



Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari

Tesi di laurea

Cartoleria e cancelleria

Stampa file e fotocopie

Print on demand

Rilegature

NUMERO : 250

DATA : 05/03/2012

A P P U N T I

STUDENTE : Asiatici

MATERIA : Fondamenti di Misure Elettroniche
Prof. Teppati

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

**ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

FONDAMENTI DI MISURE ELETTRONICHE
(PROF. SSA V. TEPATI)

STRUMENTAZIONE E SISTEMI DI MISURA
(PROF. A. FERRARO)

L'incertezza non è mai nulla a causa di:

- incertezza intrinseca del misurando
- incertezza dei campioni
- stato dei sistemi che interagiscono con la misurazione non perfettamente definito e variabile nel tempo

Alcuni scarti possono essere calcolati sulla base di conoscenze su:

- componenti di sistemi che intervengono nella misurazione
- effetti delle grandezze di influenza

Calcolati questi scarti si può quindi correggere le misure (es. errore di consumo degli strumenti).

$$\text{Se } n = f(n_1, n_2, \dots, n_m) \Rightarrow n_0 = f(n_{01}, n_{02}, \dots, n_{0m})$$

Piccole variazioni δn_i su n_i si riflettono su n secondo lo sviluppo di Taylor al 1° ordine:

$$\delta n = \frac{\partial f}{\partial n_1} \delta n_1 + \frac{\partial f}{\partial n_2} \delta n_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial n_m} \delta n_m$$

La semiampiezza delle fasce d'incertezza può essere matematicamente trattata come una variazione, di cui però non si conosce né il segno né il valore esatto, solo il valore massimo che possono raggiungere in modulo.

Semiampiezza = variazione
 segno e entità della variazione non noti \Rightarrow modello deterministico
 \leftrightarrow modello probabilistico.

Modello deterministico/possimistico/worst-case:

$$\delta n = \left| \frac{\partial f}{\partial n_1} \right| \delta n_1 + \dots + \left| \frac{\partial f}{\partial n_m} \right| \delta n_m \quad \text{se } n_i, i=1, \dots, m \text{ sono indipendenti tra loro}$$

Modello probabilistico, più raffinato e realistico, prescritto dalla GUM:

- misura = variabile aleatoria con densità di probabilità gaussiana
- fascia di incertezza associata alla probabilità che la misura y rientri all'interno
- incertezza tipo $U_n = \sigma$ dev. std. della gaussiana della distribuzione. La probabilità che una misura cada all'interno dell'intervallo di semiampiezza u_n è 68,4%.
- incertezza estesa U_n , fattore di copertura k : $U_n = k u_n$

$$n = f(n_1, \dots, n_m) \Rightarrow U_n = \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial n_i} \right)^2 U_{n_i}^2 + 2 \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial n_i} \right) \left(\frac{\partial f}{\partial n_j} \right) U_{n_i, n_j}}$$

\uparrow
Cov(n_i, n_j)

d.d.p. delle n_i gaussiane $\Rightarrow n$ con d.d.p. gaussiana
 $m \rightarrow \infty$

Misure dirette: il misurando è confrontato direttamente con una grandezza (campione) di riferimento

- per opposizione, es. bilancia a 2 piatti, ponte di Wheatstone
- per sostituzione, cioè il campione è sostituito dal misurando
- con memoria della funzione di struttura, es. galvanometri elettromeccanici

Misura indiretta: la misura è ottenuta mediante elaborazione di due o più misure dirette effettuate su grandezze che intercorrono nella definizione del misurando in un modo spiegato da un modello matematico.

Motivazioni della scelta:

- impossibilità di misura diretta
- comodità/costo

Sistema SI

Caratteristiche:

- unità fondamentali indipendenti tra loro
- una sola unità per grandezza fisica
- assoluto: campioni non dipendono da luogo o tempo
- completo: qualunque unità derivata deducibile dalle fondamentali
- razionalizzato: unità derivate espresse con numeri razionali
- decimale: multipli e sottomultipli decimali
- campioni di pratica attuabilità

7 unità fondamentali, compromesso tra semplicità e proficià, le cui definizioni possono variare ma non potranno variare il nome o il valore del campione.

Caratteristiche metrologiche degli strumenti

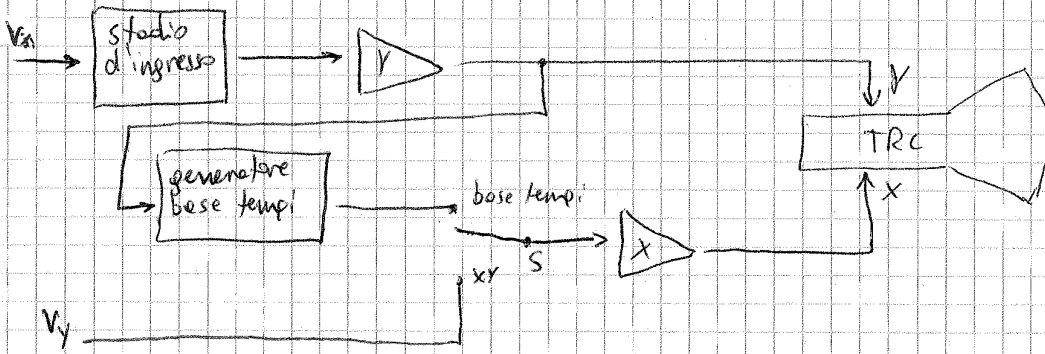
Regime statico

Funzione di taratura

- curve di taratura: caratteristica misura/lettura (M/L) dello strumento, con associate le incertezze ΔM .
- sensibilità: $S = \lim_{\Delta L \rightarrow 0} \frac{\Delta L}{\Delta M}$, inverso della pendenza della curva di taratura. Se la curva di taratura è una retta $L = k$ è detta costante di taratura: $M = kL$.
- risoluzione di lettura ΔL_1 : minima variazione apprezzabile sull'uscita dello strumento (es. 1 div, 1 cifra meno significativa) + ...
- risoluzione di misura ΔM_1 : minima variazione del misurando apprezzabile dallo strumento
- linearità: scostamento massimo della curva di taratura da una retta di riferimento (dipende da come questa viene definita).

