NUMERO : 247 DATA : 05/03/2012

A P P U N T I

STUDENTE : Frison

MATERIA : Elettrotecnica Impianti Elettrici riassunti
Prof. Tommasini

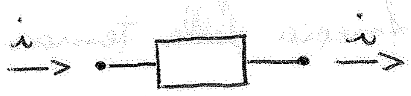
ELETTROTECNICA:

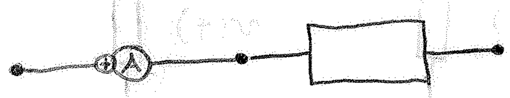
i) ① CORRENTE ELETTRICA:

$$i(t) = \frac{dq_m}{dt}$$

$[i] = A = \text{ampère} \qquad \left(A = \frac{C}{s} \right)$

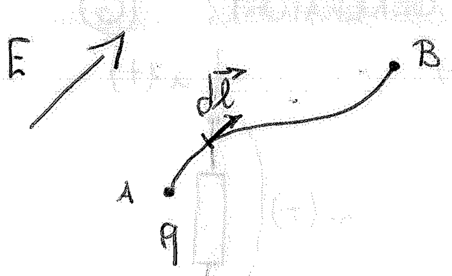
- Strumento di misura: amperometro
- Simbologia:





ii) ② TENSIONE:

$$L = \int_A^B q\, \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$



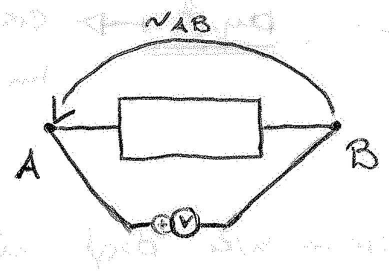
$$v \text{ (tensione)} = \frac{L}{q} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$

$\downarrow$

$v(t)$

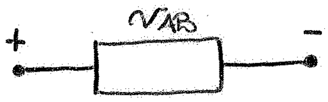
$[v] = V = \text{volt}$

- Strumento di misura: voltmetro
- Simbologia:



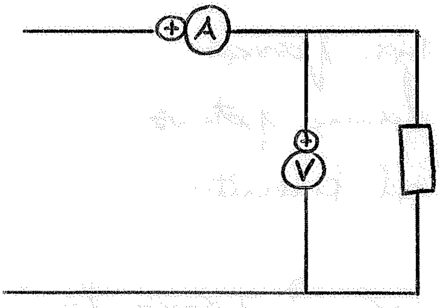
La tensione è definita tra una coppia di morsetti, lungo un arco

- Tensione come differenza di due potenziali:

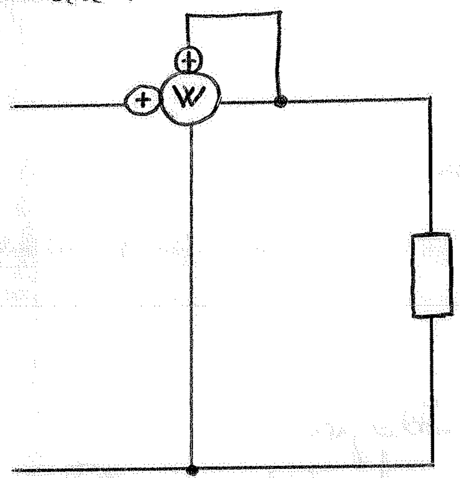


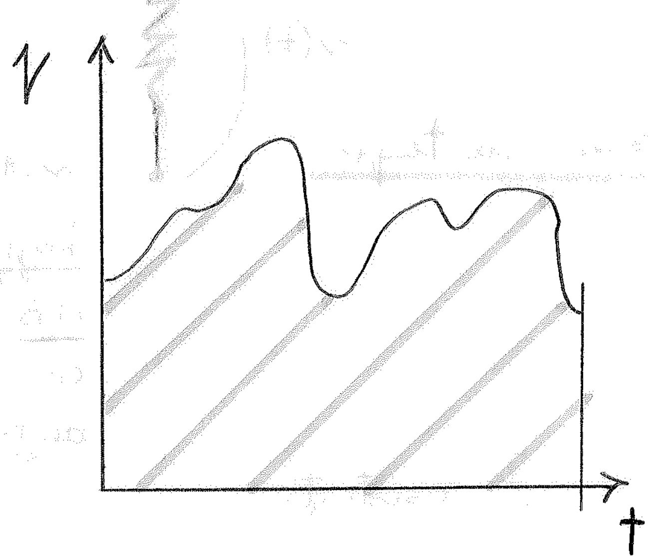
2) Se studio il bipolo con la convenzione dei generatori (G), il prodotto $p(t) = v(t) \cdot i(t)$ indica la <u>POTENZA EROGATA</u> dal bipolo.

Per misurare una potenza si utilizza il wattmetro oppure si misura in modo sincronizzato la tensione e la corrente e si effettua il prodotto. →



wattmetro:





$$E = \int_{t_1}^{t_2} p(t)\,dt$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 5 di 50

$$i(t) = \frac{1}{R} v(t) = G\, v(t)$$

$G = \frac{1}{R}$ —> CONDUTTANZA $\quad [G] = \Omega^{-1} = S =$ siemens

oppure

$\mho$ (mho)

—> Potenza di un resistore:

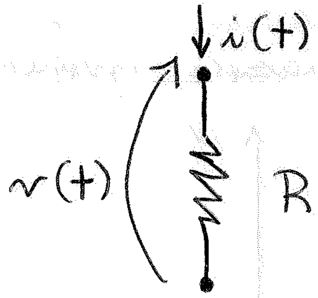
1) Convenzione utilizzatori:

$$p_{A\,(\text{assorbita})}(t) = v(t)\, i(t) =$$

$$p(t) = R\, i^2(t) = R\, (G\, v(t))^2 = \cancel{R} \cdot \left(\frac{1}{R^{\cancel{2}}} v^2(t) \right) =$$

$$p(t) = G\, v^2(t) = \frac{v^2(t)}{R}$$

U



$$p(t) = \frac{v^2(t)}{R}$$

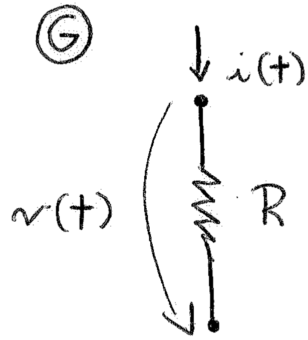
$$\boxed{p(t) \geq 0}$$

Solo in grado di assorbire potenza positiva.

