NUMERO : 253 DATA : 05/03/2012

A P P U N T I

STUDENTE : Candido Dafne

MATERIA : Meccanica delle Macchine
Prof. Belforte

MECCANICA DELLE MACCHINE 14.03.2011

BELFORTE

STUDIO DI COMPONENTI E SISTEMI MECCANICI

↓

ELEMENTI SPECIFICI CHE COMPONG. UN SISTEMA

TESTI: MECCANICA APPL. ALLE MACCHINE AUTORE: BELFORTE

CINEMATICA:

PARTE DELLA MECC. CHE STUDIA IL MOVIMENTO DEI CORPI IND. DALLE CAUSE DEL MOTO

3 MACRO ARGOMENTI:
→ CINEMATICA (STUDIA I PURI MOVIMENTI, OGG. CHE SI MUOVONO).
→ STATICA
→ DINAMICA

STATICA: CORPI FERMI, NON C'È MOVIMENTO (SITUAZIONE COMPLEMENTARE) SI STUDIANO LE COND. DI EQUILIBRIO DEI CORPI

I SISTEMI SI MUOVONO SOGGETTI AD AZIONI CHE PRODUCONO MOVIMENTI, VELOCITA' E ACCELERAZIONI

DINAMICA: CORPI IN MOVIMENTO TENENDO CONTO DELLE AZIONI E DELLE LORO CAUSE

$\boxed{\text{CINEMATICA}}$ METRI E SECONDI m, s, rad

LE UNITA' DI MISURA USATE SONO RIFERITE A SPOSTAMENTI

IL MOVIMENTO DI OGG. MECCANICI, CORPI RIGIDI O DEFORMABILI (PER ADESSO RIGIDI)

2 PARTI: CINEMATICA
→ 1. DEL PUNTO: LA MASSA È CONCENTRATA IN UN PUNTO
→ 2. DEL CORPO RIGIDO: CON CERTA MASSA, DISTRIBUZIONE DI MASSA LUNGO LA FORMA

Quindi studiare il movim. del corpo rigido è + diff.

↓

Cosa cambia? PER IL CORPO RIGIDO SERVONO + PARAMETRI DI RIFERIMENTO NEL SISTEMA OPPORTUNO RISPETTO AL PUNTO

X STUDIARE UN SISTEMA:
LE IPOTESI CHE SI FANNO DIPENDONO DAL SISTEMA

UN CORPO RIGIDO DA MOLTO LONTANO PUO' ESSERE VISTO COME UN PUNTO

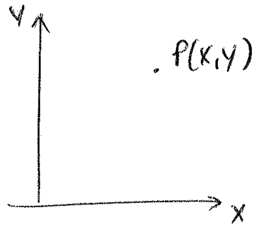
↓

LA SCELTA DIPENDE DAL TIPO DI SITUAZIONE

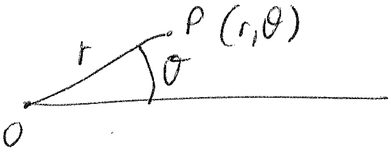
SISTEMI DI RIFERIMENTO:

- COORD. CARTESIANE
- COORD. POLARI

CARTESIANE:
PUNTO FUNZIONE DI x E y



POLARI:
PUNTO FUNZIONE DELLA DISTANZA DA UN ORIGINE O (NON È VETTORE) E L'ANGOLO θ DI RIFERIMENTO

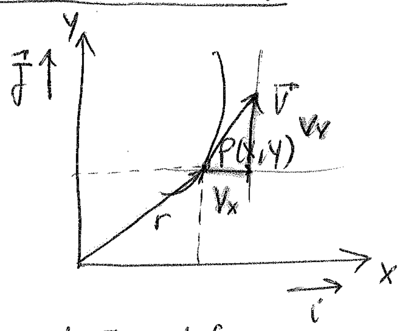


TUTTI I MOVIMENTI SI RIDUCONO A TRASLAZIONI E ROTAZIONI

TRASLAZIONI ⇓ SIST. CARTESIANO

ROTAZIONI ⇓ SIST. POLARE

SISTEMA CARTESIANO:



$$r = x\vec{i} + \vec{y}\,\vec{j}$$

$$\vec{V} = \frac{d}{dt}\vec{r} = \frac{d}{dt}\left(x\vec{i} + y\vec{j}\right) = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} = V_x\vec{i} + V_y\vec{j}$$

SOMMA DI 2 COMPONENTI UNA RISP. ALL'ASSE X E ASSE Y

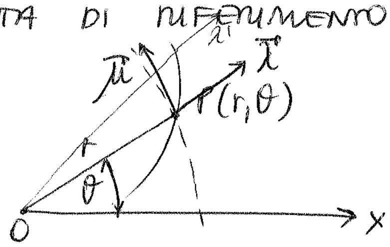
$\vec{i}, \vec{j}$ NON DIPENDONO DAL TEMPO

$$a = \frac{d}{dt}\vec{V} = \frac{d}{dt}\left\{\frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j}\right\} = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j} =$$

$$= a_x\vec{i} + a_y\vec{j} = \vec{a_x} + \vec{a_y}$$

COORDINATE POLARI

RETTA DI RIFERIMENTO CHE HA ORIGINE O



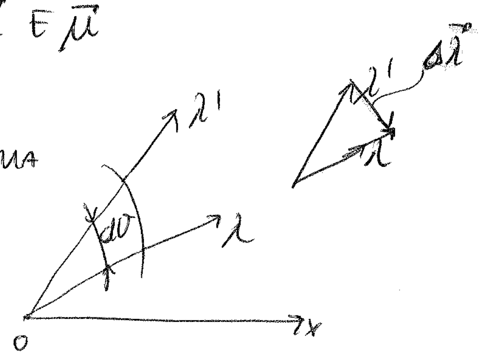
NON ESSENDO r UN VETTORE NON IDENTIFICA PRECISAMENTE P_ USIAMO θ

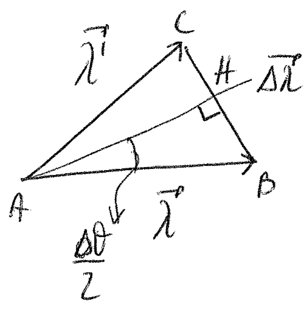
I VERSORI $\vec{\lambda}$ E $\vec{\mu}$

$$\vec{r} = r\vec{\lambda}$$

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}\left\{r\vec{\lambda}\right\} = \frac{dr}{dt}\vec{\lambda} + r\frac{d\vec{\lambda}}{dt}$$

$\vec{\lambda}$ VARIA





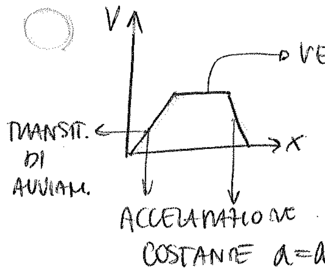
$$BH = AB \sin\frac{\Delta\theta}{2}$$

$$|\Delta\vec{\lambda}| = 2\,|\lambda|\,\sin\frac{\Delta\theta}{2} \simeq \cancel{2}\frac{\Delta\theta}{\cancel{2}} = \Delta\theta$$

UNITARIO

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 5 di 262

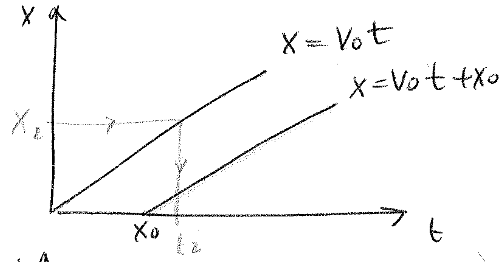
APPLICAZIONE PRATICA:
STUDIARE IL MOVIMENTO ALTA VELOCITÀ TORINO-MILANO (ESEMPIO)



CONSIDERIAMO IL SISTEMA A VELOCITÀ COSTANTE

$$V = V_0 = \text{COSTANTE} = \frac{dx}{dt} \Rightarrow a = 0$$

IL PUNTO PARTE DA X_0 A VELOCITÀ COSTANTE



$$V_0 = \frac{dx}{dt}; \quad dx = V_0 dt.$$

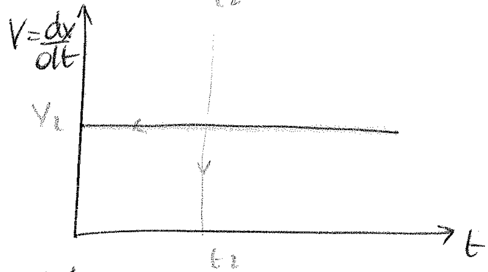
$$\int_{x_0}^{x} dx = \int_{t_0}^{t} V_0\, dt \qquad (x - x_0) = V_0(t - t_0) \qquad t_0 = 0$$

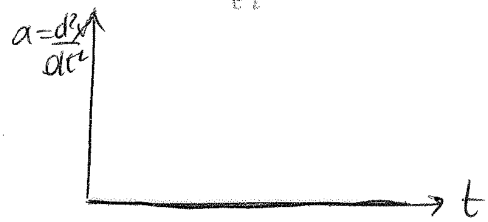
$$x - x_0 = V_0 t$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{x = V_0 t + x_0}$$

POI SE X_0 È L'ORIGINE QUELLO È UN CASO PARTICOLARE

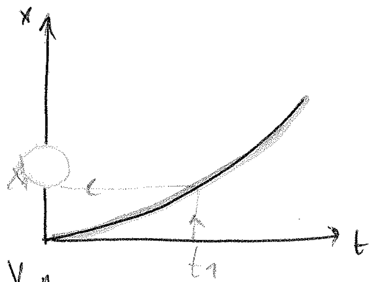


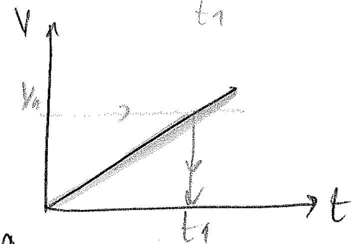


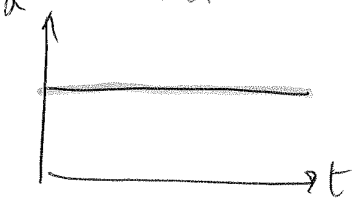
ACCELERAZIONE COSTANTE

$$a = a_0 \Rightarrow \frac{dV}{dt}; \quad \frac{dx}{dt} = V$$

$$a_0 = \frac{dV}{dt} \qquad dV = a_0 dt$$







$$\int_0^V dV = \int_0^t a_0\, dt$$

VELOCITÀ CRESCE LINEARMENTE

$$V = a_0 t$$

$$\frac{dx}{dt} = a_0 t \Rightarrow \quad dx = a_0 t\, dt$$

$$\int_0^x dx = \int_0^t a_0 t\, dt$$

$$x = a_0 \frac{1}{2} t^2 = \frac{1}{2} a_0 t^2$$

SE DEVO STUDIARE IL TRANSITORIO POSSO PENSARE DI ESSERE A $a = \text{cost}$

SO CHE LA VELOCITÀ DA RAGG. È V_1 QUANDO A VELOCITÀ COSTANTE

$\Downarrow$

OTTENGO t_1

$\Downarrow$

OTTENGO X_1

MECCANICA MERC. 16-03-2011

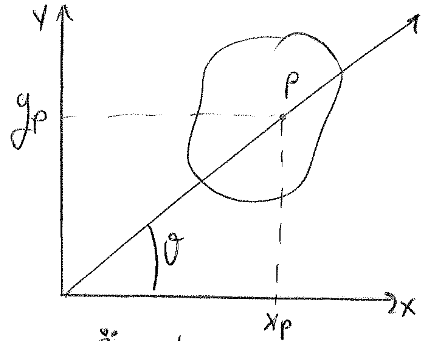
NELLA CINEMATICA CI SONO SOLO GRANDEZZE CIN, LE FORZE SONO NULLE.

CINEMATICA DEL CORPO:

CORPO RIGIDO: I SEGMENTO DISTANZA RELATIVA TRA 2 PNTI NEL TEMPO NON CAMBIA. NON SUBISCE UNA DEFORMAZIONE

CORPO DEFORMABILE:

MOVIMENTO DI UN CORPO RIGIDO NEL PIANO:



IL CORPO PUO':
- TRASLARE VERT
- " ORIZ
- RUOTARE

P UNIVOCAMENTE DETERMINATO:

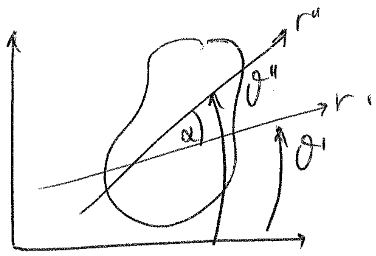
$P(x_P, y_P, \theta_P)$

NOTAZIONE PUNTO = DERIVATA

$\dot{x}_P, \dot{y}_P$ VELOCITA' } LEGATE A P
$\ddot{x}_P, \ddot{y}_P$ ACCELERAZIONE

MA $\dot{\theta}$ E $\ddot{\theta}$ NO!

θ DIPENDE DA r



$\theta'' - \theta' = \alpha$

$\theta'' = \alpha + \theta'$ r'' ASSOCIATA A θ''

$\dot{\theta}'' = \dot{\theta}'$ $\dot{\theta} = \omega$

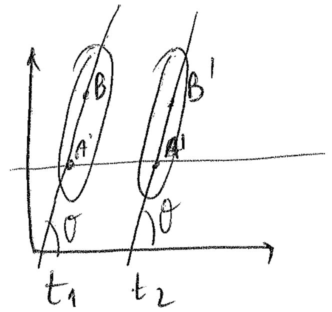
$\ddot{\theta}'' = \ddot{\theta}'$

LA POSIZIONE ANGOLARE HA BISOGNO DELLA RETTA r, LA VELOCITA' E ACCELERAZIONE ANG. NON HO BISOGNO DI UN RIFERIMENTO

POSSIAMO IMMAGINARE 3 TIPI DI SPOSTAMENTO: LINEARE, ROTATORIO, ROTOTRASLATORIO

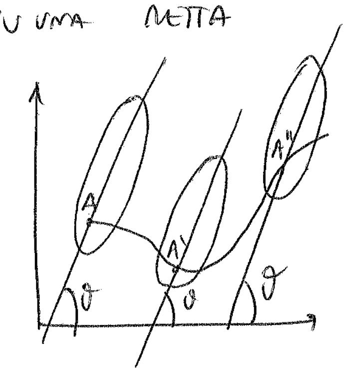
RETTILINEO
~~ROTATORIO:~~

CONSIDERANDO IL CORPO CHE RUOTA LA RETTA CHE INDICA θ RIMANE SE STESSA



θ RIMANE COSTANTE

QUANDO OGNI PUNTO DEL CORPO SI MUOVE SU UNA RETTA



MOTO TRASLATORIO CURVILINEO

$\vec{V_B} = \vec{V_A} + \vec{V}_{B/A}$ $\qquad |V_{B/A}| = \omega AB$

$\downarrow$

TEOREMA DI RIVALS

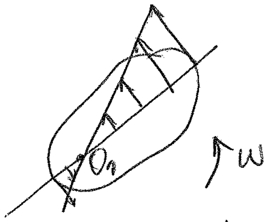
VALE LO STESSO PER LE ACCELERAZIONI $\qquad \vec{a_B} = \vec{a_A} + \vec{a}_{B/A}$

$$\Downarrow$$

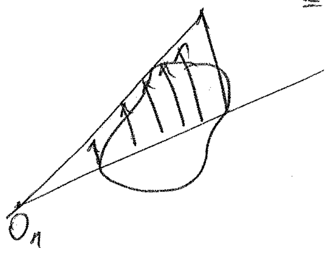
$$\vec{a_B} = \vec{a_A} + \underbrace{\vec{a}_{B/A\,N}}_{=\omega^2 AB} + \underbrace{\vec{a}_{B/A\,T}}_{=\dot{\omega} AB}$$

CENTRO DI ISTANTANEA ROTAZIONE:

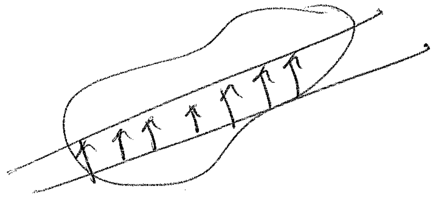
È UN PUNTO ∈ AL PIANO MA NON NECESS. AL CORPO CARATTERIZZATO DA V=0, IL SISTEMA SI STA MUOVENDO ATTORNO A QUEL PUNTO



$V_{O_1}=0 \qquad V_i = \omega\, iO_1$

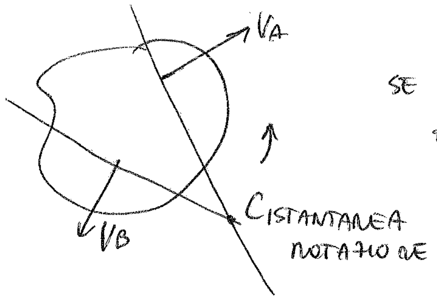


IL PUNTO (ALL'INFINITO) DEGENERA IN UNA RETTA SE ~~PAURA~~ TRASLA



È IMPORTANTE TROVARLO, SEMPLIFICA IL CASO:

GENERICO CORPO:

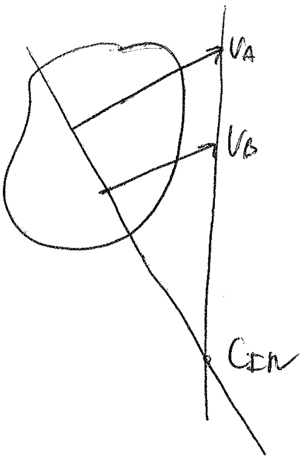


SE ω È NOTA È + SEMPLICE CALCOLARE V_A E V_B

$V_A = \omega AC$

$V_B = \omega BC$

TUTTE LE V SONO CALCOLABILI PERCHÉ RIDOTTA A MOTO ROTATORIO



NOTO IL V_A E V_B SAPENDO CHE L'ANDAMENTO È LINEARE TROVO C

$\Downarrow$

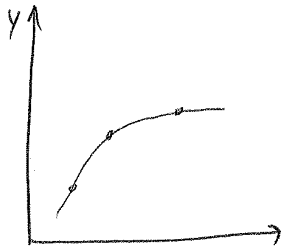
NOTO CIR

NOTO ω

SONO NEL CASO DI PRIMA } SONO IN UN SISTEMA CHE STA SOLO RUOTANDO E NON TRASLANDO

POLARE FISSO

POLARE MOBILE



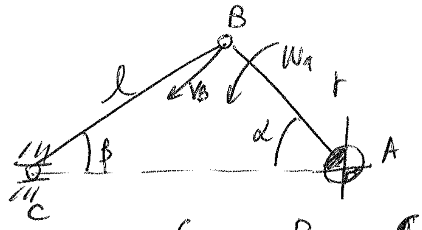
CURVA CHE UNISCE I PUNTI CIR SI CHIAMA POLARE FISSA RISP A UN SISTEMA FISSO

MA SE (X,Y) È SOLIDALE AL CORPO, IN QST CASO SI CHIAMA POLARE MOBILE

LA MOBILE ROTOLAMENTO PURO RISP A QLL FISSO.

PUNTO DI CONTATTO ISTANTANEAMENTE FERMO.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 11 di 262



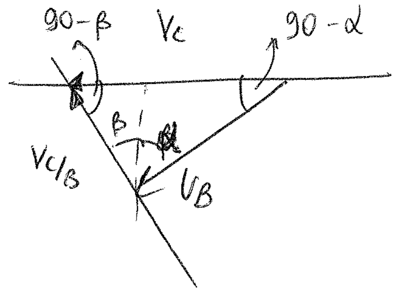
$V_C = ?$
$V_B = ?$

$$\vec{V_C} = \vec{V_B} + \vec{V_{C/B}}$$

V_C // retta per AC

	C	B	C/B
MODULO	?	$\omega_1 r$	$\omega_2 l$
DIREZIONE	// AC	⊥ AB	⊥ BC
VERSO	?	V_B	?

non è noto perché non sappiamo ω_2



$$\frac{V_B}{\sin(90-\beta)} = \frac{V_C}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{V_{C/B}}{\sin(90-\alpha)}$$

$$V_{C/B} = \omega_2 l \Longrightarrow \omega_2 = \frac{V_{C/B}}{l}$$

$$a_C = a_B + a_{C/B}$$

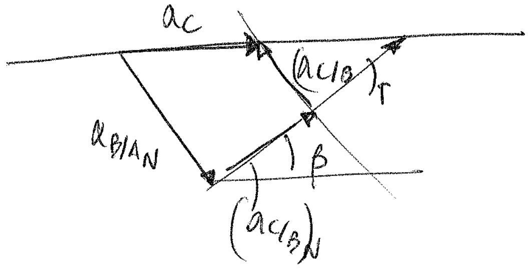
$$a_B = \underbrace{\cancel{a_A}}_{=0} + a_{A/B}$$

$$\vec{a_C} = (\vec{a_{B/A}})_N + (\vec{a_{B/A}})_T + (\vec{a_{C/B}})_N + (\vec{a_{C/B}})_T$$

	$\vec{a_C}$	$(\vec{a_{B/A}})_N$	$(\vec{a_{B/A}})_T$	$(\vec{a_{C/B}})_N$	$(\vec{a_{C/B}})_T$
M	?	$\omega_1^2 r$	$\overset{0}{\dot{\omega}_1 r}$	$\omega_2^2 l$	$\dot{\omega}_2 l$
D	// AC	// AB	⊥ AB	// CB	⊥ CB
V	?	↘		↗	?