Oscilloscopio analogico

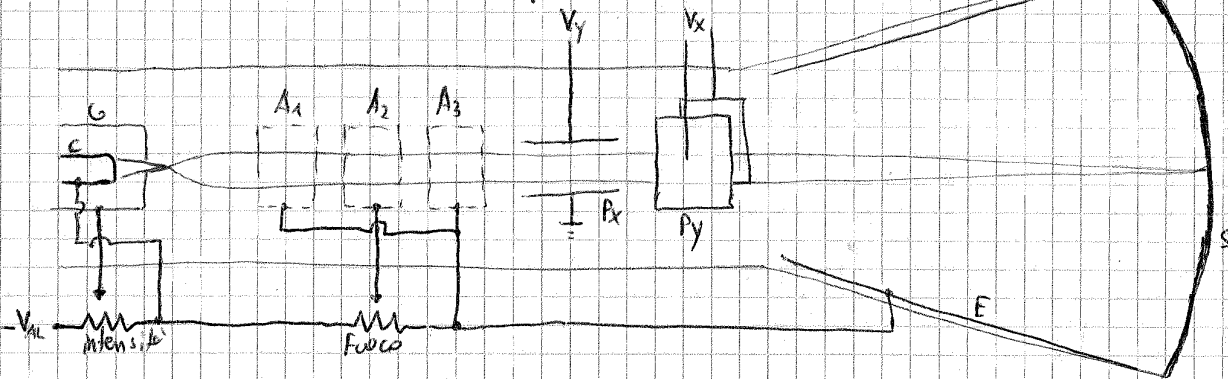
Misura tensioni periodiche nel tempo.



Modalità base tempi: rappresentazione delle tensioni nel dominio del tempo

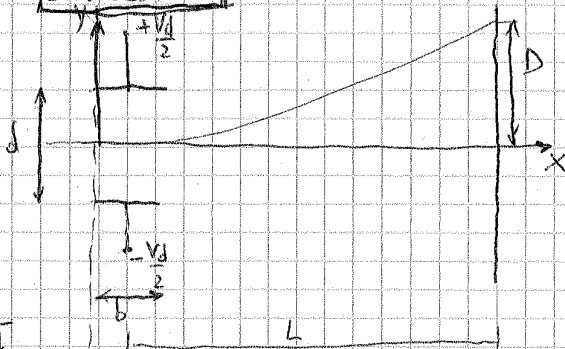
Modalità XY: composizione di due segnali su assi ortogonali

Tubo a raggi catodici (TRC)



- C = catodo, emette elettroni perché riscaldato
- G = griglia di controllo, regola intensità e vi agisce l'impulso di blanking
- A₁ = pre-accelerazione: fa vedere agli e⁻ in uscita da G un potenziale indipendente dal fuoco; se non ci fosse varrebbe il fuoco varrebbe anche l'intensità
- A₂ = fuoco
- A₃ = accelerazione
- P_x, P_y = placche di deflessione
- E = post accelerazione
- S = schermo, rivestito da fosfori che emettono luce se colpiti da e⁻, caratterizzati da persistenza luminosa

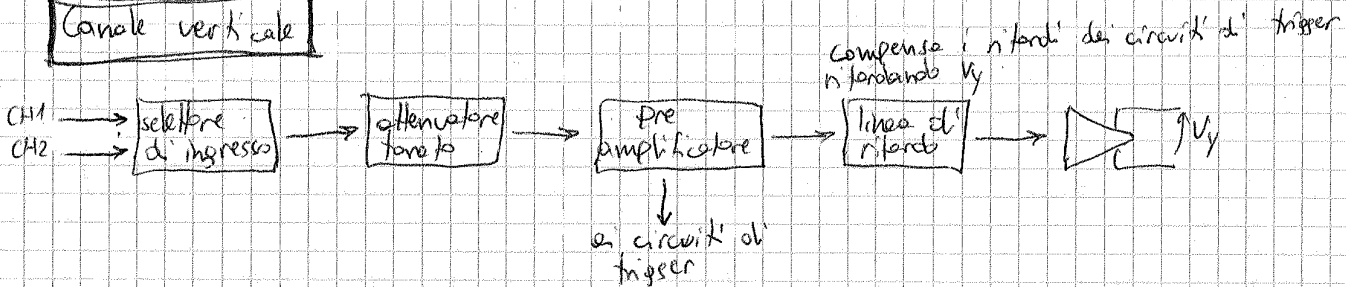
Deflessione



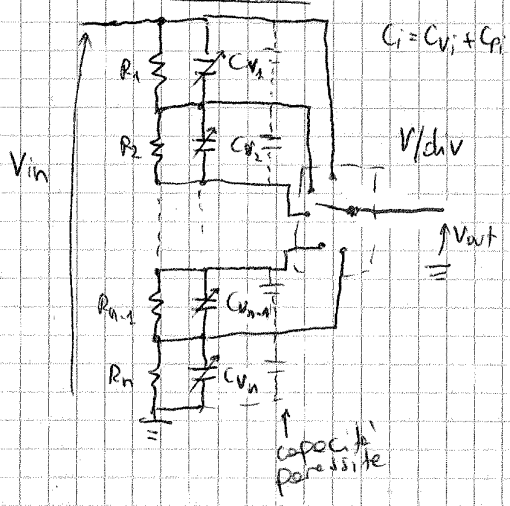
$$D = \frac{1}{2} \frac{L V_d b}{d V_{acc}}$$

(V_{acc} tensione d'accelerazione, prima della deflessione)

Canale verticale



Attenuatore tarato:



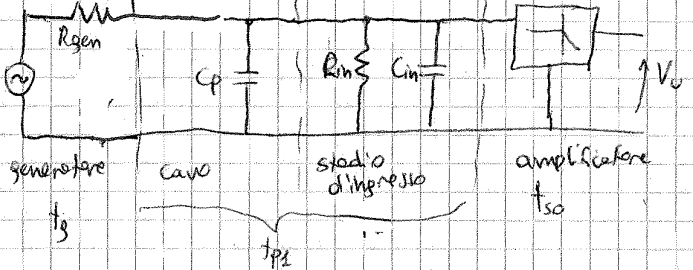
$C_i = C_{v_i} + C_p$ $Z_i = R_i \parallel \frac{1}{j\omega C_i} = \frac{R_i}{1 + j\omega R_i C_i}$ impedenza di ogni "cella"

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{\frac{R_n}{1 + j\omega R_n C_n} + \frac{R_{n-1}}{1 + j\omega R_{n-1} C_{n-1}} + \dots}{\sum_{k=1}^n \frac{R_k}{1 + j\omega R_k C_k}}$$

se $R_i C_i$ è costante, tutti i denominatori si semplificano e $\frac{V_{out}}{V_{in}}$ è semplicemente il rapporto di partizione tra le resistenze e non dipende da ω
 => per questo i condensatori sono variabili e vanno tarati

Effetto di carico dell'oscilloscopio

Modelli del canale verticale:



$t_{so} \approx 2,2 RC = \frac{0,35}{B}$

$f_p = \frac{1}{2\pi RC}$ (R e C nel modello dell'amplificatore come passa-basso del 1° ordine)

$t_{p2} \approx 2,2 (R_{in} \parallel R_{gen}) (C_{in} + C_p) = \frac{0,35}{f_{p2}}$

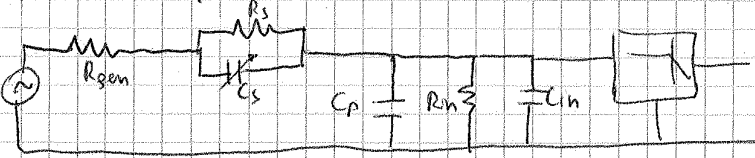
$f_{p2} = \frac{1}{2\pi (R_{in} \parallel R_{gen}) (C_{in} + C_p)}$ si manifesta a cause di $R_{gen} \neq 0$

t_g tempo di salita intrinseco del generatore

$t_m \approx \sqrt{t_{so}^2 + t_{p2}^2 + t_g^2}$ tempo di salita misurato

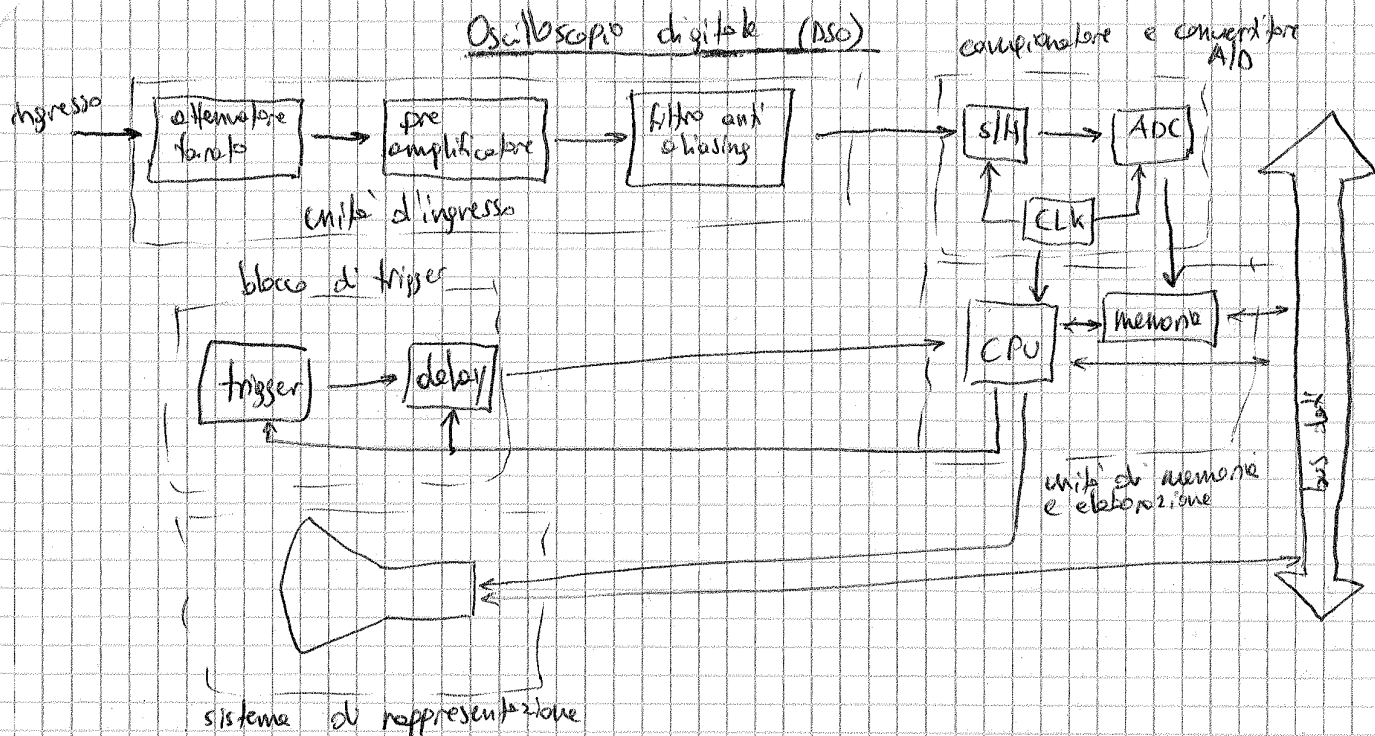
Per ridurre l'effetto di carico

- sonda attiva => richiede alimentazione e amplificatore a largo banda
- sonda compensata:



se $R_s C_s = R_{in} (C_{in} + C_p)$ $f_{p2} \rightarrow f^* = \frac{1}{2\pi R_s C_s}$ con $R_E = (R_s + R_{in}) \parallel R_{gen} \parallel R_{in}$
 $C_E = \frac{C_s (C_{in} + C_p)}{C_s + (C_{in} + C_p)}$