RICORDA:
$v(t) = R\, i(t)$

2) Convenzione generatori:

G



$$p_{E\,(\text{erogata})}(t) = v(t)\, i(t) =$$

$$p(t) = -R\, i^2(t) = -R\, (G\, v(t))^2 = -\cancel{R} \cdot \left(\frac{1}{R^{\cancel{2}}} v^2(t) \right) =$$

$$p(t) = -G\, v^2(t) = -\frac{v^2(t)}{R}$$

$$p(t) = -\frac{v^2(t)}{R} \qquad \boxed{p(t) \leq 0}$$

Potenza erogata negativa.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 7 di 50

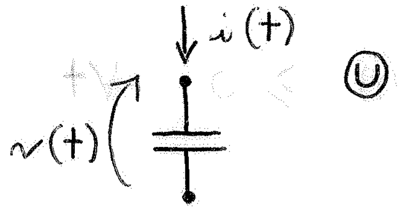
2) CONDENSATORE:

$$\underbrace{q = C v}_{\text{carica proporzionale alla tensione}} \rightarrow C = \frac{q}{v}$$

C: capacità $\quad [C] = \frac{C}{V} = F = \text{farad}$

$\boxed{C > 0}$

- Simbologia condensatore:



- Equazione costitutiva del condensatore in formulazione differenziale:

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = C\frac{dv}{dt}$$

CASO PARTIC.
se $v(t) = \text{cost.}$
$\rightarrow i(t) = 0$

$$\boxed{i(t) = C\frac{dv(t)}{dt}}$$

se utilizzo la convenzione dei generatori è presente un segno negativo davanti all'eq.

- Equazione costitutiva del condensatore in formulazione integrale:

$$\int_{-\infty}^{t} dv(t') = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(t')\,dt'$$

$$v(t) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(t')\,dt' = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t_0} i(t')\,dt' + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i(t')\,dt' =$$

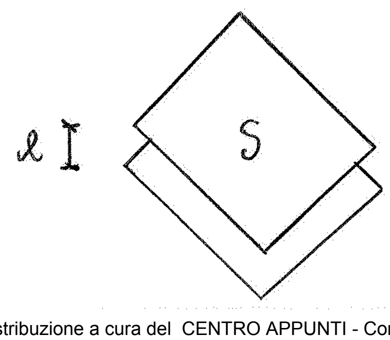
$$\boxed{v(t) = V_0 \left(\begin{array}{c}\text{COSTANTE}\\ \text{INIZIALE}\end{array}\right) + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i(t')\,dt'}$$

- Capacità in un condensatore a facce piane parallele:

$$C = \varepsilon \cdot \frac{S}{l}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0$$

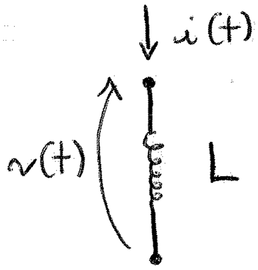
$$\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}\ \frac{F}{m}$$



All'interno delle armature del condensatore è presente un materiale dielettrico (isolante).

3) INDUTTORE:

• Simbologia:

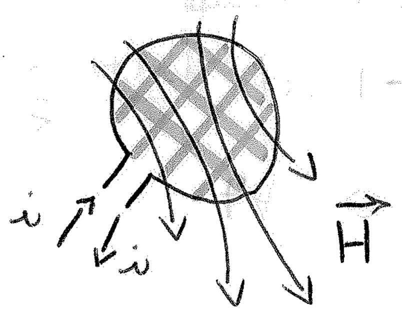


L : induttanza

$[L] = H = $ henry

• Equazione costitutiva dell'induttore in forma differenziale:

Si consideri una spira attraversata da corrente:



1) corrente

↓

2) campo magnetico $(\vec{B} = \mu \vec{H})$

↓

3) induzione magnetica

↓

4) flusso magnetico $\left(\phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S}\right)$

$(\phi = f(i))$ → Relazione lineare di proporzionalità.

$(\phi = L i)$

RICORDA:

$\mu = \mu_r \mu_0$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{H}{m}$

$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$

Applicando la legge di Faraday si ottiene:

$$v = \frac{d\phi}{dt} = L \frac{di(t)}{dt}$$

(ma mi interessa il segno negativo)

⇓

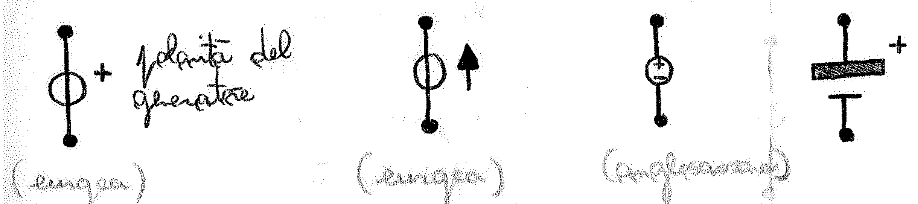
$$\boxed{v(t) = L \frac{di(t)}{dt}}$$

• Equazione costitutiva dell'induttore in forma integrale:

$$\int_{-\infty}^{t} di(t') = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{t} v(t')\, dt'$$

4) GENERATORE (ideale) DI TENSIONE:

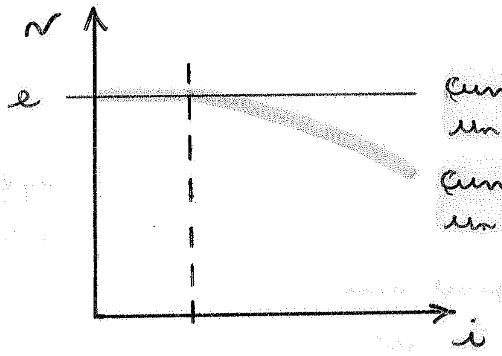
• Simbologia:



Varie forme simboliche di significato equivalente.

Il generatore viene collegato ai morsetti e impone la tensione. → FORZA ELETTROMOTRICE (e)

$$\boxed{v(t) \equiv e(t)} \qquad \forall t, \forall i$$



curva ideale di un generatore (Tensione fissa pari al valore di $\boxed{e}$)

curva reale di un generatore (All'aumentare della corrente, si abbassa la tensione)

E.S. Batteria

N.B.

Indipendentemente dal valore della corrente, la retta è sempre costante.

• Potenza ed energia di un generatore di tensione:

$$p_E(t) = v(t)\,i(t) = e(t)\,i(t) \gtreqless 0$$

1- POTENZA:

Dal significato fisico è una potenza infinita, poiché $e = \text{COST}$ e $i = \infty$.

$$E_E(t) = \int p(t)\,dt = \int e(t)\,i(t) \gtreqless 0$$

2- ENERGIA:

$$E_A = -E_E \lesseqgtr 0$$

Può assorbire energia positiva e negativa.