← non è noto $\dot{\omega}_2$

$$\dot{\omega}_1 = 0$$



dir di a_C // AC

riusciremo con gli angoli a calcolare $\dot{\omega}_2$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 13 di 262

$$\vec{a_P} = \frac{d\vec{V_P}}{dt} = \frac{d}{dt}\left\{ \dot r \vec\lambda + \dot r \alpha \vec\mu + r\dot\theta\vec\mu \right\} + \vec{a_O} =$$

$$= \ddot r \vec\lambda + \dot r \alpha \vec\mu + \dot r \frac{d\vec\lambda}{dt} + \dot r \alpha \frac{d\vec\mu}{dt} + \dot r \dot\theta \vec\mu + r\ddot\theta\vec\mu + r\dot\theta\frac{d\vec\mu}{dt} + a_O$$

$$\frac{d\vec\mu}{dt} = (\dot\alpha + \dot\theta)\,\vec\nu \wedge \vec\mu = -(\dot\alpha+\dot\theta)\vec\lambda$$

$$\vec{a_p} = \ddot r \vec\lambda - r\dot\alpha^2 \vec\lambda + r\ddot\alpha\vec\lambda$$ FORMULA

a PRESSATO
a TRASCINAMENTO
a CORIOLIS

$$a_{PC} = 2\vec\omega \wedge \vec{V_{P_r}}$$

$\vec\omega$ ↓ VELOCITA' ANG. DELLA TERNA MOBILE

NELL'ESEMPIO DELLA GRU $\quad \vec\omega = \Omega\vec k \quad \vec{V_r} = V_r\vec\iota$

$$a_C = 2\Omega\vec k \wedge V_r\vec\iota = -2\Omega V_r \vec k$$

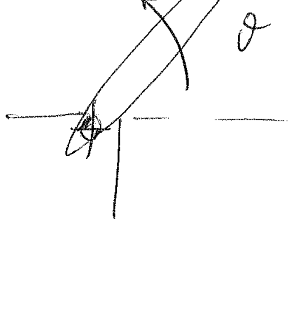
MECCANISMI: PARTICOLARE SYS MECCANICO COMPOSTO DA CORPI RIGIDI "CATENE CINEMATICHE" CHE PERMETTONO IL MOTO RELATIVO

A DIFF. DELLE CATENE
VI È UN ELEMENTO VINCOLATO A NON MUOVERSI: IL TELAIO (IN TUTTI I PUNTI $V=0, a=0$)

SI MUOVE PER SVOLGERE UNA CERTA FUNZIONE, MESSO IN MOTO DAL MOTORE A CUI È ASSOCIATO UN SISTEMA DI RIFERIMENTO

ELEMENTI MOVENTI: PARTE MOTORE
ELEMENTI CEDENTI: VIENE AZIONATO DALL'ORGANO MOTORE

MANOVELLE, BIELLE, BILANCIERI
↓
ASTA RIGIDA COLLEGATA ATTRAVERSO UN PUNTO FISSO AL TELAIO

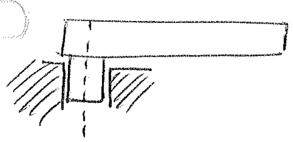


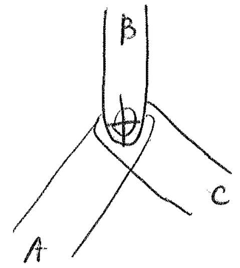
- MANOVELLA SE È IN GRADO DI FARE UN GIRO COMPLETO, NON È DETTO INFATTI CHE POSSA SUCCEDERE

PUO' ESS CHE L'ASTA ROTANTE SI POSSA SPOSTARE SOLO DI UN CERTO ANGOLO ≠ 360°
BILANCIERE

CERNIERA

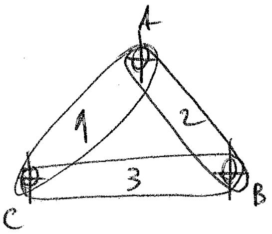
IN CONDIZIONE IDEALI: IL FORO DEVE ESS PIU' LARGO DEL PERNO CILINDRICO
ASSE FISSO





3 CORPI A CERNIERA
⇓
È COME SE FOSSERO 2 CERNIERE PERCHÈ LASCIANO SOLO 1 GRADO DI LIBERTA' ?

PRENDO 3 ASTE CON 3 CERNIERE



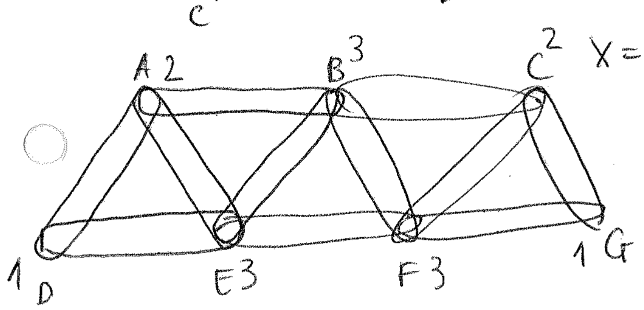
$$X = 3(m-1) - 2C_1 - C_2$$

$m = 3$ CORPI

$C_1 = 3$ COPPIE

$C_2 = 0$

$X = 6 - 6 = 0 \Rightarrow$ NESSUN GRADO DI LIBERTA'



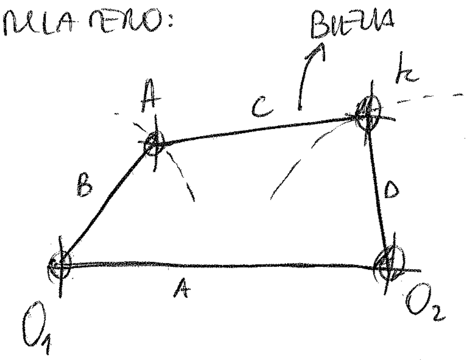
$m = 11$

$C_1 = \cancel{7}\ 15$

$C_2 = 0$

$X = 30 - 30 = 0$ QUESTO SISTEMA NON È UN MECCANISMO

QUADRILATERO:



$m = 4$

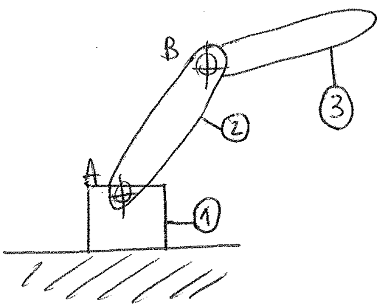
$C_1 = 4$

$C_2 = 0$

$X = 9 - 8 = 1$ QUESTO È UN MECCANISMO

INDIVIDUAIAMO IL TELAIO: $O_1 O_2$; I PUNTI (A) E (K) POSSONO COMPIERE DELLE TRAIETTORIE CIRCOLARI (ASSUMIBILI A MANOVELLE O BILANCIERI)
L'ASTA MOTRICE B, IL CEDENTE D. (C) È UNA BIELLA

È UNA CATENA CINEMATICA CHIUSA: QND OGNI CORPO HA 2 O +' COLLEGAMENTI CON ALTRI CORPI



(3) È COLLEGATA SOLO AL SISTEMA CON (B)
QUESTA È UNA CATENA CINEMATICA APERTA

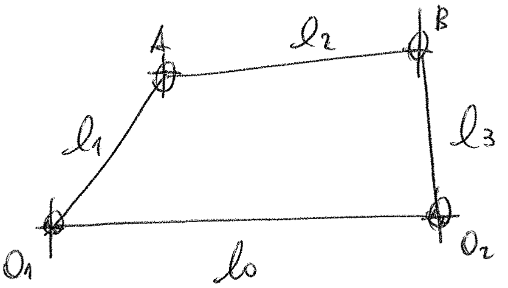
C.C. CHIUSA: +' SICURA
CC APERTA: +' CEDEVOLE: CON DELLE AZIONI DINAMICHE PUO' CEDERE DI PIU'

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 17 di 262

SI POSSONO COSÌ RICAVARE LE CONDIZIONI DI MOTO: VELOCITÀ, ACCELERAZIONE

IL CALCOLO CINEMATICO HA LO SCOPO DI CONTROLLARE CHE GLI ELEMENTI SIANO STRUTT. BUONI.

COME CAPIRE SE SONO MANOVELLE O BILANCIERI?



FACCIAMO DELLE CONSIDERAZIONI TEORICHE.

$\underbrace{l_2+l_3 > l_0+l_1}$ oppure $\underbrace{l_2+l_3 < l_0+l_1}$

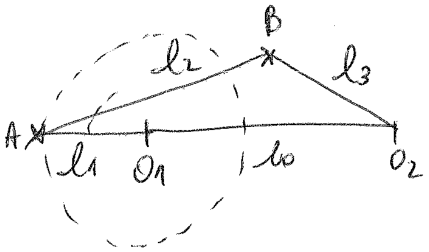
BIELLA — ELEM. CONDOTTO

⇓ QUESTA CONDIZIONE PORTA A 2 BILANCIERI

PER AVERE 2 MANOVELLE: l_0 LUNGH. MINIMA

" " 1 MANOVELLA 1 BILANCIERE: l_1 LUNGH. MINIMA

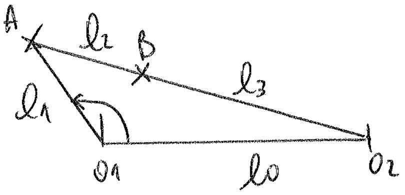
Quando l_1 STA COMPLETANDO LA ROTAZIONE:



VALE $l_2+l_3 > l_0+l_1$

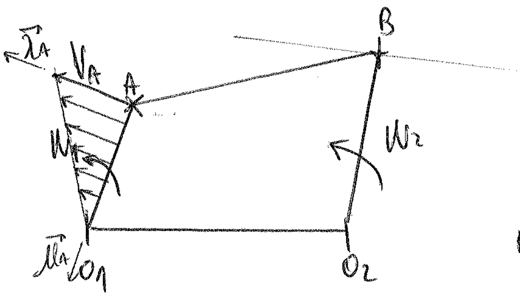
O_1A = MANOVELLA

IN QST CASO VALE $l_2+l_3 < l_0+l_1$



O_1A = BILANCIERE

SAPENDO $W_1, \dot{W}_1$ COME FACCIAMO A CONOSCERE $W_2, \dot{W}_2$?



$l_2+l_3 > l_0+l_1$ l_1 = L.M.

l_1 = MANOVELLA l_3 = BILANCIERE

QST SISTEMA CONVERTE IL MOTO ROTATORIO IN UN SYS DI ROTAZIONE ALTERNATO DEL BILANCIERE CONDOTTO.

W_1=NOTO ⇒ W_2=?

IN UN SISTEMA CON SOLE CERNIERE NON ESISTONO MOTI RELATIVI

$|\vec{V}_A| = \overline{O_1A}\, W_2$ INTRODUCENDO I VERSORI OTTENGO $\vec{V}_A = l_1 W_1 \vec{\lambda}_A$

A PUÒ ESS PENSATO COLLEGATO A l_1 OPPURE CON l_2

$\vec{a}_B = \vec{a}_{BN} + \vec{a}_{BT} = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}$

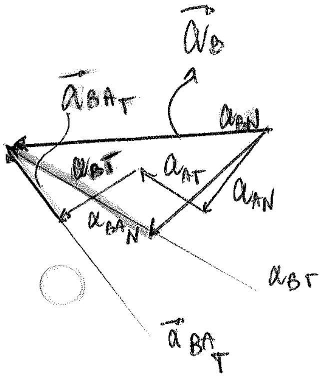
IN QST SITUAZIONE IN CUI:
VET + DIR = VET + DIR

$\vec{a}_{B_N} + \vec{a}_{B_T} = \vec{a}_{A_N} + \vec{a}_{A_T} + \vec{a}_{BA_N} + \vec{a}_{BA_T}$

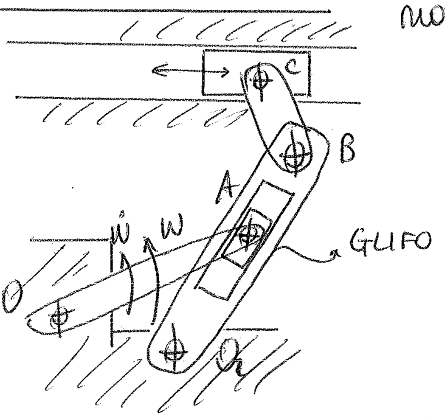
NOTO COMPL — NOTO IN DIR — COMPL NOTO — " — " — NOTO IN DIREZIONE

NOTO COMPL

$\vec{a}_B \Rightarrow$ VISTA ANCHE COME $\vec{a}_{BN} + \vec{a}_{BT}$



MECCANISMI CON SLITTE: IN QST CASI SI OPERA CON MOTI RELATIVI



MOVENTE PRIMARIO OA

GRADI DI LIBERTA':

$X = 3(m-1) - 2C_1 - C_2$

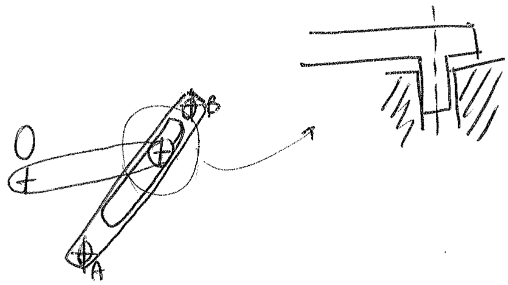
$m = 6$ CORPI

$C_1 = O + A +$ SLITTA A $+ O_1 + B + C +$ SLITTA C $= 7$

$C_2 = 0$

$X = 3(6-1) - 14 = 1$ GRADO DI LIBERTA'

PUO' ESSERCI UNA VARIANTE:



$m = 5$

$C_1 = O + O_1 + B + C + S_C = 5$

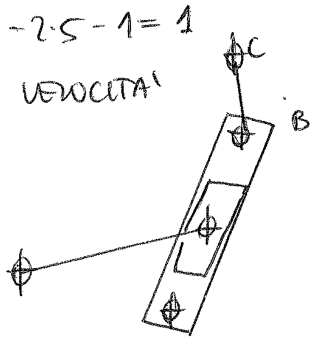
$\Downarrow$ ABBIAMO TOLTO CERNIERA E SLITTA IN A

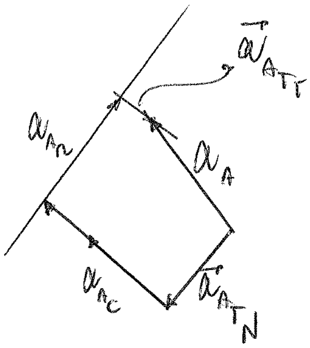
$C_2 = 1$

$\downarrow$ IL PERNO TRASLA E RUOTA

$X = 3(5-1) - 2\cdot 5 - 1 = 1$

RISOLVIAMO LE VELOCITA'





NOTI $\vec{a}_{A_R}$ $\vec{a}_{A_{TT}}$ IL PROBLEMA SI RISOLVE.

GEOMETRIA DELLE MASSE:

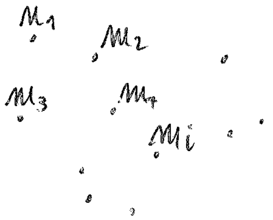
FINO AD ORA NON ABBIAMO CONSIDERATO AZIONI MECCANICHE. INTRODUCENDOLE PERO' NASCE L'ESIGENZA DI AVERE INFO MAGGIORI.

MATERIA => MASSE: LA FORMA E LA GEOM. SONO IMPORTANTI NELLE AZIONI DINAMICHE.

BARICENTRO: PUNTO IN CUI SI PUO' PESARE LA MASSA DELL'OGGETTO.

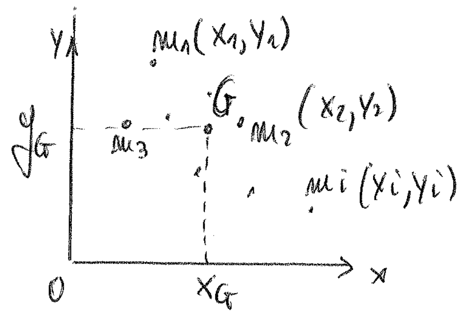
SISTEMI DISCRETI E CONTINUI

DISCRETI → SYS IN CUI CI SONO N MASSE NELLO SPAZIO (O PIANO) SEPARATE



CONTINUI → SI PASSA CONCETTUALM. DA MASSE DI SISTEMI DISCRETI IN CUI LE MASSE N SONO TANTISSIME E NON SI RIESCE A DISTINGUERLE PIU' } HA UN MODELLO DI CALCOLO DIVERSO.

TANTE MASSE IN UN PIANO:



LA POSIZIONE DEL BARICENTRO È IDENTIFICATA DA G

$$x_G = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} = \frac{\overset{N\text{ masse}}{\sum_{i=1}^{n}} m_i x_i}{M}$$

$$y_G = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i y_i}{M}$$

SE È UN SYS CONTINUO, PIUTTOSTO CHE DISCRETO:
SE $N \to +\infty$ (NUMERO MASSE)

$$x_G = \frac{\int_M x\, dm}{\int dm} \qquad y_G = \frac{\int_M y\, dm}{\int_M dm}$$

$\int dm$ FATTO PER M

$m \to +\infty$ LE SOMMATORIE SONO $\int$

DEFINIAMO $\rho = \frac{dm}{dV}$ $\quad [\rho] = \frac{kg}{m^3}$

MASSE => kg $\quad dm = \rho\, dV$

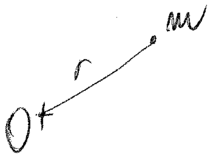
MOMENTI D'INERZIA:

- DI TIPO GEOMETRICO
- DI TIPO FISICO (QUELLI CHE USIAMO NOI) DEFINITI PARTENDO DA MASSE:

DEF: $m\ell^2$ $\quad [I] = kg\, m^2$

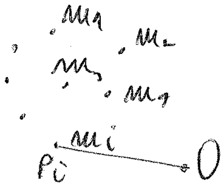
CHE DISTANZA CONSIDERIAMO? DIPENDE DAL RIFERIMENTO GEOMETRICO

MOM. D'INERZIA RISPETTO A UN PUNTO:



$I = mr^2$

(A) SE IL SYS È DISCRETO:

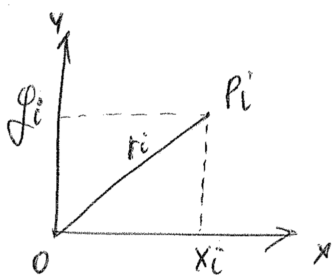


$I = mr^2$ ESTESO ALLA SOMMATORIA

$$I = \sum_{i=1}^{n} \overline{OP_i}^2 m_i$$

(B) SE IL SYS È CONTINUO:

$$I = \int_M r^2 dm$$



$$r_i^2 = x_i^2 + y_i^2$$

$$I = \int_M r^2 dm = \int_M (x^2+y^2)\, dm = \underbrace{\int_M x^2 dm}_{\text{MOMENTO D'INERZIA RISPETTO ALL'ASSE Y}} + \int_M y^2 dm \Big\} \text{MOMENTO D'INERZIA RISPETTO ALL'ASSE X}$$

~~GIOVEDÌ~~ MERCOLEDÌ 23/03/2011

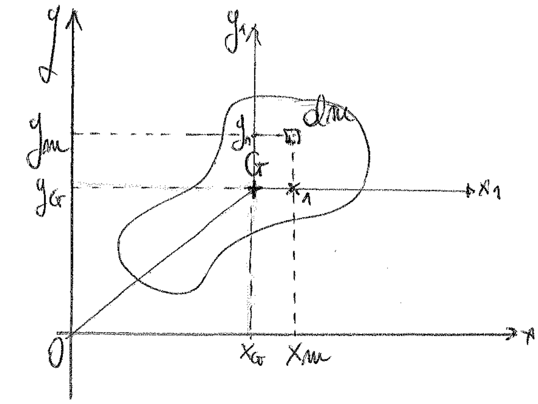
PROPRIETÀ DEI MOMENTI DI INERZIA E TRASPORTO DEL MOMENTO

→ MOMENTO D'IN. CALCOLATO RISP A UN PUNTO E D UN ALTRO PUNTO FISSO QUALSIASI

IL BARICENTRO GIOCA SEMPRE UN RUOLO FONDAMENTALE

SITUAZIONE RIFERITA AD UN SYS PIANO

CORPO DESCRITTO SU UN PIANO CON UNA MASSA DISTRIBUITA: INSIEME DI N MASSE ∞ ESIME

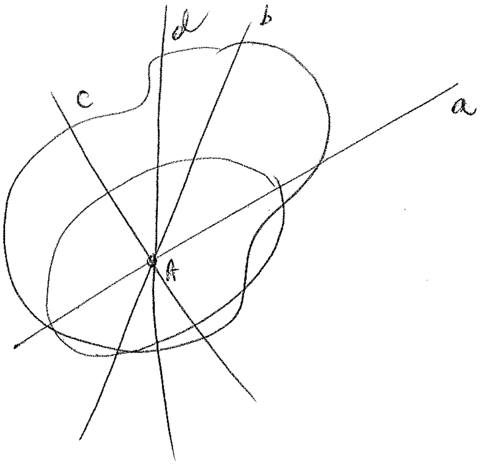


IL CORPO HA UN BARICENTRO, RISPETTO AL QUALE POSSIAMO USARE UN ALTRO SYS DI RIFERIMENTO

IL MOM D'INERZIA RISP A O È ≠ DA QUI CALCOLATO IN G.

$$I_O = \int_M (x^2+y^2)\, dm = \int_M \left[(x_G+x_1)^2 + (y_G+y_1)^2 \right] dm =$$

$$x = x_G + x_1$$
$$y = y_G + y_1$$



PRENDO A ATTRAV DA ∞ RETTE $\Rightarrow$ ∞ VALORI DI I

I Q.TA' SEMPRE POSITIVA, Δ DI UNA DISTANZA

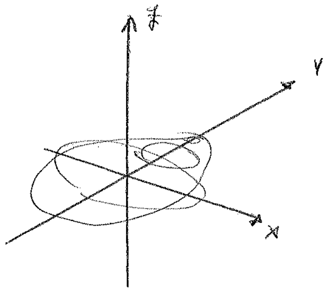
TRA QST NE AVRO' IL MASSIMO ED IL MINIMO

SE RIPORTO (STRANA COME UNITA' DI MISURA)

$$\frac{1}{\sqrt{I}}$$

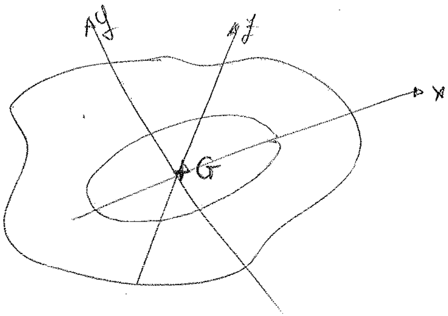
POSSO RIPORTARE DEI SEGMENTI CHE RAPP IL RAPPORTO

È UN ELLISSOIDE D'INERZIA: GLI ASSI SONO COLLEGATI AI VALORI DEL MOM. DI IN. E IN PARTICOLARE ESISTE UN ASSE CHE COINCIDE CON I_{max}, I_{min}



IN FONDO A È IL BARICENTRO

ELLISSOIDE CENTRALE:
CORPO QUALSIASI, PRENDO G

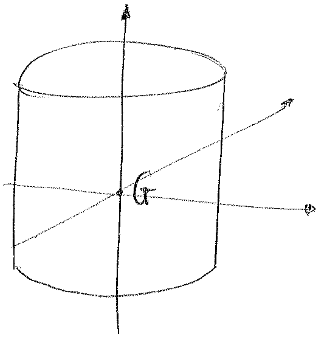


ELLISSOIDE DEFINITO DAI 3 ASSI CENTRALI D'IN.