Oscilloscopio digitale (DSO)

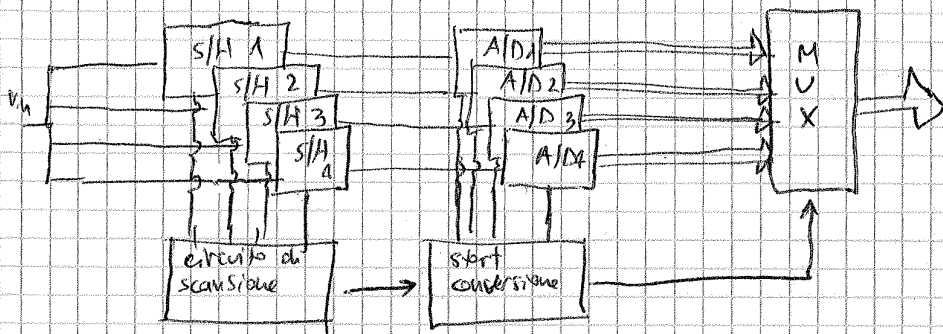


- Pur essendo simile nell'aspetto a un oscilloscopio analogico presenta differenze importanti:
- permette di visualizzare anche segnali non periodici e transienti;
 - il segnale viene campionato, quantizzato e convertito in una sequenza di valori numerici memorizzati in memoria, che vengono letti ciclicamente e visualizzati sotto forma di segnale ricostruito anche se il segnale reale nel frattempo non esiste più;
 - il trigger è un evento collocabile in un punto qualunque della "linea" di osservazione, non solo all'inizio; è quindi possibile visualizzare sia la parte del segnale dopo il trigger (post trigger) ma anche prima (pre trigger);
 - un tempo aveva banda inferiore all'oscilloscopio analogico, oggi invece ha raggiunto e superato le prestazioni degli analogici in tutta la frequenza;
 - è possibile utilizzare schermi LCD o a tubo catodico più grandi che negli oscilloscopi analogici, oltre che a colori; è quindi possibile visualizzare più informazioni in modo migliore;
 - la presenza di una CPU e di un facile interfacciamento verso i calcolatori permette elaborazioni sempre più evolute del segnale.

Unità d'ingresso

Come quelle dell'oscilloscopio analogico con in più il filtro anti-aliasing (poca bassa) per limitare la banda del segnale in ingresso.

- conversioni e s/H multipli (es. 4)



Il segnale è campionato in sequenza dai 4 s/H; ciascun convertitore A/D ha a disposizione per la conversione un tempo pari a $4T_c$ (T_c tempo di campionamento del segnale, in uscita dal mux).

Caratteristica del convertitore A/D:



$$V_q = \frac{V_{FS}}{2^n}$$

intervallo di quantizzazione

Unità di memoria e elaborazione

Memoria:

- di tipo FIFO
- da alcune decine di alcune centinaia di kB, la dimensione è data da "n campioni" x N bit per campione
- alta velocità di scrittura, adeguata alla velocità dell'ADC

CPU: coordina:

- campionamento
- memo di trigger
- elaborazione dei dati in memoria
- presentazione su schermo
- interfacciamento (se in un sistema automatico di misura)

Trigger

Condizioni di trigger (alcuni esempi):

- livello e pendenza, eventualmente con hold-off temporale Δt (comuni negli analizzatori) o dopo N eventi (dopo un evento ne ignora gli N successivi)
- livello e pendenza su un canale, stato logico sull'altro
- stato logico su entrambi i canali, entering o exiting

il campione sul time slot corretto. I campioni che non rientrano in PV sono scartati.

ΔT è limitato da:

- risoluzione ΔT con cui si è in grado di misurare un ritardo temporale, dell'ordine dei ps
- stabilità del clock

$$f_{eq} = \frac{1}{\Delta T} = \frac{N}{PV}$$

Aliasing

fattore di sovracampionamento
 $f_c > 2B$
 $f_c = 2.4B$

Per una ricostruzione corretta del segnale, poiché è a durata limitata, occorre che nell'acquisizione di segnali ripetitivi bisogna considerare come f_c la $f_{eq} = \frac{N}{PV}$, N è un parametro dello schermo dell'oscilloscopio ma PV dipende dalla velocità di scansione orizzontale ($PV = time/div \cdot \#div$ sullo schermo), quindi a basse velocità di scansione c'è rischio di aliasing.

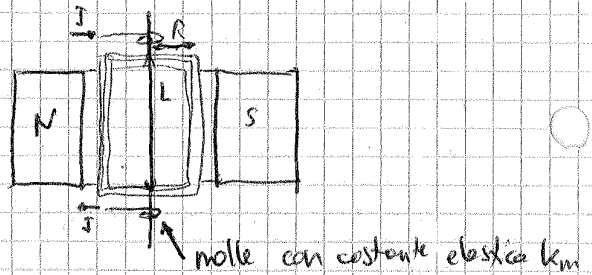
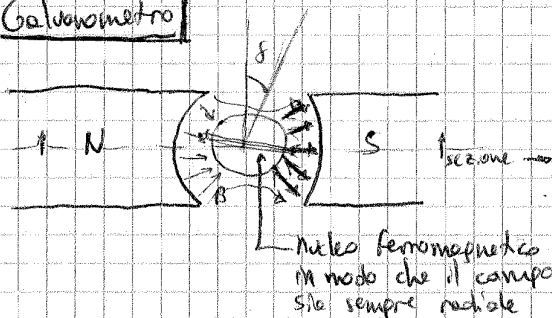
Interpolazione

È necessaria per visualizzare il segnale con una traccia continua invece che con una sequenza di punti.

