}$$

Il cerchio di Mohr

Definizione cerchio di Mohr

DEFIN: Il cerchio di Mohr è una rappresentazione della corrispondenza che esiste tra le grandezze di una stella di piani e lo stato tensionale o ene mociato.

→ primo studio: (Mohr (1866)) Come prima dimostrazione di come lo stato tensionale nell'intorno di un punto potesse essere auditato graficamente.

La peculiarità del suo studio fu quella di aver detto che ^{uso} lo stato tensionale su due piani mutuamente ortogonali, lo stato tensionale su un piano inclinato $m-m$ era individuato dalle coordinate di un punto opportunamente su un cerchio. Puro, oltre che i piani su cui agisce la massima tensione tangenziale hanno come traccia la bisettrice dell'angolo formato dalle tracce dei piani principali. primi riferimenti al cerchio

→ secondo studio: Mohr (1882) mostrò come in un caso piano le componenti σ_x e σ_y dello sforzo che agisce su un piano individuato dall'angolo φ sono date dalle coordinate del punto R individuato da 2φ .

Si valsa ogni dimostrazione auditica e si si limita al caso piano, gli esultati salienti della corrispondenza in esame possono essere così riassunti: NO DIMOSTRAZIONI

1. Lo stato tensionale che agisce su due piani mutuamente ortogonali fornisce le coordinate di due punti nel piano $\sigma - \tau$. primo del cerchio di Mohr: In un dato stato piano si possono ottenere le coordinate di due punti nel piano $\sigma - \tau$

2. Nel rappresentare graficamente tali punti, nella memoria delle tene non vanno come positive le tensioni normali di compressione e le tensioni tangenziali che + = compressione \rightarrow 1 suggeriscono una rotazione + = compressione \rightarrow 1 antioraria.

3. Noti tali punti, è possibile trovare il cerchio delle tensioni, con il centro nel punto di ascissa pari a $\frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y)$ e raggio pari a $\frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$. costruzione con geometria

4. Si definisce polo della rappresentazione o op. origine dei piani il punto P tale che, conducendo per esso le parallele alla traccia di un piano generico, il punto d'intersezione con il cerchio ha come coordinate le componenti di tensioni che agiscono sul piano in esame.

ROUTING CAP. 2

*2

ELEM. di stato tensione

(memoria continua)

referenziale tensoriale
(voluto da un riferimento all'altro)

Simboli del primo ordine

$\sigma_i ; \sigma'_i$ (in $E^3 \rightarrow$ simboli del 1° ordine con i 3° elementi)

2° ordine

con i 3° elementi $\Rightarrow \sigma_{ij} \Rightarrow \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \dots & \sigma_{13} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{31} & \dots & \sigma_{33} \end{pmatrix}$ 3° elementi

• valore: $N = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + V_3^2}$

• $V^2 = V_i V_i$

conservazione di momento per la rotazione

Applicazioni lineari \rightarrow studiano tensori che si possono scrivere con matrici
 \rightarrow invarianza

legame costitutivo $T_{ij} = C_{isne} E_{nke}$

Simboli di Kronecker

Permutazione

regole ϵ -d

Cerchio di Mohr

DEF. rappresentazione della corrispondenza che esiste tra la geometria di una stella di piani e lo stato tensionale a tre assi

- 1.) lo stato tensionale che agisce su due piani mutuamente ortogonali fornisce il coordinato di due punti nel piano σ_i
- 2.) Nel rappresentare graficamente tali punti, nella memoria delle tesse si annunciano come positive le tensioni normali di compressione e le tensioni tangenziali che suggeriscono una rotazione autorotativa
- 3.) Detti tali punti, è possibile tracciare il cerchio delle tensioni con il centro nel punto d'ascissa pari a $\frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y)$ e raggio pari a $\frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2}$
- 4.) La deformazione principale rappresenta o origine dei piani il punto P tale che conduce per esso la parallela alla direzione di un generico piano, il punto d'intersezione con il cerchio ha coordinate le componenti di tensione che agiscono nel piano in esame

IL MODELLO ELASTICO

Def: Un corpo ideale è definito elastico se, in qualunque fase di carico o scarico, la sua risposta è caratterizzata da una corrispondenza biunivoca tra tensioni e deformazioni.

Primi.

• Il lavoro ^{nel caso di deformazione si prende lungo} speso durante il processo deformativo viene completamente restituito una volta ^{quando la perturbazione è rimossa} rimossa. ^{Reversibilità} Pertanto il "processo" può considerarsi totalmente reversibile.

È possibile postulare l'esistenza di una funzione di stato Ψ dipendente dagli estremi del processo e non dal percorso in sé, definita energia potenziale elastica ^{non si prende il percorso}.

• Se nell'intorno di un punto generico si introduce una variazione infinitesima dello stato di deformazione, l'incremento di lavoro per unità di volume sarà espresso dal prodotto $b_{ij} dE_{ij}$ che, per la postulata esistenza di un potenziale elastico, dovrà coincidere con il differenziale totale della funzione di stato.

$$d\Psi = b_{ij} dE_{ij}$$

→ indica che per una variazione infinitesimale di deformazione lo incremento di lavoro è uguale al volume

dalla quale ^{considerata l'independenza dei differenziali parziali di E_{ij}} si ottiene

$$b_{ij} = \frac{\partial \Psi}{\partial E_{ij}}$$

usando la formula

Tale relazione ^{nota che tra le funzioni di stato, conviene ottenere il legame costitutivo cercato, e rappresenta pertanto la relazione costitutiva elastica.}

Se si introducono le ipotesi che il legame sforzo-deformazione sia lineare, che lo stato iniziale sia indefornato e che lo stato tensionale sia nullo in assenza di deformazioni,

alle funzioni di stato si può assegnare l'espressione $\Psi(E_{ij}) = \frac{1}{2} D_{ijkl} E_{ij} E_{kl}$

l'espressione di b_{ij} assume la forma: $b_{ij} = D_{ijkl} E_{kl}$ funzione di stato in funzione di E_{ij}

nella quale compaiono le 21 costanti elastiche D_{ijkl} , che rappresentano le componenti del tenore di viscosità.

Considero la simmetria del tensore degli sforzi, che implica $D_{ijkl} = D_{jikl}$; la simmetria del tensore di deformazione richiede che sia $D_{ijkl} = D_{ijlk}$ e l'esistenza del potenziale elastico comporta che sia $D_{ijkl} = D_{klij}$, sicché le costanti riducono indipendenti a 21. Se si introduce l'ulteriore ipotesi che il mezzo sia isotropo, le costanti elastiche devono risultare, in un determinato punto, indipendenti dal riferimento scelto per rappresentare le componenti di tensione e di deformazione, per cui le D_{ijkl} saranno le componenti di un tensore del quarto ordine isotropo.

Si nota che, in generale, i vettori delle basi locali non sono unitari e le componenti di un vettore, riferite a tale base, non hanno le stesse dimensioni. Assumendo pertanto come vettori base i vettori

$$\begin{cases} e_r = g_r \\ e_\theta = \delta\theta/r \\ e_z = g_z \end{cases}$$

Le componenti fisiche del tensore di deformazione risultano le seguenti

$$E_r = \frac{\partial u_r}{\partial r} \quad ; \quad E_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r} \quad ; \quad E_z = \frac{\partial u_z}{\partial z}$$

$$E_{r\theta} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \right)$$

$$E_{\theta z} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial \theta} \right)$$

$$E_{rz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right)$$

Indicando inoltre con b_r, b_θ, b_z le componenti delle forze per unità di massa, le equazioni indefinite di equilibrio si scrivono

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - b_r}{r} + \rho b_r = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial z} + \frac{\tau_{r\theta}}{r} + \rho b_\theta = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial b_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} + \rho b_z = 0$$

Nel caso di simmetria assiale, le restrizioni che lo spostamento avvenga in piani che contengono l'asse e che risulti uguale in tutti questi piani sono espresse da

$$u_\theta = 0 \quad ; \quad \frac{\partial u_r}{\partial \theta} = \frac{\partial u_z}{\partial \theta} = 0$$

per cui le componenti non nulle del tensore di deformazione risultano

$$E_r = \frac{\partial u_r}{\partial r} \quad ; \quad E_\theta = \frac{u_r}{r} \quad ; \quad E_z = \frac{\partial u_z}{\partial z} \quad ; \quad E_{rz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right)$$

Si osserva che la componente di spostamento radiale contribuisce alle deformazioni circonferenziali in quanto u_r è somministrato la circonferenza da $2\pi r$ ed il valore $2\pi(r+u_r)$ più o meno di lunghezza rapportato alla lunghezza iniziale e proprio u_r/r

ROUTING DEL CAPITOLO 4

Cosa stiamo analizzando? → Natura particolare e mezzo continuo

Il mezzo poroso in esame è definito attraverso la teoria del cartameo, la quale ci permette di meglio dividere l'elemento in varie strutture. Al loro interno i pori possono avere porosità comunicanti oppure occlusi. La geometria complessiva degli elementi si ricava la configurazione di modelli matematici; anche perché i materiali inclusi nello studio sono con proprietà meccaniche differenti.

→ Definiamo come Peter Porosa, una porzione di spazio occupata da una persistente frazione solida, chiamata scheletro solido, i cui vuoti interstiziali possono essere riempiti da uno o più fluidi (acqua/aria).

→ Sul piano della microscopia è previsto lo studio delle frazioni solida e fluida alle interfacce; che però è uno studio molto complesso poiché necessitante lo studio delle singole componenti in modo preciso (esempio l'aria e l'acqua subiscono variazioni).

Posso passare da una scala di rappresentazione all'altra cambiando lo spazio di interesse, ovvero il REV o "volume elementare rappresentativo" (se si considerasse una sfera di raggio pari a quella delle particelle solide, la porosità assumerebbe valori oscillanti tra 0 e 1 con valori irregolari; si ricorda che lo stesso risulta centrato su una particella o un vuoto interstiziale).

• Il volume elementare rappresentativo (REV) è il più piccolo volume di omogeneità tale che, alla scala macroscopica, può essere trattato come un punto del mezzo continuo e che, alla scala microscopica, contiene un numero significativo di elementi costituenti la struttura del mezzo poroso.

• Generarsi cosa stiamo analizzando? → Pressione Interstiziale e tensioni efficaci

Definisco la tensione efficace: $\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - u \delta_{ij}$

Postulato: la risposta meccanica di un elemento di terreno, dipende dalle tensioni efficaci:

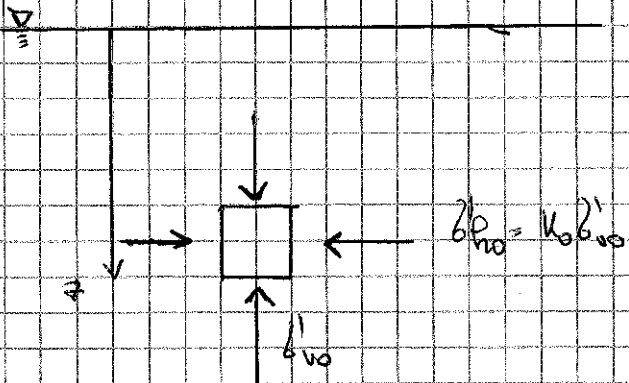
$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \left(1 - \frac{k_{sk}}{k_s}\right) u \delta_{ij} \quad (Hp)$$

• ESERCIZIO: come ricavare la relazione (del postulato): Si consideri un prisma cilindrico saturo, soggetto alle tensioni totali esplicitate nella formula e sia u la pressione dell'acqua interstiziale.

duro saturo, soggetto alle tensioni totali esplicitate nella formula e sia u la pressione dell'acqua interstiziale.

TENSIONI GEOSTATICHE

- Si definiscono geostatiche o litostatiche le tensioni nel terreno dovute al solo peso proprio.



considero un elemento di terreno depositato a z Ho - z dalla.

Se il primo compenso è esistente, per un tratto sufficientemente ampio rispetto alla profondità considerata, e non sussistono variazioni delle proprietà del terreno in direzione orizzontale, ogni sezione verticale può considerarsi un'area di simmetria, per cui non hanno sui piani verticali e orizzontali tensioni tangenziali. Il tensore degli sforzi è caratterizzato dalle seguenti componenti:

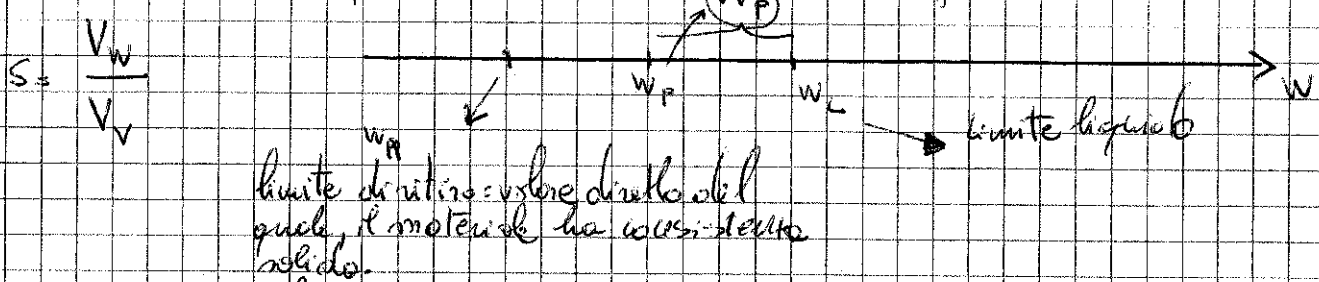
rispettivamente \rightarrow tensione geostatica verticale $\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{11} = \sigma_{33} = \sigma_{vo} \\ \sigma_{12} = \sigma_{21} = \sigma_{23} = \sigma_{32} = \sigma_{ho} \end{array} \right.$

\rightarrow tensione geostatica orizzontale

$D_n \%$	Termine descrittivo
< 5	molto sciolto
5-10	sciolti
15-30	Tenero mediamente denso
30-45	denso
45-60	
> 65	molto denso

motricità a grana grossa } dimensionale
 e distribuzione granulometrica
 motricità a grana fine } natura e
 mineralogia delle particelle

Intervalle con Plasticità



$PI =$ indice di plasticità $= W_L - W_P$

$W_{up} =$ contenuto d'acqua naturale

indice di consistenza: $I_c = \frac{W_L - W_{up}}{W_L - W_P}$

RICHIAMI di MECCANICA dei CONTINUI

Questioni generali:

1) E^3 il nostro spazio di riferimento è lo spazio euclideo
 3^n numero di coordinate di cui necessita
 ordine/numero della quantità in esame

se $n=0 \rightarrow 1$ scalare e hanno un carattere di invarianza rispetto alla direzione. Simbolo \rightarrow lettera minuscola, corsiva

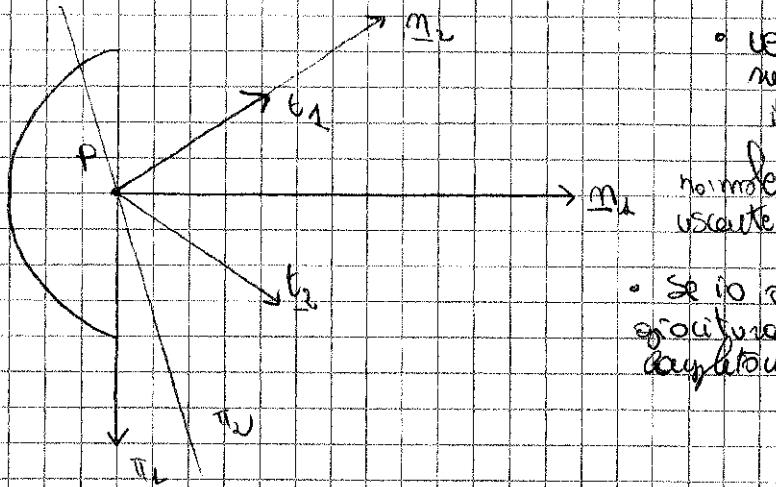
se $n=1 \rightarrow 3^1 = 3$ vettore simbolo \underline{a} , \underline{a}_i , \underline{a}_i mai fuso
 inoltre libero che può assumere tutti i valori possibili dello spazio euclideo
 $i = 1, 2, 3.$

Postulato di Cauchy

Per $df = t$ (Vettore tensione)
 $dA \rightarrow 0$

Per $dM = 0$
 $dA \rightarrow 0$

ipotesi di base che ci permette di costruire un vettore continuo ovunque di Cauchy



• nell'interno del punto P, sul piano π_1 , esiste il vettore t_1

• Se io avessi un piano π_2 con diversa orientazione, avrei avuto uno sforzo completamente diverso

• Il vettore tensione è legato alla geometria considerata
 Come varia t al variare di n ?