DI SOLITO SONO SEMPRE ASSI DI SIMM.
- UNO DEI DUE RIMANENTI CORRISP A I_{max}
- IL TERZO VIENE DI CONSEGUENZA

3 RETTE X IL BARICENTRO:
- UNO DEI 3 ASSI È LA RETTA BARICENTRICA PER CUI IL CORPO HA I_{min}

PRENDO IL CILINDRO



SE IL CILINDRO MOLTO LUNGO È L'ASSE PER CUI I È IL MINIMO.

DINAMICA: PARTE DELLA MECCANICA CHE SI OCCUPA DELLO STUDIO DEI CORPI QUANDO VENGONO MESSI IN MOTO DA AZIONI DINAMICHE

IN CONDIZIONI DI MOTO STABILIZZATO
QUANDO CI SONO ACCEL. CHE RICHIEDONO
DELLE AZIONI CHE ACQ. VELOCITA' ALLE MASSE

CONSEGUENZE DELL'ACCELERAZIONE

LO STUDIO LA ~~..~~ STUDIATO IN TUTTE E 2 LE CONDIZIONI (SIGNIFICA ANCHE NEI TRANSITORI)

1. BISOGNA DEFINIRE SEMPRE IL SIST. CHE SI STA STUDIANDO.

   IDEALM. STACCARE QUELLO CHE STUDIAMO DA TUTTO IL RESTO

2. ISOLARE IL SYS DAL MONDO ESTERNO

3. METTERE IN CONTO DELLE AZIONI PRESENTI: ISOLATO IL SYS BISOGNA CMQ. TENERE CONTO CHE ERA COLLEGATO A QLC DI PIÙ COMPLESSO

EQUILIBRIO DEL SYS

LE EQ. DINAMICHE CHE PROPONE UNA UNA RISULTANTE DI VETTORI, L'ALTRA DI MOMENTI

MASSE

$$(1)\quad \sum_{i=1}^{m_1} \vec{F}_{ei} + \sum_{i=1}^{n} \vec{F}'_i = 0$$

FORZE ESTERNE

PER I MOMENTI SCELGO O FISSO

$$(2)\quad \sum_{i=1}^{m_1} (P_i - O) \wedge \vec{F}_{ei} + \sum_{i=1}^{m} \vec{M}_{ei} + \sum_{i=1}^{n} (P_i - O) \wedge \vec{F}'_i = 0$$

SI METTONO (1) E (2) A SYS.

POSSIAMO PASSARE DA SOMMATORIE DI FORZE DI INERZIA

$$\sum_{i=1}^{m_1} \vec{F}_{ei} + \vec{F}' = 0$$

$$\sum_{i=1}^{m_1} (P_i - O) \wedge \vec{F}_{ei} + \sum_{i=1}^{m} \vec{M}_{ei} + M' = 0$$

SI POSSONO CALCOLARE IN BASE A PROPRIETA' DEL BARICENTRO Q.TA' DI MOTO

SE HO UNA MASSA m CON VELOCITA' v

$$\vec{Q} = m\vec{v}$$

Q.TA' DI MOTO

$m \rightarrow \vec{v}$

SE HO UN SYS DI n MASSE $\quad \vec{Q} = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i =$ SISTEMA DI VETTORI CON UNA RISULTANTE $\vec{Q}$

$$= m\vec{V}_G$$

VELOCITA' DEL BARICENTRO

LA Q.TA' DI MOTO COMPLESSIVA DEL SISTEMA È = ALLA MASSA DEL SYS PER LA VELOCITA' DEL BARICENTRO.

$$x_G = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i x_i}{M}$$

$\Downarrow$ DERIVANDO

$$\frac{dx_G}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \frac{dx_i}{dt}}{M}$$

$$\vec{F}' = -\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{a}_i = -\sum m_i \frac{d}{dt}\{\vec{v}_i\} = -\frac{d}{dt}\{\sum m_i v_i\} = -\frac{d}{dt}\vec{Q} = -\frac{d}{dt}\{m\vec{V}_G\} =$$

$$= -m\frac{d\vec{V}_G}{dt} \Rightarrow \boxed{\vec{F}' = -m\vec{a}_G}$$

ESPRESSIONE FONDAMENTALE DA USARE NELLE RELAZIONI DI EQUILIBRIO

PER I MOMENTI

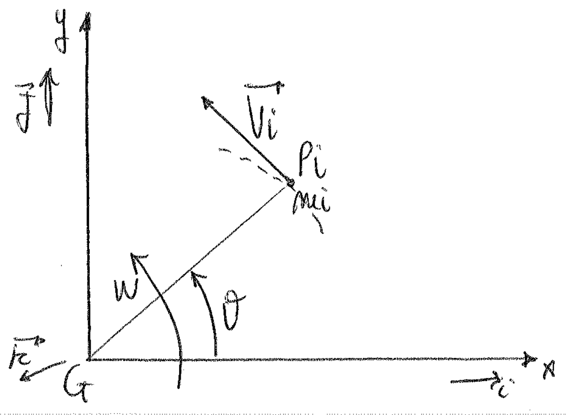
PRENDIAMO COME PUNTO FISSO IL BARICENTRO

$$\vec{M}'_G \Rightarrow \vec{K}_G = \sum_{i=1}^{n} (P_i - G) \wedge m_i \vec{v}_i =$$

PASSIAMO SEMPRE ATTRAVERSO $\vec{a}$

MOM RISULTANTE DELLA Q.TA' DI MOTO

P RUOTA ATTORNO AL BARICENTRO CON VELOCITA' V_i



27

LUNEDI' 28 MARZO 2011

GENERALIZZAZIONE DI UN SISTEMA MECCANICO

MOM DELLA Q.TA' DI MOTO RISP AL BARICENTRO

$$\vec{M}'_G = -\frac{d\vec{K}_G}{dt} \qquad \vec{F}' = \frac{d\vec{Q}}{dt} = -m\,\vec{a}_G$$

$\vec{M}'_G$: MOM RISULTANTE RISP AL BARICENTRO

$\vec{F}'$: RISULTANTE DELLE FORZE D'IN.

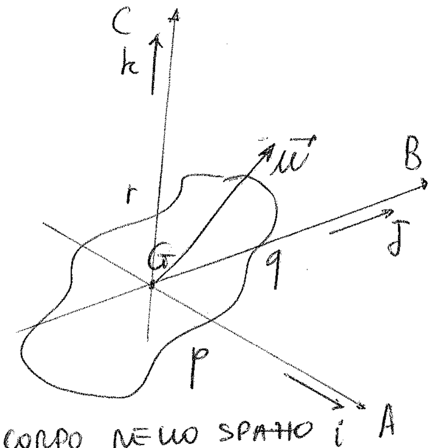
COME SI PUO' ESPRIMERE?

$$\vec{K}_G = Ap\,\vec{i} + Bq\,\vec{j} + Cr\,\vec{k}$$

È UNA GRANDEZZA IN CUI INTERVIENE LA GEOMETRIA DEL CORPO

È L'ESPRESSIONE DA CUI SI DEVE PARTIRE PER PARLARE DI DINAMICA DI SYS MECCANICI

- PROCEDURA GENERALE
- VALIDA SEMPRE
- NON AMBIGUA



CORPO NELLO SPAZIO TRIDIMENSIONALE E SIA G IL BARICENTRO

A, B, C MOM DIN. RISP AGLI ASSI $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$

$\vec{W}$ È LA VELOCITA' ANGOLARE DEL SYS

r, p, q COMPONENTI DI ROTAZIONE DI $\vec{W}$: SONO LE GRAND. CHE PERMETT. DI ESPRIMERE $\vec{K}_G$ COME SOMMA DI 3 VETTORI

$$\frac{d\vec{K}_G}{dt} = \frac{d}{dt}\left\{Ap\vec{i}\right\} + \frac{d}{dt}\left\{Bq\vec{j}\right\} + \frac{d}{dt}\left\{Cr\vec{k}\right\}$$

MOM D'INERZIA: ESSENDO CHE IL CORPO È RIGIDO I MOM DIN SONO SEMPRE GLI STESSI (NON È LA PROCEDURA + GENERALE)

COMPONENTE DI ROTAZIONE: SE IL SYS È IN CONDIZIONI STAZIONARIE p, q, r SONO COSTANTI. IN UN TRANSITORIO INVECE ESISTERANNO LE DERIVATE DELLE COMP. DI VELOCITA'

IL VERSORE DI RIFERIMENTO DELL'ASSE CENTRALE NON È COSTANTE, IL CORPO SI MUOVE E GLI ASSI LO STESSO. I VERSORI SONO UNITARI IN MODULO MA LE DIREZIONI VARIANO.

$$\frac{d\vec{i}}{dt} = \vec{W}_0 \wedge \vec{i} \qquad \frac{d\vec{j}}{dt} = \vec{W}_0 \wedge \vec{j} \qquad \frac{d\vec{k}}{dt} = \vec{W}_0 \wedge \vec{k}$$

$\vec{W}_0$: VELOCITA' ANGOLARE DEL VERSORE

$\vec{W}_0$ E $\vec{W}$ GENERALM. COINCIDONO: ASSI NETTE SOLIDALI CON IL CORPO E LA SUA ROTAZIONE COINCIDE CON LA ROTAZIONE DEGLI ASSI

ESISTONO DELLE SIT. PERO' IN CUI GLI ASSI CENTRALI POSSONO NON COINCIDERE CON ?

$$\frac{d\vec{\lambda}}{dt} = \omega \vec{i} \wedge \vec{\lambda} = \omega \cos\alpha \, \vec{\nu}$$ È UN VETTORE ENTRANTE

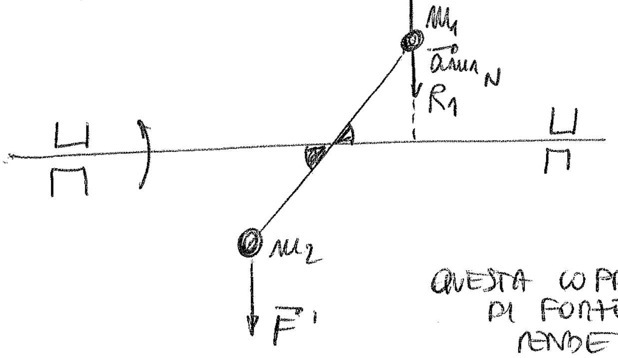
$$\frac{d\vec{\mu}}{dt} = \omega \vec{i} \wedge \vec{\mu} = \omega \sin\alpha \, \vec{\nu}$$

$$\frac{d\vec{K}_G}{dt} = A\omega^2 \sin\alpha \cos\alpha \, \vec{\nu} - B\omega^2 \sin\alpha \cos\alpha \, \vec{\nu} =$$

$$\boxed{\vec{M}_G^{i} = -\frac{d\vec{K}_G}{dt} = -(A-B)\,\omega^2 \sin\alpha \cos\alpha \, \vec{\nu}}$$

INTERPRETIAMO IL RISULTATO:
ESSENDO $A>B$ $\quad A-B>0$
QUINDI $\vec{M}_G^{i} < 0$ CIOÈ OPPOSTO A $\vec{\nu}$ — $\vec{M}_G^{i}$ TENDE A RADDRIZZARE IL DISCO

(IN ROTAZIONE ANDORMALE)



QUESTA COPPIA DI FORZE TENDE A RADDRIZZARE

COSA CAPITA SE m_1 E m_2 COLLEGATE IN MODO STABILE VA IN ROTAZIONE?

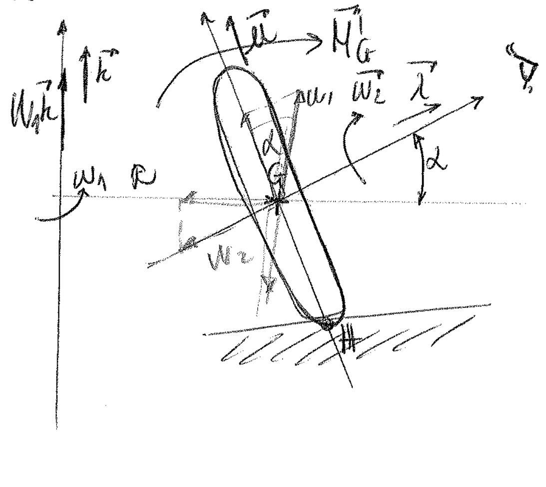
m_1 FA TRAIETTORIA CIRCOLARE R_1 E QUINDI $a_{m_1 N} = R_1 \omega^2$

LE AZIONI DINAMICHE DIPENDONO DAL QUADRATO DELLE VELOCITA' ANGOLARI

~~~

ESEMPIO 2

RUOTA IN CURVA: INCLINATA RISPETTO AL PIANO STRADALE



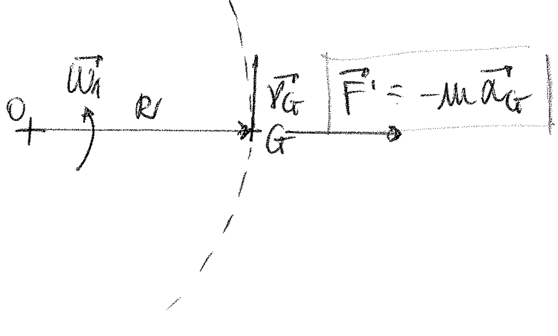
RUOTA ATTORNO AL PROPRIO ASSE VERSO L'INTERNO CON UNA CERTA $\vec{\omega}_2$

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}_1 + \vec{\omega}_2 = \omega_1 \vec{k} + \omega_2 \vec{\lambda}$$

DIFF. DI PROCEDURA DI CALCOLO A SECONDA DI COME SEGUIAMO LA TERNA

→ SOLIDALE ALLA RUOTA: LA SUA ROTAZIONE È $\vec{\omega}$ TOTALE

→ IL TELAIO SENTE SOLO ω_1 E NON ω_2 (SOLIDALE AL TELAIO)



$$|\vec{v}_G| = R\omega_1$$
~~~

LUNEDI' 04 APRILE 2011

2 PRINCIPI FONDAMENTALI:
- QUELLO DELL'EQUILIBRIO
- QUELLO ENERGETICO (BILANCI DI ENERGIE O POTENZE)

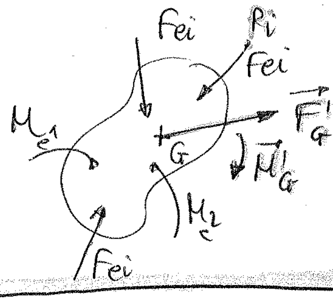
} POSSONO ESSERE APPL PER RISOLVERE DEI PROBLEMI

DA QST DERIVANO TNT SOTTOCASI.

TEOREMA DELLA Q.TA' DI MOTO => RELATIVA CONSERVAZIONE

EQ. DI EQUILIBRIO DELLE FORZE:

SYS MECCANICO: UN SYS IN CUI SONO APPLICATE TANTE F_{est} E COPPIE



TUTTE LE AZIONI DINAMICHE SONO È = ALLA RISULTANTE DI ESSE APPLICATA NEL BARICENTRO $\vec{F}'_1$ $\vec{M}'_G$

APPLICANDO L'EQUILIBRIO DELLE FORZE:

$$\sum_{i=1}^{n_1} \vec{F}_{ei} + \vec{F}' = 0 \qquad (1)$$

TOTALE Fei

$$m \quad \vec{F}' = -\frac{d\vec{Q}}{dt}$$

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n_1} \vec{F}_{ei} = \frac{d\vec{Q}}{dt} \quad (2) \quad \text{TEOREMA DELLA Q.TA' DI MOTO}}$$

MEDIAZIONE DELL'EQ. DI EQUILIBRIO

L'INTERESSE DI QST FORMULAZIONE VIENE FUORI QND IL SYS È SOGGETTO A FORZE ESTERNE CHE HANNO RISULTANTE NULLA:

$$\text{se} \quad \sum_{i=1}^{n_1} \vec{F}_{ei} = 0 \quad \longrightarrow \quad \frac{d\vec{Q}}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{Q} = \text{cost nel tempo}$$

⇓

QST CONDIZIONE IMPLICA CHE LA Q.TA' DI MOTO RIMANE COSTANTE NEL TEMPO

(UTILE NEI PROBLEMI DI URTO, DOVE I TRANSITORI SONO MOLTO VELOCI)

PER IL MOMENTO:
SI SCEGLIE UN PUNTO RISPETTO AL QUALE RIFERIRE LE AZIONI MECCANICHE (SCEGLIAMOLO NEL BARICENTRO)

Pi PUNTO DI APPLICAZIONE DELLA FORZA $\vec{F}_{ei}$

$$\sum_{i=1}^{n_1} (P_i - G) \wedge F_{ei} + \sum_{i=1}^{n_2} \vec{M}_{ei} + \vec{M}'_G = 0$$

QST RELAZIONE VETTORIALE È COMPLEMENTARE A (1)

$$\vec{M}'_G = -\frac{dK_G}{dt}$$

DERIVATA DEL MOM. DELLA Q.TA' DI MOTO

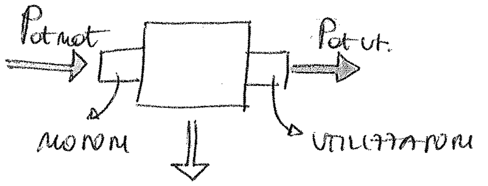
⇓

$$\sum_{i=1}^{n_1} (P_i - G) \wedge \vec{F}_{ei} + \sum_{i=1}^{n_2} \vec{M}_{ei} = \frac{d\vec{K}_G}{dt}$$

CORRISPONDENTE A (2)

TEOREMA DEL MOMENTO DELLA Q.TA' DI MOTO

I SYS MECCANICI SONO PROGETTATI X OTTENERE MOVIMENTI



LA POTENZA ENTRANTE NEL MOTORE È PARTE DI ESSA VA A FINIRE SUGLI UTILIZZATORI

SE IL SYS FOSSE PERFETTO SI FAREBBERO SOLO DELLE CONVERSIONI DI MOVIMENTO (CIOÈ SE OGNI COMPONENTE NON DISSIPASSE ENERGIA)

- CASO IDEALE:

$\eta = 1$

- CASO REALE:

ESISTONO SEMPRE DELLE DISSIPAZIONI

$\eta < 1$

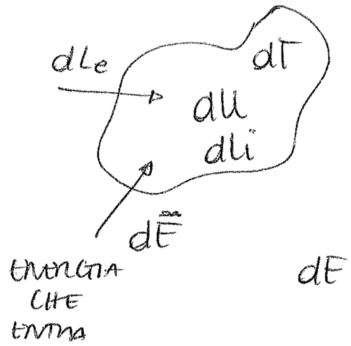
IL RENDIMENTO: RAPP $\dfrac{Pot\,u}{Pot\,mot} = \eta$ — IL SYS È TNT + EFFICIENTE TANTO È PIU' PICCOLA LA POT CHE PERDIAMO

ORA GUARDIAMO IL SYS MECCANICO DAL PUNTO DI VISTA ENERGETICO (SCAMBIO DI ENERGIA)

IL PRINCIPIO ENERG. È DIVERSO: POSSIAMO ASSOCIARE AD EQUILIBRI DI FORZE DEGLI EQUILIBRI ENERGETICI

BILANCIO ENERGETICO:

SYS SU CUI APPLICHIAMO IL BILANCIO E ANALIZ. GLI SCAMBI ENERG.