RICORDA:

La corrente dipende a dove mi attacco, devo calcolarla, non è zero (0)!!

Riassumendo:

- Resistore
- Condensatore
- Induttore

} sono ELEMENTI PASSIVI → Si assorbe sempre energia positiva

$E(t) \geq 0 \; , \; \forall t$

- Generatore di tensione
- Generatore di corrente

} sono ELEMENTI ATTIVI → BIPOLO ATTIVO) Può erogare energia, ma non si può dire che la stia producendo.

$$\underbrace{E(t) \gtrless 0 \; , \; \forall t}$$

Può assorbire energia positiva e negativa.

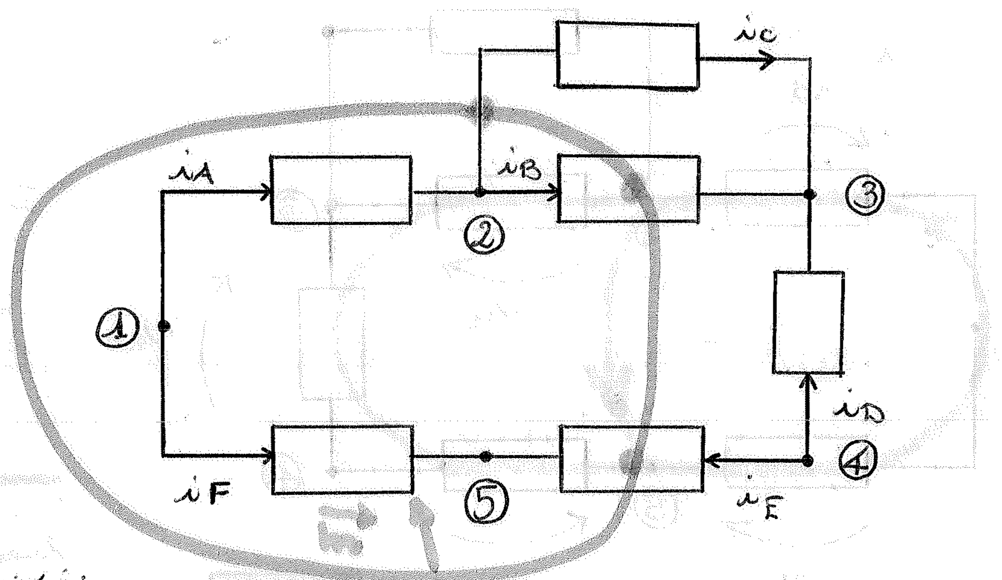
1) LKC:

Legge di Kirchhoff delle correnti:

Vale in ogni istante di tempo, anche con correnti variabili nel tempo ($i' = i''$).

In un circuito elettrico la somma algebrica delle correnti che attraversano una qualsiasi superficie chiusa e orientata, è nulla in ogni istante di tempo. (in condizione stazionaria)

Esempio:



ES. calcolo

Nodo 2

$i_A - i_B - i_C = 0$

$\forall t$

Considerazioni:

- Verso della corrente arbitrario.
- Una corrente per ogni lato.
- Definisco una superficie qualunque. -> normale $\vec{n}$. (nel nostro caso: normale entrante.)
- Per scelta -> convenzione:

positive le correnti concordi a $\vec{n}$.

Nell'esempio: $-i_C - i_B + i_E = 0 \quad \forall t$

OSSERVAZIONI:

$\forall t$

A) È una equazione omogenea (posso cambiare i segni) $+i_C + i_B - i_E = 0$

B) Viene anche definita "legge dei nodi": vado a studiare le correnti nel nodo.

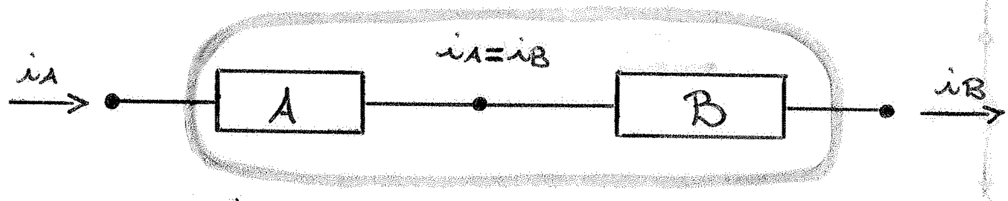
C) Viene anche definita "legge dell'idraulica": $i_A = i_B + i_C$

la somma delle correnti entranti è uguale alla somma delle correnti uscenti.

RETI ADINAMICHE: non hanno eq. diff. (circuiti senza induttori e condensatori)

[SOLO RESISTENZE]

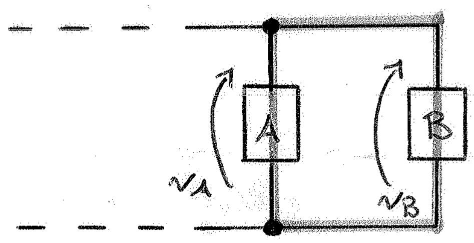
1) SERIE:



Due bipoli sono collegati in serie se hanno un morsetto in comune e a quel morsetto non è collegato nessun altro bipolo.

- Conseguenza: due bipoli collegati in serie sono attraversati dalla stessa corrente ($i_A = i_B$) -> Applicando LKC.

2) PARALLELO:



$v_A - v_B = 0$ Applicando LKT

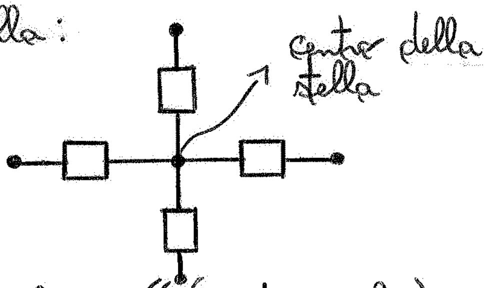
$v_A = v_B$

Due bipoli si dicono collegati in parallelo se ad ogni morsetto del primo bipolo è collegato un morsetto distinto del secondo bipolo.

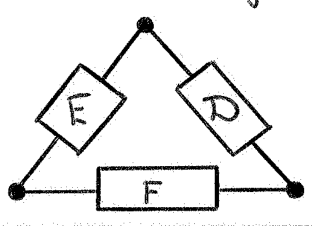
- Conseguenza: due bipoli collegati in parallelo "vedono" la stessa tensione. ($v_A = v_B$)

3) ALTRO: esistono alcuni collegamenti che non possono essere ricondotti in serie ed in parallelo.

a) Collegamento a stella:



b) Collegamento "a poligono" (a triangolo):



Esistono formule per passare da collegamento a stella a collegamento a triangolo.