$(t)^{(n)}$

n applicaz. lineare t

$t_i = \sigma_{ij} n_j$
 generica componente del vettore sforzo

• Postulato di fatto su una geometria puntuale per un punto è un vettore

TENSORE DEGLI SFORZI σ_{ij}

• la variazione dello stato di sforzo al variare della geometria (e della normalizzata al punto) è un tensore.

Il cerchio di Mohr è la rappresentazione grafica dell'applicazione lineare che associa ad una geometria lo sforzo agente su quella determinata geometria

$$\begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{vmatrix}$$

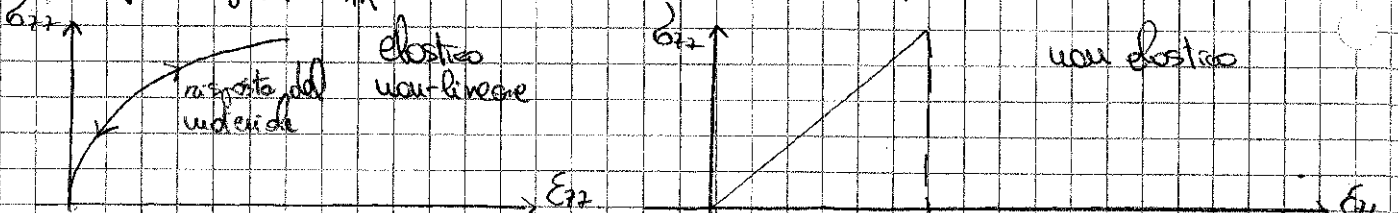
LEGAME COSTITUTIVO ELASTICO:

relazione tra lo stato di un corpo ad una variazione di tensione, deformazione, temperatura e come si comporta nel tempo ($\sigma_{ij}, \epsilon_{nk}, t, \theta$)

Se si escludono t e θ , il legame costitutivo è $\sigma_{ij} = f(\epsilon_{nk})$

$\sigma_{ij} = D_{ijkl} \epsilon_{nk}$

sarebbero necessari 81 parametri



Richiami di meccanica dei continui (cap 2 + 3)

Lezione 4/10/2012

allungamento della meccanica dei continui e le azioni tensoriali

QUESTIONI GENERALI

(1) E^3

3^n

$n =$ ordine o

matrigo

esempio

quantità di ordine

0	$3^0 = 1$	scalare
1	$3^1 = 3$	vettore
2	$3^2 = 9$	tensori 2° ordine
4	$3^4 = 81$	" 4° "

4 pedici = 81 componenti

lo stesso simbolo può rappresentare le quantità scalare o vettoriale (se c'è un pedice si sta parlando di un vettore)

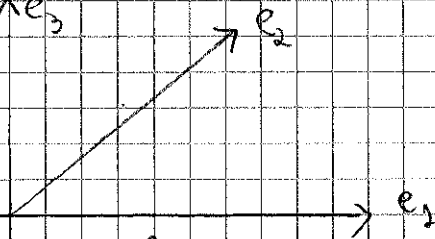
in notazione simbolo a
 o a_i la
 notazione indici

Corpo deformabile necessitano sufficienti gli matrici di ordine superiore

tensori: $b_{ij}; E_{ij}$
 $\uparrow e_3$

D_{ijkl} tensore costitutivo

$e_i =$ generatore del vettore base



Espansione del vettore nella sue componenti: $\underline{v} = v_1 e_1 + v_2 e_2 + v_3 e_3 = v_i e_i$

Convenzione di Simmetria di Einstein

Se in una notazione un indice è ripetuto significa che può sommare tutti i valori possibili e vanno sommati

Esempio: $b_{kk} = b_{11} + b_{22} + b_{33}$

• non indica una generica componente ma una somma: l'indice saturo o contratto (non è un indice libero): non indica più la generica componente ma la generica sommatoria. $\rightarrow v_i e_i = v_j e_j = v_k e_k$

Se per convenienza voglio cambiare il simbolo posso farlo se è un indice saturo

$T_{ij} \partial_j =$ può sommare $i=1,2,3 = T_{11} \partial_1 + T_{12} \partial_2 + T_{13} \partial_3$

simbolo di Kronecker

$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i=j \\ 0 & \text{se } i \neq j \end{cases}$

Lezione 10 ottobre 2011

Saturo: inelastica al tensore → se il tensore ha intensità ed un d'acqua

METTA POROSO

introduzione e caratteristiche cap. 4

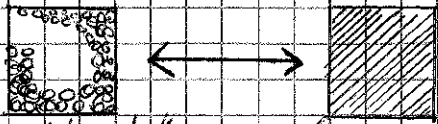
principio degli sforzi efficaci

Prendiamo le condizioni iniziali di tale situazione: si caratterizzano dalle tensioni geostatiche (tensioni geostatiche influenzate dai moti di filtrazione)

- Condizioni → deviate
→ non deviate

• Coppia di forze di sollecitazione (stress-path)

principio degli sforzi efficaci:



matrice "deviata" del mezzo poroso

passaggio al continuo introito: se tutte le equazioni si applicano al mezzo, sono differenziali → devono essere valide in ogni punto

Passaggio dei continui sovrapposti:

$$V_n \quad \sigma \quad P_s, P_w, \epsilon, \mu, \dots$$

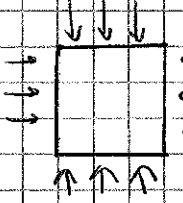
costituti dei continui sovrapposti

Qualunque sia il punto (moti, o in un certo stato) proprietà solide + proprietà liquido

definito sia lo scheletro solido + proprietà di resistenza interna del fluido

→ modello dei continui sovrapposti: un continuo per una fase solida e un continuo per quella liquida

• Se applichiamo uno stato di sforzo:



ovvero una deformazione → definita da un "sforzo":

distingua le ripartizioni dello stato di sforzo tra le due fasi

TENS. TOT

TENSIONI TOTALI

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix}$$

= immagine una ripartizione in base alle parti del solido / fluido interni

TENS. W (colonna)

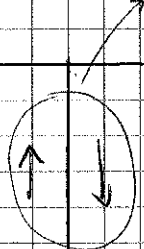
$$= \begin{bmatrix} u & 0 & 0 \\ 0 & u & 0 \\ 0 & 0 & u \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} (\sigma_{11} - u) & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & (\sigma_{22} - u) & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & (\sigma_{33} - u) \end{bmatrix}$$

TENS EFFICACI

stiamo parlando di

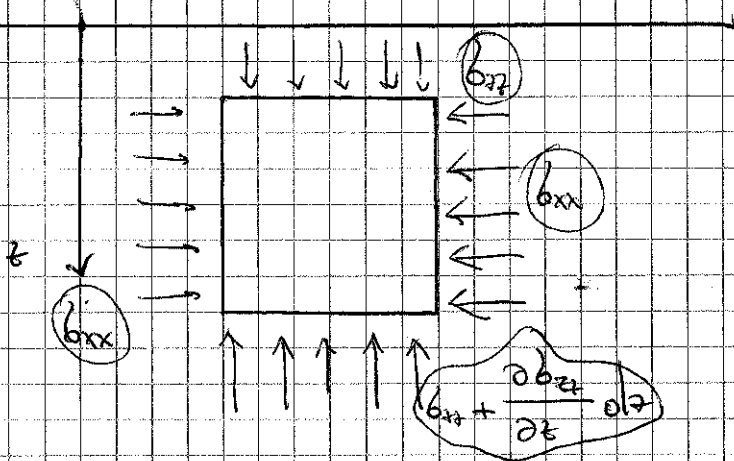
$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = 0$
 Equilibrio soddisfolto x orizzontale (-o)



• qualunque piano verticale prende
 esattamente un seno generato, è un
 seno obliquo.

• b_{ij} con $i \neq j \Rightarrow 0!$

Per avere lo stato di fatto, della generica profondità z , sono dato da



la prima cosa a cui devo pensare
 quando voglio calcolarmi lo stato
 di fatto, è il titolo dell'equazione
 indef. di equilibrio

$$\frac{\partial b_{ji}}{\partial x_j} + b_i = 0 \quad \text{indice ridotto}$$

2, 2, 3

• prendiamo l'eq. indef. d'eq. lungo z

$$\frac{\partial b_{zz}}{\partial z} - \gamma = 0$$

• integro con le condizioni al contorno: $b_{zz} = 0$ se $z = 0$
 cioè se non ci sono condiz. al contorno; se non ci sono
 forze di sup.

$b_{zz} = b_{v0} = \gamma \cdot z$
 GEOST. TOTALE

L'equazione indef. di equilibrio è x definire un eq. differenziale partendo da uno stato
 integrate partendo alle condizioni al contorno.

FASE FLUIDA $\frac{\partial u}{\partial z} - \gamma_w = 0 \Rightarrow u = \gamma_w \cdot z$

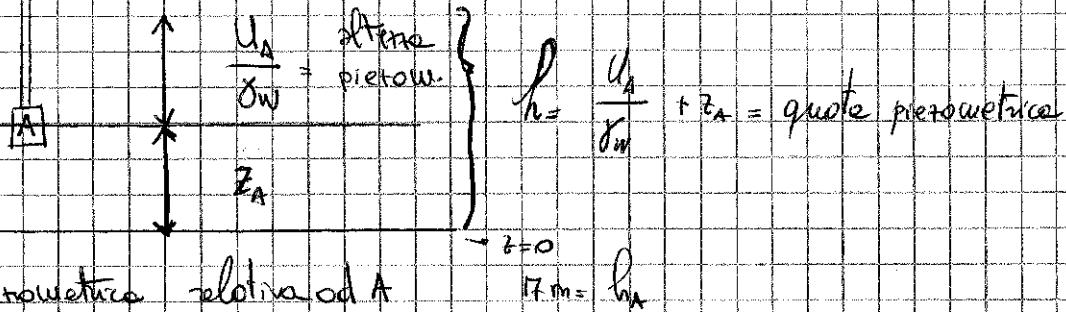
GEOST. EFFICACE: $b'_{v0} = b_{v0} - u$ tensione geostotica verticale efficace

Acquiferi: i materiali a grana grossa (sabbia e ghiaia) quando sono sede di falde
 Acquifero o Acquidotto.

Nei tre stati: ha pressione nell'acqua e ha materiali sottili

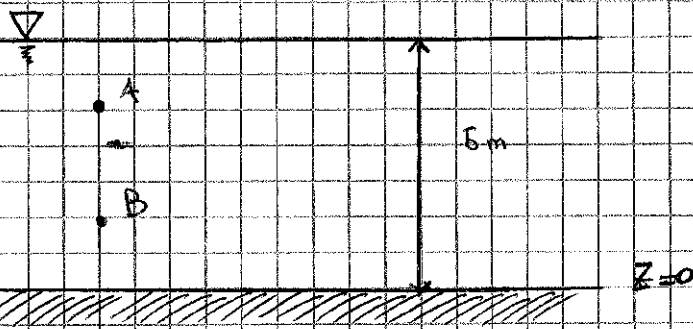
Artesia: livello piezometrico + alto piano campagna \leftrightarrow in pressione

• Scegliere un arbitrario livello "0".



• Quota Piezometrica relativa ad A $z_m = h_A$

• Quota Piezometrica relativa a B è z_m perché l'altera reale fino all'arrivo della falda (quindi colombo l'altera piezometrica da B all'arrivo = z_m) mentre l'altera geom. è la distanza $B \rightarrow z$ (potenziale)



• durante il moto deve avere dissipazione di energia vincendo le resistenze interne quindi punti a potenziale uguale non garantiscono movimento

d'energia potenziale per unità di volume è rappresentato dalla quota piezometrica

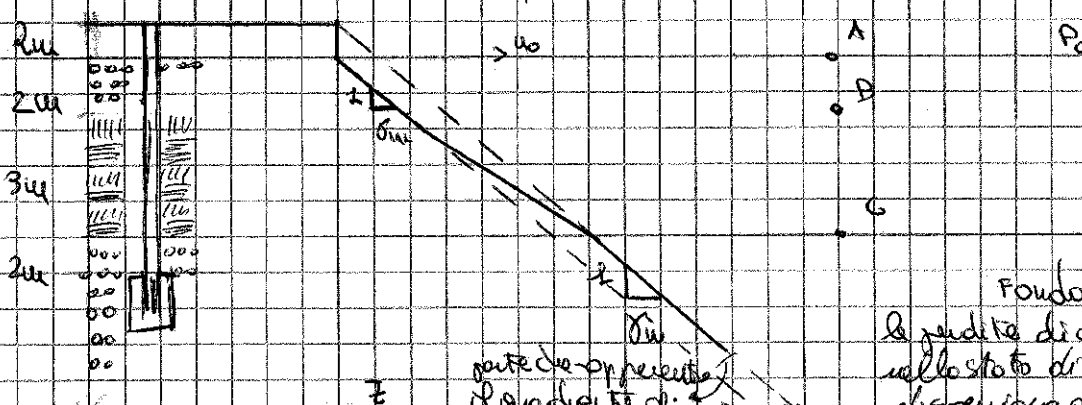
• se ho 2 punti alla stessa eq. potenziale non c'è movimento \rightarrow FALDA IDROST.