ENERGIA SCAMBIATE CON L'ESTERNO: ∞ FORME, NEL CORSO CI CONCENTRIAMO SU QUELLA DI NATURA MECCANICA

dL_e = LAVORO DELLE AZIONI ESTERNE (FORZE MOTRICI APPLICATE) → PUNTI DI CONTATTO CON FORZE MOTRICI

dE = TRASMISSIONE DI ENERGIA SOTTOFORMA DI TANTE FORME

$$dE + dL_e = dT + dU + dL_i \qquad (3)$$

SE CI SONO VARIAZIONI DI VELOCITA'
$\Rightarrow$ $\exists$ EN CINETICA

$m \; \vec{v}$ $\qquad T = \frac{1}{2} m v^2$

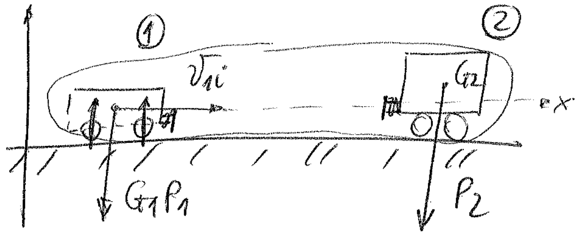
$\exists$ EN DI DEFORMAZIONE ACCUMULATA DALLO STESSO CORPO DEFORMATO $\Rightarrow$ CORPO ELASTICO
$\Downarrow$
ASSOCIATA ALL'EN INTERNA dU

$\exists$ FORME DI DISSIPAZIONE DI ENERGIA (ATTRITO)
dL_i NON SI RECUPERA

(3) È LA FORMULAZIONE CHE USIAMO X I PROBLEMI

ESPRESSIONE GENERALE

ESEMPIO: MANOVRA SPINTA



$V_{2i} = 0$

∃ 2 SITUAZIONI ESTREME:
- 2 RESPINGENTI CON MOLLE
- ?

VOGLIAMO SAPERE V_{2f} E V_{1f}

TIPICO PROBLEMA DI URTO: IL SYS MECCANICO È L'UNIONE DEI DUE SYS ①, ②

⇓

L'IMPORTANTE È CHE ① E ② HANNO UN TIPO DI INTERAZIONE

$\sum P_i + N_i = 0$ EQ. SCALARE DELLE PROIEZIONI DELLE FORZE

$\sum \vec{F_{ci}} = 0$ FORZE ESTERNE ⇒ Q.tà DI MOTO COSTANTE NEL TEMPO
$\vec{Q} = cost$

$Q_i = Q_F$

$Q_i = m_1 v_{1i}$ $\quad Q_F = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$

$$\boxed{(1)\; m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}}$$

INCOGNITE

APPLICHIAMO L'ENERGIA

$d\mathcal{L}_e + d\mathcal{L}_t = dT + dV + d\mathcal{L}_i$
$=0 \quad =0 \quad \uparrow$ PRIMA CHE LE MOLLE SI ACCORCIANO

⇓

$\int_i^f dT = 0$

⇓

$T_i = \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2$

$T_f = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2$

$$\boxed{(2)\; \cancel{\tfrac{1}{2}} m_1 v_{1i}^2 = \cancel{\tfrac{1}{2}} m_1 v_{1f}^2 + \cancel{\tfrac{1}{2}} m_2 v_{2f}^2}$$

A SISTEMA
$\left\{ \begin{array}{l} 1) \\ 2) \end{array} \right.$ ⇒ SI PUÒ RISOLVERE

$V_{1f} = V_{1i} \dfrac{m_1 \pm m_2}{m_1 + m_2}$

CASO CLASSICO IN CUI BISOGNA DISTINGUERE LE SOLUZIONI MATEMATICHE DA QUELLE FISICHE

(+) $V_{1f} = V_{1i} \dfrac{m_1 + m_2}{m_1 + m_2} = V_{1i}$

2 POSSIBILI SOLUZIONI MATEMATICHE
⇓
ALCUNE NON HANNO SIGNIFICATO FISICO

NON HA SENSO DAL PUNTO DI VISTA FISICO: CARRO FANTASMA!

(−) $V_{1f} = V_{1i} \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}$

SE $m_1 > m_2$ $\quad m_1 - m_2 > 0$
m_1 SBATTE E PROSEGUE NEL SUO VERSO

SE $m_1 < m_2$ $\quad m_1$ TORNA INDIETRO

EQ. DELL'ENERGIA:

$$\underbrace{\cancel{dV_e}}_{=0} + \underbrace{\cancel{dE}}_{=0} = \underbrace{dT}_{\Delta \text{ DI EN CINETICA}} + \underbrace{dU}_{\text{NON ESISTONO MOLLE NÉ ALTRE EN DI NATURA INTERNA}} + dL_i$$

dL_i: Δ DI ENERGIA PER DISSIPAZIONE:

- IN UN URTO ELASTICO (CON MOLLE) SI PUO' SUPPORRE CHE IL FENOMENO È XF. ELASTICO
  ⇓
  NO DISS DI ENERGIA.
- IN UN URTO ANAELASTICO (COME NEL NOSTRO CASO) VI È DISSIPAZIONE DI ENERGIA E DUNQUE $dL_i \neq 0$

Quindi:

$$dT + dL_i = 0$$

$$\int_i^f dT + \int_i^f dL_i = 0$$

$$\underbrace{T_i}_{\text{ENERGIA DEL SOLO CARRO (1)}} = \frac{1}{2} m_1 V_{1i}^2 \qquad \underbrace{T_f}_{\text{EN CIN DI DUE CARRI ALLA STESSA } V_f} = \frac{1}{2}(m_1+m_2)V_f^2$$

$$T_f - T_i + \underbrace{\int_i^f dL_i}_{\text{NOSTRA INCOGNITA}} = 0$$

$$\int_i^f dL_i = T_i - T_f = \frac{1}{2} m_1 V_{1i}^2 - \frac{1}{2}(m_1+m_2)V_f^2 \overset{\text{SOSTITUENDO } V_F}{=}$$

$$= \frac{1}{2} m_1 V_{1i}^2 - \frac{1}{2}\cancel{(m_1+m_2)}\, V_{1i}^2 \frac{m_1^2}{(m_1+m_2)^{\cancel{2}}} =$$

$$= \frac{1}{2} V_{1i}^2 \left[m_1 - \frac{m_1^2}{m_1+m_2} \right] = \frac{1}{2} V_{1i}^2 \frac{\cancel{m_1^2} + m_1 m_2 - \cancel{m_1^2}}{m_1+m_2} =$$

$$= \frac{1}{2} V_{1i}^2 \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2} = \underbrace{\frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2} V_{1i}^2}_{\text{TERMINE SICURAM POSITIVO}} = \underbrace{\int_i^f dL_i}_{\text{ENERGIA PERSA}}$$

- V_{1i}^2 È UN □
- $\frac{m_1 m_2}{m_1+m_2} > 0$
- $\frac{1}{2} > 0$

41

ATTRITO:

FENOMENO ∈ ALLA [TRIBOLOGIA] (MECCANICA)

SI OCCUPA IN GENERALE DELLE SUPERFICIE CHE ENTRANO IN CONTATTO TRA DI LORO IN MOTO RELATIVO

[ADERENZA ATTRITO:] FENOMENI DI SCAMBIO DI FORZE TRA CORPI IN MOTO RELATIVO QNDO I CORPI SONO IN CONTATTO DIRETTO (CONTATTO SECCO)

USURA: ABRASIONE (ASPORTAZIONE DI MATERIALE)

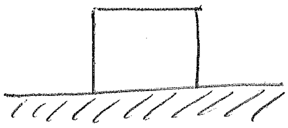
LUBRIFICAZIONE: TEMA COMPLEMENTARE ALL'ATTRITO
∃ FLUIDO LUBRIFICANTE:
→ OLIO
→ GRASSO: OLIO + ADDENSANTE (OPPORTUNE POLVERI)
→ GAS

DA COSA DIPENDONO LE FORZE DI ATTRITO: SONO SOSTANZIALMENTE 3 (COME I MODELLI MATEMATICI USATI X SCHEM. QUESTE FORZE)

- ADERENZA
- ATTRITO DI STRISCIAMENTO
- ATTRITO VOLVENTE

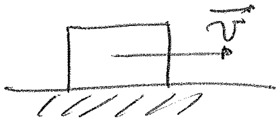
} CONDIZIONE DI MOTO DIVERSE

ADERENZA:
NASCE QND ABBIAMO 2 CORPI A CONTATTO (FERMI)

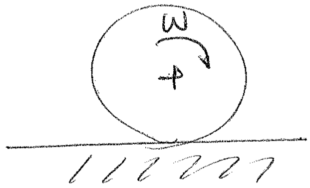


2 SUPERF. SOLIDE A CONTATTO FERME TRA DI LORO

ATTRITO DI STRISCIAMENTO:
SIT. ANALOGA A QLL DI PRIMA, MA UNO DEI DUE CORPI HA UNA VELOCITA' $\vec{v}$



ATTRITO VOLVENTE:
CONDIZIONE CINEMATICA DIVERSA



QUANDO UN CORPO RUOTA

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 43 di 262

EQUILIBRIO VERT. ED ORIZZONTALE: LE COMPONENTI DI N SONO CAUSATE PROPRIO DALLA RUGOSITA' DEI CORPI

$N_{\parallel} = P$

$N_{\perp} = S$

$N_{\perp}$ FORZA TANGENZIALE DI ADERENZA È UNA FORZA DI REAZIONE.

IL PESO ∃ SEMPRE, LE FORZE LEGATE AI FENOMENI DI ATTRITO NASCONO SOLO SE CAUSATE DALL'ESTERNO

LA FORMULA MATEMATICA CHE ESPRIME LA FORZA DI ADERENZA:

ADERENZA

$$\boxed{N_{\perp} \leq f_a N_{\parallel}}$$

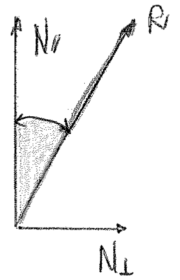
→ LEGATA AL FENOMENO FISICO

→ COEFFICIENTE DI ADERENZA CHE DIPENDE DA 2 FATTORI:
- → NATURA DEI CORPI (MATERIALE)
- → RUGOSITA' SUPERFICIALE

SE f_a È BASSO HO POCO ATTRITO (A PARITA' DI $N_{\parallel}$)

$f_a = \mu_a$ NEI LIBRI ANGLOSASSONI

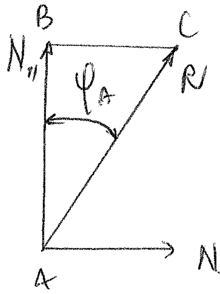
SI PUO' INTERPRETARE GEOMETRICAM. μ:



IL VERSO DI $N_{\perp}$ (FORZA TANGENZIALE) DIPENDE DAL VERSO CON CUI STO SPINGENDO IL CORPO

MAN MANO CHE L'ANGOLO DIMINUISCE R SI VERTICALIZZA

A PARITA' DI $N_{\parallel}$ ∃ UN ANGOLO DI CONDIZIONE LIMITE φ_A



$$\operatorname{tg}\varphi_A = \frac{N_{\perp}}{N_{\parallel}} \quad (1)$$

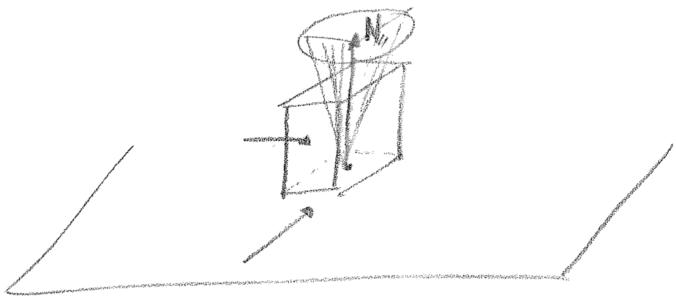
AL LIMITE LA DISEQ. È UNA EQ:

$$N_{\perp} = f_a N_{\parallel} \quad (2)$$

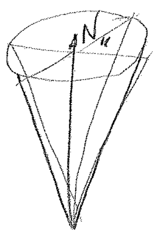
UNENDO (1) E (2) OTTENIAMO CHE:

$$\operatorname{tg}\varphi_A = f_a$$

Quindi la risultante R esiste all'interno di φ_A



∃ UN CONO CON ANGOLO DI SEMI APERTURA φ_A ED È QUELLO CHE CONTIENE TUTTE LE POSSIBILI REAZIONI $N_{\parallel}$



© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 45 di 262

* QUESTI DUE PARAMETRI DA COSA DIPENDONO? ESISTE UN LEGAME?

IN PRIMA ANALISI [MATERIALE / RUGOSITÀ

⇓

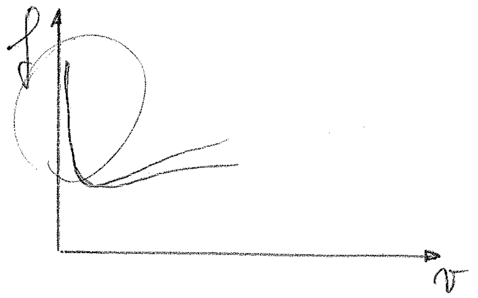
PIU' IN DETTAGLIO OSSERVIAMO CHE:
L'ESTENSIONE DELL' AREA DI CONTATTO CONTA IN REALTÀ. NELLE GUARNIZIONI DI TENUTA SONO IMPORTANTI

IN f CONTA MOLTO LA VELOCITÀ CON CUI SI MUOVE IL CORPO

SE $f_a \geq 1$ C'È ADESIONE DI TIPO COLLA

SE v + LENTE SI DA + TEMPO ALLE ASPERITÀ DI INCASTRARSI

SE v + VELOCE LE ASPERITÀ SI DEFORMANO, CON v + ALTE PUO' ESSERE CHE EMERGANO DEI COEFFICIENTI DI ATTRITO + BASSI. SI TIENE CONTO MAGARI DI DIAGRAMMI. CON v BASSE C'È UNA BRUSCA VARIAZIONE DI f



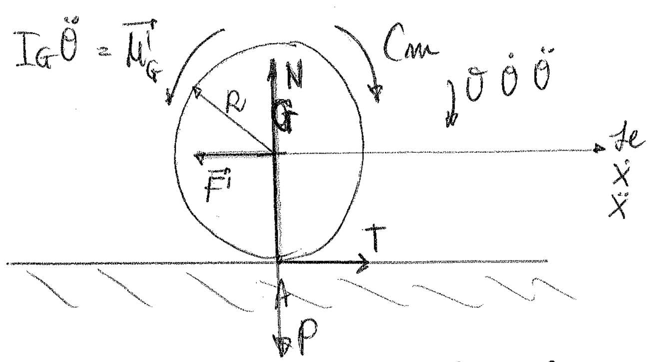
SE CONFRONTIAMO f_a ED f VIENE SEMPRE FUORI ($\exists$ DELLE ECCEZIONI):

$$f_a > f$$

PER INIZIARE IL MOTO BISOGNA SUPERARE L'ADESIONE MOLECOLARE. QUINDI L'ANDAMENTO INIZIALE TIENE CONTO DI QST.

APPLICAZIONI ATTRITO:

RUOTA MOTRICE SOGGETTA AD UNA COPPIA



IL SYS È COSTITUITO DALLA SOLA RUOTA
LA RUOTA È PERFETTAMENTE RIGIDA DI RAGGIO R

AZIONI ESTERNE: PESO
C_m

LA DIREZIONE DI T È NOTA
IL VERSO SI PUO' DETERMINARE ANDANDO CONTRO AL MOTO

IN QST CASO T IN DIREZIONE DI OPPOSIZIONE A C_m. SE C_m È QUALSIASI LA RUOTA SI PUO' METTERE IN MOTO CON DELLE CERTE ACCELERAZIONI CHE DET DELLE AZIONI DINAMICHE $\vec{F'}$ E $\vec{M'_G}$

$$\vec{F'} = -m\vec{a} = -m\ddot{x}$$

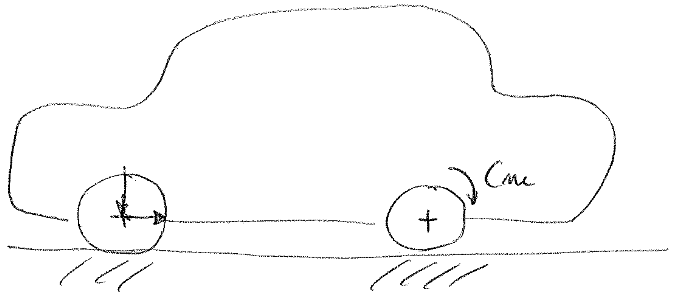
$$\vec{M'_G} = -I_G\ddot{\theta}$$

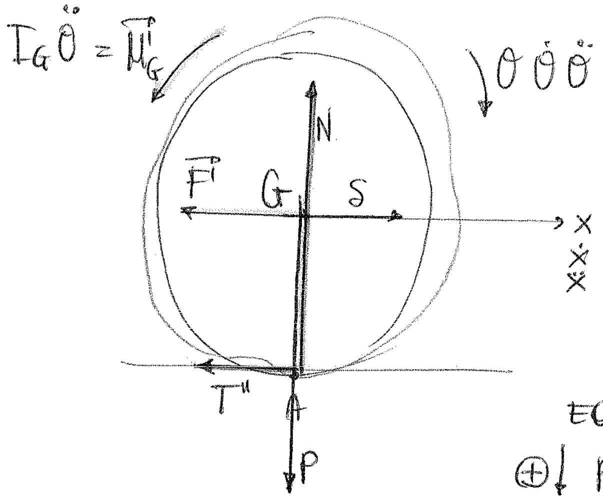
4

IN UN SYS VERO LA CINEMATICA, DINAMICA SONO ASPETTI CHE SI COMPENETRANO
IN FUNZIONE DI COME SONO APPLICATE LE CONDIZIONI LA CINEMATICA VIENE PRIMA O DOPO (COME NELL'ESEMPIO APPENA CONSIDERATO)

ALTRO ESEMPIO:

2 RUOTE MOTRICI
2 RUOTE CONDOTTE





∃ UNA FORZA DI TRAZIONE

AZIONE ESTERNE: PESO
SPINTA

INCOGNITE:

N $\ddot{x}$
T $\ddot{\theta}$ ⇒ Quindi 4 eq.

EQ. DI EQUILIBRIO:

$\oplus \downarrow \quad P - N = 0$

$\xrightarrow{\oplus} \quad S = T + m\ddot{x}$

$\underset{G}{\oplus}) \quad TR = I_G \ddot{\theta}$

APPLICHIAMO IPOTESI DI ROTOLAMENTO

$$\begin{cases} P - N = 0 \\ S = T + m\ddot{x} \\ TR = I_G \ddot{\theta} \\ \ddot{x} = R\ddot{\theta} \\ T < f_a N \end{cases}$$

$N = P$

$$S = \frac{I_G}{R}\ddot{\theta} + m\ddot{x} = \frac{I_G}{R}\ddot{\theta} + mR\ddot{\theta} \Rightarrow \ddot{\theta} = \frac{S}{\frac{I_G}{R} + mR}$$

AZIONE MOTRICE S
CONDIZIONE 3 INCOGNITE)
POTREBBE NON SODDISFARE

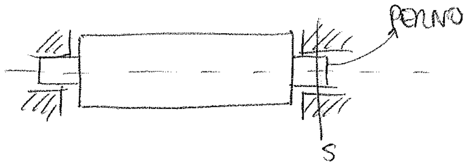
$$T < f_a N$$

SE NON È SODDISFATTA
FACCIO L'IPOTESI DI
STRISCIAMENTO

$$\ddot{x} = \frac{RS}{\frac{I_G}{R} + mR}$$

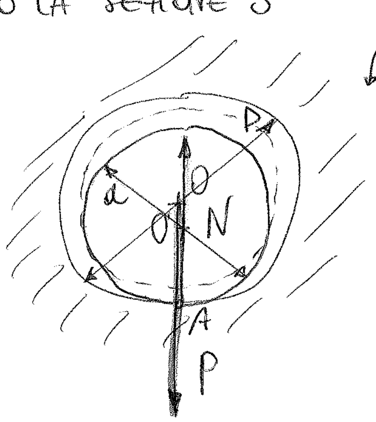
$$T = \frac{I_G}{R} \frac{S}{\frac{I_G}{R} + mR}$$

ATTRITO IN PRESENZA DI CERNIERA: LEZIONE MERCOLEDÌ 13 APRILE 2011



SIA ALBERO CHE LA BOCCOLA SONO SOLIDI A CONTATTO DIRETTO TRA LORO (NON ESISTE NESSUN FLUIDO) È UN SYS A SECCO

INGRANDIAMO LA SEZIONE S



PERNO DI DIAMETRO + PICCOLO DELLA BOCCOLA => PRESENZA DI GIOCO
POSIZIONE RELATIVA DEL PERNO NELLA BOCCOLA È DET. DALLE FORZE
P FA ENTRARE IN CONTATTO (A) PERNO E BOCCOLA, DET N CHE EQUILIBRA IL P (TUTTO VALE SE LA VELOCITA' DI ROT È NULLA)

O' CENTRO DEL PERNO

$D-d=g$ GIOCO DIAMETRALE $\frac{D}{2}-\frac{d}{2}=g$ RADIALE

IN QUESTI SYS BISOGNA PREVEDERE SEMPRE UN GIOCO AL DI LA' DELLA TOLLERANZA DI COSTRUZIONE DEI COMPONENTI

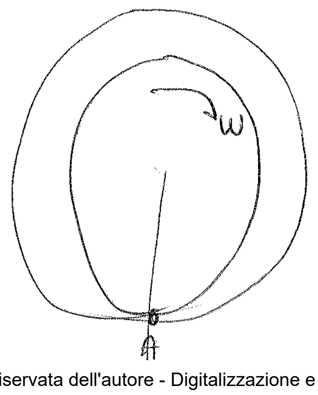
MA SE C'È ω ESISTE STRISCIAMENTO CONTINUO LOCALIZZATO IN UNA ZONA_ ESSENDOCI UN CONTATTO LOCALIZZATO, ∃ SOLLECITAZIONI LOCALI ELEVATE ED È DOVUTO AL FATTO CHE I SOLIDI NON SONO PERFETTAM LISCI (INFATTI IL PUNTO DI CONTATTO A È IDEALE, IN REALTA' NE ESISTONO MOLTI DI PIU_

SUPERFICIE MAGGIORI => PRESSIONI MINORI : Quindi come conseguenza qst componenti resistono di +'.