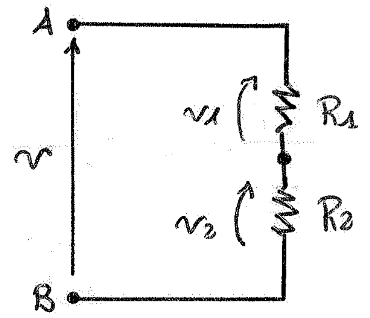
• Partitori di tensione:

Conosco R_1, R_2, v

↓

- gen. con. tra A e B.
- calcolato in preced.
- misurata.

v_1, v_2?

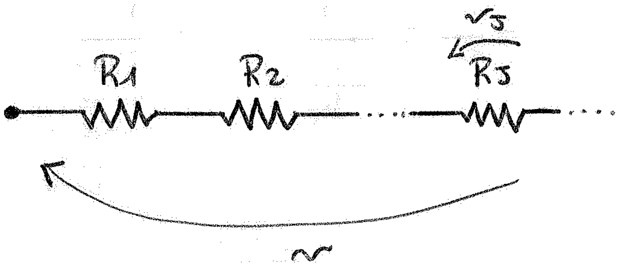


Come si ripartisce v? $\rightarrow$ v_1, v_2?

$$i = \frac{v}{R_S} = \frac{v}{R_1+R_2}$$

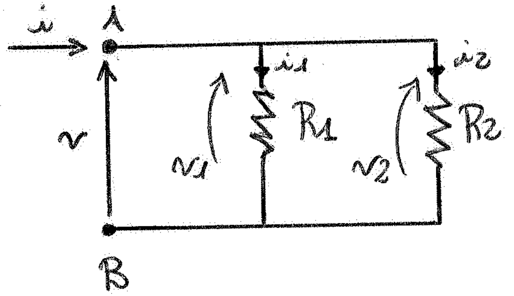
$$\begin{cases} v_1 = R_1 i = \dfrac{R_1}{R_1+R_2} v \\ v_2 = R_2 i = \dfrac{R_2}{R_1+R_2} v \end{cases}$$

Generalizzando:



$$v_k = \frac{R_J}{R_S} v = \frac{R_J}{\sum_{k=1}^{N} R_k} v$$

• Resistori in parallelo:



eq. costitutive) $v_1 = R_1 i_1$

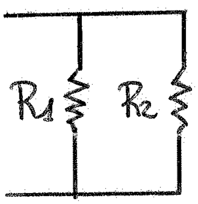
$v_2 = R_2 i_2$

LKC) $i = i_1 + i_2 \quad (i - i_1 - i_2) = 0$

LKT) $v = v_1 = v_2$ come conseguenza del collegamento in parallelo.

$$\underset{\uparrow \text{ LKC}}{i} = i_1 + i_2 \underset{\uparrow \text{ eq. cost.}}{=} \frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) v$$

Simbologia:



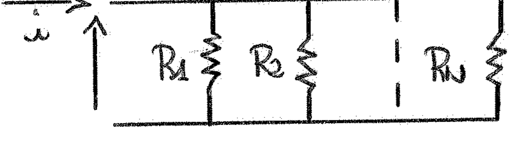
$R_1 \parallel R_2$

$$v = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} i = \frac{1}{\frac{R_2+R_1}{R_1 R_2}} i =$$

$$v = \underbrace{\frac{R_1 R_2}{R_1+R_2}}_{R_P} i = R_P \cdot i$$

Relazione tra tensione e corrente.

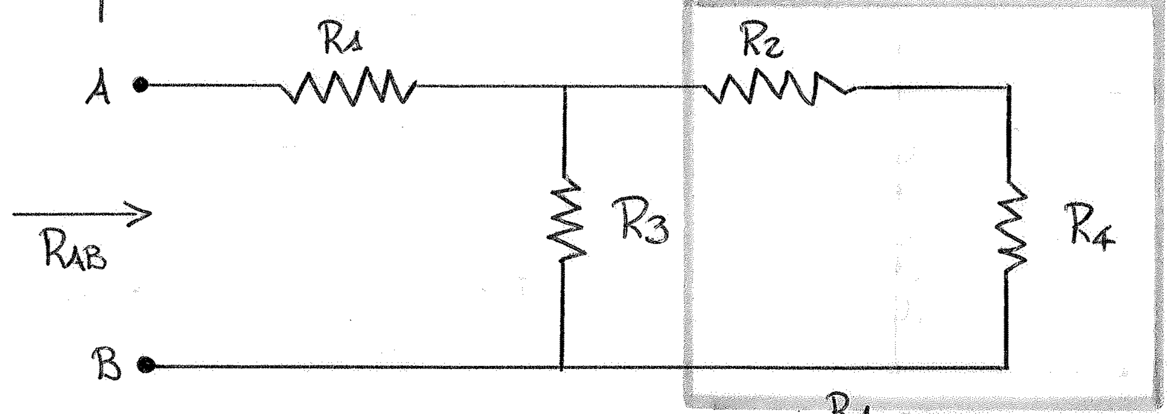
Generalizzando:



N.B. L'espressione in parametrica non vale sull'equaz. nella forma $\left[\frac{R_1 R_2}{R_1+R_2} i\right]$

$$v = \frac{1}{\sum_{k=1}^{N} \frac{1}{R_k}} i = \left(\sum_{k=1}^{N} \frac{1}{R_k}\right)^{-1} \cdot i$$

• Resistenza equivalente: Quanto vale??