• se ho 2 diverse eq. potenziali \rightarrow ho un flusso d'acqua dal basso verso l'alto

Noti di filtrazione

non riusciamo a coprire la pressione dell'acqua perché l'acqua rimane

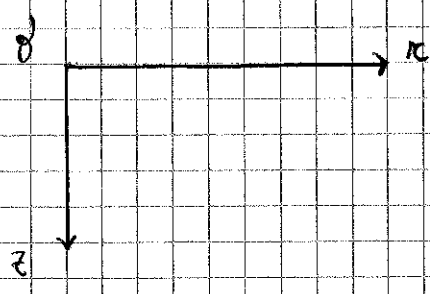
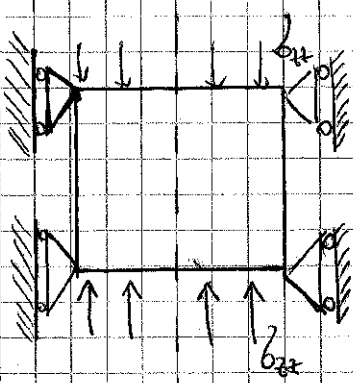
• Colombo pressione acqua - resta inerte eq. del moto



si può avere un cambio di volume, ma non si possono muovere

Fondamentale

le perdite di acqua si concentrano nello stato di sigilla (maggiore dispersione dell'acqua)



Simmetrico

* $b_{\theta} = b_{\theta} = 0$
 * Simmetria Assiale

$$\frac{\partial(\cdot)}{\partial \theta} = 0 \Rightarrow U_{\theta}$$

($U_r = 0$)

deformazione radiale

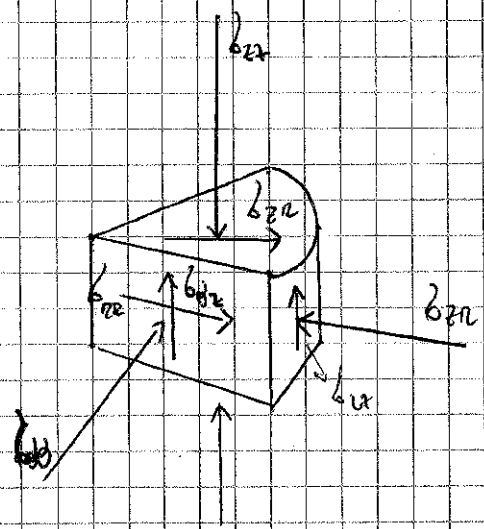
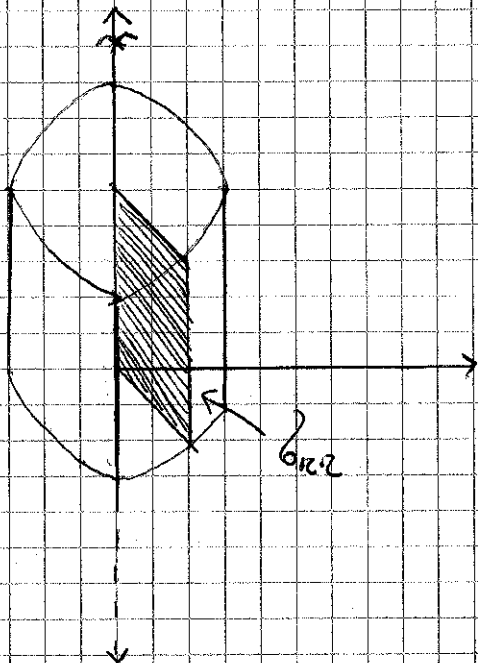
$$\epsilon_{rr} = \frac{\partial U_r}{\partial r} = 0$$

$$\epsilon_{\theta\theta} = \frac{\partial U_{\theta}}{\partial r} = 0$$

// edometrica

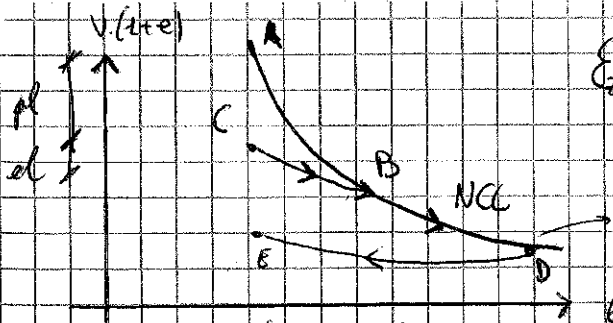
$$\epsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \epsilon_{zz} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\epsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \epsilon_{zz} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{rr} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{\theta\theta} \end{bmatrix}$$



$$b_{\theta} = b_{\theta} = 0$$

$$b_{r,z} = b_{r,z} = 0 \leftarrow \text{meccanica di attrito}$$



$$\epsilon = \frac{-\Delta e}{1+e_0}$$

tensione di preconsolidazione (tensione max)

Se il punto appartiene a NCL il terreno è N.C.

Se il punto è al di sotto della NCL $\Rightarrow b'_{vo} < b'_p \Rightarrow$ terreno non consolidato

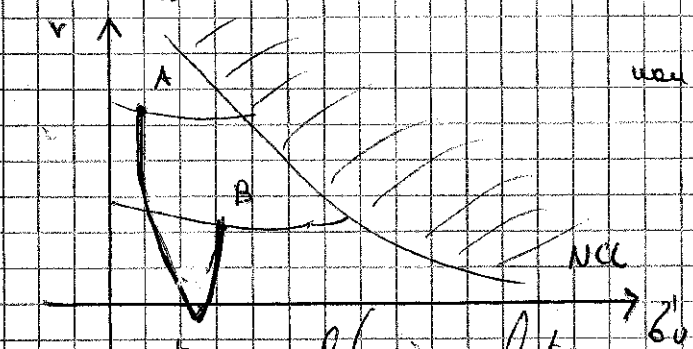


grado di sovraconsolidazione: OCR (over consolid.) =

$$= \frac{b'_p}{b'_{vo}}$$

$$OCR = 1 \Rightarrow NC$$

$$OCR > 1 \Rightarrow OC$$



non posso trovare punti sopra l'NCL, sotto e non va consolid.

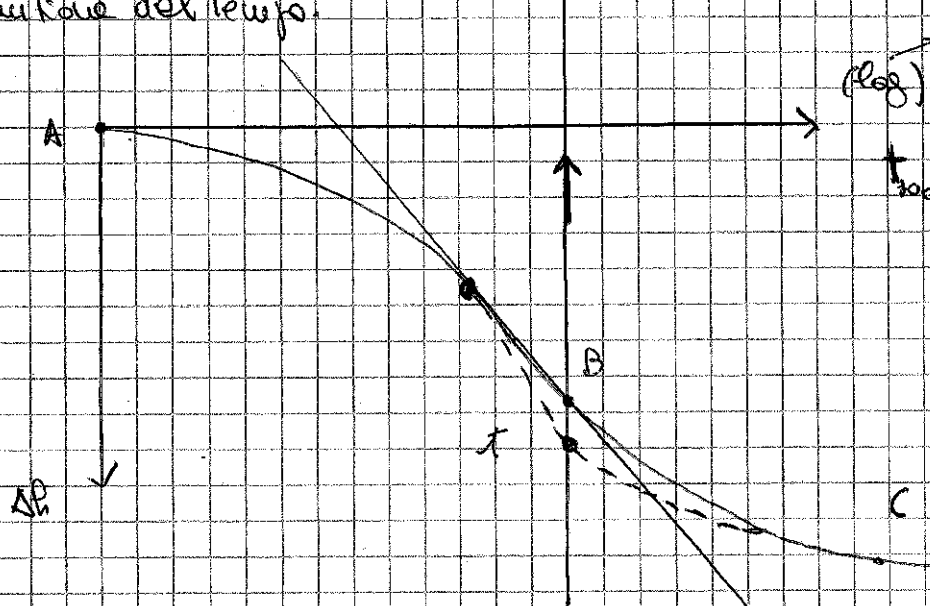
fraccio nel dominio elastico

NCL \Rightarrow frattura dei domini elastici meridiani sul piano delle tensioni di movimento

Esercizio della prova

1) Applico N $\Rightarrow b'_{zp} = \frac{N}{A}$ $t=0$ $b'_{zt} \Rightarrow$ tensione totale

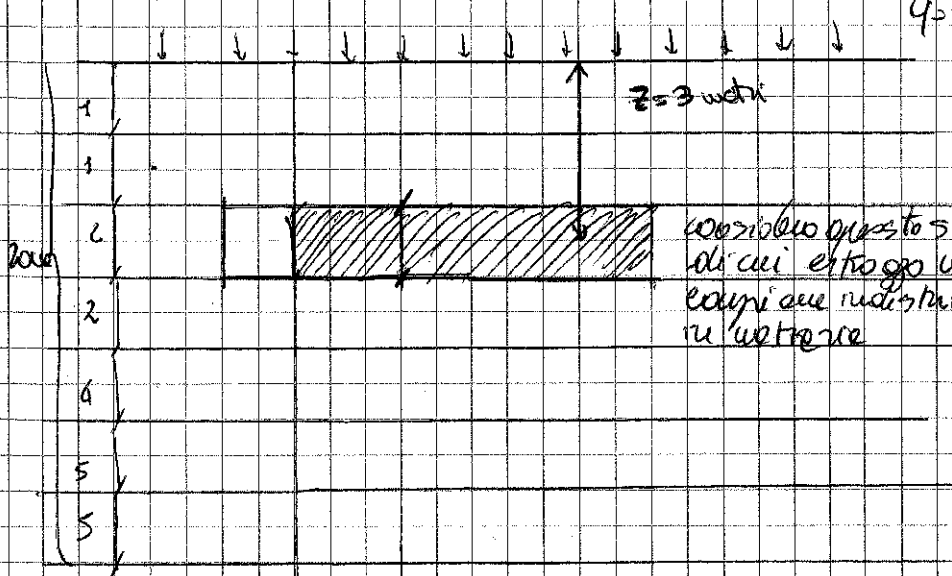
Devo spiegare che il provino possa modificarsi nel tempo dopo la frattura dell'acqua. Ripeto l'abbassamento dell'acqua Δh all'interno del provino in funzione del tempo.



AB = tratto con deformazioni primarie

BC = tratto con deformazioni di natura viscosa (solo tensione efficace costante)

Esempio di calcolo del cedimento in 1D

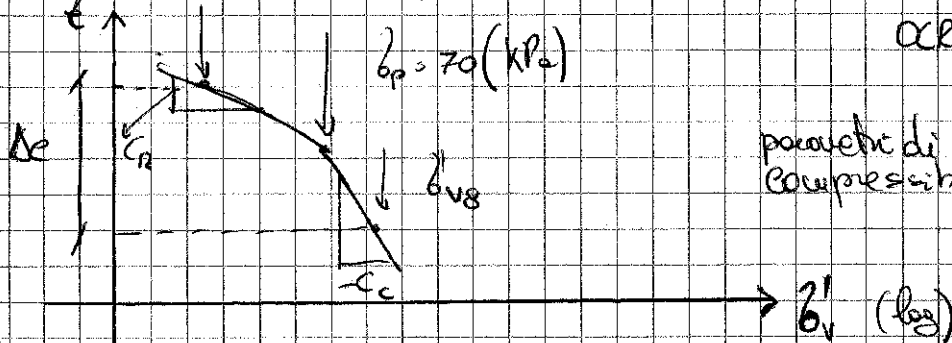


$q = 100 \text{ kPa}$
 → quando i parametri meccanici sono variabili del punto ho un'eterogeneità meccanica

osservo questo strato di cui estraggo un campione indisturbato in un tratto

il campione è prelevato su un tratto a $z = 3$ (profondità)

Campione indisturbato prelevato $z = 3 \text{ m}$



$\sigma_{v0} = 24 \text{ kPa}$ $e_0 = 1,2$
 $\alpha_L = \frac{\sigma_p}{\sigma_{v0}} = \frac{70}{24} = 2,9$

parametri di compressibilità $\left\{ \begin{array}{l} C_c = 0,70 \text{ kPa} \\ C_r = 0,08 \text{ kPa} \end{array} \right\}$

Se sommo tutti gli accionamenti dopo il cedimento

$\sigma'_{finale} = \sigma'_{v0} + \Delta \sigma_v = 24 + 100 = 124 \text{ kPa}$

$$- \Delta e = \left[C_r \cdot \log \frac{\sigma_p}{\sigma_{v0}} + C_c \cdot \log \frac{\sigma_{v0}'}{\sigma_p} \right]$$

$$\frac{\Delta H}{H_0} = \frac{-\Delta e}{1+e_0} \Rightarrow \Delta H = \frac{H_0}{1+e_0} \left[C_r \log \frac{\sigma_p}{\sigma_{v0}} + C_c \log \frac{\sigma_{v0}'}{\sigma_p} \right] = \frac{2}{1+1,2} \left[0,08 \cdot \log \frac{70}{24} + 0,70 \cdot \log \frac{124}{70} \right] = 0,19 \text{ m}$$

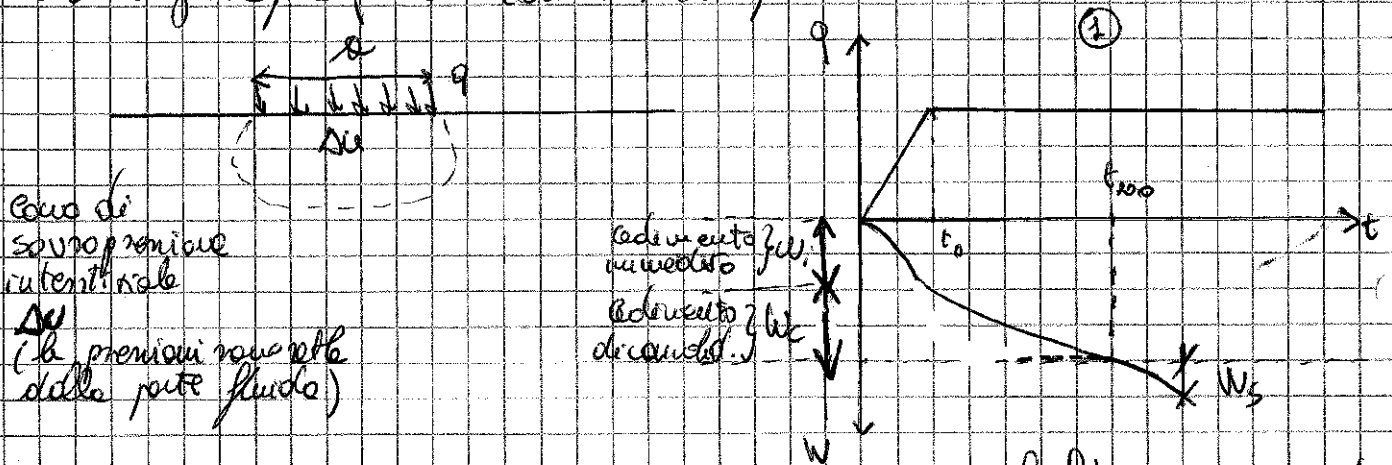
Soltanto se è uno strato incompressibile con spessore rilevante = pseudo + provvisi
 discutendo le quote e così litro. → + provvisi XH non trova il materiale che uscio
 nel collegamento

- ridurre indice vuoto
- non lineare (nell'esempio si vede)

Lezione 21 | 20 | 2021

Calcolo dei cedimenti [cap. 9]

- Introduzione al calcolo dei cedimenti
- Distribuzione dei cedimenti nello spazio e nel tempo
- Il calcolo delle tensioni indotte da carichi applicati in superficie: il problema di Avrami e un terreno, di cui per ora ci interessa l'introduzione in [Buisson] sia a grande fine (bassa permeabilità)



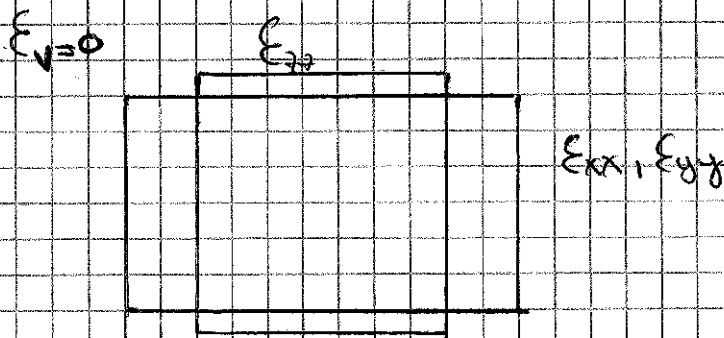
Interpretazione delle tensioni visive

Cedimento Secondario: è un terzo distinguere dei cedimenti sulla parte del terreno (cedimento dei terreni a grande fine (bassa permeabilità) ②)

1) Cedimento immediato: è il cedimento durante l'applicazione del carico, in condizioni di volume costante, in assenza di variazioni di volume, e anche il cedimento di volume con la possibilità di variazioni.