LA STRUTTURA DI UNA BOCCOLA

LEGHE + SOSTANZE PLASTICHE (VOLTE A RIDURRE L'ATTRITO)
⇓
SONO COME DELLE SPUGNE, RIEMPITE DA MATERIALI (COME IL TEFLON) PER COSTRUIRE UNA SUPERFICIE MENO ATTRITO
IL TEFLON HA PER ESEMPIO $f_a \propto f$

IL PERNO COMINCIA A RUOTARE: SUPERATO IL TRANSITORIO DI ROTOLAMENTO IL PUNTO DI CONTATTO È POSIZIONATO IN MODO DA SODDISF LE CONDIZIONI OPERATIVE:

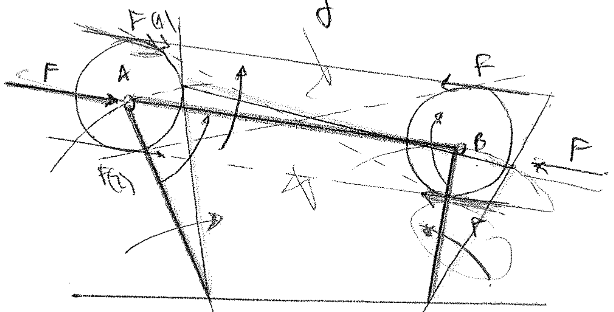


- STRISCIAM NEL PUNTO DI CONTATTO
- EQ. DELLE FORZE
- SI DEVONO VERIFICARE LE COND. DI ATTRITO DI STRISCIAMENTO $T=fN$

8

LE DUE FORZE DEVONO ESSERE = E OPP. LE FORZE SCAMBIATE PASSANO PER L'ASSE DELLA BIELLA (SE L'ATTRITO NON C'È)

SE L'ATTRITO C'È IN A E IN B POSSIAMO CONSIDERARE IL CERCHIO DI ATTRITO CON F SCAMBIATE tg A 2 CIRCONFERENZE: ABBIAMO 4 RETTE IN GIOCO CHE DANNO 4 SOLUZIONI DIVERSE. QUALE CONSIDERARE ALLORA?



RICORDIAMOCI CHE L'ATTRITO CONTRASTA IL MOVIMENTO

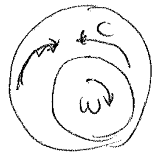
CONFRONTIAMO IL MOVIM DEL SYS CON L'AZIONE DELL'ATTRITO

ESEMPIO: SE HO UN CORPO CHE TRASLA SUL PIANO HO CHE T OPPOSTA A v

⇓

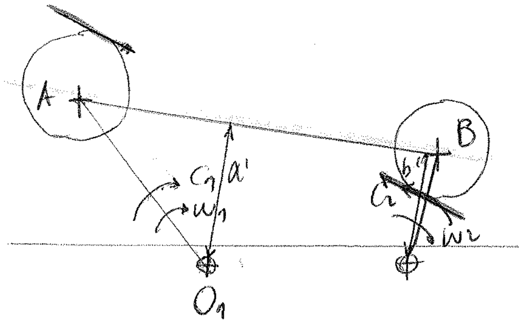
CAPIAMO I MOVIMENTI CINEMATICI DEL QUADRILATERO:

α AUMENTA



VISTA DA AO_1 LA BIELLA SI MUOVE IN VERSO ANTIORARIO: C_1 TRASFERISCE UNA F IN A DIRETTA DA SX → DX. F SI PUÒ TROVARE O IN ALTO (1) O IN BASSO (2)

SE F TRASMESSA PASSA SOTTO LA CERNIERA DA LUOGO AD UNA ROTAZIONE ANTIORARIA, QUINDI È VALIDA SOLO F(1). L'ALTRA CONDOTTA RICEVE C_2 E QUINDI F CHE PUÒ ESS SOPRA O SOTTO RISP ALL'ASTA CONDOTTA LA BIELLA SI MUOVE VERSO IL BASSO, CON ROTAZIONE ORARIA = VALIDA F(2)



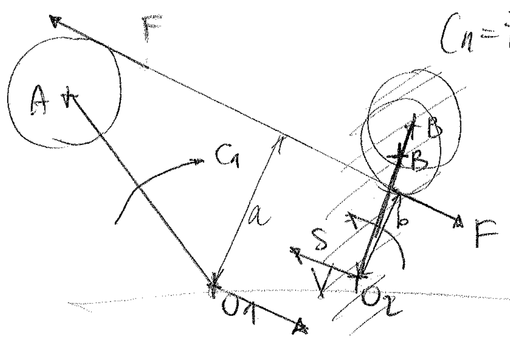
MAGARI:

C_2 = NOTA

C_1 = ?

PER RISOLVERE IL PROBLEMA DOBBIAMO ISOLARE GLI ELEMENTI

EQUILIBRIO ASTA MOTRICE: CONSIDERANDO ω_1 COST



$C_1 = Fa \quad C_2 = Fb \qquad \frac{C_2}{C_1} = \frac{Fb}{Fa} \qquad \frac{C_2}{C_1} = \frac{b}{a}$

⇓

$C_1 = C_2 \left(\frac{a}{b}\right)$ → CONOSCIAMO LA GEOMETRIA

QUALE È STATO L'EFFETTO DELL'ATTRITO?

SE NON C'È ATTRITO IN A E B CERNIERE, CAMBIA LA DIREZIONE DELLE FORZE SCAMBIATE NELLE CERNIERE (IN VERDE)

FORMALMENTE SAREBBERO LE STESSE RELAZIONI:

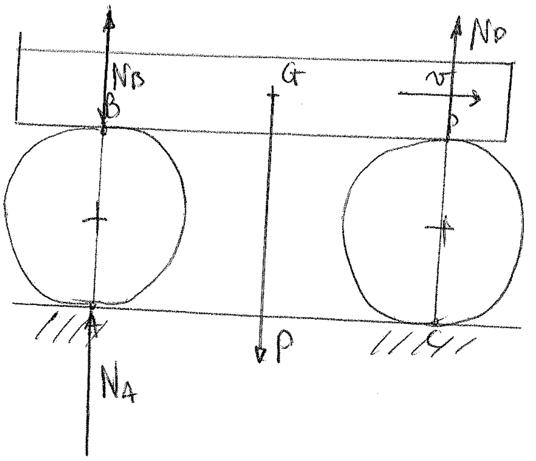
$C_1' = F'a'$

$C_2' = F'b'$

$\Longrightarrow \boxed{C_1' = C_2' \frac{a'}{b'}}$ RELAZIONE SENZA ATTRITO

10

IMMAGINIAMO DI AVERE 2 SOLI RULLI:



IL RULLO NON È MONTATO CON PESO PICCOLO TRASCURABILE SUL RULLO ∃ SONO LE 2 FORZE

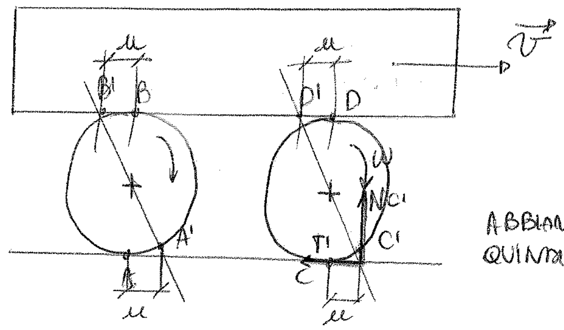
∃ ROTAZIONE SENZA STRISCIAM. SODDISF. LA COND $T < f_a N$

$T = 0$ CONDIZIONE LIMITE $f_a N > 0$

EQUILIBRIO E ATTRITO PERFETTO

ISOLIAMO LA SLITTA: OGG A 3 FORZE CHE DEVONO PASSARE X UN PUNTO, MA TANTO SONO //

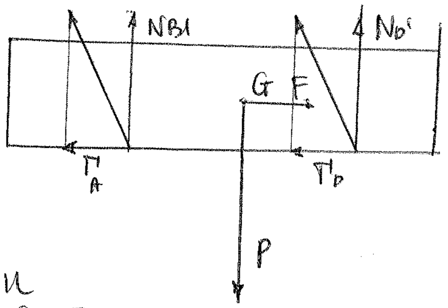
IL SYS NON SI MUOVE ALL'∞ PERCHÈ ESISTE L'IMPERFETTA ELASTICITÀ DEI CORPI:



LA SLITTA VA VERSO DX QUINDI POSSO STABILIRE UNA CORTA W

LE FORZE SCAMBIATE SONO INCLINATE

ABBIAMO ATTRITO VOLVENTE E ADERENZA QUINDI ∃ $N_{C'}$ E T_1

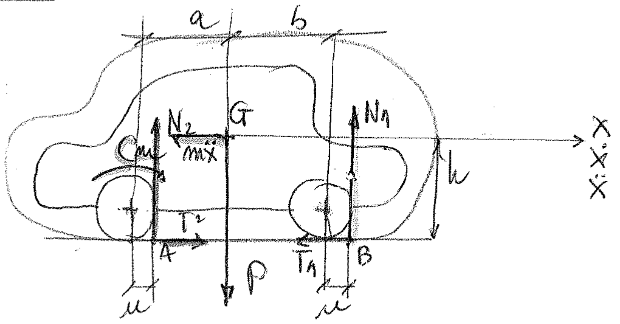


L'ESIST. DI ATTRITO VOLVENTE PROVOCA ANCHE PRESENZE DELL'ATTRITO + DISTURBA IL MOTO (AZIONI RESISTENTI)

SE VOGLIAMO CHE SI MUOVE DOBBIAMO APPLICARE $F = m\ddot{x} = S$ CIOÈ UNA SPINTA

SENZA AZIONI MOTRICI IL SYS SI FERMA

CASO CLASSICO: AUTOMOBILE ALLA PARTENZA



C_m POSTERIORE

C_m = NOTO

$\ddot{X} = ?$

RUOTA ANTERIORE DEL TIPO TRASCINATA

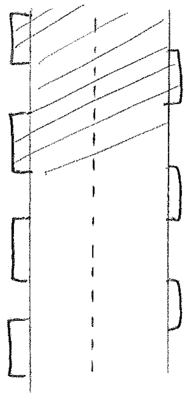
$m\ddot{x}$ RISULTANTE DELLE FORZE D'INERZIA

12

SISTEMA VITE - MADREVITE 15 APRILE 2011

TRASFORMA UN MOTO DA ROTATORIO A TRASLATORIO E VICEVERSA
USATE NELLE TRASMISSIONE

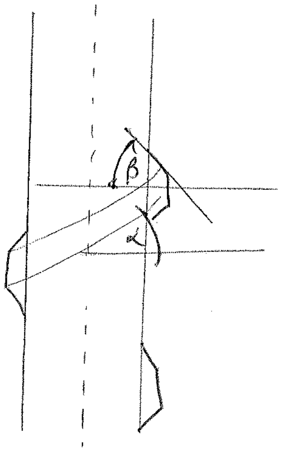
VITE: 2 TIPI A SECONDA DEI DENTI
SEZIONANDO LA VITE SU UN PIANO ASSIALE



SEZIONE RETTANGOLARE

PRESENTA UN MAGGIORE RENDIMENTO

ENTRAMBE LE SEZIONI SI AVVOLGONO AD ELICA



SEZIONE TRAPEZOIDALE

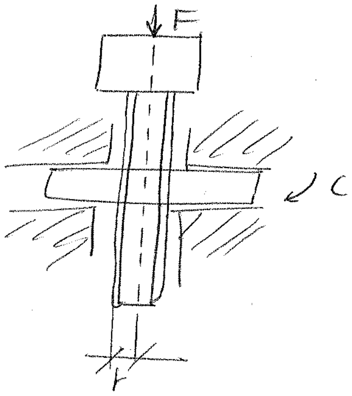
PASSO DELLA VITE (PASSO DELL'ELICA)

SE P È ABBASTANZA LUNGO, α GRANDE È POSSIBILE AVERE UN DOPPIO FILETTO.

1 FILETTO : VITE A UN PRINCIPIO

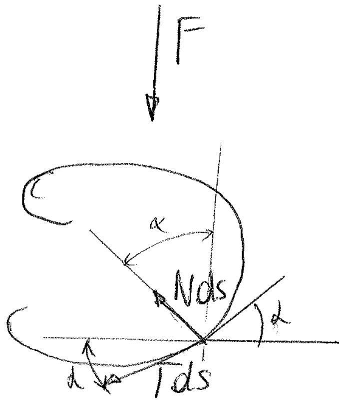
2 " : VITE A 2 PRINCIPI

IL MOTO RELATIVO DI VITE E MADREVITE DIPENDE DAL TIPO DI VINCOLO



LE AZIONI SCAMBIATE TRA V E M SONO SUI FIANCHI: È UN CONTATTO DI TIPO DISTRIBUITO E NON PUNTIFORME

2 FORZE: ATTRITO: COMP NORMALE N
COMP TANGENZIALE T



ds TRATTO IN CUI SI APPLICA N

SONO ORIGINATE NELL'APPLICARE C

$T = f N$

EQUILIBRIO ALLA TRASLAZIONE X LA VITE

$$F = \int_0^{S_0} N \cos\alpha \, ds - \int_0^{S_0} T \sin\alpha \, ds =$$

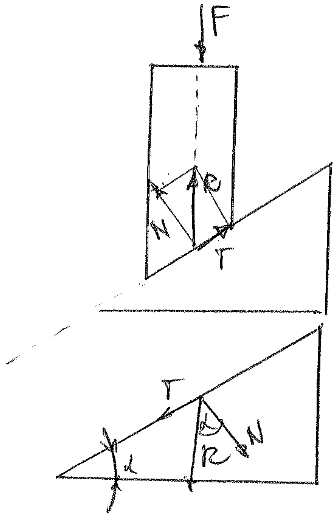
$$= (\cos\alpha - f \sin\alpha) \int_0^{S_0} N \, ds$$

1

IRREVERSIBILITÀ:
TOLGO LA FORZA CHE HA DETERMINATO IL CARICO E IL SYS NON TORNA INDIETRO

UTILE PER LA SICUREZZA
UTILE PER SOLUZIONI TECNOLOGICHE

TOLTA LA C



R SARÀ VERTICALE PERCHÉ SE NON FOSSE COSÌ IL SYS SI STAREBBE MUOVENDO

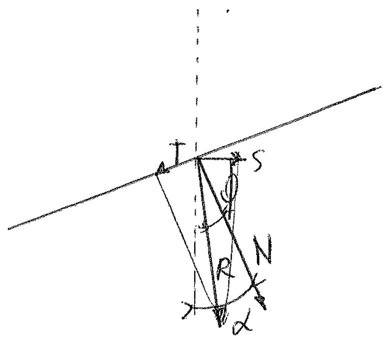
$T \le f_a N$ SIAMO IN ADERENZA

LA MADREVITE POTREBBE MUOVERSI SE NON CI FOSSE EQUILIBRIO TRA N E T

$T = N\,tg\alpha$ CONDIZIONE DI EQUILIBRIO SULLA MADREVITE

DERIVATA DA: $T\cos\alpha = N\sin\alpha$

SE LA CONDIZIONE NON È RISPETTATA



$f_a \ge tg\alpha$

$\phi_a > \alpha$ CONDIZIONE DI IRREVERSIBILITÀ

LE AZIONI RESISTENTI DI AVANZ. DEL CEPPO SI LIMITANO ALLE AZIONI DI ATTRITO IN UNA CERNIERA.
PER DIMENSIONARE IL CEPPO BISOGNA SVILUPPARE UN MODELLO MATEMATICO

$$dT = f \underbrace{dN}_{\text{FORZA NORMALE}} = f\, p\, dA$$

SE CONOSCIAMO LA DISTR. DI p POSSIAMO CONOSCERNE LA N E T E QUINDI CALCOLARE IL MOMENTO FRENANTE

IPOTESI DELL'USURA: LEGA LO SPESSORE DEL MATERIALE ASPORTATO CON LE CAUSE CHE LO GENERANO

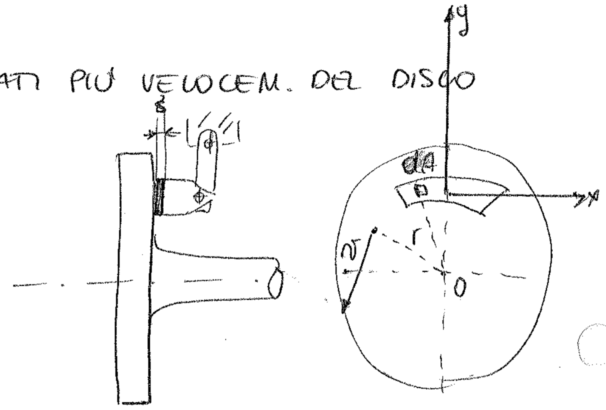
CI SONO PARTI DEL CEPPO IN CONTATTO CON IL DISCO CHE VENGONO CONSUMATI PIÙ VELOCEM. DEL DISCO STESSO. (PASTIGLIE DEI FRENI)

SPESSORE δ LEGATO DALL'IPOTESI DI USURA:

$$dV = \delta\, dA \equiv \underbrace{f\, p\, dA\, v}$$

SPESSORE ASPORTATO LOCALMENTE NEL TEMPO } POTENZA SVILUPPATA DALLE FORZE DI ATTRITO

POTENZA $= F \cdot v$



CEPPO FISSO
TAMBURO RUOTA: OGNI PUNTO HA LA VELOCITÀ DEL TAMBURO

$$\Downarrow$$

$$\delta\, \cancel{dA} = f\, p\, \cancel{dA}\, v \qquad \delta \equiv f\, p\, v$$

VA A FINIRE NELLA PROPORZIONALITÀ

$$\delta \equiv p\, r\, \omega$$

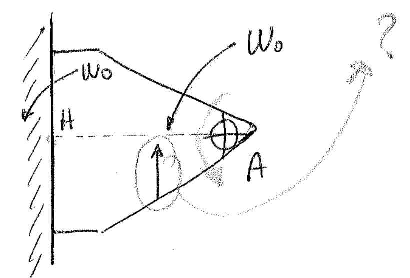
VEDIAMO QUALI PARAMETRI SI POSSONO RITENERE COSTANTI:
- ω È FUNZIONE DEL TEMPO $\omega(t)$

$$\delta \equiv p\, r \qquad r = \text{RAGGIO GENERICO}$$

IL NOSTRO SCOPO È QUELLO DI SAPERE LA DIST. DELLE PRESSIONI, QUINDI LA RELAZIONE È DA VEDERE NELLO SPAZIO COME SE FOTOGRAFASSIMO ISTANT. IL CEPPO. QUINDI ANCHE SE $\omega(t)$ È LO STESSO X TUTTI I PUNTI DEL CEPPO NELLO STESSO ISTANTE

IN SYS FRENANTI È DEFINIBILE LA DISTRIBUZIONE DELL'USURA, IN QST CASO δ NON È COSTANTE DOVUTA ALLA ROTAZIONE DEL PUNTO A

CONSIDERO H : W_0 + MOMENTO DI TRASLAZIONE CHE SPOSTA IL CEPPO // ALLA SUP DEL DISCO



L'USURA È PRODOTTA DALLA ROTAZIONE W_0 ATTORNO AD H, PIAZZO ALLORA GLI ASSI x E y

QUINDI:

$$\delta = \delta_0 + C_1 y$$

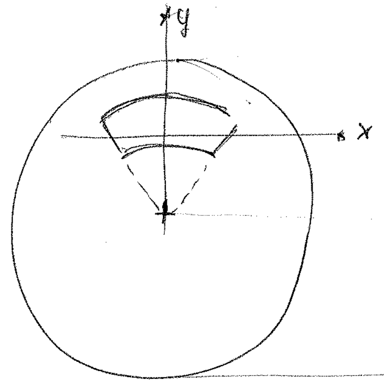
IN UN SYS CON CEPPO NON RIGIDO MA LIBERO L'USURA È PARI AD UN TERMINE COSTANTE + ?