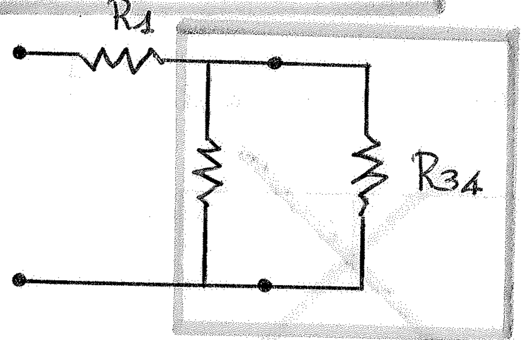


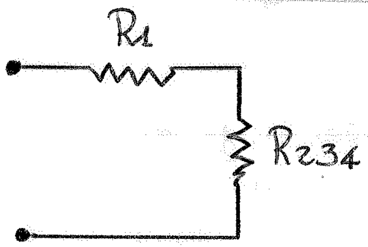
R_3, R_4 serie $\rightarrow R_{34} = R_3 + R_4$

R_2, R_{34} parallele

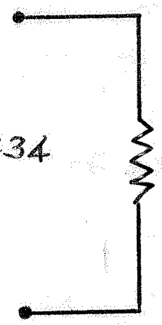
$R_{234} = R_{34} \parallel R_2 = (R_3 + R_4) \parallel R_2$

$R_{AB} = R_1 + R_{234} = R_1 + (R_3 + R_4) \parallel R_2$

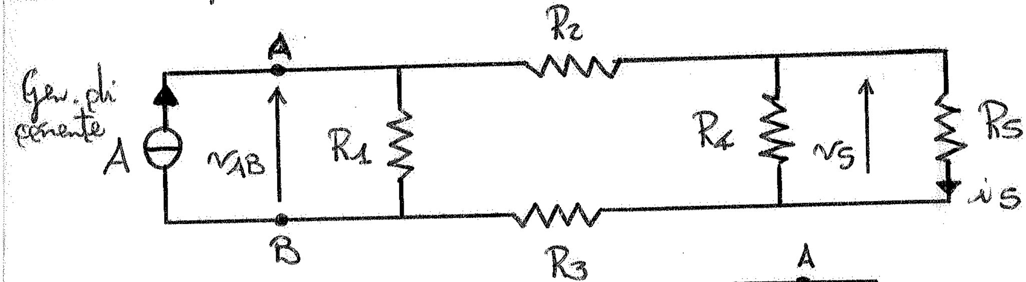




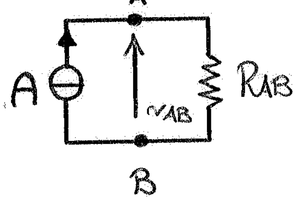
$R_{AB} = R_{1234}$



Altre esempio:



v_5??



$v_{AB} = R_{AB} \cdot A$

$R_4 \parallel R_5$

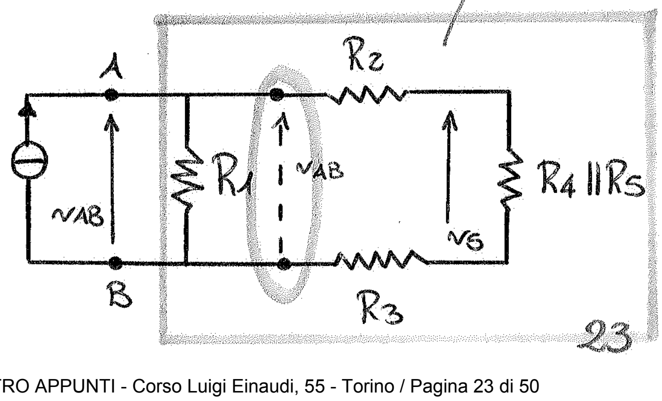
$R_2 + R_3 + R_4 \parallel R_5$

$R_{AB} = R_1 \parallel (R_2 + R_3 + R_4 \parallel R_5)$

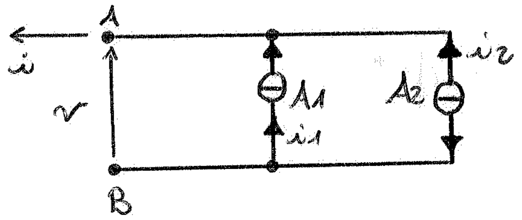
$\downarrow$

$$v_5 = \frac{R_4 \parallel R_5}{R_2 + R_3 + R_4 \parallel R_5} \cdot v_{AB}$$

Classico esempio di partitore di tensione.



• Parallelo di generatore di corrente:



$i_1 = A_1$
$i_2 = -A_2$
$\forall t$

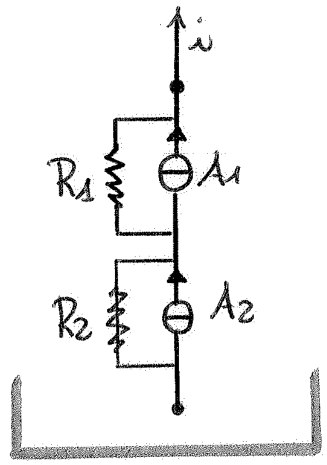
$\longmapsto$

$i_1 + i_2 = i$
$i = A_1 - A_2 \quad \forall v, \forall t$

• Serie di generatori di corrente:

- se $A_1 \neq A_2$ viola la LKC
- se $A_1 = A_2 \rightarrow i = A_1 = A_2$

Non va bene, serve un modello più raffinato....

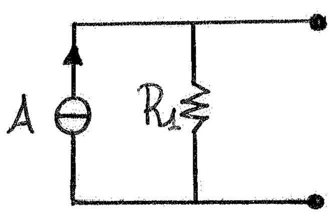


• Generatore di tensione in serie a resistori:

BIPOLO DI THEVENIN

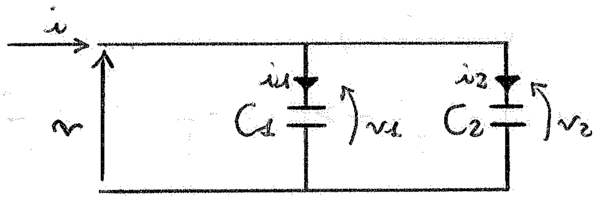
È un bipolo equivalente che mi permette di rappresentare un circuito formato da un numero arbitrario di generatori e resistori.

• Generatore di corrente in parallelo a resistori:



BIPOLO DI NORTON

• Condensatori in parallelo: (il nodo è tutto il lato, sono in parallelo gli elementi)



LKC)

$i_1 = C_1 \frac{dv_1}{dt}$

$i_2 = C_2 \frac{dv_2}{dt}$

$i = i_1 + i_2 = C_1 \frac{dv_1}{dt} + C_2 \frac{dv_2}{dt}$

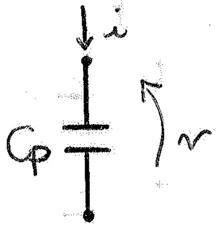
$i = \underbrace{(C_1 + C_2)}_{C_P} \frac{dv}{dt}$

LKT) $v_1 = v_2 = v$

- Generalizzando:

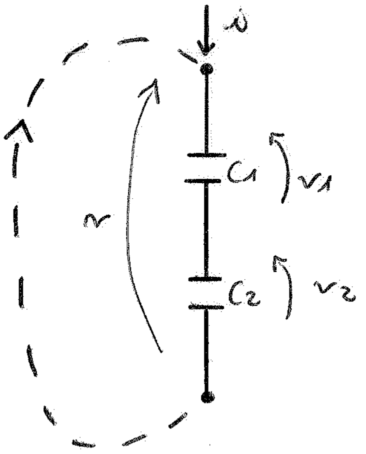
$C_P = C_1 + C_2$

$C_P = \sum_{k=1}^{N} C_k$



• Serie di condensatori:

(U)



LKC) $i = i_1 = i_2$

LKT) $v - v_1 - v_2 = 0 \rightarrow v = v_1 + v_2$

eq. costitutive)

$i_1 = C_1 \frac{dv_1}{dt} \qquad i_2 = C_2 \frac{dv_2}{dt}$

$$\begin{cases} dv_1 = \frac{1}{C_1} i_1 \, dt = \frac{1}{C_1} i \, dt \\ dv_2 = \frac{1}{C_2} i_2 \, dt = \frac{1}{C_2} i \, dt \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_1 = \int_{-\infty}^{t} \frac{1}{C_1} i(t') \, dt' \\ v_2 = \int_{-\infty}^{t} \frac{1}{C_2} i(t') \, dt' \end{cases}$$

$$v = \frac{1}{C_1} \int_{-\infty}^{t} i(t') \, dt' + \frac{1}{C_2} \int_{-\infty}^{t} i(t') \, dt'$$

$$v = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) \left[\int_{-\infty}^{t} i(t') \, dt' + \int_{-\infty}^{t} i(t') \, dt' \right] = v_0 + C_S \int_{t_0}^{t} i(t') \, dt'$$

eq. equivalente: $v = v_0 + C_S \int_{t_0}^{t} i(t') \, dt'$

- Generalizzando:

$C_S = \sum_{k=1}^{N} \frac{1}{C_K}$ • N = n° capacità

Giusto??

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 27 di 50

FASORI:

ES. 7.1) Calcolare i numeri complessi risultanti dalle seguenti espressioni:

a) $\frac{15\angle 45°}{3-j4} + j2$

$x\angle\varphi = x\cos\varphi + jx\sin\varphi$

$15\cos(45°) + j15\sin(45°) = 15\frac{\sqrt{2}}{2} + j15\frac{\sqrt{2}}{2} = 10,6 + j10,6$) $15\angle 45°$

RICORDA:

$j^1 = \sqrt{-1}$

$j^2 = -1$

$j^3 = -j$

$j^4 = 1$

$\frac{10,6 + j10,6}{3-j4} + j2$

$\frac{(10,6 + j10,6)(3+j4)}{(3-j4)\cdot(3+j4)} + j2$

$\frac{31,80 + 31,8j + 42,40j + 42,40j^2}{9 + \cancel{12j} - \cancel{12j} - 16j^2} + j2$

$\frac{31,80 + 74,20j - 42,40}{9+16} + j2$

$\frac{-10,6 + 74,20j}{25} + j2$

$-0,42 + 2,97j + j2 \longrightarrow -0,42 + 4,97j$

e) $4\angle(-10°) + \frac{1-j2}{3\angle 6°}$

$4\cos(-10°) + j4\sin(-10°) = 4\cdot 0,98 + j4\cdot(-0,17) = 3,94 - 0,69j$) $4\angle(-10°)$

$3\cos(6°) + j3\sin(6°) = 3\cdot 0,99 + j3\cdot 0,10 = 2,98 + j0,31$) $3\angle 6°$

$3,94 - 0,69j + \frac{1-j2}{2,98 + j0,31}$

$3,94 - 0,69j + \frac{(1-j2)\cdot(2,98-j0,31)}{(2,98+j0,31)(2,98-j0,31)}$

$3,94 - 0,69j + \frac{2,98 - j0,31 - 5,96j + 0,62j^2}{8,88 + \cancel{0,92j} - \cancel{0,92j} - 0,096j^2}$

$3,94 - 0,69j + \frac{2,98 - 6,27j - 0,62}{8,88 + 0,1}$

ES. 7.3) Calcolare le seguenti espressioni utilizzando i fasori:

a) $3\sqrt{2}\cos(50t+10°)-5\cos(50t-30°)$ $\rightsquigarrow$ ω: pulsazione (50)

$3\angle 10° - 5\angle(-30)°$

$3\cos(10°)+j3\sin(10°)-5\cos(-30°)-5j\sin(-30°)$

$2{,}95+0{,}52j-4{,}33+2{,}5j \Rightarrow -1{,}38+3{,}02j$

$\sqrt{(-1{,}38)^2+(3{,}02)^2}\ \angle\ tg^{-1}\left(\frac{3{,}02}{-1{,}38}\right)$

$3{,}32\angle -65{,}44°+180°$

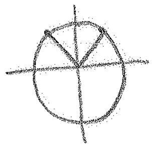
$3{,}32\angle 114{,}56°$

$3{,}32\sqrt{2}\cos(50t+114{,}56°)$

b) $40\sqrt{2}\sin 30t + 30\cos(30t-45°)$

$\sin\alpha = \cos(\alpha-90°)$

$\cos\alpha = \sin(\alpha+90°)$



$40\cos(0-90°) \rightarrow \alpha=0°$; $j40\sin(-90°)$

$40\cos(-90°)+j40\sin(-90°)$

$0-j40$

$-j40+30\angle(-45°)$

$-j40+30\cos(-45°)+j30\sin(-45°)$

$-j40+21{,}21-j21{,}21$

$21{,}21-61{,}21j$

$\sqrt{(21{,}21)^2+(-61{,}21)^2}\ \angle\ tg^{-1}\left(\frac{-61{,}21}{21{,}21}\right)$

$64{,}78\angle -70{,}89°$

$64{,}78\sqrt{2}\cos(30t-70{,}89°)$

<u>N.B.</u> Quando occorre aggiungere o togliere 180° ??

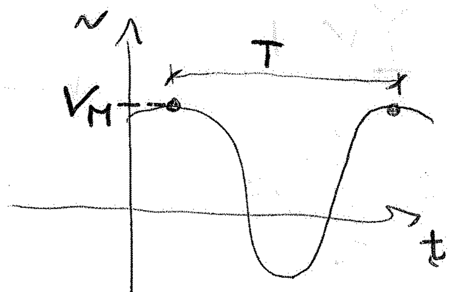
Si ha un REGIME SINUSOIDALE quando la fase d'onda di corrente e tensione hanno un andamento sinusoidale. $v(t) = V_M \sin(\omega t + \varphi)$

V_M: valore efficace (max)

ω = pulsazione $= 2\pi f$ $\left[\frac{rad}{s}\right]$

φ = fase ; frequenza $= f = \frac{1}{T}$ [Hz]

T → periodo



Formula della sinusoide di riferimento: $v(t) = \sqrt{2}\, V \sin(\omega t + \varphi)$

FASORE: n° complesso che corrisponde, nel dominio del tempo, ad una grandezza sinusoidale.