- lineare: si uniscono i campioni acquisiti con dei segmenti, risultanti dalla somma di due funzioni triangolari di base $2T_c$ centrate sul campione
- con funzione sinc: $X(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(nT_s) \frac{\sin(\pi F_s(t-nT_s))}{\pi F_s(t-nT_s)}$ cioè ogni campione sovrappone una sinc; la funzione ricostruita è la somma di tutte le sinc

Strumenti elettromeccanici M DC

Galvanometro



$$C_{motrice}(\delta) = B(2NL)RI = BSNI = K_E I$$

\uparrow \uparrow
 #spire area della spira

Cresistente (δ) = $K_m \delta$

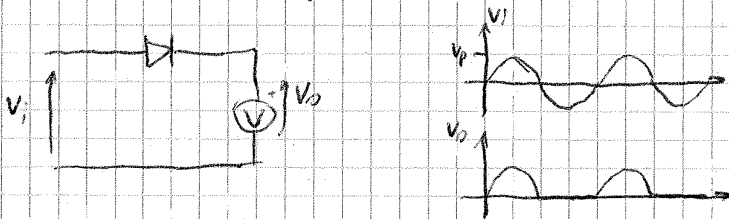
all'equilibrio $C_{motrice} = C_{resistente} \Rightarrow \delta = \frac{K_E}{K_m} I = K_I I$

Valori tipici:

- $B = 0.15 - 0.3 \text{ Wb/m}^2$
- $N = 20 - 100$
- $NI = 1 \mu A$ strumenti commerciali
 $10^{-13} A$ strumenti da laboratorio

Gli strumenti a valor medio misurano il valor medio del segnale raddrizzato,
 La scala è tarata in modo da indicare il valor medio convenzionale, cioè il valor
 medio di una sinusoide raddrizzata.

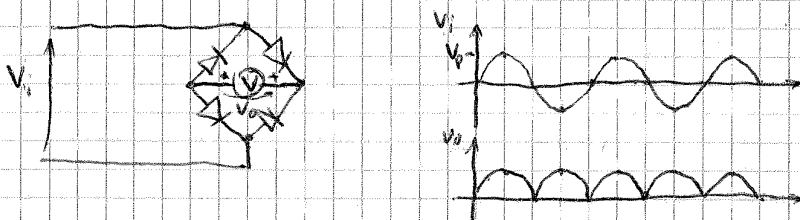
Raddrizzatore a single semiconduttore:



$$V_m = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} V_p \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) dt = \frac{V_p}{\pi}$$

La scala è tarata in $V_{eff} = \frac{V_p}{\sqrt{2}} = \frac{V_m \pi}{\sqrt{2}} \approx 2,22 V_m$

Raddrizzatore a doppia semiconduttore:



$$V_m = \frac{1}{T} \int_0^T V_p |\sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right)| dt = \frac{2}{\pi} V_p$$

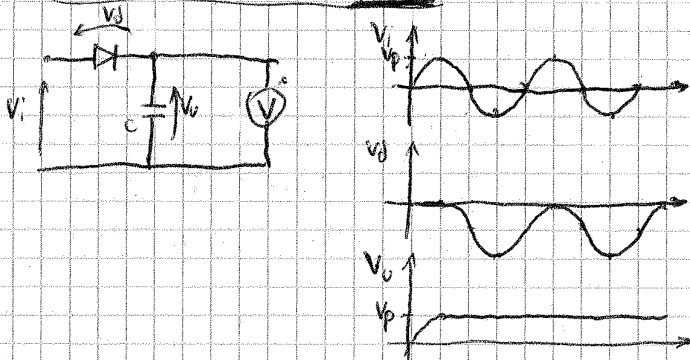
Scala tarata in $V_{eff} = \frac{V_p}{\sqrt{2}} = \frac{V_m \pi}{2\sqrt{2}} \approx 1,11 V_m$

Se il segnale non è sinusoidale il valore letto è il valor medio convenzionale
 moltiplicato per 1,11 o 2,22.

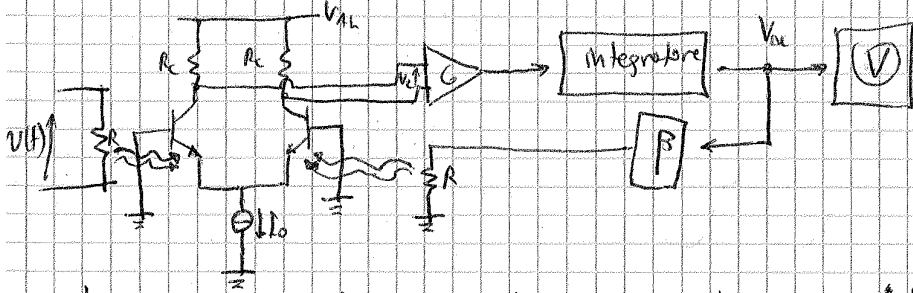
Voltmetro a valore di cresta

La componente continua generata dal circuito non lineare è pari al valore di picco V_p
 del segnale stesso.