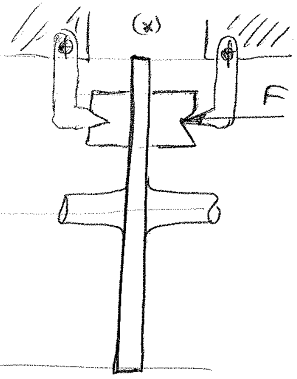
$$p = \frac{\delta}{r} = \frac{k_1 + k_2 y}{r}$$

$$\boxed{p = \frac{k_1 + k_2 y}{r}}$$

p VARIA CON r
r GRANDE $\Rightarrow$ p DIMINUISCE
p VARIA CON y

2





PER MIGLIORARE LA SITUAZIONE LA LEVA PUO' ESSERE POSIZIONATA COSÌ

IL DISCO CMQ VIENE NOTEVOLMENTE SOLLECITATO. BISOGNA CERCARE DI ADOTTARE SCHEMI SIMMETRICI CON ALMENO DUE CEPPI

LA POSIZIONE DEI CEPPI DEVE SEGUIRE L'EVENTUALE SPOST. DEL CEPPO.

(*) IN REALTÀ È UNITO IN PETTO IL CALCIATORE

COSA CAMBIA IN QST CASO? L'USURA $\delta = \delta_0 + C_1 y + C_2 x$; $p = \frac{k_1 + k_2 y + k_3 x}{r}$

LE COSTANTI DA RICAVARE SONO 3 $\Rightarrow$ 3 CONDIZIONI DI EQUILIBRIO DI ROTAZIONE

$$(1)\quad F = \int_A p\, dA$$

+ EQ. DI ROTAZIONE RISP. ALL'ASSE X (2)

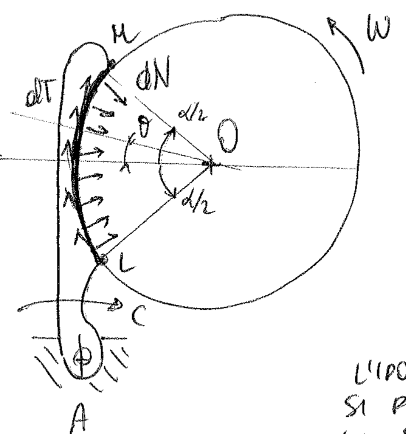
$$(2)\quad \int_A p\, y\, dA + \int_A f p \sin\vartheta\, h\, dA = 0$$

+ EQ. DI ROTAZIONE RISP. ALL'ASSE Y (3)

$$(3)\quad \int p\, x\, dA + \int f p \cos\vartheta\, h\, dA = 0$$

(1)+(2)+(3) DA CUI RICAVO k_1, k_2, k_3

FRENI A TAMBURO: ACCOSTAMENTO RIGIDO
ACCOSTAMENTO LIBERO



TAMBURO PIENO

CEPPO ESTERNO RUOTA ATTORNO AD A AZIONATO DA UNA COPPIA C

QND IL CEPPO È CONTRO IL TAMBURO SU DI ESSO AGISCONO FORZE DI PRESS DI TIPO RADIALE dN

ESISTONO ANCHE dT CHE DANNO MOMENTO FRENANTE RISP. AD O

L'IPOTESI DELL'USURA SI PUO' APPLICARE MA LA SITUAZIONE È COMPLESSA DAL PUNTO DI VISTA ANALITICO

$$M = \int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} dT\, r$$

SE SI HA ACCOSTAMENTO RIGIDO IL CEPPO USURANDOSI DEVE AVVICINARSI SEMPRE DI PIÙ AL TAMBURO

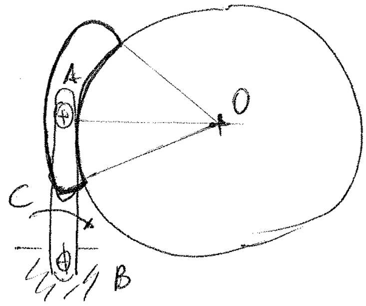
SE IL CEPPO AVANZA L'USURA NON È COSTANTE

4

CEPPO + EFF
⇓
CEPPO + USURATO

CEPPO SX: CEPPO AVVOLGENTE
L'ASPETTO COSTRUTTIVO-COSTO PREVALE SULL'EFFICIENZA

ACCOSTAMENTO LIBERO: (ESTERNO)



USURA: ESISTONO TRASLAZIONI
E ROTAZIONI
IL CEPPO SI POSIZIONA SODDISFANDO
LE CONDIZIONI DI EQUILIBRIO

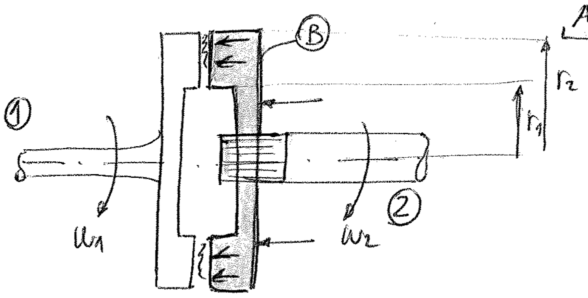
SYS CON ACC RIGIDO: È NOTO IL
MODO DI USURA
CIOÈ NOTA LA
DISTRIBUZIONE δ
QUINDI ALL'EQ DI
FORZE

SYS AD ACC LIBERO: USURA NON NOTA A PRIORI
- EQ. DI FORZE
- DISTR DI PRESS
- DISTR DELL'USURA

} PROCESSO INVERSO

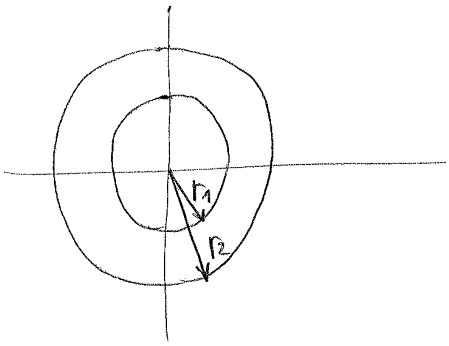
FRIZIONE

È COSTITUITO DA COMPONENTI SEMPLICI: COLLEGA 2 ALBERI ROTANTI



ALBERO (1) VIAGGIA A VELOCITÀ ω_1
ALBERO (2) " " " ω_2,
↓
Quando sono indipendenti

DISCHI ANULARI SUGLI ALBERI
SU (1) RUOTA CON L'ALBERO
[SU (2) L'ANELLO PUÒ SCORRERE
ASSIALMENTE SULL'ALBERO (2)]
ACCOPPIAMENTO SCANALATO
SE L'ANELLO È TIRATO INDIETRO
IL SYS È DISINSERITO, GLI ALBERI
SONO INDIPENDENTI
SE È SPINTO VI SONO 2 SUPERFICI
DI CONTATTO: NASCONO DELLE FORZE
NORMALI, TANG. DI ATTRITO
LA FRIZIONE È IN GRADO DI
TRASMETTERE UNA COPPIA TRA 2
ALBERI

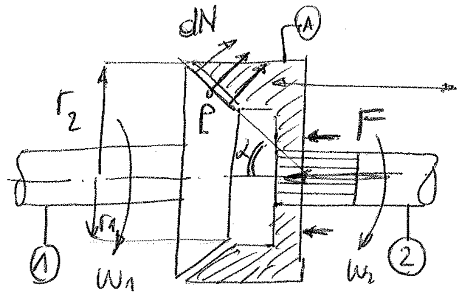


È UN ELEMENTO TIPICO DI COMANDO
ESISTE LO STRISCIAMENTO INIZIALE CHE
PERMETTE AGLI ALBERI DI COLLEGARSI
E CESSA QND I DUE ALBERI HANNO LA STESSA
VELOCITÀ, FORMANDO ADERENZA E COSTITUENDO UN UNICO CORPO.

LA COPPIA TRASMESSA HA UN VALORE LIMITE OLTRE IL QUALE
LA FRIZIONE SLITTA.

VENERDI' 6 MAGGIO 2011

FRIZIONI CONICHE



ACCOPPIAMENTO SCANALATO

IL DISCO (A) SI PUO' SFILARE.

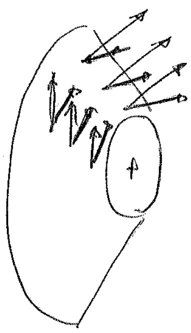
→ SE (A) È SPOSTATO A DX

$\exists\ \omega_1$ E ω_2

→ SE (A) È ACCOPPIATO GLI ELEM. DI SPINTA DANNO LUOGO AD UNA RISULTANTE ASSIALE F CHE GENERANO DELLE FORZE dN_SE $\omega_1 \neq \omega_2$ NELLA STESSA ZONA DI CONTATTO $\exists$ STRISCIAMENTI, IN P LA VELOCITA' DI STRISCIAM È UN VETTORE USCENTE DAL DISEGNO.

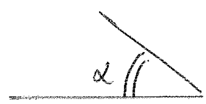
SITUAZIONE COMPLESSA:

forze tangenziali



QUALI SONO I PARAMETRI GEOMETRICI?

(1) ANGOLO DI SEMI APERTURA DEL CONO α



α POSSIEDE UNA POSIZIONE LIMITE DI $\frac{\pi}{2}$

$\alpha = \frac{\pi}{2}$ LE SUPERFICIE CONICHE DIVENTANO PIANE, TORNIAMO AD AVERE UNA FRIZIONE PIANA

(2) RAGGIO ESTERNO r_2

RAGGIO INTERNO r_1

$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

↓

DUE CILINDRI UNO DENTRO L'ALTRO

QND CI SONO ACCOPP. CON SUPERF. ESTESE BISOGNA CAPIRE LE LEGGI DI DISTRIBUZIONE DELLE PRESSIONI, ED APPLICARE L'IPOTESI DELL'USURA

$$dV = \delta\, dA \equiv f\, p\, v\, dA$$

δ ↓ SPESSORE CONSUMATO NEL t

v ↓ VELOCITA' DI STRISCIAM

f = COEFF D'ATTRITO COSTANTE

qui noi $f = cost$

ACCOSTAM DI TIPO RIGIDO

LA DISTR. DI δ È NOTO SE È NOTO IL MOVIMENTO DI USURA: ~~ESSA USURA IL~~ MATERIALE CONSERVANDO LA FORMA CONICA

$$\delta \equiv f\, p\, v$$

V DI STRISCIAM È QUELLA RELATIVA IN UN PUNTO GENERICO DOVE IL RAGGIO VALE r

$$V = r\,\underbrace{(\omega_1 - \omega_2)}_{}$$

↳ VARIA NEL TEMPO MA NON NELLO SPAZIO: CIO' NON CI DISTURBA AI FINI DELLA DISTRIBUZIONE SPAZIALE

p = VARIA

v = VARIA CON r

⇓

$$\boxed{pr = k}$$

$$p = \frac{k}{r}$$

VIENE FUORI QST DISTRIBUZIONE

8

$$M = \underbrace{f}_{\text{SIMA}} F \left(\frac{r_2+r_1}{2}\right) \qquad \boxed{M = f F \frac{(r_2+r_1)}{2}}$$

$0 < \circ < 1 \Rightarrow$ SEMPRE $< 1 \Rightarrow M$ GROSSO QUINDI A PARITA' DI NON HA UNA COPPIA C TRASMESSA +' ALTA

QUINDI QND $\alpha = \frac{\pi}{2}$
LA FRIZIONE DIVENTA PIANA

QUELLA CHE ABBIAMO VISTO È LA FASE DI TRANSITORIO IN CUI I DUE ALBERI STRISCIANO, MA NE ESISTONO ALTRE:

ALBERO +' LENTO ACCELERATO DA QLL +' VELOCE } QND LE $\omega_1 = \omega_2$ NON C'È PIU' STRISCIAMENTO

STRISCIAM $dT = f dN$
↓
ADERENZA $dT < f_a dN$ (1)

STRISCIAM $\Rightarrow$ C BEN PRECISA

QND LA FRIZIONE È INNESTATA C NON SI SA QUALE SIA E SE IL SYS È AVVIATO C DI DEVE ESS LO STESSO_ LA FRIZIONE DEVE TRASM. DELLE FORZE TANG. CHE SODDISFANO (1)_ IL PROCESSO HA UN LIMITE:

$$dT_{MAX} = f_a N$$

OLTRE dT MAX NON VI È CONTATTO TRA 2 ~~ALB~~ DISCHI ; QUINDI:

LA FRIZIONE PERDE ADERENZA E STRISCIA { ADERENZA ↓ STRISCIAM

PERCHÈ HO CHIESTO DI TRASM UNA C NON SUPPORTABILE

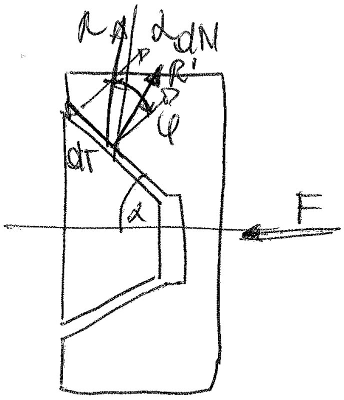
IN UNA FRIZIONE PIANA:

$$\underbrace{M_a}_{\text{COPPIA TRASM CON ADERENZA}} \leq f_a F \left[\frac{r_2+r_1}{2}\right]$$

$$\underbrace{M}_{\text{COPPIA DI STRISC.}} = f F \left[\frac{r_2+r_1}{2}\right]$$

$M < M_a$ DATO CHE $f < f_a$

PUO' ESSERCI ANCHE UNA CONDIZIONE DI RIPOSO:



STRISCIAM
↓
DISTACCO $\Rightarrow$ NO F E SI STACCANO SE SONO PIANE LE SUPERFICIE

MA SE LE SUP SONO CONICHE QST CERTEZZA NON CE L'HO $\Leftarrow$ [

(1) APPLICO F $\Rightarrow$ GENERO dN CHE TENDE A STACCARE I DISCHI, +' LE FORZE DI ATTRITO dT CHE SI OPP AL MOTO

dt PICCOLO, dN PICCOLO $\Rightarrow R'$
dT E dN DI UN CERTO VALORE SI CREA UNA R CHE AIUTA

(3) CONDIZIONE DI IMPUNTAMENTO: ANCHE SE NON HANNO VINCOLI FISICI O CHIMICI TENDONO A RIMANERE INCASTRATI

SE $\varphi_a < \alpha$ R È TALE DA RESP I PEZZI
SE $\varphi_A > \alpha$ IL SYS È BLOCCATO $\Rightarrow$ (3)

10

11 MAGGIO 2011

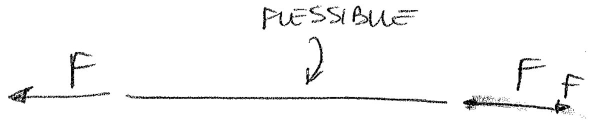
SISTEMI TRASMISSIONE CINGHIE:

+' IN GENERALE: TRASMISSIONE CON FLESSIBILI:

LA CONFIGURAZIONE VIENE STABILITA IN BASE ALLE FORZE

ELEMENTO MECCANICO CHE NON HA UNA FORMA PROPRIA!

1 - CINGHIE: IN GOMMA, CON DETERMINATE GEOMETRIE



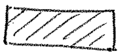
TRASMETTERE IL MOTO TRA 2 ASSI //: UNO DEL MOTORE, L'ALTRO DELLA MACCHINA OPERATRICE.

2 FUNI

3 CATENE

1 SYS DI TRASMISSIONE CINGHIA

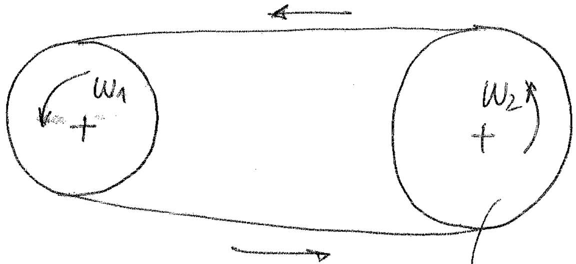
MODELLO +' SEMPLICE: CINGHIA PIANA CHE È APPOGGIATA ALLA PULEGGIA


IN SEZIONE

PRESSIONE DI CONTATTO DI ATTRITO

TANGEN.

NORMALE

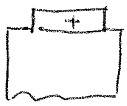


COLLEGAMENTO TRA 2 ASSI //

PULEGGIA CONDOTTA

LINEA D'ASSE:

LE DIMENSIONI DELLE CINGHIE SONO +' PICCOLE DELLE PULEGGE

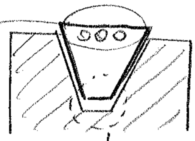


ESSE SI SUDDIVIDONO IN +' FAMIGLIE: CINGHIE

- PIANE
- TRAPEZOIDALI
- MULTIPLE
- DENTATE

1.A SEZIONE PIANA - CAMPO DI APPLICAZIONE RIDOTTO

1.B SEZIONE A FORMA DI TRAPEZIO



A PARITA' DI TANTI FATTORI VI È UN INCREMENTO DEL COEFF D'ATTRITO

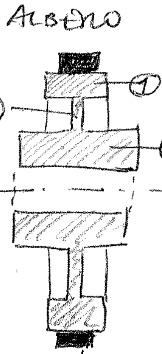
NON VI È CONTATTO

CAMPO DI APPLICAZIONE AMPIO

IL NUMERO DELLE CINGHIE AUMENTA LA POSSIBILITA' DI COPPIE TRASMESSE

ELEMENTO DI ~~RINFORZO~~ RINFORZO

PULEGGIA: ELEMENTO TIPICO X COLLEGARE LA CINGHIA AD UN ALBERO



DISCO DI COLLEGAMENTO

MOZZO INTERNO X COLLEGARE L'ALBERO

È REALIZZATA CON LO STAMPAGGIO IN LEGA LEGGERA

CINGHIA

1

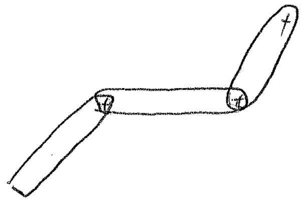
UN ELEMENTO IN GOMMA PASSA MOLTO FACILMENTE DA UNA LINEA D'ASSE RETTILINEA → A QUELLA CURVILINEA.

LE FUNI HANNO ALTRO PROBLEMA: QUINDI LE FUNI VENGONO USATE (EFFETTO DI RIGIDEZZA) + PER LE APPLICAZIONI DI SOLLEVAMENTO.

CATENE:

SERIE DI PIASTRE COLLEGATE TRAMITE CERNIERE

NON È UN SYS CONTINUO, MA DISCRETO: COSTITUITO DA TANTI ELEMENTI FISICI COLLEGATI

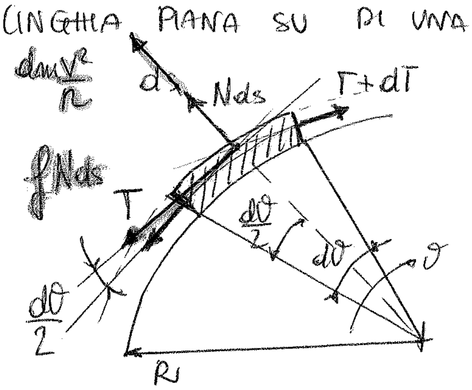


- ELEMENTI DI STRUTTURA METALLICA ⇒ GRANDI TRASMISSIONE DI FORZE
- PIÙ COSTOSE DELLE FUNI: USATI X BUONE PRECISIONI

AVVOLGERSI SU PULEGGE PICCOLE, QUINDI SU SYS CON INGOMBRI PICCOLI

RITORNIAMO ALLE CINGHIE PIANE ~~~

CINGHIA PIANA SU DI UNA PULEGGIA



ds COORDINATA DI RIFERIMENTO X LA LINEA D'ASSE

$ds = R\,d\vartheta$

ISOLANDO UN PEZZO DI CINGHIA OTTENGO DELLE AZIONI SCAMBIATE CON IL RESTO DELLA CINGHIA + PULEGGIA.

Nds COME PRESSIONE PER SPESSORE UNITARIO

SE PONGO LA CONDIZ. DI SCIVOLAMENTO: (CONSIDERO UN MOTO RELATIVO)

SE IL PEZZETTO SCIVOLA IN AVANTI PER T CRESCENTI LA dT TANGENZIALE È OPPOSTA

IN UN MOTO CIRCOLARE ESISTONO SEMPRE 2 COMPONENTI DI ACCELERAZIONE:

SE v = VELOCITÀ CINGHIA $\qquad dm = q\,ds \qquad [q] = \frac{kg}{m}$

L'ACCELERAZIONE TANG INTERVIENE SOLO NEI TRANSITORI.