$a(t)$: funzione sinusoidale

A: valore efficace ; φ ; ω.

$$\underline{A} = A e^{j\varphi}$$

IMPEDENZA: $[\underline{Z}] = \Omega$ Analogo alla resistenza.

$$\underline{V} = \underline{Z}\,\underline{I} \qquad \underline{Z} = R + jX \longrightarrow$$

- R: parte reale.
- X: parte immaginaria.

$$\underline{Z} \begin{cases} R & \text{Resistore} \\ jX_C = -j\dfrac{1}{\omega C} & \text{Condensatore} \\ jX_L = j\omega L & \text{Induttore} \end{cases}$$

[OPERARE NEL DOMINIO DEI FASORI.]

$X_C = -\dfrac{1}{\omega C} < 0$ Reattanza capacitiva.

$X_L = \omega L > 0$ Reattanza induttiva.

Z è un N° COMPLESSO, ma non è un fasore!!

POTENZA ATTIVA: $[P] = \text{watt} = W$

Potenza in kW che si legge sul contatore.

$$P = \langle p_a(t) \rangle = VI\cos\varphi$$
$$\langle p(t) \rangle$$

$$P = VI\cos\varphi$$

V = valore efficace tensione.
I = valore efficace corrente.

POTENZA REATTIVA: $[Q] = \text{var}$ (voltampère reattivi)

→ misura degli scambi energetici reversibili. (flussi)

→ è il valore di picco della potenza reattiva istantanea.

$$Q = VI\sin\varphi$$

POTENZA IN UN'IMPEDENZA: (sistema fasoriale)

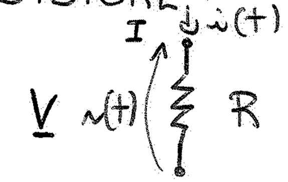
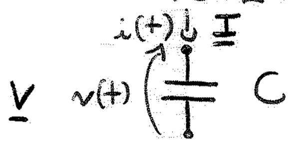
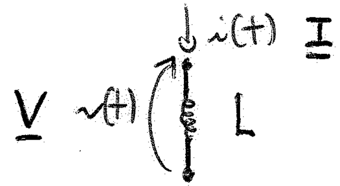
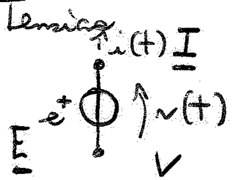
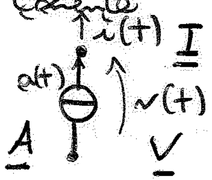
$$\begin{cases} \underline{V} = V e^{j\varphi_V} \\ \underline{I} = I e^{j\varphi_I} \end{cases}$$

→ complesso coniugato del fasore della corrente. $\underline{I}^* = I e^{-j\varphi_I}$

$$\underline{V}\cdot\underline{I}^* = VI e^{j(\varphi_V - \varphi_I)} = VI e^{j\varphi} = \overbrace{VI(\cos\varphi + j\sin\varphi)}^{\text{notazione euleriana}} =$$

$$= \underbrace{VI\cos\varphi}_{P} + j\underbrace{VI\sin\varphi}_{Q} = P + jQ$$

EQUAZ. COSTITUTIVE:

COMPONENTI	DOMINIO DEL TEMPO	FASORI
RESISTORE: 	$v(t) = R\,i(t)$	$\underline{V} = R \cdot \underline{\underline{I}}$
CONDENSATORE: 	$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$	$\underline{\underline{I}} = j\omega C\,\underline{V}$ $\underline{V} = \frac{1}{j\omega C}\,\underline{\underline{I}}$
INDUTTORE: 	$v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$	$\underline{V} = j\omega L\,\underline{\underline{I}}$
GENERATORE: Tensione  Corrente 	$v(t) \equiv e(t)$ $\forall t, \forall i$ Tensione ; $i(t) \equiv a(t)$ $\forall v, \forall t$ Corrente	Tensione $\underline{V} \equiv \underline{E} \quad \forall \underline{\underline{I}}$ Corrente $\underline{\underline{I}} \equiv \underline{A} \quad \forall \underline{V}$

$R = \rho \frac{l}{S}$ ρ: resistività

$[R] = \Omega$ $\sigma = \frac{1}{\rho}$ = conducibilità

$v(t) = R \cdot i(t)$ $G = \frac{1}{R}$ = conduttanza

$i(t) = \frac{1}{R} v(t) = G\,v(t)$ $[G] = \Omega^{-1}$

CORTO CIRCUITO:

$R = 0$ $v(t) = 0 \quad \forall i, \forall t$ 

$(G \to \infty)$

CIRCUITO APERTO:

$G = 0$ $i(t) = 0 \quad \forall v, \forall t$ 

$(R \to \infty)$

N.B. Con corrente COST. l'induttore si comporta come un cortocircuito.
Con corrente COST. il condensatore si comporta come un circuito aperto.

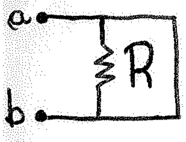
- Condensatore: $q = Cv \to C = \frac{q}{v}$ $[F]$
- Induttore: $[L] = H$ = Henry

POTENZA DI UN RESISTORE:

$$p_A(t) = v(t) \cdot i(t) = R i^2(t) = R\,(G v(t))^2 =$$
$$= \cancel{R} \cdot \left(\frac{1}{R^{\cancel{2}}} v^2(t) \right) = \frac{1}{R} v^2(t) =$$
$$= G v^2(t) = \frac{v^2(t)}{R}$$

$+ \to \geq 0$

$- \to \leq 0$



$R_{ab} = 0$ "R è in parallelo ad un corto circuito"