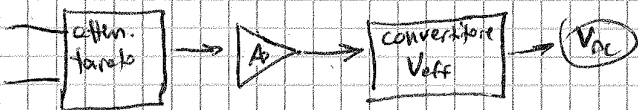
Voltmetro e carico ideale:



Schema di principio:



La temperatura delle \$R\$ varia le \$V_{BE}\$ dei transistor. All'equilibrio \$V_{BE} = V_{BE0}\$, in quanto vuol dire che le due \$R\$ hanno la stessa temperatura. \$V(f)\$ deve però essere amplificato:

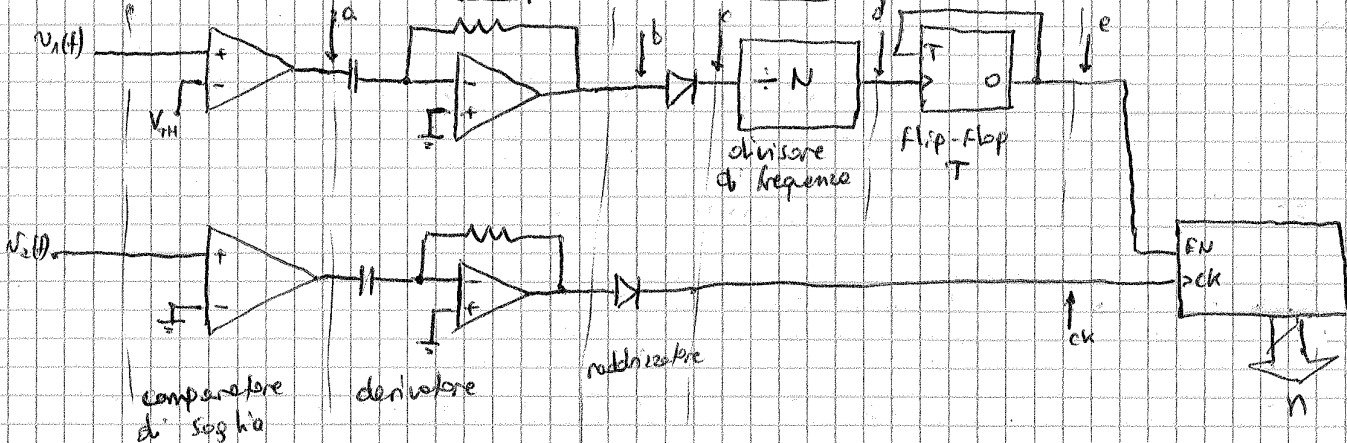


- amplificatore con banda elevata
- problemi di dinamica dell'amplificatore con segnali impulsivi con piccola \$V_{eff}\$ ma elevata ampiezza massima.

Formole utili

$V_m = \frac{1}{T} \int_0^T U(t) dt$ valore medio
 $V_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T U^2(t) dt} = \sqrt{V_{effc}^2 + V_{ac}^2}$ valore efficace
componente continua
\$V_{eff}\$ di \$U(t)\$ senza componente continua
 $V_e = 2,22 V_m$ valore letto su voltmetro a valor medio o segnale semionda
 $V_e = 1,41 V_m$ " " " " " " " doppia semionda
 $V_e = 0,707 V_p$ " " " " " " " o valore di cresta

Frequenzimetri numerici



\$v_1(t)\$ e \$v_2(t)\$ sono il segnale in uscita da un oscillatore (\$v_c(t)\$) oppure il segnale d'ingresso, opportunamente condizionato:



XVIII

con N impuls. $\Rightarrow SN=1 \Rightarrow \frac{\Delta N}{N} = \frac{1}{N}$

$\frac{\Delta f_c}{f_c}$ è l'incertezza del campione al quarzo:
 $\cdot 10^{-9} \rightarrow 10^{-6}$ con quarzo non termostabilito
 $\cdot 10^{-1} \rightarrow 10^{-3}$ con quarzo TCXO

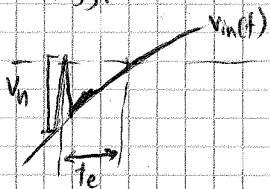
$\frac{\Delta N}{N} = \frac{1}{N} = \frac{T}{T_m}$ può essere diminuito aumentando T_m finché $\frac{\Delta N}{N} \approx \frac{\Delta f_c}{f_c}$ (dopo di che non si

notano ulteriori significativi miglioramenti)

Misura diretta di periodo:

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta N}{N} + \frac{\Delta f_c}{f_c} + \frac{2t_e}{T}$$

- $\frac{\Delta N}{N}$ e $\frac{\Delta f_c}{f_c}$ hanno lo stesso significato che hanno nelle misure di frequenza
- t_e è l'intervallo di tempo di cui può variare la finestra di abilitazione del conteggio a causa del rumore (moltiplicato per 2 perché interviene sia sull'inizio che sulla fine).



$$\frac{V_m}{t_e} = \frac{dV_m}{dt} \Rightarrow t_e = \frac{V_m}{\frac{dV_m}{dt}}$$

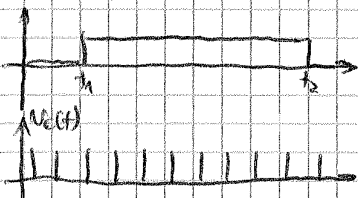
se $V_m = V_s \sin \omega t$ $t_e = \frac{1}{2\pi f \left(\frac{V_s}{V_m} \right)}$



Può essere ridotto aumentando f oppure prendendo il trigger in punti in cui V_m è più ripido.

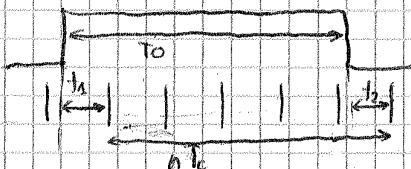
Misura di intervalli di tempo

Si procede come per la misura diretta di periodo (valgono le stesse formule sia per i rami che per le incertezze); se t_1 e t_2 sono i due istanti di tempo di cui si vuole misurare la differenza la porta inizierà a t_1 e finirà a t_2 :



Tecnica di interpolazione

Permette di ridurre l'incertezza di quantizzazione sulle misure di tempo.



$$T_0 = nT_c + t_1 - t_2$$

→ si misurano t_1 e t_2 per compensare (parte) dello scarto dovuto alla quantizzazione.