SE IPOTIZZO CHE ω È COSTANTE: $\omega = cost$, $v = cost$, $\frac{dv}{dt} = 0$

LE FORZE SONO SOLO QST

PROIETTIAMO TT LE FORZE IN 2 DIREZIONI

DIREZIONE TANGENZIALE:

$$T\cos\frac{\vartheta}{2} - (T+dT)\cos\frac{\vartheta}{2} + fN\,ds = 0$$

DIREZIONE RADIALE:

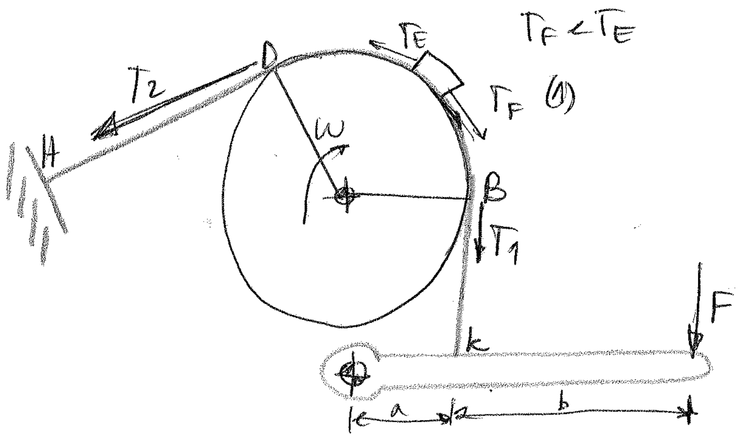
$$N\,ds + q\frac{v^2}{R}\,ds - T\sin\frac{d\vartheta}{2} - (T+dT)\sin\frac{d\vartheta}{2} = 0$$

SYS A 2 EQ DELLE FORZE CHE DANNO EQUILIBRIO

3

APPLICAZIONE: FRENO A NASTRO

PRINCIPI TECNICI CHE SI POSSONO APPLICARE ANCHE IN ALTRE OCCASIONI



TAMBURO CHE RUOTA A VELOCITA' ω

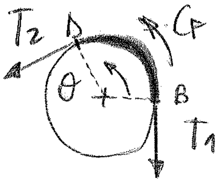
NASTRO: HA UNA SEZIONE A CINGHIA PIANA, DI ACCIAIO

TAMBURO: GHISA

LE VARIAZIONI DI TENSIONE SONO DATE DA

$$\frac{dT}{T} = f\,d\theta$$

VARIAZIONE DI TENSIONE DIPENDE DA $d\theta$ IN MANIERA ESPONENZIALE $\Leftarrow$ $\frac{dT}{T - qv^2} = f\,d\theta$ CON $v = 0$



$$\int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = \int_0^{\theta^*} f\,d\theta = f \int_0^{\theta^*} d\theta$$

T_1 PIU' PICCOLA DI T_2 [GUARDA (1)]

ANGOLO DI AVVOLGIMENTO: ANGOLO DI CONTATTO TRA CINGHIA E PULEGGIA

$$\lg \frac{T_2}{T_1} = f\,\theta^* \qquad \left[T_2 = T_1\, e^{f\theta^*} \right]$$

$\Downarrow$

LEGGE ESPONENZIALE UNA DELLE LEGGI CON VARIAZIONE INCREMENTALE MAGGIORE

$$C_F = (T_2 - T_1) R$$

ROTAZIONE ORARIA CON T_2 GRANDE CHE SI SCARICA SUL TELAIO _ LA FORZA F COSTA
INFATTI F È PICCOLA F FORZA DI AZIONAMENTO DEL SYS.

$$F b = T_1 a$$

$$T_1 = F \frac{b}{a} \qquad b > a$$

5

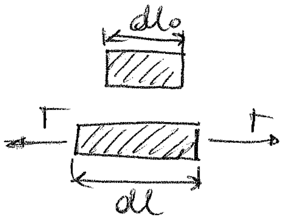
$\theta_{AVV} = \theta_{AD} + \theta_{SE}$

• I DUE ANGOLI VARIANO IN FUNZIONE DEL CARICO DELLE CINGHIE

$\Downarrow$

$\theta_{SE} = \theta^*$

• LE TENSIONI CI SONO SOLO NELL'ANGOLO DI ATTRITO E NON NELL'ANGOLO DI ADERENZA



CINGHIA ELEMENTO ELASTICO:

→ C. FERMA dl_0

APPLICO UNA TENSIONE

→ C. ATTIVA dl

LEGAME TRA CORPI ELASTICI SOTTOPOSTI A TRAZIONE

$$dl = dl_0\left(1+\frac{T}{ES}\right)$$

S → SEZIONE NORMALE

E → MODULO DI ELASTICITA' CHE TIENE CONTO DELLA STRUTTURA ~~...~~

$$\frac{dl}{dt} = \frac{dl_0}{dt}\left(1+\frac{T}{ES}\right)$$

$$\boxed{V = V_0\left(1+\frac{T}{ES}\right)}$$

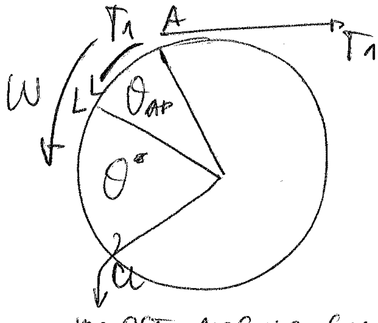
CI DICE QUAL È LA VELOCITA' DELLA CINGHIA QND LA TENSIONE HA UN CERTO VALORE

V_0 → VELOCITA' A TENSIONE 0.

QUINDI LA VELOCITA' VARIA ANCHE IN FUNZIONE DELLA LUNGHEZZA

TRA A E B C'È T_1 CHE È MOLTO GRANDE, DUNQUE TIRATI DA TENSIONI + GROSSE (VEDI DISEGNO PAG 6)

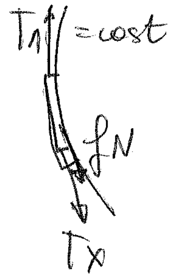
SPOSTANDOCI NEL SENSO DI ROTAZIONE:



θ_{AD} ⇒ NON C'È VARIAZ DI TENSIONE

NON C'È SCORRIMENTO

IN QST ANGOLO GLI ELEMENTI SI DEVONO ACCORCIARE E QUINDI GLI ELEMENTI SI SPOSTANO INDIETRO FINO A QND IN CUI SONO TIRATI CON T_2



LA VELOCITÀ MAGGIORE DELLA CINGHIA È QUELLA DEL MOTORE

$\Downarrow$

ACCORCIAM ALLUNGAM CONSEGUENTI

$\Downarrow$

DOPO LA VEL TRA LE 2 PULEGGE DIMINUISCE

QND È TUTTO FERMO NON C'È SCORRIMENTO LE TENSIONI SONO =

CON LA DIFF. DI TENSIONE AUMENTA L'ANGOLO DI ADERENZA

7

PIU' SONO DIFF T_1 E T_2, PIU' AUMENTA L'ANGOLO DI SCORRIM, PIU' PICCOLO È ~~IL RENDIMENTO. PER COPPIE PICCOLE AVREMMO UN η VICINO~~ ALL'UNITA'

BISOGNA VERIFICARE UN PRESUPPOSTO: BISOGNA GARANTIRE UN'AZIONE DI FORZAMENTO TRA CINGHIA E PULEGGIA

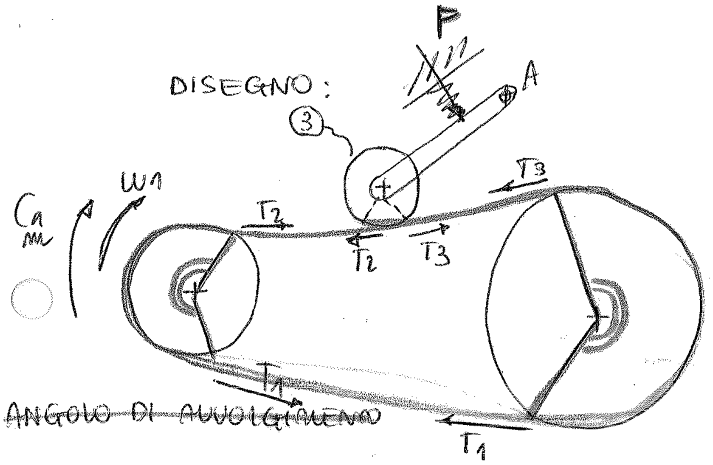
[SI REALIZZA IN 3 CONDIZIONI:] VALE ANCHE X LE FUNI

-] GALOPPINO; (1)
-] TENDITORE; (2)
- SE SIAMO IN CONDIZIONI DI FORZAMENTO INIZIALE

(1) GALOPPINO: PULEGGIA CHE RUOTA SENZA ESSERE COLLEGATA AD UN MOTORE O AD UN UTILIZZATORE

COSÌ OTTENGO IL PRECARICO DELLA CINGHIA

DISEGNO:



~~ANGOLO DI AVVOLGIMENTO~~

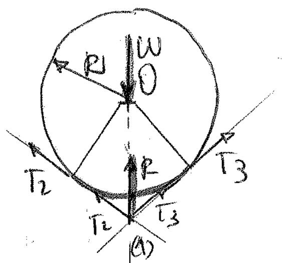
PULEGGIA DI DIAMETRO NOTO, IL CUI ASSE È COLLEGATO UN ELEMENTO MOBILE

PUNTO A FISSO DELLA LEVA DI COLLEGAMENTO CHE SUBISCE UNA FORZA F

LA PRESENZA DEL GALOPPINO GARANTISCE UNO SCAMBIO DI FORZE NORMALI TRA CINGHIA E PULEGGIA, DEFINENDO I VALORI DELLA PARTE ALTA DEL SYS_

GALOPPINO:
(+ PEZZO CINGHIA

IL SYS GALOPPINO È USATO IN MACCHINARI



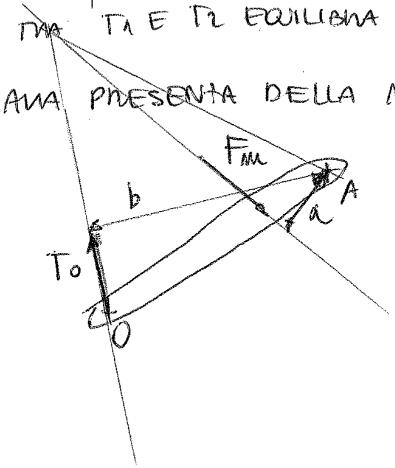
NON CI SONO NE MOTORI, NE UTILIZZATORI UNICHE COPPIE POTREBBERO VENIRE DA ATTRITI NELLE REAZIONI (PERNI, BOCCOLE)
ATTRAVERSO O VI È UNA FORZA TRASMESSA TRA LEVA E GALOPPINO

$\overset{+}{O}$) $T_2 R - T_3 R = 0 \Rightarrow \underline{T_2 = T_3}$

PORTA ALLA CONCLUSIONE DI 3 FORZE PASSANTI PER UN PUNTO. (1)

R TRA T_1 E T_2 EQUILIBRA W

GRAZIE ALLA PRESENZA DELLA MOLLA POSSO SAPERE W



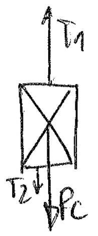
F_m ORIENTATA NON SAPPIAMO COME

PER SAPERE LA REAZIONE IN A TRACCIO RETTE X LE DUE FORZE SULLA LEVA

$\overset{+}{A}$) $T_0 b - F_m a = 0$

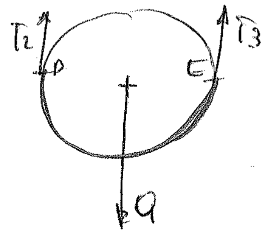
F_m = NOTA
GEOM "

$T_0 = F_m \left(\frac{a}{b}\right)$ → IMPORTANTE X IL DIMENSIONAMENTO



$$T_1 = T_2 + P_C$$

EQUILIBRIO PULEGGIA CONDOTTA

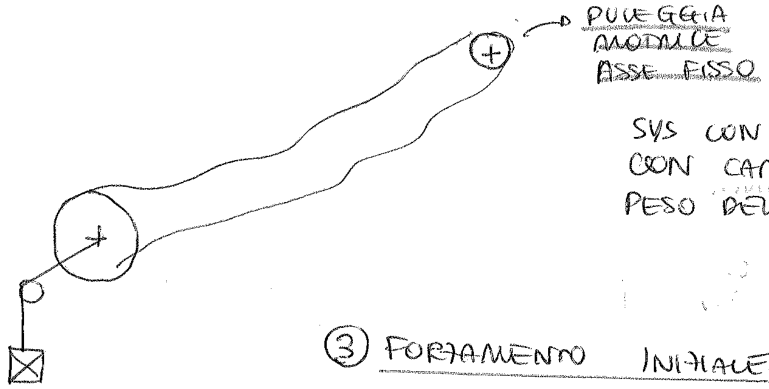


$$T_2 R = T_3 R$$
$$\Downarrow$$
$$T_2 = T_3$$

3 FORZE PARALLELE POSSO FARLE EQUILIBRARE SE LE 2 // SONO = IN MODO DA DARE Q

DIFF TRA T_3 E T_1 È DATA DALLA COPPIA MOTRICE

QST SYS È LO STESSO DI UN IMPIANTO DI RISALITA

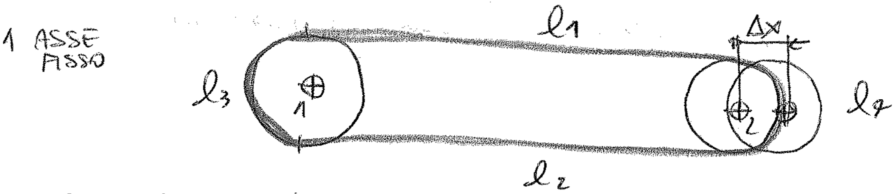


SYS CON FLESSIBILE CON TENDITORE CON CARICO DISTRIBUITO DEL PESO DELLE PERSONE.

③ FORZAMENTO INIZIALE: SU SYS COMPATTI, MOTORI AUTOVEICOLISTICI

SI BASA SULLA DEFORMAZIONE OBBLIGATA DELLA CINGHIA

NEL DISEGNO X SEMPLICITÀ SONO =



2 ASSE MOBILE

LO SPOSTAMENTO AVVIENE SPOSTANDO GEOMETRICAM. L'ASSE. AVVOLGENDO LA CINGHIA SPOSTO L'ASSE O_2 DEFORMANDO Δx FORZATA (POSSIBILE SE LA CINGHIA CEDE)

PROPORZIONALITÀ TRA TENSIONI E ALLUNGAMENTI

QST AVVIENE NEI SERVO MECCANISMI (CONTROLLO DI POSIZIONI)

QUI È IMPOSTO UNO SPOSTAMENTO
$\Downarrow$
ALLUNGAMENTI
$\Downarrow$
TENSIONI

NEL SYS SI DISTINGUONO
- 2 TRATTI LIBERI CON LUNGH = SE LE PULEGGE SONO = ;
- l_3 ; l_4 ;

$$l = l_1 + l_2 + l_3 + l_4 ;$$

PROVOCANDO Δx PROVOCO LA NASCITA DI UNA TENSIONE

L'ALLUNGAMENTO COMPLESSIVO Δl_0 A CINGHIA FERMA ~~SE~~ I SARÀ PARI ALL'EQ. DELL'ALLUNGAMENTO:

$$\Delta l_0 = \frac{T_0}{ES}(l_1 + l_2 + l_3 + l_4)$$

UNICA IMMAGINANDO CHE SIA TUTTA LA CINGHIA A CEDERE

41

18 MAGGIO 2011

FUNI:

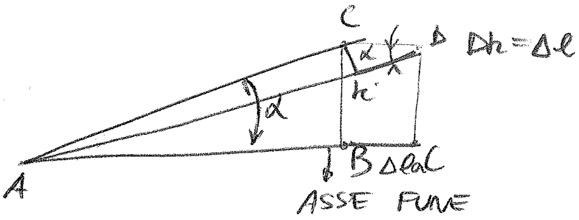
LA SUA SEZIONE È COMPOSTA DA n FILI ACCOSTATI AVVOLTI AD ELICA
↓
TREFOLI

SE PRENDO UNA FUNE E GLI AVVOLGO AD ELICA n TREFOLI È DETTA FUNE A TREFOLI.

NOTO IL MATERIALE CON CUI È FATTA LA FUNE, È NOTA L'ELASTICITA'

QIL DELLA FUNE, NON È QUELLA DEL MATERIALE: SVILUPPANDO LA FUNE

CON α ANGOLO DI AVVOLGIMENTO



l LUNGH FILO $= AC$ $\qquad l = \frac{l_A}{\cos\alpha}$

$l_A = AB$ LUNGH FUNE

CON FUNE A TRAZIONE, QST SI RIPERCUOTE SU FILO E FUNE.

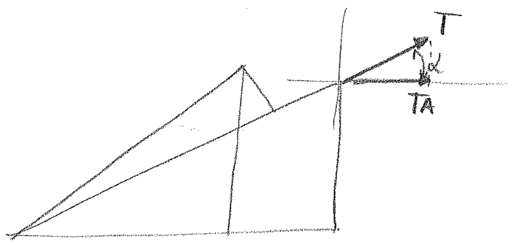
CON UNA DEFORMAZIONE Δl_A

STRASCURANDO LA PICCOLA DEFORMAZIONE DI α POSSO DIRE CHE $\hat{D} = \alpha$

$$\Delta l = CD \cos\alpha = \Delta l_a \cos\alpha$$

$$\underset{\text{DEFORMAZIONE}}{\varepsilon} = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\Delta l_a \cos^2\alpha}{l_a} = \varepsilon_A \underbrace{\cos^2\alpha}_{<1}$$

$\frac{\Delta l_a}{l_a}$ ↓ DEFORMAZIONE FUNE X DEFINIZIONE



APPLICANDO T DI TRAZIONE

$$T_A = T\cos\alpha$$

CONSIDERANDO CHE HO n FILI

$$F_A = \cos\alpha \sum T$$

$$\sum T = \sigma \sum A$$

$$F_A = \cos\alpha\, \sigma \sum A$$

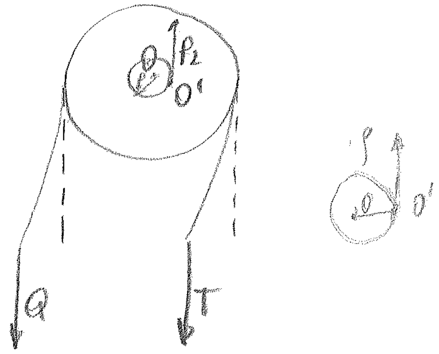
$$\sigma = \frac{T}{A}$$

↓ SFORZO SU SEZIONE

$$\frac{F_A}{\sum A} = \cos\alpha\, \sigma$$

$$\sigma_A = \frac{F_A}{\sum A} = \cos\alpha\, \sigma \qquad E_A = \frac{\sigma_A}{\varepsilon_A} = \frac{\cos^2\alpha\, \sigma}{\varepsilon} = E \cos^3\alpha$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 83 di 262



SE TRASCURIAMO L'ATTRITO AL PERNO POSSIAMO:

$$O) \quad Q(R+e_2+e) = T(R-e_2+e)$$

$$\frac{Q}{T} = \frac{R+e_2+e}{R-e_1+e} < 1$$

$$\eta = \frac{P_U}{P_{INGRESSO}} = \frac{Q\cancel{v}}{T\cancel{v}} = \frac{Q}{T} = \frac{R+e_2+e}{R-e_1+e}$$

$P_{USCITA} = Q$ SALE

$P_{INGRESSO} = T$ SCENDE

IL SYS A CAUSA DELLA RIGIDEZZA HA $\eta < 1$ RICORDO CHE IN QST CASO NON ABBIAMO ATTRITO AL PERNO

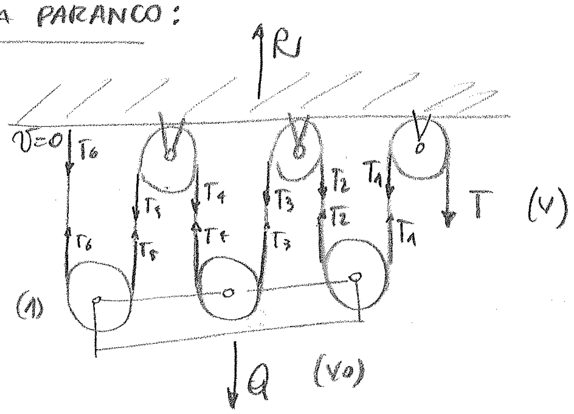
CON ATTRITO AL PERNO

$$O') \quad Q(R+e_1+e+\rho) = T(R-e_2+e-\rho)$$

$$\eta = \frac{Q}{T} = \frac{R+e_1+e+\rho}{R-e_2+e-\rho}$$

C'È DISSIPAZIONE ANCHE AL PERNO, IL η DIMINUISCE

SYSTEMA PARANCO:



LA FUNE PARTE DAL TELAIO, ALL'ESTREMITÀ DI T SOLLEVO Q

LE PULEGGIE (1) HANNO LA VELOCITÀ v_0 VELOCITÀ DEL CARICO: QST PULEGGE NON HANNO ASSE FISSO

Q.TO VALE T PER SOLLEVARE Q?

$$Q = T_1 + T_2 + \ldots + T_n = nT$$

IN CASI IDEALE: $\rho = 0$, $e_1 = 0$, $e = 0$, $e_2 = 0$

POSSIAMO DIRE CHE $T_1 = T_2 = T_n = T$

$$T = \frac{Q}{n}$$

QUANTO VALE R?

$$R = (n+1)T$$

n RAMI LIBERI DELLA FUNE

22 MAGGIO 2011

RUOTE DENTATE: TRASMISSIONE DEL MOTO

IL RAPPORTO DI TRASMISSIONE È COSTANTE
PRECISIONI DI MONTAGGIO ELEVATE, SI DIVIDONO IN:

DENTI → DRITTI: ASSE // ALL'ASSE DELLA RUOTA
→ ELICOIDALI: SI AVVOLGONO AD ELICA

→ CILINDRICHE
→ CONICHE

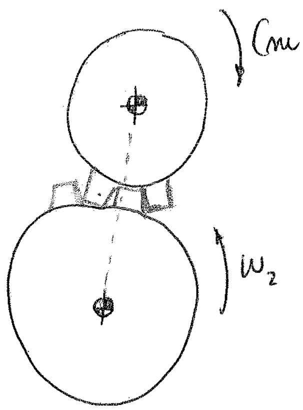
forma del corpo senza denti

L'INGRANAMENTO PUO' AVVENIRE ALL'INTERNO CHE ALL'ESTERNO.