Avendo un materiale poco permeabile, abbiamo un cedimento non drenato: l'elemento non può generare una variazione di volume d' H_2O xk il tempo è piccolo e la permeabilità è bassa.

Condizione non drenata = Non a lungo variazioni di volume



Coefficiente di Poisson: indica il rapporto tra la deform. laterale e la deform. media

$$\nu = \frac{E_{xx}}{E_{yy}} = 0.5$$

$(a+b) = 9$ eq. indip. tra loro differenti

in $(a+b) = 6+6+3 = 15$ incognite. Deve essere 6 equazioni \rightarrow Equazioni costituite = (relazioni costanti)

• legame estremo

c) $\delta_{i5} = \sum_{k=1}^n K_{ik} \delta_{i5} + 2M \epsilon_{i5} \quad \forall x \in D$

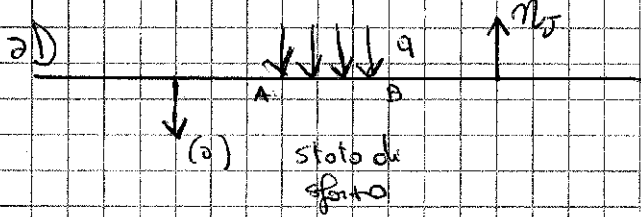
Incognite	4: (3)	eq. (a) 3
	$\delta_{i5}(6)$	(b) 6
	$\epsilon_{i5}(6)$	(c) 6
	<u>TOT 15</u>	<u>TOT 15</u>

Legame diretto:

$\delta_{i5} = \sum_{k=1}^n K_{ik} \delta_{i5} + 2M \epsilon_{i5}$
 $\forall x \in \text{Domino}$

\rightarrow 9 eq. ma solo 6 br. indep.

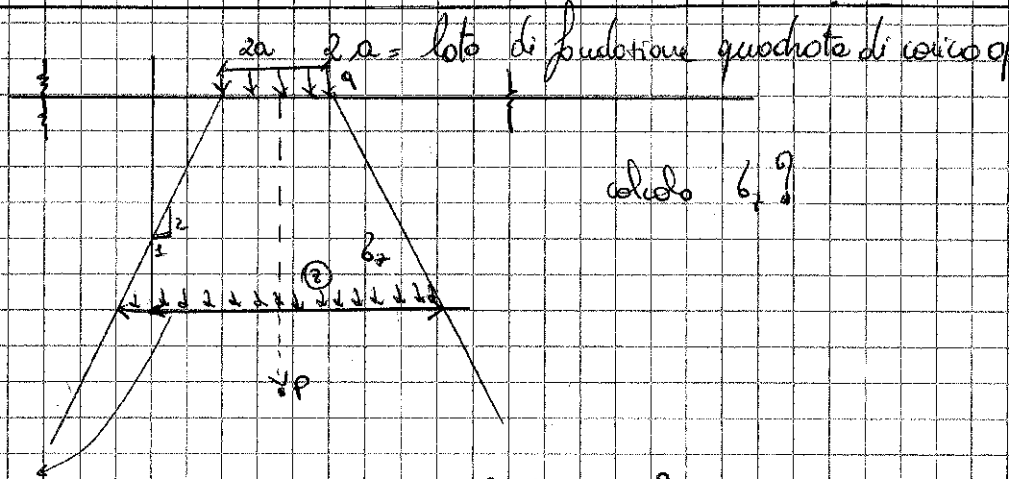
Condizioni al contorno:



$\delta_{5i} m_5 = q$

(b) \Rightarrow spostamenti $u_i(z=0) = f(x)$

Il problema è ben posto se una soluzione unica esiste.



quanto vale questa dimensione alla profondità "z"?

Almeno un equilibrio deve essere rispettato: $b_z (2a+z)^2 = q(2a)^2 \rightarrow b_z = \frac{q(2a)^2}{(2a+z)^2}$

ho integrato l'equazione e poi è come se avessi rispettato l'equilibrio globale

se $z \rightarrow \infty \rightarrow b_z = 0$
 se $z = 0 \rightarrow b_z = q$

La soluzione varia con il modulo di deformazione

se $z \rightarrow 0 \Rightarrow$ conico ∞ esteso ; $b_z = q$

ha uno stesso valore di curvatura tra l'infinito o un vettore ∞ generatore

Soluzioni di Boussinesq: $b_z = q \left[1 - \frac{1}{\left[\left(\frac{z}{2} \right)^2 + 1 \right]^{3/2}} \right]$

a = raggio della parabolica

La fondazione è in materia

Quando si vuole provare un campione di terreno indisturbato si utilizza un cono
noto. Successivamente si porta in laboratorio per la prova edometrica.

Nuova indagine geotecnica nel 2007 con sondaggio indisturbato. Si è scoperto
che è stato realizzato una fondazione con

1,85 m - 2,10 m

Conclusioni: nuove di poli di fondazione

Resistenza al taglio dei terreni:

1) Teoria di rottura di Coulomb

2) Resistenza al taglio delle sabbie: resistenza di picco, dilatazione, stato critico

3) Modello di Taylor

4) Comportamento meccanico delle terre: unicità delle condizioni di rottura

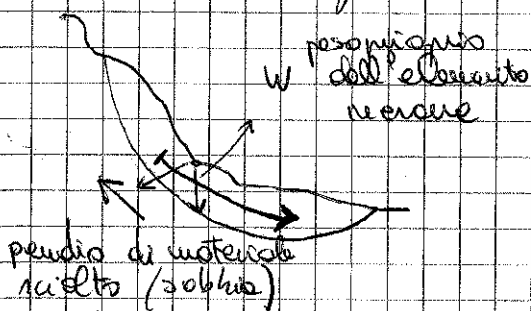
5) Angoli costanti

resistenza di picco, post-picco, residua [cap. 5]

Teoria di rottura di Coulomb (1775)

Condizione limite che, in termini di sforzi, implica l'instaurarsi di una condizione di
colloro nel materiale. Si parla di resistenza in relazione ad una superficie

Condizione in pendio

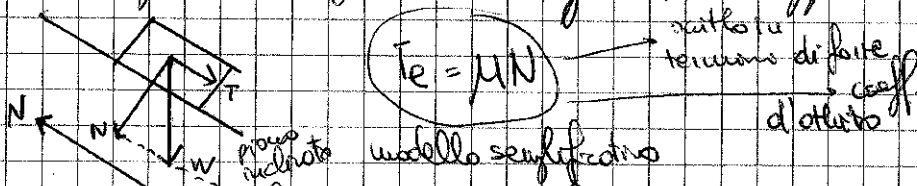


• Si forma una superficie di scivolamento

• Possiamo scomporre la forza peso in 2 componenti.

Una normale ed una tangente, quest'ultima contribuisce a generare lo scivolamento.

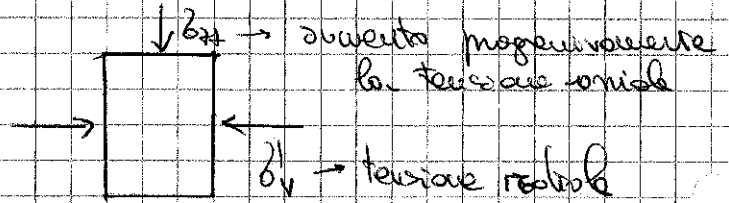
• Alla componente tangente della forza peso si oppone la resistenza al taglio del terreno



per $N \geq T$ non si verifica scivolamento. La resistenza al taglio di Coulomb si determina
sulle base di attriti che si generano sulle superficie di scivolamento

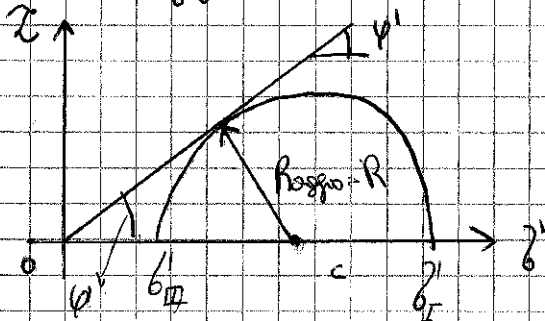
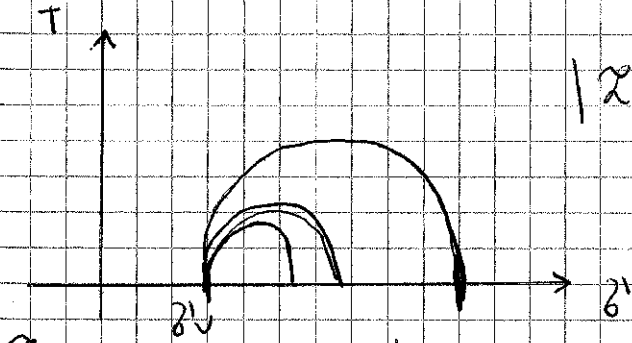
Resistenza al taglio delle sabbie

sabbia asciutta ($e \uparrow$)



$$|\tau| = \sigma' \tan \varphi'$$

τ } tensione sul piano di
 σ' } rotazione



$$R = \alpha \tan \varphi'$$

$$R = \frac{\sigma'_f - \sigma'_c}{2} ; \alpha = \frac{\sigma'_f + \sigma'_c}{2}$$

$$\frac{\sigma'_f}{\sigma'_c} = \frac{1 + \sin \varphi'}{1 - \sin \varphi'}$$

Lezione 28/30/2014

Criterio di rottura di Coulomb (1)

$$|\tau| = \sigma' \tan(\varphi')$$

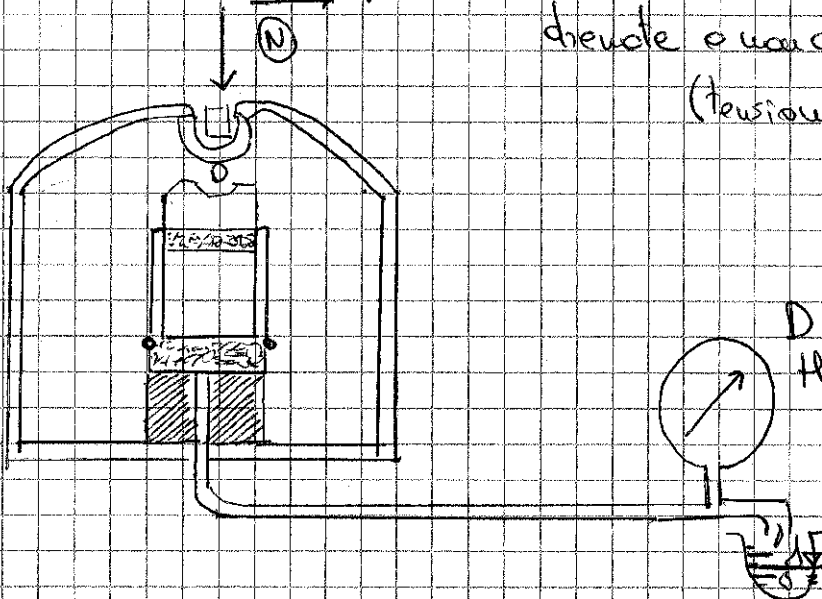
$$\frac{\sigma'_f}{\sigma'_c} = \frac{1 + \sin \varphi'}{1 - \sin \varphi'}$$

con φ' = angolo di deviazione al taglio

(2) Comportamento meccanico delle sabbie

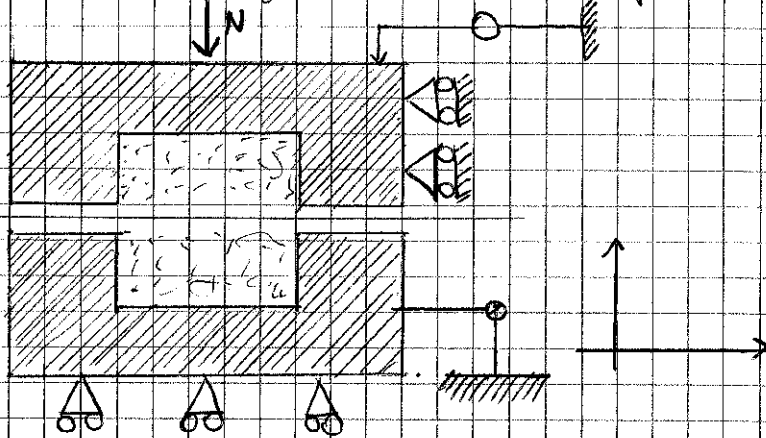
Apparato IX (Triaxiale)

permette di applicare in condit. drenate o non drenate, σ_1 e σ_3 (tensioni efficaci totali)



TEORIA di CAMBRIDGE o di TAYLOR

modello meccanico di Taylor: modello di Dissipazione di Taylor: è una prova



$$\frac{N}{A} = \sigma$$

$$\frac{T}{A} = \tau$$

Lavoro: $\int dx - \sigma' dy$

Dissipazione per attrito: $\mu \sigma' dx$

$L = D$

$$T dx - \sigma' dy = \mu \sigma' dx$$

$$: \sigma' dx$$

$$\frac{T}{\sigma'} = \mu + \frac{dy}{dx}$$

È un approfondimento di Coulomb, che si forma $\frac{T}{\sigma} = \mu$

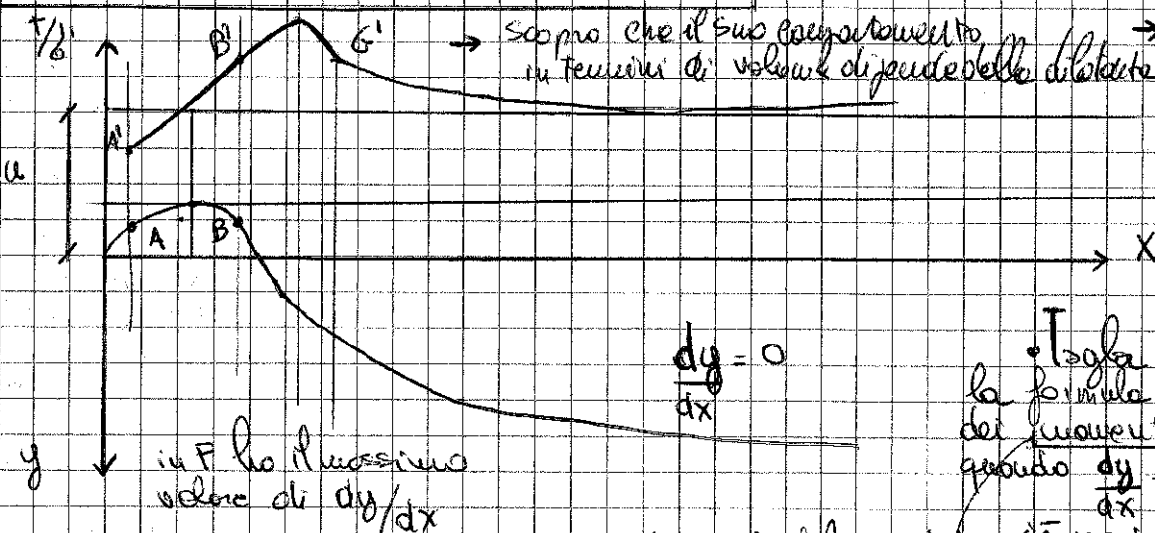
• Interpretazione fisica: l'area del prisma non può variare l'area, al massimo può variare l'attrito a cui corrisponde la compensazione dell'altro lato.