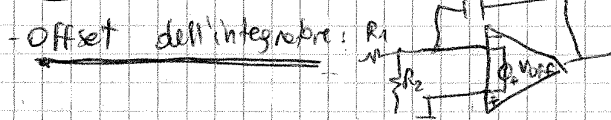
Incertezze:

$$\left| \frac{\delta V_x}{V_x} \right| = \left| \frac{\delta E_0}{E_0} \right| + \left| \frac{\delta T_0}{T_0} \right| + \left| \frac{\delta \left(\frac{R_1}{R_2} \right)}{\frac{R_1}{R_2}} \right| + \left| \frac{\delta f}{f} \right|$$

- $\frac{\delta E_0}{E_0}$ e $\frac{\delta T_0}{T_0}$ sono valutabili da un'analisi circuittale del generatore d'impulsi calibrati
- $\frac{\delta \left(\frac{R_1}{R_2} \right)}{\frac{R_1}{R_2}}$ dipende dalla scelta dei resistori

- $\left| \frac{\delta f}{f} \right| = \left| \frac{\delta f_c}{f_c} \right| + \left| \frac{1}{n} \right|$ come per le misure di frequenza

Altre fonti di incertezza:



$$\frac{1}{R_1 C} \int V_x dt + \frac{1}{(R_1 R_2) C} \int V_{off} dt = \frac{1}{R_2 C} \int E_0 dt$$

$\Rightarrow V_x = E_0 T_0 \frac{R_1}{R_2} f - \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right) V_{off}$ $\Rightarrow \left| \delta V_x \right|_{offset} = \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right) V_{off}$

- offset del comparatore e incertezza su V_{soglia} : non influenzano su f , e quindi nemmeno sulla lettura

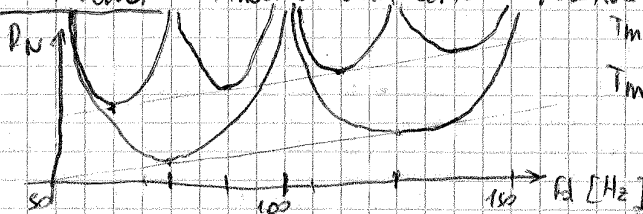
- disturbi (rumore): da un contributo pari al suo valore medio in T_m (tempo di conteggio):

$$\left| \delta V_x \right|_{rumore} = \frac{1}{T_m} \int_{T_m} v_d(t) dt$$

• se il rumore è sinusoidale con periodo T_d il contributo è nullo se $T_m = k T_d$, massimo se $T_m = \frac{(2k+1)}{2} T_d$

Si definisce riezione al rumore l'inverso dell'incertezza relativa dovuta al rumore:

$$R_N = \frac{V_0}{\frac{1}{T_m} \int_{T_m} v_d(t) dt}$$



$T_m = 40 \text{ ms}$
 $T_m = 20 \text{ ms}$

Caratteristiche del voltmetro I.S.

- buona insensibilità al rumore
- tempo di misura elevato
- richiede un oscillatore di buona accuratezza
- richiede componenti analogici di elevata precisione
- richiede frequenti tarature

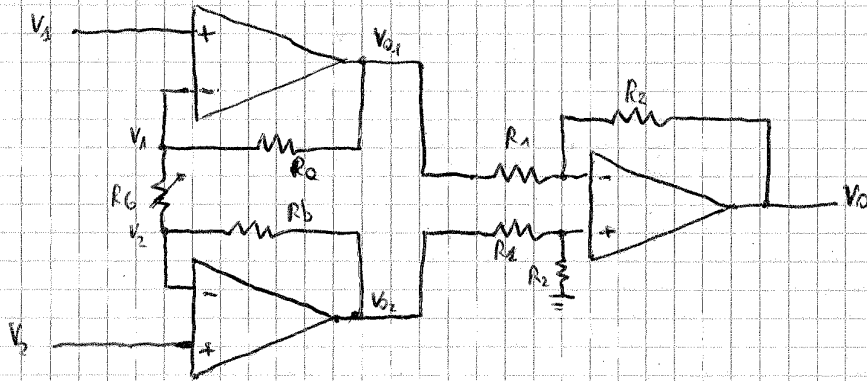
- disturbi (rumore) : come per il voltmetro a I.S. con $T_m = T_c$

Caratteristiche del voltmetro I.D. rispetto all'I.S.:

- le incertezze su R_c, F_c non influiscono su δV_c
- è più semplice realizzare una tensione accurata V_{ref} piuttosto che un impulso di area accurato $E_0 T_0$

Amplificatore da strumentazione

È un amplificatore per segnali differenziali, dove l'informazione è contenuta nella differenza tra due segnali.



$$\textcircled{1} \quad V_0 = \frac{R_2}{R_1} (V_{02} - V_{01})$$

$$\textcircled{2} \quad V_{01} = V_{02} - R_G \frac{V_1 - V_2}{R_G}$$

$$\textcircled{3} \quad V_{02} = V_{01} + R_G \frac{V_1 - V_2}{R_G}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{3} \quad V_1 - V_2 = V_{01} - V_{02} - (R_G + R_G) \frac{V_1 - V_2}{R_G} \quad \textcircled{4}$$

$$\text{dalla } \textcircled{1} \quad V_{01} - V_{02} = \left(1 + \frac{R_G + R_G}{R_G}\right) (V_1 - V_2) \quad \textcircled{5}$$

$$\textcircled{5} - \textcircled{4} \quad \boxed{V_0 = -\frac{R_2}{R_1} \left(1 + \frac{R_G + R_G}{R_G}\right) (V_1 - V_2)}$$