LE RUOTE DENTATE SI CHIAMANO ROTISMI.

RUOTE DENTATE CILINDRICHE:

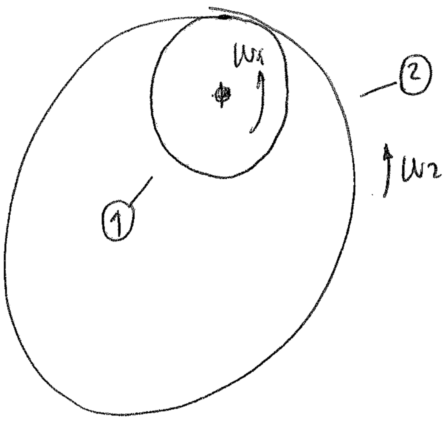
SOLITAMENTE LA RUOTA D. + PICCOLA È QUELLA MOTRICE



SOPRA IL CILINDRO C'È IL RISALTO CHE È IL DENTE

QUANDO I DENTI ENTRANO IN CONTATTO LA C_m TRASFERISCE IL MOTO ALLA RUOTA CONDOTTA

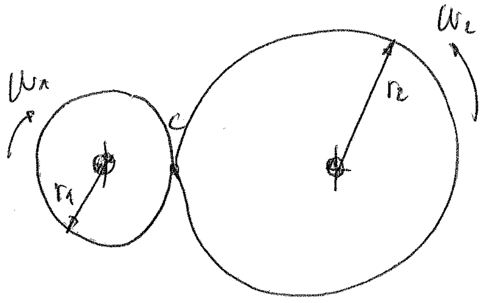
A DIFFERENZA DELLE CINGHIE, ADESSO AVVIENE UNA INVERSIONE DELLE ω
QST SIGNIFICA CHE IL RAPPORTO DI TRASMISSIONE È NEGATIVO



RUOTA 1 HA DENTI ESTERNI
" 2 " " INTERNI

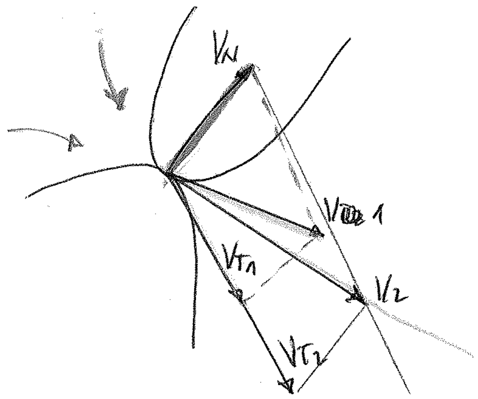
IN QST CASO IL RAPP DI TRASMISSIONE È POSITIVO ⇒ LE ω SONO CONCORDI.

∃ I COSIDETTI CILINDRI PRINCIPALI CHE SUL FOGLIO SONO DELLE CIRCONFERENZE TANGENTI IN UN PUNTO IN COMUNE CON L'ASSE DEI CENTRI

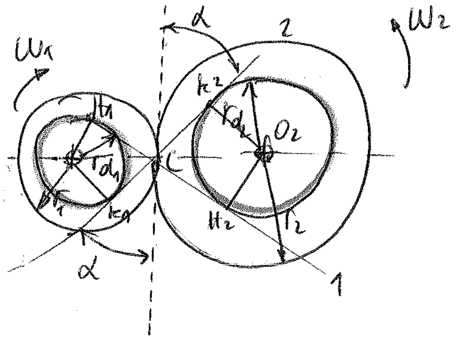


HANNO LA CARATTERISTICA DI ROTOLARE SENZA STRISCIARE
IL PUNTO C È C.I.R. DEL MOTO DELLA VELOCITA' RELATIVA DI UNA RUOTA RISPETTO ALL'ALTRA

∃ CMQ LA COMPONENTE TANGENZIALE, ANCHE DIVERSA - CON 2 VELOCITÀ SI HA ATTRITO;



$V_S = V_{T_1} - V_{T_2}$ CHE HA UNA DIREZIONE CHE COINCIDE A QLL DELLA VELOCITÀ TANGENZIALI, CIOÈ TANG. ALLE CIRCONFERENZE PRIMITIVE



IL PUNTO C REALIZZA QST:

$\omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$

CIRCONFERENZE DI BASE

SAPPIAMO CHE ω_2 È OPPOSTO A ω_1

I DENTI SI TOCCANO NEL PUNTO C IN CUI V_N È = AI DENTI

∃ 2 TANGENTI PASSANTI X C

L'ANGOLO α È DETTO DI PRESSIONE

LA FORZA TRASMESSA DA 1 A 2 HA DIREZIONE 1 PERCHÈ È LA SOLA DIREZIONE CHE PUÒ GENERARE MOMENTO IN O_2 CONCORDE CON ω_2

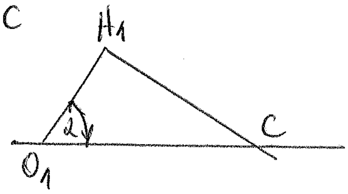
PER COSTRUZIONE:

$r_{b_1} = r_1 \cos\alpha$

I SEGMENTI $h_1 h_2$ / $H_1 H_2$ SONO IMPORTANTI PERCHÈ ABBIAMO COSTRUITO IL PROFILO DEI DENTI CON SEGMENTI CHE ROTOLANO

H_1H_2 È IL LUOGO IN CUI AVVIENE IL CONTATTO SE È ORARIA ω_1, VENGONO CHIAMATI LUOGHI DI CONTATTI

IL TRIANGOLO $O_1 H_1 C$



$r_{b_1} = r_1 \cos\alpha$

ANALOGO X IL TRIANGOLO $C H_2 O_2$

$r_{b_2} = r_2 \cos\alpha$

RICORDANDO CHE

$$i = \frac{r_2}{r_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{b_2}}{r_{b_1}}$$

I RAPPORTI DI TRASMISSIONE SONO IN VALORE ASSOLUTO XK NEL CASO DI ACCOPPIAMENTO ESTERNO $i < 0$

AFFINCHÈ 2 RUOTE DENTATE INGRANINO DEVONO AVERE STESSO PASSO, QUINDI STESSO MODULO

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{z_2}{z_1} \qquad r_1 = \frac{m z_1}{2} \qquad r_2 = \frac{m z_2}{2}$$

INVERSO DEI RAGGI PRIMITIVI

QUESTO PERCHÈ STIAMO LAVORANDO IN PROPORZIONAMENTO MODULARE

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}} = \frac{z_2}{z_1}$$

<0 ESTERNE

>0 INTERNE

ADDENDUM - DEDENDUM

RAGGIO DI TRONCATURA ESTERNA CHE IN PROPORZ. MODULARE DIFFERISCE DAL PRINCIPALE DI UN ADDENDUM.

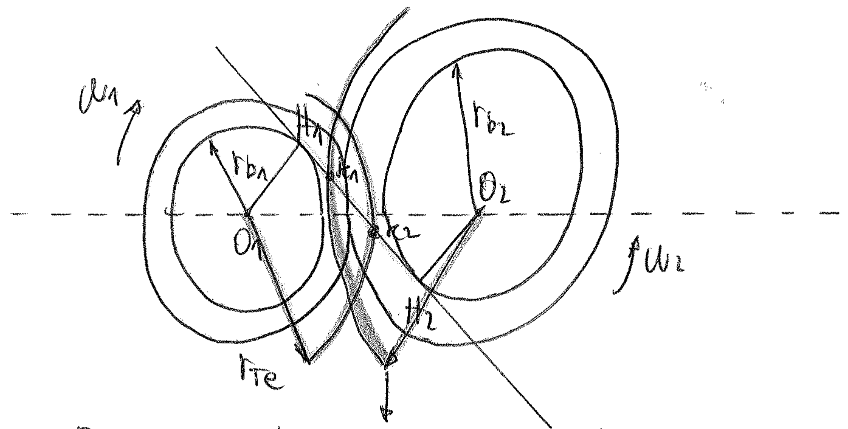
$$a = m$$

RAGGIO DI TRONCATURA INTERNA DISTA DAL PRINCIPALE DI UN DEDENDUM

$$d = 1{,}25\,m \qquad r_{TE} = r + a$$
$$r_{Ti} = r - d$$

r_{Ti} PUÒ ESSERE + PICCOLO DEL CERCHIO FONDAMENTALE, MA NON HA LO STESSO PROFILO A EVOLVENTE DI CERCHIO

4 CIRCONFERENZE: PRIMITIVA
CERCHIO DI BASE
C. DI TRONCATURA INTERNA
C " " ESTERNA } QUELLI VISIBILI



H_1 E H_2 LUOGO DEI CONTATTI

IN REALTÀ È PIÙ PICCOLO FINISCE AL r_{Te}

$$r_{te_1} = r_1 + a = r_1 + m \qquad r_{te_2} = r_2 + a = r_2 + m$$

$k_1 k_2$ REALE LUOGO DEI CONTATTI

5

LE FORZE SCAMBIATE SONO IMPORTANTI PER IL DIMENSIONAMENTO DEI CUSCINETTI.

$$\bar{i} = u = \frac{\omega_1}{\omega_2} \qquad t = \frac{1}{i} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

APPLICAZIONE

$\omega_1 = 70$ rad/s

$\omega_2 = 40$ rad/s

$\alpha = 20°$

$z_1 = 10$

$r_1 = 100$ mm

$W_1 = 2$ kW

$\eta = 1$

? MODULO

RAPP TRASM

r_2

d INTERASSE

z_2

F_{12}

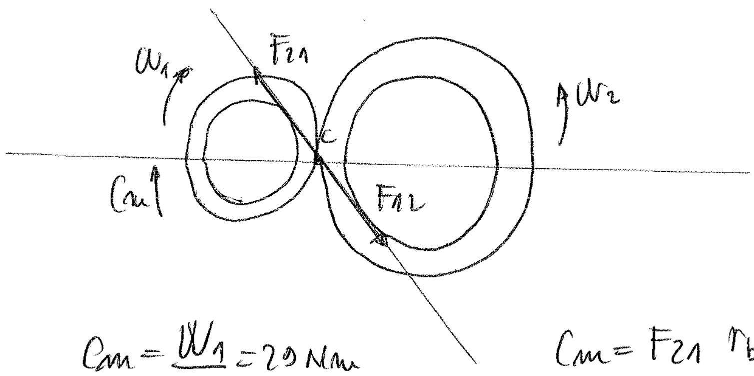
$$m = \frac{p}{\pi} = \frac{2r_1}{z_1} = 20 \text{ mm}$$

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = 1{,}75$$ + GRANDE $\omega_1 \Rightarrow$ RIDUTTORE

$$\bar{i} = \frac{r_2}{r_1} \qquad r_2 = r_1 \bar{i} = 175 \text{ mm}$$

$$d = r_1 + r_2 = 275 \text{ mm} \qquad z_2 = i z_1 = 17{,}5 \sim 18$$

INTERASSE



$$C_m = \frac{W_1}{\omega_1} = 29 \text{ Nm} \qquad C_m = F_{21} r_{b1}$$

$$\eta = \frac{C_r \omega_2}{C_m \omega_1} = \frac{C_r}{C_m}\frac{1}{i} \qquad r_{b1} = \frac{C_m}{F_{21}} \qquad r_{b1} = r_1 \cos\alpha$$

$$F_{21} = \frac{C_m}{r_1 \cos\alpha}$$

$$C_r = \eta \, i \, C_m$$

QUINDI ABBIAMO UN RIDUTTORE

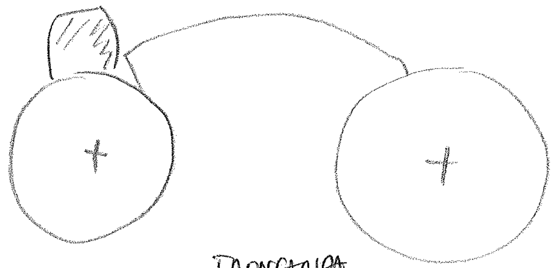
~~AUMENTA~~

ω DIMINUISCE

AUMENTA $i \Rightarrow C_r > C_m$

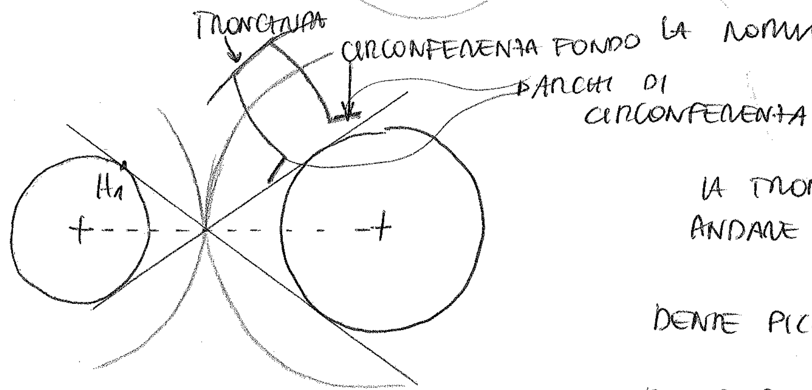
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 93 di 262

FENOMENO DELL' INTERFERENZA



NEL PUNTO DI CONTATTO LIMITE LE NORMALI NON SONO PIU' LE STESSE

SE I DENTI NON HANNO LA STESSA NORMALE NON SI MUOVONO: NON AVREBBERO LA NORMALE IN COMUNE



LA TRONCATURA NON DEVE ANDARE OLTRE H_1

DENTE PICCOLO O GROSSO

⇓

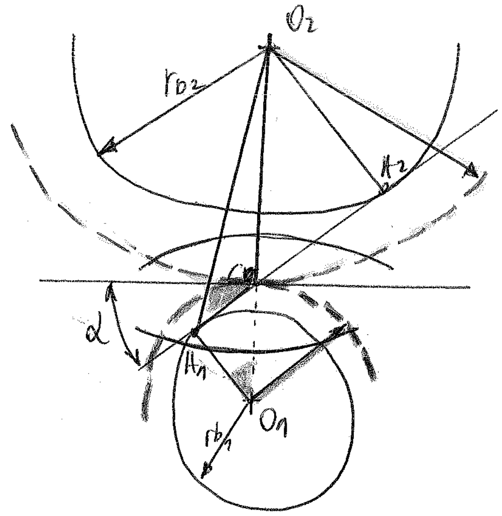
PASSO PICCOLO O GROSSO

⇓

PASSO COLLEGATO AL MODULO

POTENZA MAGGIORI RICHIEDONO DENTI + ROBUSTI

NUMERO MINIMO DEI DENTI:



IN C PASSANO LE CIRCONFERENZE PRIMITIVE

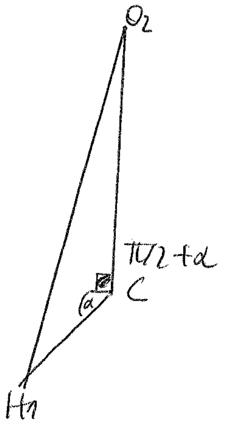
CON CIRCONF. DI TRONCATURA SPORGONO = RISP AI CERCHI DI FONDO IL PUNTO CRITICO LO OSSERVO SULLA RUOTA PIU' PICCOLA

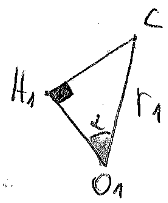
TRIANGOLO H_1CO_2

$\overline{O_2C} = r_2$

$\overline{O_2H_1} = r_2 + m$

$\overline{CH_1} = r_1 \sin\alpha$





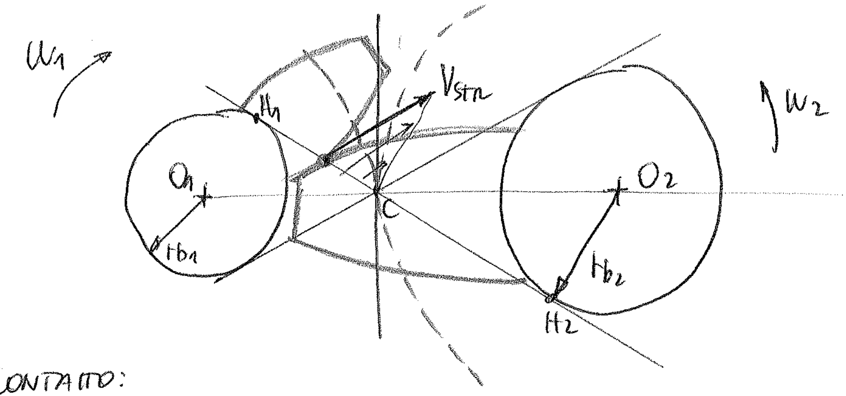
USANDO IL TEOREMA DI CARNOT

$$\overline{H_1O_2}^2 = \overline{O_2C}^2 + \overline{CH_1}^2 - 2\,\overline{O_2C}\;\overline{CH_1}\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)$$

$$(r_2+m)^2 = r_2^2 + r_1^2\sin^2\alpha - 2\left[r_2 \cdot r_1\sin\alpha\,\overbrace{\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)}^{-\sin\alpha}\right] =$$

$$= r_2^2 + r_1^2\sin^2\alpha + 2\left[r_2 r_1 \sin^2\alpha\right]$$

$$m + r_2 = \sqrt{r_2^2 + r_1^2\sin^2\alpha + 2r_2r_1\sin^2\alpha}$$



CONTATTO:

- ROTOLAMENTO
- ROTOLAMENTO E STRISCIAM.: IL MOTO ASSOLUTO È LA ROTAZIONE DI ENTRAMBE LE RUOTE

NEL MOTO RELATIVO UNA DELLE DUE RUOTE È IDEALMENTE FERMA:

$\vec{\omega_1} - \vec{\omega_2} = \vec{\omega}_{rel_{12}}$ ω_1 ENTRANTE, ω_1 USCENTE, CIOÈ OPPOSTI

$\vec{\omega_2} - \vec{\omega_2} = 0$ (FERMA)

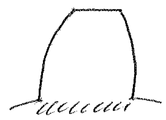
V_{str} VELOCITÀ RELATIVA: ∃ DELLE FORZE DI ATTRITO

$|\vec{\omega}_{rel}| = |\vec{\omega_1}| + |\vec{\omega_2}|$ ED IL CENTRO DI ISTANTANEA ROTAZIONE È C

FORZE TRASMESSE, COPPIE E RENDIMENTI:

Quando due denti perdono il contatto, altra coppia è in presa.

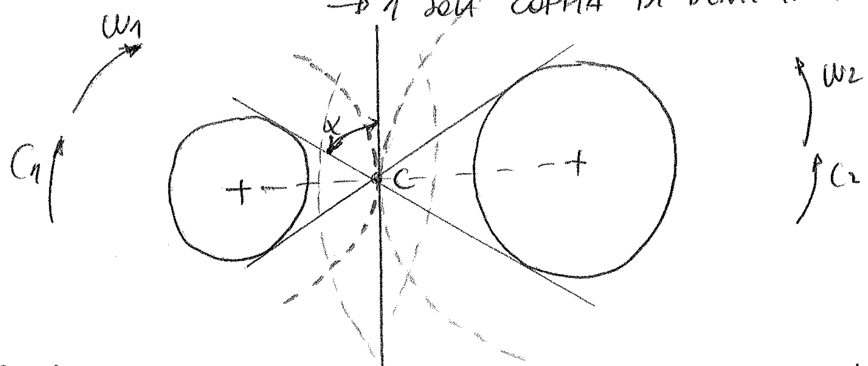
+' COPPIE DI DENTI IN PRESA BISOGNA DEFINIRE IN PUNTI DIVERSI IL PROBLEMA DI TIPO ISOSTATICO. I DENTI NON SONO ALTRO CHE MENSOLE, LE FORZE SI POSSONO SCAMBIARE +' LONTANE O +' VICINE ALLA SEZIONE DI INCASTRO. ESISTONO COMPLICAZIONI ENORMI



SUPPONIAMO:

→ TRASCURABILE L'ATTRITO

→ 1 SOLA COPPIA DI DENTI IN PRESA



I DENTI DELLA RUOTA MOTRICE SPINGONO, LUNGO LA RETTA DI AZIONE, I DENTI DELLA RUOTA CONDOTTA

→ FORZA POSIZIONATA NEL PUNTO MEDIO DI CONTATTO ⇒ LA FORZA SCAMBIATA È DIRETTA LUNGO LA RETTA E APPLICATA IN C

4