resistenza al taglio attrito dilatazione

Posso impostare l'equazione di Taylor grazie alla condizione:

$$\frac{T}{A} dx - \frac{N}{A} dy = \frac{N}{A} \mu dx \quad A = \text{cost}$$

$$T dx - \sigma' dy = \sigma' \mu dx$$



Scopro che il suo comportamento in termini di volume dipende dalla dilatazione

In questo caso il grafico mi dice che la y corrisponde alla variazione di volume in funzione di x

in F ho il massimo valore di $\frac{dy}{dx}$

Taylor mi sta dicendo la formula ma i suoi due invarianti di prova? quando $\frac{dy}{dx} = 0$ xk

Somma di picco = somma di contributi (uno è la dilatazione) la relazione è al contrario di come la vediamo di solito perché gli mi sono girati i segni dell'attrito

non c'è variazione di volume → sta parlando di derivata (ovvero variazione) mentre al

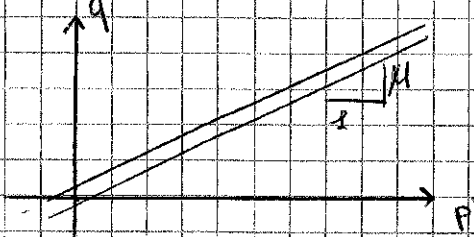
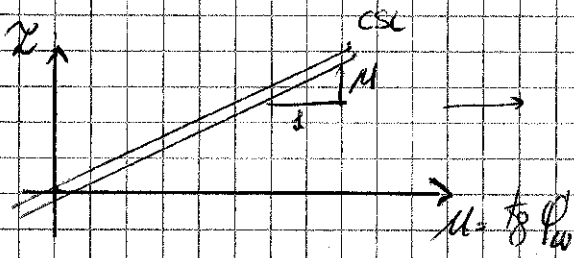
• Conservazione di Volume:
$$\left\{ \begin{aligned} \epsilon_v &= \epsilon_z + \epsilon_r + \epsilon_y = \epsilon_z + 2\epsilon_r \\ p' &= \frac{\sigma'_z + \sigma'_r + \sigma'_y}{3} = \frac{\sigma'_z + 2\sigma'_r}{3} \end{aligned} \right.$$

• Distorsione

• sforzo deviatorico: $q = \sigma'_z - \sigma'_r$

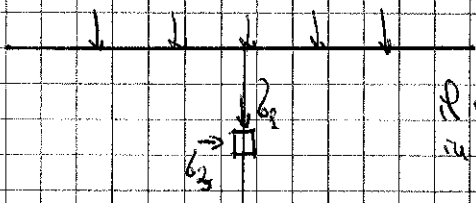
• deformazione deviatorica: $\epsilon_s = \frac{2}{3} (\epsilon_z - \epsilon_r)$

$dW = \sigma'_{ij} \cdot d\epsilon_{ij} = p' d\epsilon_v + q d\epsilon_s$

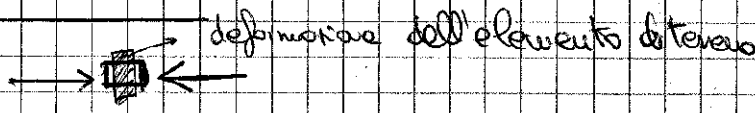
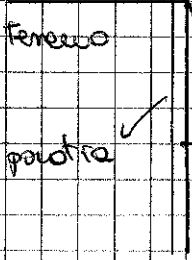


$$M = \frac{6 \sin \phi'_{cs}}{3 - \sin \phi'_{cs}}$$

Esempio



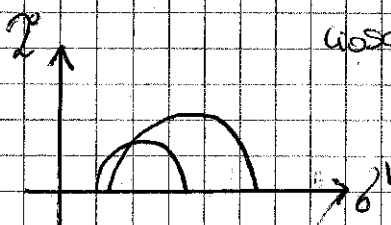
il materiale è sollecitato maggiormente in direzione verticale



sollecitazioni prevalenti in direzione verticale

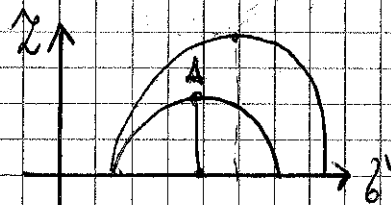
Conseguenza: per prevedere la risposta del tessuto è necessario conoscere il processo di sollecitazione.

Percorso di sollecitazione tramite i cerchi di Mohr



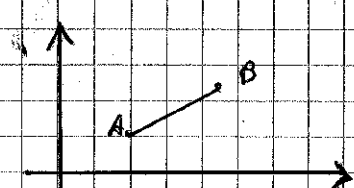
ogni cerchio di Mohr rappresenta lo stato di sforzo

- difficile prevedere prevedere la successione degli stati di sollecitazione e la continua sovrapposizione dei cerchi di Mohr



l'altezza del cerchio di Mohr (p.to rappresentativo) è dato dal punto A.

lo stato di sollecitazione può essere seguito attraverso dei punti rappresentativi sui cerchi.



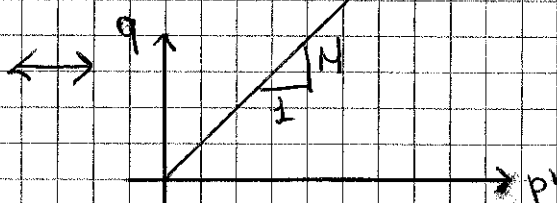
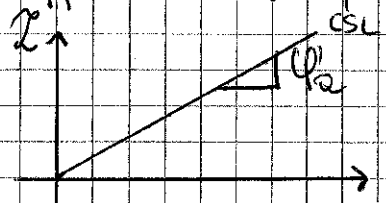
Attraverso il percorso che collega i due estremi di un processo di carico, definisco lo stato di sforzo (risposta meccanica) dell'elemento di tessuto.

In alternativa, l'ascissa del centro del cerchio di Mohr rappresenta la tensione

media $p' = \frac{\sigma_1' + \sigma_2' + \sigma_3'}{3}$

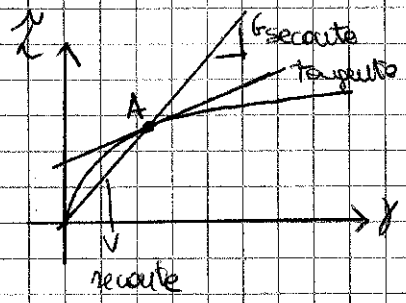
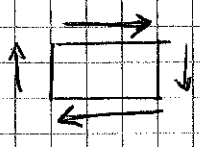
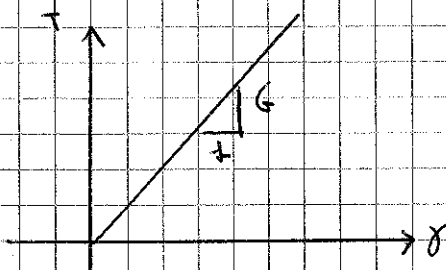
$q = \sigma_1' - \sigma_3'$: tensione deviatorica

Rappresentazioni equivalenti:



Il passaggio da una rappresentazione all'altra è una equivalenza biunivoca

$M = \frac{6 \cdot \text{sen } \phi_{cu}}{3 - \text{sen } \phi_{cu}}$



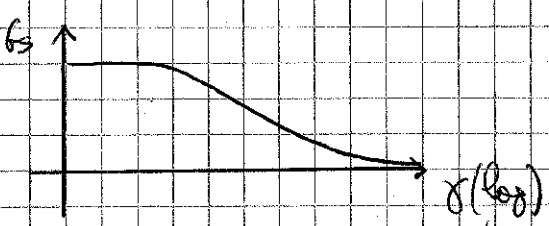
$G_T = \frac{d\tau}{d\gamma}$ modulo tangente e modulo secante coincidono nell'origine

$G_S = \frac{\tau}{\gamma}$

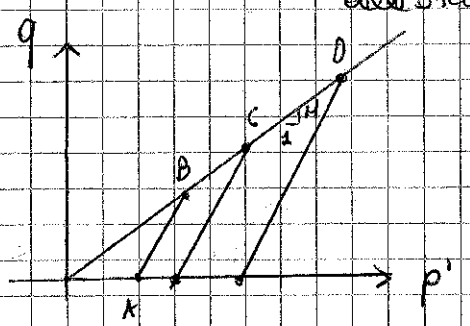
Al crescere delle γ , diminuisce G_S

curva di decadimento del modulo:

Determinazione di ϕ'



due punti: l'ingombro delle oscillazioni e la plasticità



Con due punti non posso trovare l'involuppo di rottura. Eseguo, allora, la prova di riconsolidazione isotropa più prossima.

$$M = \frac{G \sin \phi'_{cv}}{3 - \sin \phi'_{cv}} \Rightarrow \phi'_{cv}$$

$\phi'_{cv} = 22^\circ \rightarrow 32^\circ$ in PI ϕ'_{cv} : è legato alla mineralogia. All'aumentare della plasticità dell'argilla, diminuisce l'angolo di resistenza al taglio.

$\lambda = 6 \tan \phi'$ → involuppo di rottura: non ha nulla a che fare con la coesione, ma è un parametro attitudinario. (?)

Prova CIV

- 1° fase: riconsolidazione isotropa: $p' = p_0'$
- 2° fase: rottura in condizioni drenate

↓
 vincolo cinematico: aumento di variazioni di volume

$\Delta p' = \Delta p - \Delta u \rightarrow$ devo misurare Δu !

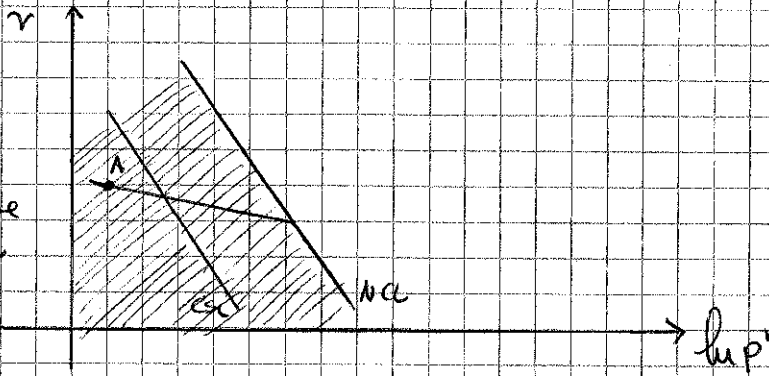
$\Delta q_v = \Delta \sigma'_z - \Delta \sigma'_v = \Delta \sigma'_z - \Delta \sigma'_v = \Delta q'$

Computazione meccanica delle sigle consistenti:

Lezione 14/11/2011

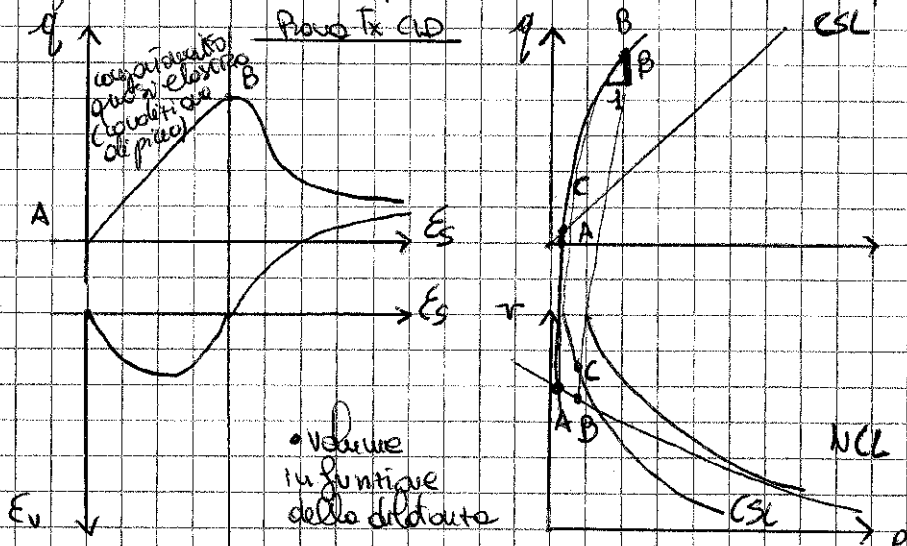
1. Rilevante
2. Definitiva

Un'agella si definisce tenera se il punto critico ricade nell'NCL oppure ricade nella zona intermedia NCL-CSL



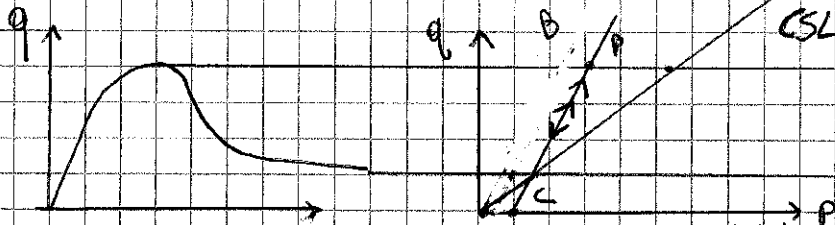
- $p \in NCL \rightarrow$ terreno NC
- $CSL < p_t < NCL \rightarrow$ terreno poco OC

Agella consistente $p_t < CSL$



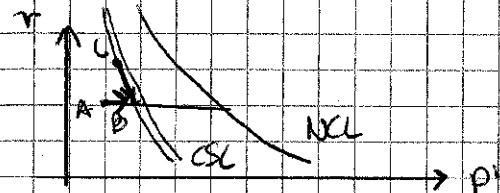
troviamo una linea di scacco e il punto si troverà o diviso se no sarebbe...

• Nel diagramma q, E_s , dopo il comportamento elastico (condizioni di picco, riduzione od inserimento tensione snide). Dopo il picco un brusco calo della curva.