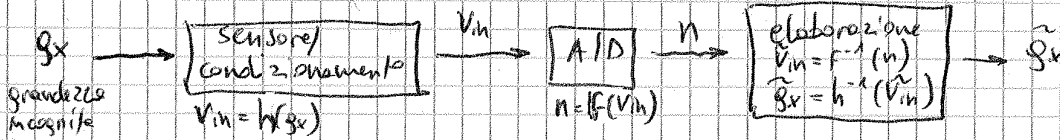
$$A_d = -\frac{R_2}{R_1} \left(1 + \frac{R_G + R_G}{R_G}\right) \quad \text{amplificazione differenziale}$$

$$A_c = \frac{V_1 + V_2}{2} = 0 \quad \text{amplificazione di modo comune}$$

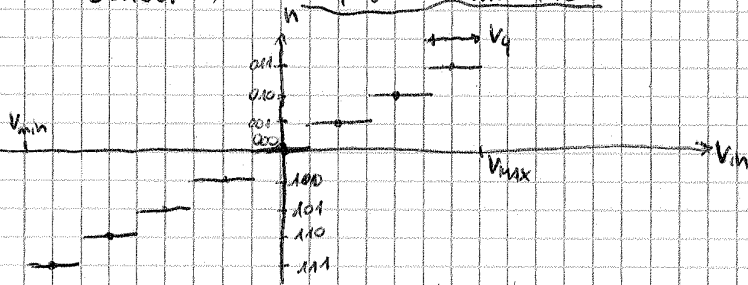
Fosometro numerico

Lo schema a blocchi è analogo al fosometro analogico; T_1 e T sono misurati con tecniche di conteggio.

Caratteristiche metrologiche dei convertitori A/D



Convertitore bipolare simmetrico:



$$V_{FR} = V_{MAX} - V_{MIN}$$

Full-range

$$V_q = \frac{V_{FR}}{2^M}$$

$M = n^\circ$ di bit

$$\tilde{V}_n = V_q \cdot n = f^{-1}(n)$$

$\tilde{V}_n = V_{in}$ nei punti medi di ogni intervallo di ampiezza V_q , l'errore cresce andando verso gli estremi

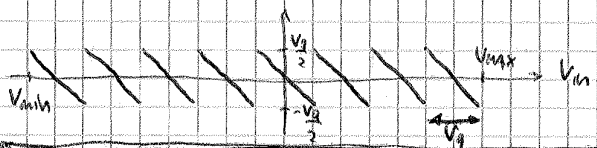
$$\Delta V_n = V_q = \frac{V_{FR}}{2^M}$$

risoluzione

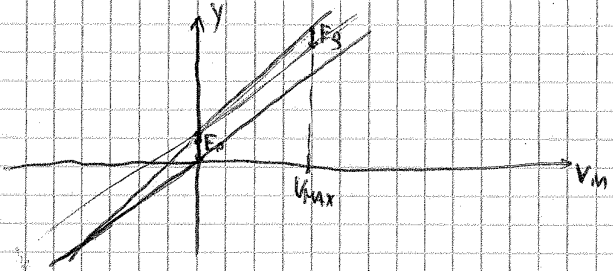
$$\delta V_n = \frac{V_q}{2}$$

incertezza di grandezza 2^{ma}

Errore $\tilde{V}_n - V_{in}$:



Caratteristiche dei convertitori reali



$$y = \frac{V_{in}}{V_q}, \quad n = \text{round}(y) \quad \text{caso ideale}$$

$$y = \alpha \frac{V_{in}}{V_q} + E_0, \quad n = \text{round}(y) \quad \text{caso reale}$$

\uparrow \uparrow
 errore di guadagno errore di offset

$$\alpha = 1 + E_g \frac{V_q}{V_{MAX}}$$

\leftarrow reale

$$V_{in}^R = V_q y = V_q \cdot \left(\alpha \frac{V_{in}}{V_q} + E_0 \right) = V_q \left(\left(1 + E_g \frac{V_q}{V_{MAX}} \right) \frac{V_{in}}{V_q} + E_0 \right) = V_{in} + \frac{V_q}{V_{MAX}} E_g V_{in} + E_0 V_q$$

$$\text{errore} = V_{in}^R - V_{in} = \frac{V_q}{V_{MAX}} E_g V_{in} + E_0 V_q = \frac{E_g}{2^{M-1}} V_q + \frac{V_q E_g}{\text{costante}} \Rightarrow \text{formula binomiale}$$

\uparrow \uparrow
 $V_{in} = n V_q$ dipende dalla lettura n
 $V_{MAX} = 2^{M-1} V_q$

XXVI

Formule utili

Misure di tempo e frequenza

Misura diretta di periodo / di intervalli di tempo

$$T = \frac{n}{N} T_c$$

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{1}{n}$$

$$T_m = N T$$

$$\frac{\delta T}{T} = \frac{1}{n} + \frac{\delta f_c}{f_c} + \frac{2 T_c}{T}$$

$$V_m = V_s \sin \omega t \Rightarrow T_c = \frac{1}{2\pi \omega \frac{V_s}{V_m}}$$

risoluzione

tempo di misura

incertezza

Misure dirette di frequenza

$$F = \frac{n}{N} f_c$$

$$\frac{\Delta F}{F} = \frac{1}{n}$$

$$T_m = N T_c$$

$$\frac{\delta F}{F} = \frac{1}{n} + \frac{\delta f_c}{f_c}$$

Tecnica di interpolazione

$$t_d = R_c C \ln \left(1 - \frac{V_s}{V_m} e^{-\frac{t}{R_c C}} \right)^{-1}$$

R_c resistenza di carica

$R_s = k R_c$ resistenza di scarica

t_s tempo di scarica

Voltmetri numerici

Voltmetro I.C.

$$V_x = E_0 T_0 \frac{R_1}{R_2} F$$

$$\frac{\delta V_x}{V_x} = \frac{\delta E_0}{E_0} + \frac{\delta T_0}{T_0} + \frac{\delta \left(\frac{R_1}{R_2} \right)}{\frac{R_1}{R_2}} + \frac{\delta F}{F} + \frac{1}{n}$$

incertezza

$$\delta V_x |_{\text{offset}} = \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right) V_{\text{off}}$$

errore dovuto all'offset dell'integratore

$$\delta V_x |_{\text{rumore}} = \frac{1}{T_m} \int_{T_m} V_d(t) dt$$

errore dovuto al rumore

$$R_{\text{eff}} = \frac{V_x}{\frac{1}{T_m} \int_{T_m} V_s \sin(2\pi f_d t) dt}$$

refezione al rumore