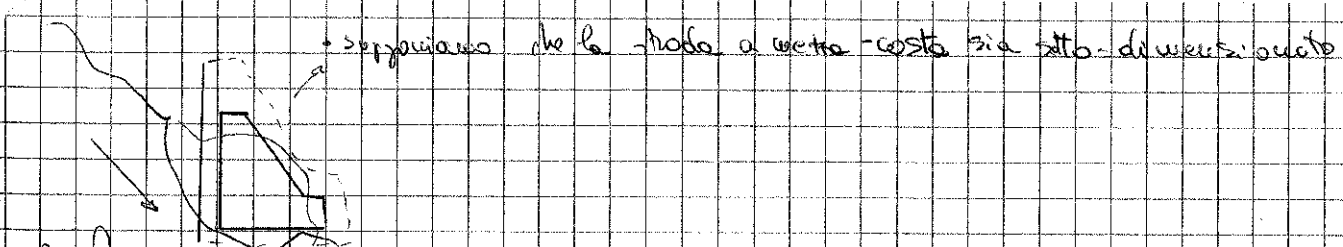
- c'è un sviluppo di picco
- rotture nel punto B

Condizione critica dello stato critico (c'è un comportamento elastico più un solo)



$$\Delta q = \Delta \sigma_1 \quad \Delta p = \frac{\Delta \sigma_2}{3} \quad \frac{\Delta q}{\Delta p} = 3$$

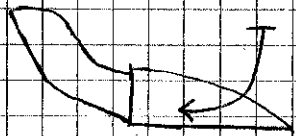
$$\Delta \sigma_2 < 0 \quad \Delta q = -\Delta \sigma_2 \quad \Delta p = -\frac{\Delta \sigma_2}{3} \quad \frac{\Delta q}{\Delta p} = 3$$



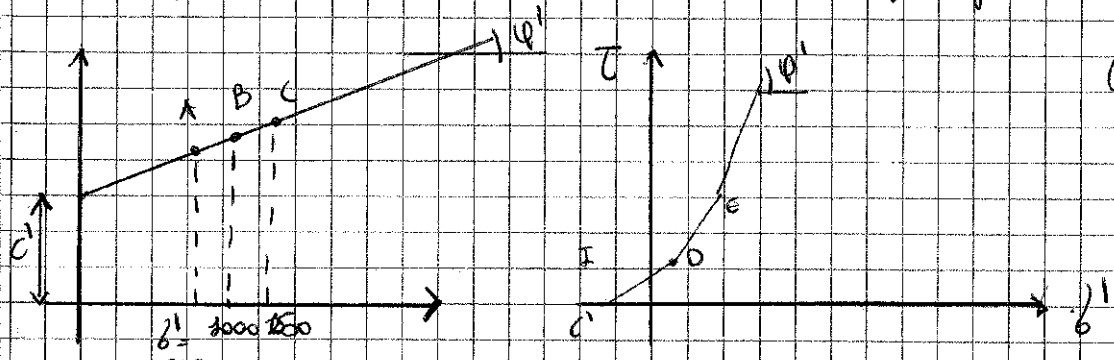
la prova che riguarda il movimento interagendo da strada

TENSIONI DI PRIMO DISTACCO

- prove di stabilizzazione: discontinuità di strato

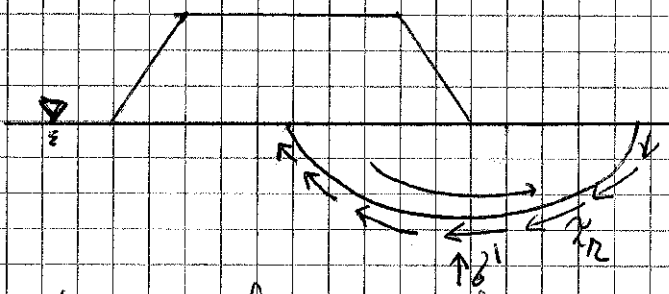


- argilla untuosa $\left. \begin{matrix} c' \\ \phi' \end{matrix} \right\}$
- argilla fessurata $\left. \begin{matrix} c'=0 \\ \phi' = \phi'_{cv} \end{matrix} \right\}$ (stato attivo)



RESISTENZA AL TAGLIO NON DRENATA

premessa: analisi di stabilità a breve termine



$$T_2 = l_2 \cdot \tan \phi' = (b \cdot u_0 - \Delta u) \cdot \tan \phi'$$

↑
acqua
sciolta

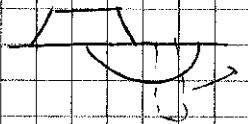
a) Condizioni iniziali è una condizione non drenata

↓ sviluppo Δu
↓

Consistenza della su è condizione uerena per l'analisi di stabilità in termini di tens.

efficienza $T_1 = (b - u_0 \cdot \Delta u) \tan \phi'$

Modello di Comportamento unofre (è un edificio)

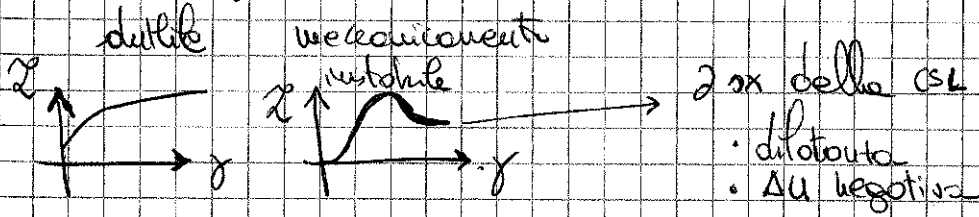


non scambia acqua con l'esterno. Si comporta come un sistema chiuso. Faccio un'analisi in termini di tensioni totali

Esempio 3 prove uv (non consolidato - non drenate)

Riassunto: comportamento meccanico dei terreni
 sotto (tenaci)

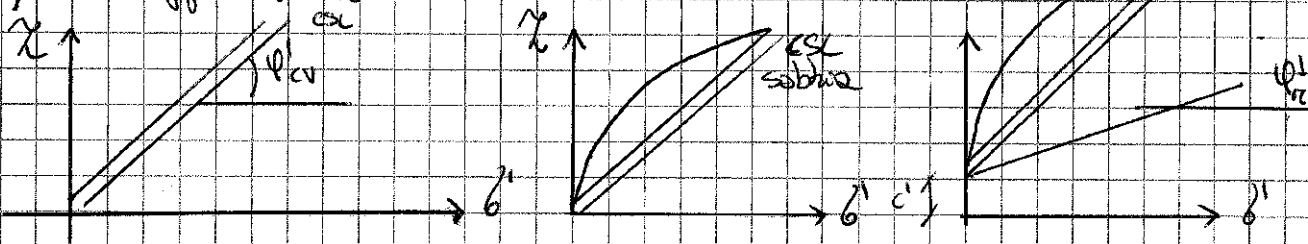
a) Stato iniziale del materiale } addensato (consistente)



b) relazione tra lo stato critico e lo stato iniziale a dx della CSL

- riduzione di volume (mova drenata)
- $\Delta U > 0$ (mova non drenata)

c) Legge di Bolton:



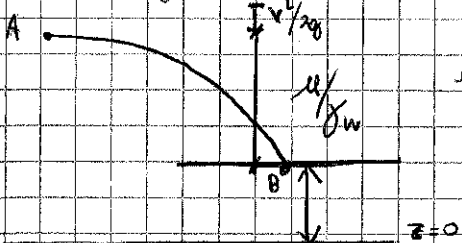
$\phi_{cv} = \text{comp. univ. logico } 32^\circ \div 36^\circ (22^\circ - 32^\circ)$

moti di filtrazione [cap. 6]

Lezione 18/11/2012

1. Definizioni
2. Legge di Darcy
3. Condizioni di equilibrio in presenza di filtrazione
4. Modello matematico del mezzo poroso
5. Moti in regime transitorio (teoria causale)

1. Definizioni



• Assumiamo che l'elemento fluido abbia peso unitario: si può esprimere l'energia in termini di altezza

• possiamo esprimere l'elemento in forma di energia

• in un moto da A a B si spende una certa energia, perché ogni moto si è dissipato
 l'energia è data da potenziale + cinetica

• Il punto B ha una certa E potenziale dato dall'altezza geometrica (z).

energia idrostatica totale: $H = z + \frac{u}{\gamma_m} + \frac{v^2}{2g}$
 quote
 geometrica cinetica

$$z_A + \frac{u_A}{\gamma_m} + \frac{v_A^2}{2g} = z_B + \frac{u_B}{\gamma_m} + \frac{v_B^2}{2g}$$

quote
 geometrica cinetica

Inter: Dall'idraulica intrada

avendo i fluidi perfetti, ovvero quelli che non dissipano l'energia (inviscosi e incompressibili) → situazione moto permanente

Osservazioni nella legge di Darcy

1. Significato della velocità di filtrazione



$$Q = v_f \cdot A_p = \gamma A$$

$$A_p = nA$$

Il dominio a cui va riferito v_f è quello dei pori $n v_f = \gamma$. La velocità effettiva è sempre maggiore del punto.

• C'è il passaggio di scala che avviene attraverso un coefficiente di permeabilità

2. Posizione da $2D > 3D$: Se siamo in un caso radiale o circolar e reversibile è lo stesso se è isotropo $\rightarrow \bar{v} = k_i \bar{i}$ $i = -\nabla h$

La linea di flusso visuale costante x costante il comp

$$\bar{v} = k_i \bar{i}$$

$$v_s = k_{iz} i_s$$

In ogni punto la tg della curva è diretta come la velocità

(∇h) vettore diretto \perp alle linee equipotenziali (isofasie) $\leftarrow \nabla \rightarrow$ linee di flusso circolari

• Campo irrotazionale: $v = -k \nabla h$ il moto dell'acqua avviene in un campo potenziale

equipotenziale \perp linee di flusso

$$\text{rot } v = 0$$

$$\omega = \frac{1}{2} \text{rot } v \text{ rotazione angolare}$$

se $\omega = 0 \rightarrow \text{rot } v = 0$
il campo è irrotazionale

N.B.: $\text{rot } v = 0$

quindi $\text{rot } v = \text{rot}(-k \nabla h) = 0$

3. Condizioni di equilibrio in presenza di filtrazione

a) Equazioni indefinite di equilibrio

$$\frac{\partial b_{zz}}{\partial z} - \gamma = 0 \quad (1)$$

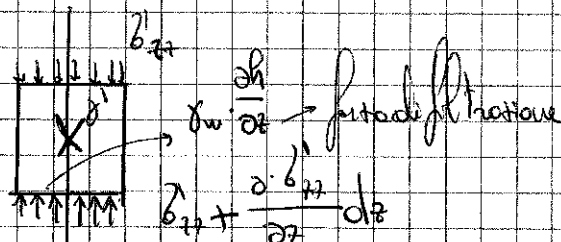
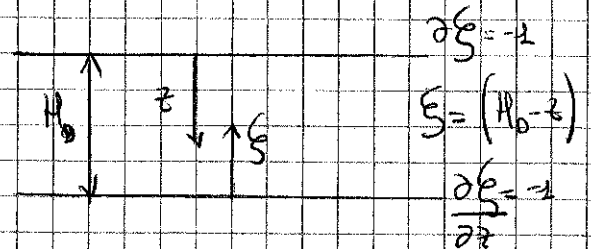
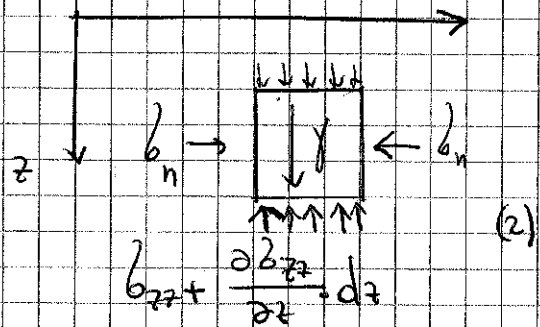
$$b'_{zz} = b_{zz} - u \rightarrow b_{zz} = b'_{zz} + u \quad (2)$$

$$h = \xi + \frac{u}{\gamma_w} \rightarrow u = \gamma_w (h - \xi)$$

$$(3) \quad b'_{zz} = b'_{zz} + \gamma_w (h - \xi)$$

Sostituisco (3) \rightarrow (2)

$$\frac{\partial b'_{zz}}{\partial z} + \gamma_w \frac{\partial h}{\partial z} + \gamma_w - \gamma = 0$$

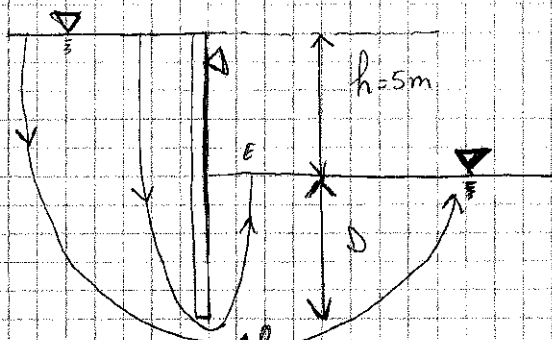


Lezione 21/11/2013

$$\phi'_z = (\delta' - i \gamma_w) z$$

$$i = i_c = \frac{\delta'}{\gamma_w} \Rightarrow \phi'_z = 0$$

• Esempio 1:



Assumiamo $i = \frac{\Delta h}{L}$

se il momento, tende a ruotare verso

• noi abbiamo ritenere o annullare il momento proprio di filtrazione

$$i = \frac{h}{L} = \frac{h}{h+2D}$$

$$i_c = \frac{\delta'}{\gamma_w}$$

$$F_s = \frac{i_c}{i}$$

• Ho posto un valore di margine di sicurezza

$$\frac{\delta'}{\gamma_w} = 4i = \frac{4h}{h+2D} \Rightarrow$$

ricorriamo la profondità di infiltrazione D , per avere un predimensionamento ideologico dell'opera

• Apprendiamo la lezione del coefficiente di sicurezza: ogni normativa ha il suo schema di norme nel definire i margini di sicurezza, fino al minimo valore o norma: lasciano libertà di scelta al progettista ma fissa il minimo.

• coefficiente di sicurezza: "la misura della sicurezza" \leftrightarrow incertezze
 L'incertezza deriva \rightarrow • parametri dei calcoli non noti
 • obiettivi cert. margini di confidenza

- \rightarrow incertezze delle azioni
- \rightarrow incertezze di modello

più propriamente sono "coefficienti di sicurezza" cioè coprono le incertezze in ambito costruttivo.

scelta della "Data" $\left\{ \begin{array}{l} \text{"Scenario di Progetto"} \\ \text{"Scenario di Collasso"} \end{array} \right.$

rischio che comporta il raggiungimento del collasso o rottura e mobilità di verifiche della stessa



serie di dissestamenti \rightarrow scavo: pendio di vite umore aumentato
 lo scavo: gli oggetti possono essere deformati mentre lavorano

flusso verso il basso



$$b_2 = (\delta + i\delta_w)^2 \quad u = (\delta_w - i\delta_w)^2 = b_2 = \delta_w^2$$

• Per il verso, il verso è invertito, si nota dall'elemento in equilibrio

ritorno all'energia:

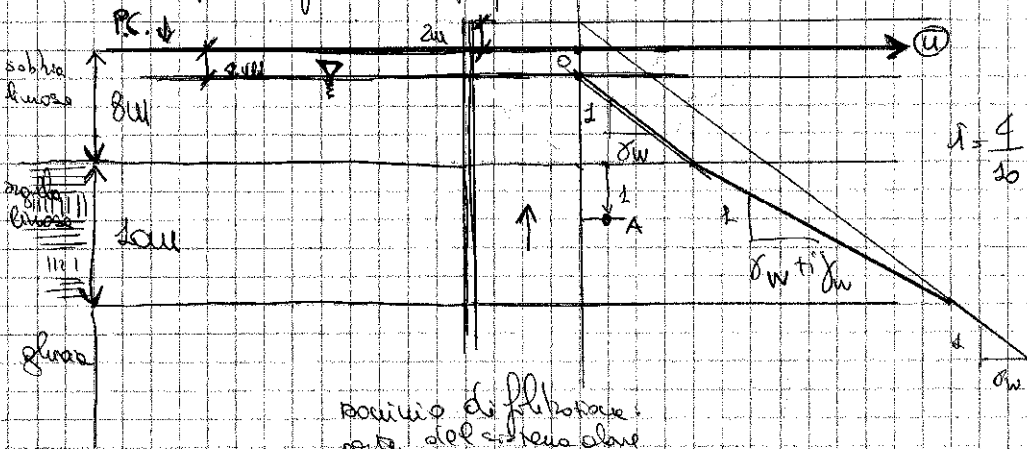
$$u_A = (\delta_w - i\delta_w)^2$$

scende
Tende a diminuire rispetto alle condizioni isostatiche

$$u_A = (\delta_w + i\delta_w)^2$$

sale
tende ad aumentare rispetto alle condizioni isostatiche

• ESEMPIO 4: Profilo Stratigrafico



• Direzione di flusso verso l'alto perché abbiamo il livello dell'acqua superiore rispetto al livello dell'acqua

• doppia linea

posizione di perforazione parte del sistema dove si concentra il prodotto di carico

$$u_A = \underbrace{(8-2)\delta_w}_{\text{parte strato 1}} + \underbrace{1(\delta_w + \frac{4}{20}\delta_w)}_{\text{parte strato 2}}$$

• Modello costitutivo dell'acqua porosa

- equazioni di stato per ciascuna fase
- equazioni di equilibrio conservatore della massa
- Bilancio della quantità di moto
- Equazioni costitutive
- Equazioni di bilancio

Equazioni di Stato:

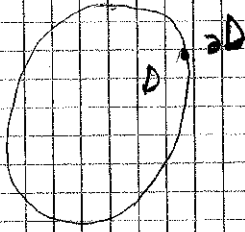
equazione dedotta sperimentalmente, che mette in relazione P, V, T

(a) $p_w = p_{wo} e^{\beta(u-u_0)}$

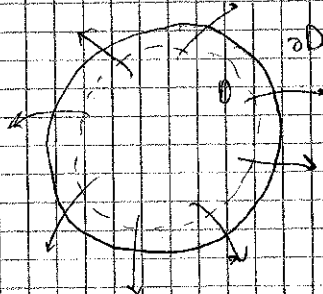
(b) $p_s = \text{cost}$
→ solido

per H_2O , su tutto lo spettro di compressibilità per una parte della ricomprimibile

richiede solo la linearità della funzione: dominio in cui definisco una velocità v



• fissamento la densità ρ , invece la quantità variabile



• eq. d'equilibrio: skeleton libero può cambiare di quanto volume viene espulso contemporaneamente alla contrazione $\frac{\partial u}{\partial t} = 0$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = n R \frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot \underline{v}$$

a) Definizione di condizione non drenata

$$\nabla \cdot \underline{v} = 0$$

la permeabilità è talmente bassa che il div di Darcy risulta nulla (non variabile)

$$\text{div } \underline{v} = 0$$

Questo può ancora compimeri la la con più mobilità dell'acqua di un valore finito

se parla la fase fluida ha compressibilità nulla (secondo $\beta = 0$) $\rightarrow \frac{\partial u}{\partial t} = 0$
(non è una condizione vincolata)

b) Condizioni Drenate:

$$\frac{\partial u}{\partial t} \neq 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\partial u}{\partial t} = \nabla \cdot \underline{v}$$

deformazioni skeleton libero incompressibile e def skeleton libero se le deformazioni di volume dipendono solo da una variazione degli volumi dei pori (tutto dipende solo dall'acqua che esce)

Moto stazionario: tutte le mie quantità non variano nel tempo

$$\text{div } \underline{v} = 0$$

$$\nabla \cdot \underline{v} = 0$$

$$\gamma = -k \nabla h$$

$$\nabla \cdot \nabla h = 0$$

$$\nabla^2 h = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

deformazioni eq. fup. del moto stazionario

comp. stazionario

- Interpretazione della Soluzione -

2. Campo delle pressioni neutre: pt X

Dalla rete di flusso è noto $h_x = 32 \text{ m}$; è nota anche la quota geometrica $\xi_x = 26 \text{ m}$

$$h_x = \xi_x + \frac{u_x}{\gamma_w}$$

$$u_x = (32 - 26) \gamma_w = 6 \gamma_w$$

$$\sigma_z = \text{cost}$$

$$\sigma'_z = \sigma_z - u_x$$

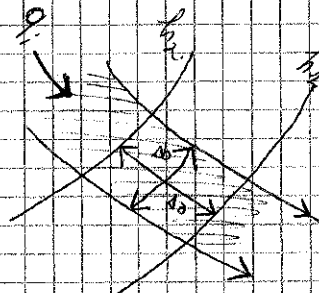
2. Calcolo del gradiente idraulico

riavvicinamento per il punto ξ

$$i(\xi) = \frac{\Delta h}{L} = \frac{h_i - h_{i+1}}{L} = \frac{26 - 25}{2}$$

salto
pericolo
• influenza nel caso del punto ξ
il percorso che compie

3. Calcolo delle perdite:



$$q_i = v \cdot A = v \cdot \Delta \sigma = k \frac{\Delta h}{\Delta \sigma} \cdot \Delta \sigma$$

tubo di Perotota

Altezza dell'opera è impossibile impostare una scala di griglia di permeabilità

Metodo in regime transitorio

teoria 1D della consolidazione:

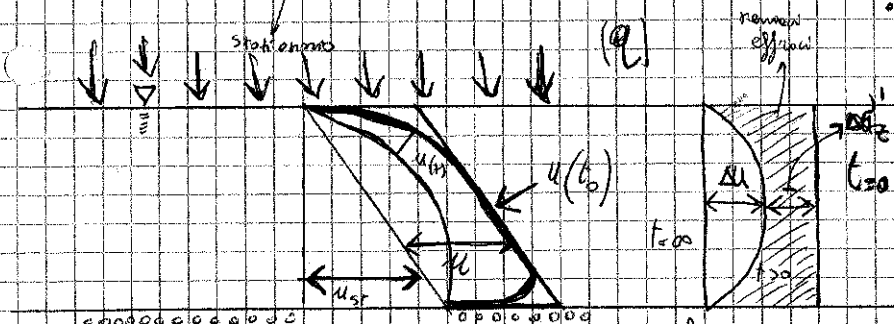
Equazione di continuità: (1)

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = \nabla \cdot u$$

(2) ipotesi 1D: $\frac{\partial \xi_{zz}}{\partial t} = \frac{\partial u_z}{\partial t}$

(3) Legge di Darcy: $v_z = -k \frac{\partial h}{\partial z}$

(4) $h = z + \frac{u_{st}}{\gamma_w} + \frac{u}{\gamma_w}$
sovrapposizione istantanea



• inibizione in tempo su condizioni non drenate

• CURVE
• ISOTROPICHE:

• necessità la sovrapposizione istantanea

• cercando stati finali che rappresentano la (pressione di consolidazione iniziale)

• sovrapposizione istantanea

$$t=0 \quad \Delta u = q \Rightarrow \Delta \sigma'_z = 0$$

$$t=\infty \quad \Delta u = 0 \Rightarrow \Delta \sigma'_z = q$$

Si può valutare l'evoluzione appiattendosi all'equazione (1):

(1) \rightarrow (3) \rightarrow (2)

$$\frac{\partial \xi_{zz}}{\partial t} = - \frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

(5) dipende costitutivo
 $\frac{\partial \xi_{zz}}{\partial t} = \frac{\partial \sigma'_z}{\partial t}$

OPERE di SOSTEGNO [cap 8]

1. Tipologiche
2. Teoremi della plasticità
3. Stati di equilibrio limite di Rankine
4. Teoria di Coulomb (metodo dell'equilibrio limite globale)
5. Discontinuità statiche e calcolo della resistenza passiva
6. Dimensionamento e verifica delle opere di sostegno.
7. Dimensionamento e verifica delle paratie.
8. Sistemi di drenaggio.

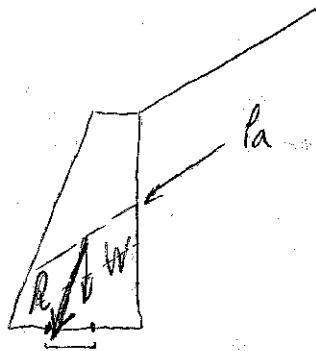
DEFINIZIONE

Un'opera di sostegno è una qualunque struttura realizzata per rendere stabile un fronte di terreno potenzialmente instabile.

TIPOLOGIE (Fig 8.21)

- muro a gravità: stabilità al fronte di scavo in virtù del peso proprio

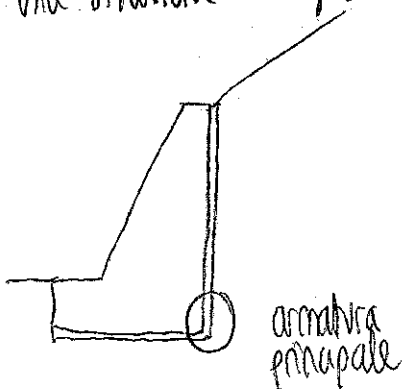
P_a : spinta attiva suborizzontale.
 P_a viene combinata con W , e crea una forza subverticale che, per la stabilità della struttura, deve intercettare l'ombra dell'angolo.



MURO IN CLS, PIETREME
 es: MURI A SECCO.

non si deve sviluppare tensioni di trazione. Lo spessore del muro risulta essere significativo: riportare la risultante all'interno del terzo medio.

- muro a semigravità: vengono spesso sostituite da strutture a semigravità, con all'interno una struttura in grado di riprendere gli sforzi di trazione.



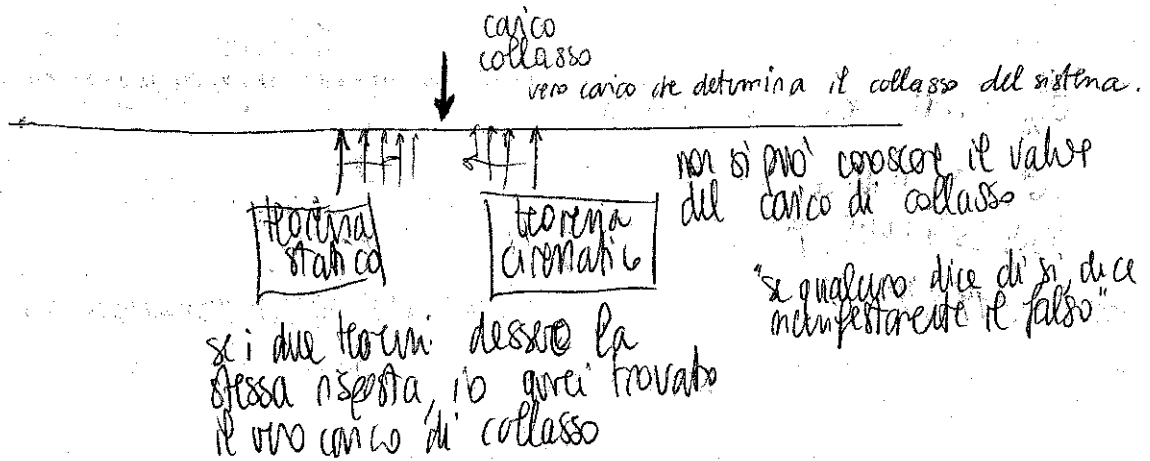
2. TEOREMI DELLA PLASTICITÀ

1° teorema statico o teorema del limite inferiore
 Se è possibile costruire un campo di sforzi ammissibile, in equilibrio con le forze esterne, queste forze rappresentano un limite inferiore del carico di collasso o al più il vero carico di collasso

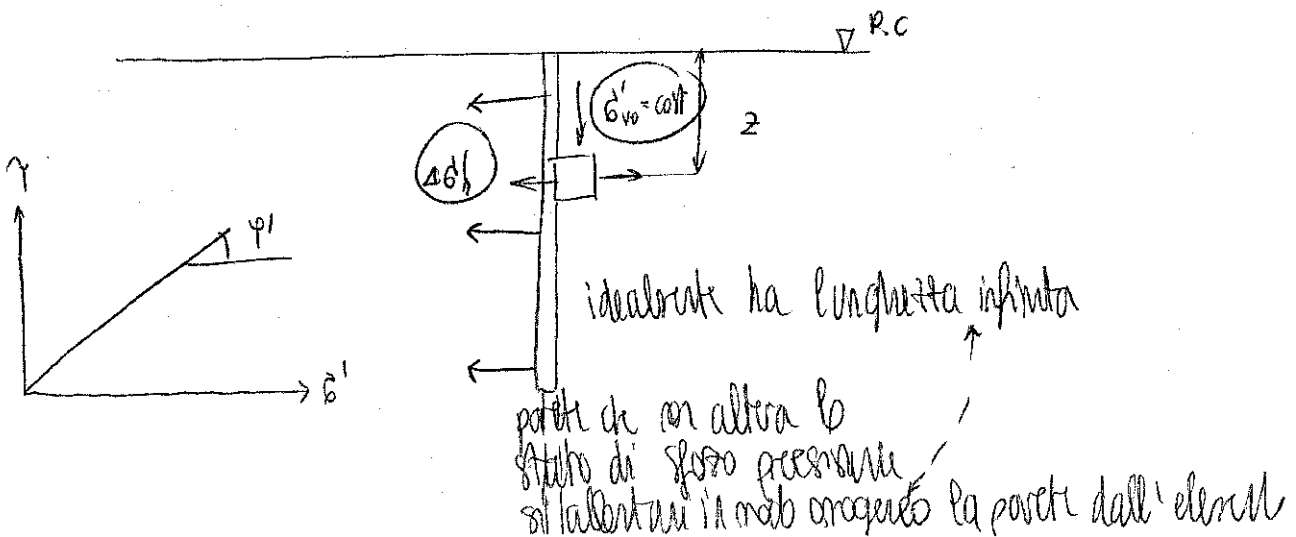
IN OGNI PUNTO NO UN CAMPO DI TENSIONI CHE NON VIOLA - le condizioni di equilibrio - criterio di rottura

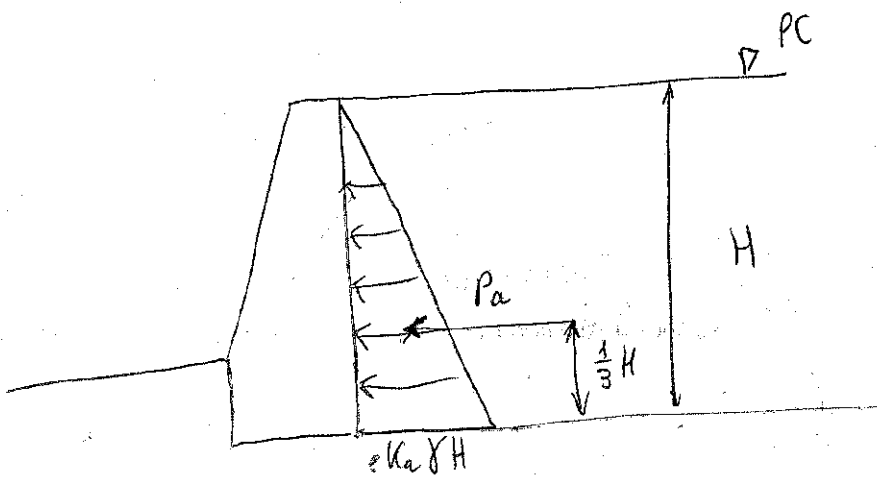
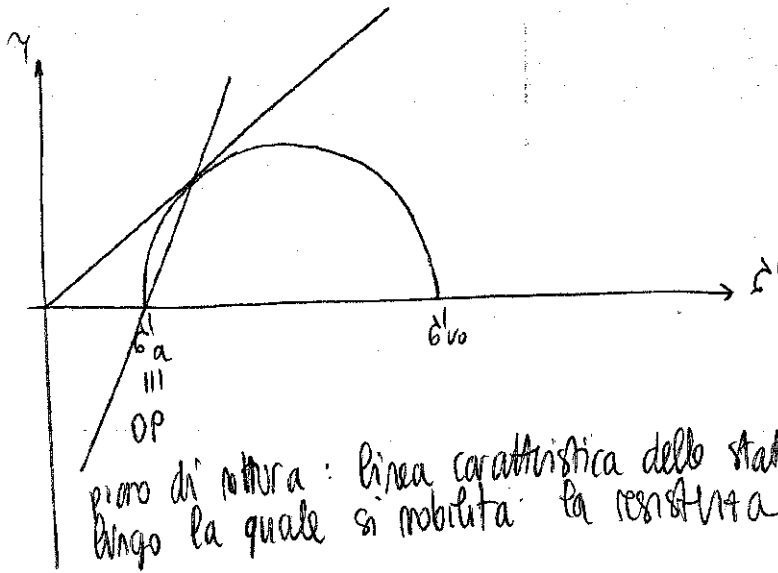
2° teorema cinematico o teorema del limite superiore
 Se in un meccanismo di collasso, cinematicamente ammissibile, la potenza dei carichi esterni uguaglia la potenza dissipata, i carichi esterni rappresentano un limite superiore del carico di collasso o al più il vero carico di collasso.

MECCANISMO CINETICAMENTE AMMISSIBILE CON I VINCOLI ESTERNI CHE QUINDI PUÒ EFFETTIVAMENTE VERIFICARSI.



3. STRATI DI EQUILIBRIO LIMITE DI RANKINE (1857)





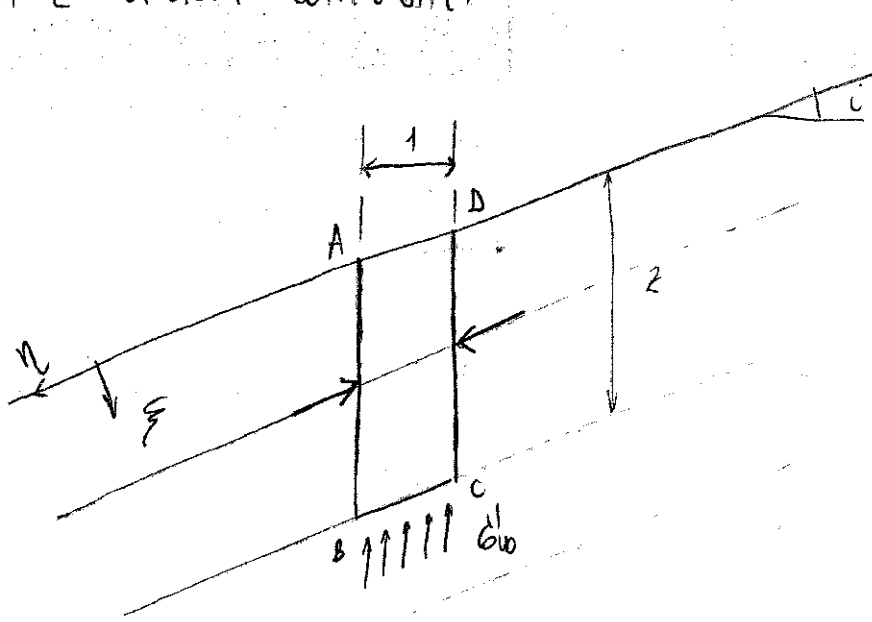
$$\sigma'_a = K_a \sigma'_{vo}$$

$$\sigma'_{vo} = \gamma z$$

Anche se nella realtà il muro è scabro, lo stato di sforzo deve essere considerato libero.

$$P_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_a$$

PIANI E SFORZI CONIUGATI



per il indefinito
risultava omogeneo
nella direzione della
sua giacitura
principale
eventuali giaciture
sarono // al P.C.

$$\frac{\partial(\cdot)}{\partial \gamma} = 0$$

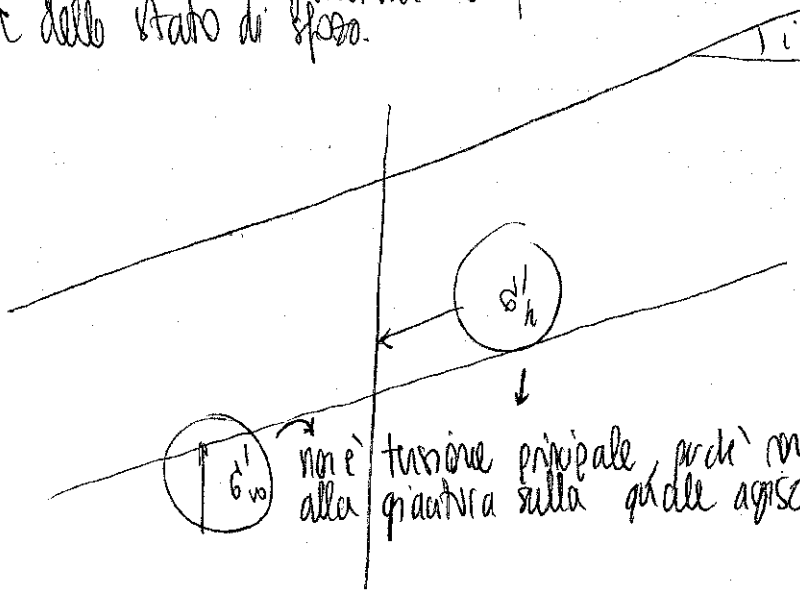
Equilibrio alla traslazione:

$$\uparrow: BC = \frac{1}{\cos i}$$

$$G_w' BC = \underbrace{1 \cdot 2 \cdot \gamma}_{\text{peso proprio}}$$

$$G_w' = \gamma 2 \cos i$$

c'è corrispondenza tra giacitura dei piani
e direzione dello stato di sforzo.



sul piano // al
piano compagna, il
vettore sforzo sarebbe
diretto verticalmente

non è tensione principale perché non è \perp
alla giacitura sulla quale agisce.

sul piano verticale agisce un vettore sforzo
diretto parallelamente alla giacitura del P.C.

GLI sforzi sono coniugati e i piani sui quali agiscono si dicono coniugati.

$$OM = \delta'_{vo}$$

P: Origine dei piani

Se voglio conoscere lo stato di sforzo δ'_A agente sul piano verticale: $OA = \delta'_a$

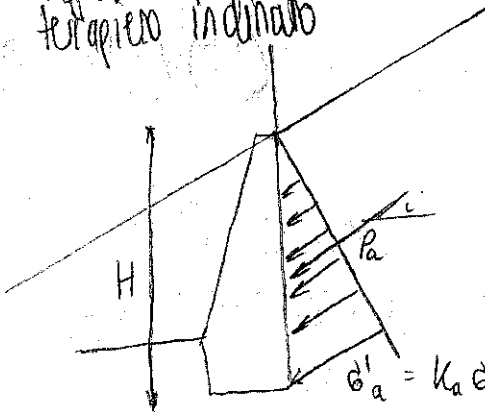
$$\delta'_A = K_A \delta'_{vo} \quad \delta'_{vo} = \gamma z \cos i$$

$$K_A = \frac{\cos i - \sqrt{\cos^2 i - \cos^2 \varphi'}}{\cos i + \sqrt{\cos^2 i - \cos^2 \varphi'}}$$

dipende dall'obliquità i del piano campagna.

⚠ il coefficiente di spinta attiva è strettamente legato alla geometria del problema.

Applicare la teoria di Rankine ad un opera di sostegno con terreno inclinato



immagino di assumere la parte del muro e il P.C. in piani coniugati di Rankine. su questi piani agisce lo stato di sforzo previsto dalla teoria

La teoria di Rankine mette in luce la parte del muro e di il P.C. sono piani coniugati.

Analoghe considerazioni valgono nel caso della resistenza passiva P_p solo se $\delta'_{vo} < \delta'_p$

Le incognite del problema sono 4

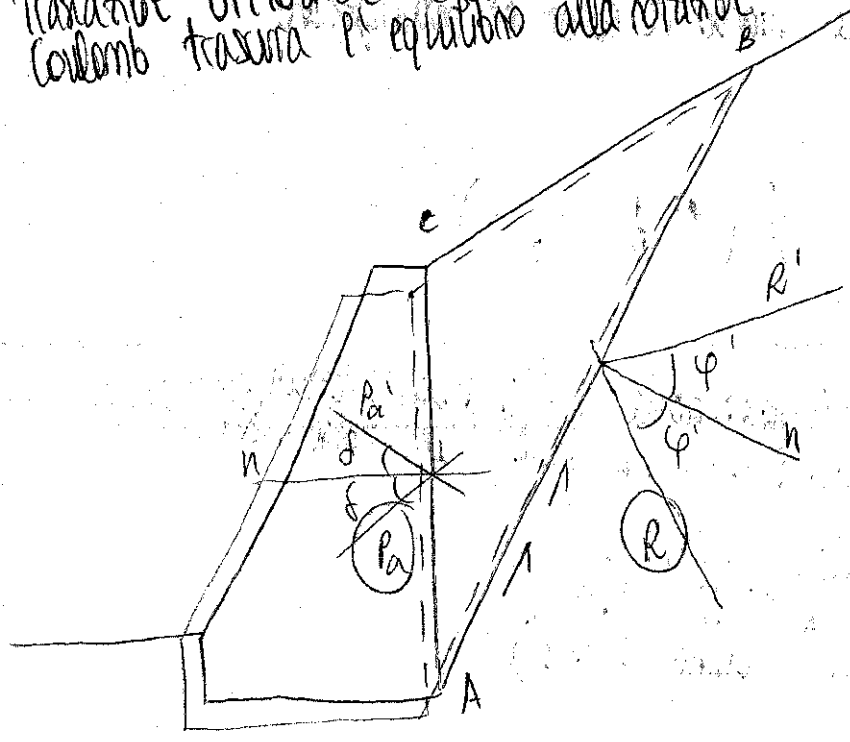
- * P_a
- * retta d'azione di P_a
- * R
- * retta d'azione di R

ho 3 equazioni di equilibrio

- * \uparrow
- * \rightarrow
- * \curvearrowright

Il problema è indeterminato: il teorema di Coulomb risolve solo parzialmente il problema. Non permette di calcolare il punto di applicazione di P_a , devo conoscere la reale distribuzione della spinta, che si sa solo a partire dallo stato di sforzo.

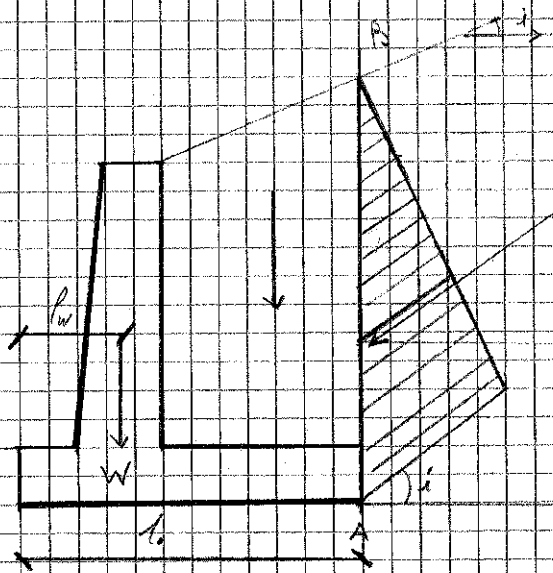
La divisione delle forze corrisponde ad un equilibrio alla traslazione orizzontale e verticale ma no alla rotazione. Coulomb trascura l'equilibrio alla rotazione.



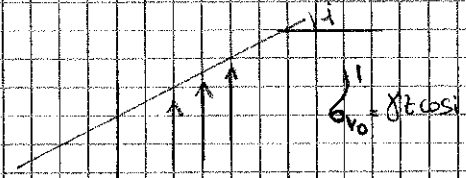
entrambe R e R' soddisfano il criterio di rottura di Coulomb

Come scelgo le direzioni di P_a e R ?
 l'attito deve essere opposto allo scivolamento

Lezione 5/12/2011



$AB = H$



si individua un percorso virtuale che parte dalle basi della nostra struttura fino ad intersecare il piano di scorrimento. Trova una parte di terreno su cui si possono calcolare gli sforzi

$P_A \rightarrow K_A \text{ (Rankine)} \rightarrow \text{eq. 8,20} \quad K_A = (\frac{\sigma'_1}{\sigma'_3})$
 nel pt. A: $\sigma'_1 = \sigma'_3 \cdot K_A$
 $\sigma'_1 = \sigma'_3 \cdot K_A$
 $\sigma'_3 = \gamma \cdot H \cdot \cos^2(\alpha)$
 $\sigma'_1 = \gamma \cdot H \cdot K_A \cdot \cos^2(\alpha)$
 $P_v = P_w \cdot \cos(\alpha)$
 $P_H = P_w \cdot \sin(\alpha)$

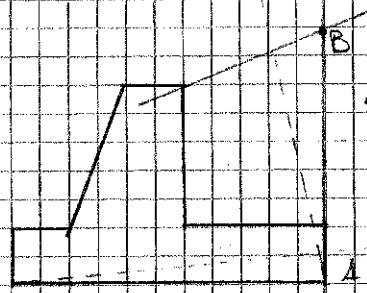
Verifica allo scorrimento:

$F = \frac{N \cdot \tan \phi_b}{P_H} = \frac{(W + W_1 + P_v) \cdot \tan \phi_b}{P_H} \geq 1.5$

Verifica al Ribaltamento:

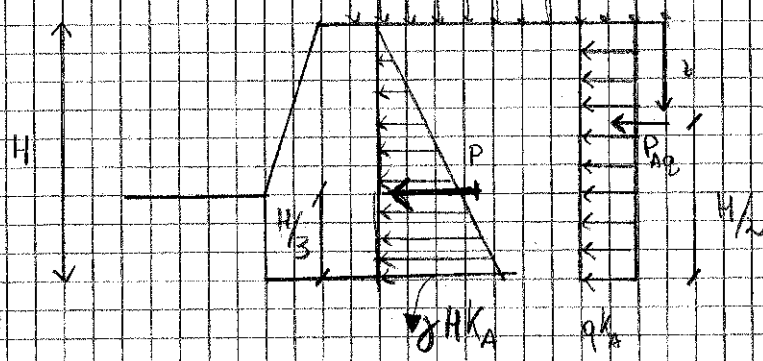
$F = \frac{M_s}{M_A} \geq 1.5$

$F = \frac{W \cdot P_w + W_1 \cdot P_{wt}}{P_H \cdot \frac{H}{3} - P_v \cdot b}$



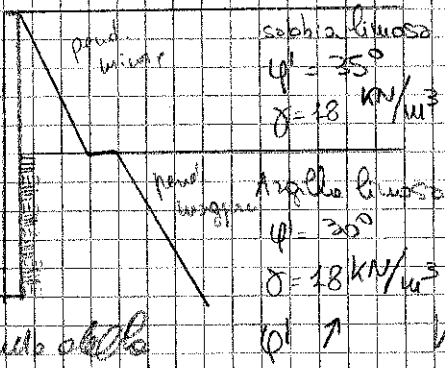
• è il meccanismo di un corpo rigido che scivola su una spinta reagente in blocco

• Spinta dovuta al sovraccarico



$\gamma_w = \gamma + q$

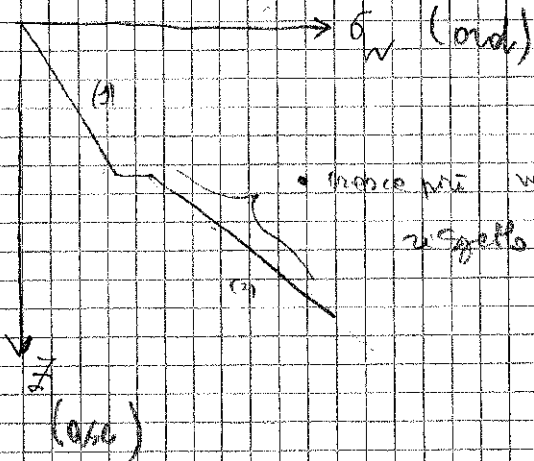
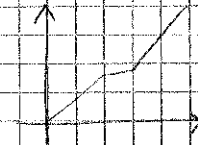
Terrapi stratificata



coefficiente di attrito
 misto e argilla
 $\gamma = K_A \cdot (\gamma K_A) =$

$\phi \uparrow \quad K_A \downarrow$

la variabile dipendente è la σ'_v ; quella indipendente è la z
 mentre variabile dipendente è σ'_v rispetto all'angolo



• trincea più velocemente σ_h
 rispetto al trincea precedente

rendete da due che (se più profondo
 di (al massimo è cost/ed
 costante) σ_h è lo
 variabile $\sigma_v = \text{costante}$
 + variabile σ_h
 mentre σ_v è il
 trincea
 (e l'obliquità di
 cost/ed)