ELETTRO

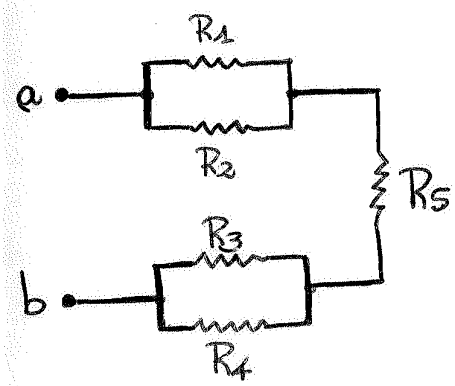
R

$$(R)\,||\,(R) \rightarrow \frac{1}{\frac{1}{R}+\frac{1}{R}} \rightarrow \frac{R}{2}$$

$$(2R)\,||\,(2R) \rightarrow \frac{1}{\frac{1}{2R}+\frac{1}{2R}} \rightarrow R$$

$$(3R)\,||\,(2R)\,||\,(R) \rightarrow \frac{1}{\frac{1}{3R}+\frac{1}{2R}+\frac{1}{R}} \rightarrow \frac{6}{11}R$$

$$(R_6+R_5)\,||\,R_4 \rightarrow \frac{1}{\frac{1}{R_6+R_5}+\frac{1}{R_4}}$$



$$R_{ab} = (R_1\,||\,R_2) + (R_3\,||\,R_4) + R_5$$

- Due bipoli sono collegati in serie se hanno un morsetto in comune e a quel morsetto non è collegato nessun altro bipolo. -> stessa corrente. LKC
- Due bipoli si dicono collegati in parallelo se ad ogni morsetto del primo bipolo è collegato un morsetto distinto del secondo bipolo -> stessa tensione. LKT

ES. Lampadina ② → Sistema monofase

$P \simeq 25\ W$

$\cos\varphi = 1$

$U_m = 230\ V$

$$I = \frac{P_m}{U_m \cdot \cos\varphi}$$

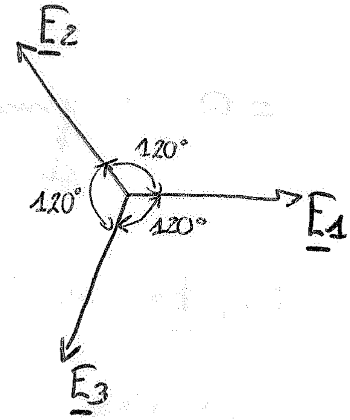
Non c'è il $\sqrt{3}$ perché ho la tensione in monofase.

N.B.

$\cos\varphi = 1$ carico resistivo.

$\cos\varphi < 1$ carico induttivo.

ELETTRO: SISTEMI TRIFASE



- Un sistema trifase si dice simmetrico se le tensioni sono uguali in modulo e sfasate di 120°.

$$|\underline{E}_1| = |\underline{E}_2| = |\underline{E}_3| = E$$

$$|\varphi_i - \varphi_j| = 120° \quad i \neq j$$

$$\left(\underline{E}_1 + \underline{E}_2 + \underline{E}_3 = 0\right) \qquad \begin{cases} \underline{E}_1 = E \\ \underline{E}_2 = E\,e^{-j120°} \\ \underline{E}_3 = E\,e^{j120°} \end{cases}$$

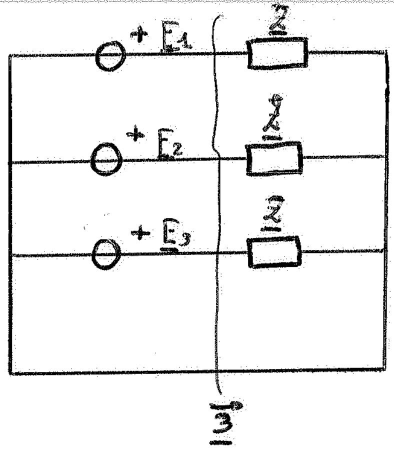
- Un sistema trifase si dice equilibrato se $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{E}_1}{\underline{Z}_1} \ ; \quad \underline{I}_2 = \frac{\underline{E}_2}{\underline{Z}_2} \ ; \quad \underline{I}_3 = \frac{\underline{E}_3}{\underline{Z}_3}$$

$$\underline{I}_n = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = \frac{\underline{E}_1}{\underline{Z}_1} + \frac{\underline{E}_2}{\underline{Z}_2} + \frac{\underline{E}_3}{\underline{Z}_3}$$

$$\underline{I}_n = \underbrace{\frac{1}{\underline{Z}}}_{\text{sistema equilibrato}} (\underline{E}_1 + \underline{E}_2 + \underline{E}_3) \underbrace{= 0}_{\text{sistema simmetrico}}$$

• **POTENZA** (sistema trifase)



$\underline{I}^*$: complesso coniugato.

$$\underline{S} = \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{S}_3 =$$

$$\underline{S} = \underline{E}_1 \underline{I}_1^* + \underline{E}_2 \underline{I}_2^* + \underline{E}_3 \underline{I}_3^* =$$

$$\underline{S} = EI\, e^{j(\varphi_{E1} - \varphi_{I1})} +$$
$$+ EI\, e^{j(\varphi_{E2} - \varphi_{I2})} +$$
$$+ EI\, e^{j(\varphi_{E3} - \varphi_{I3})}$$

$$S = 3EI\, e^{j\varphi_z} = 3EI^{j\varphi} =$$

$$S = 3EI\cos\varphi + j\,3EI\sin\varphi$$

$$V = \sqrt{3}\,E$$

$P = 3EI\cos\varphi \rightarrow$ potenza attiva.

$Q = 3EI\sin\varphi \rightarrow$ potenza reattiva.

$$\begin{cases} P = \sqrt{3}\,VI\cos\varphi \\ Q = \sqrt{3}\,VI\sin\varphi \end{cases} \rightarrow Q = P\,tg\,\varphi$$

$$\underline{S} = P + jQ$$

$$S = \sqrt{3}\,VI$$

$U_n = 230\ V$ monofase

$U_n = 400\ V$ trifase

$P_n\ [kW]$: potenza attiva

$\cos\varphi = 1$ circuito resistivo

$\cos\varphi < 1$ circuito induttivo

Tensione limite: $U_L = 50\ V$ ambiente interno

$U_L = 25\ V$ ambiente esterno (es. cantieri edili)

Interruttore ad alta sensibilità: $\left.\begin{matrix} 0{,}01\ A \\ 0{,}03\ A \end{matrix}\right) I_{dn}$

$R = F \cdot P \cdot M$

SISTEMA TT:

Corrente di guasto: $I_g = \dfrac{u_0}{R_E + R_N}$

ES. $u_0 = 230\ V$

$R_E = 25\ \Omega$

$R_N = 0{,}3\ \Omega$

$$I_g = \frac{230}{25 + 0{,}3} \cong 9\ A$$

Tensione di guasto: $u_E = \dfrac{R_E}{R_E + R_N} \cdot u_0$

$$u_E = \frac{25}{25 + 0{,}3} \cdot 230 \cong 230\ V$$

SISTEMA TN:

$$u_T = u_0 \frac{Z_{PE}}{Z_f + Z_{PE}}$$

$\begin{cases} Z_{PE}: \text{impedenza di terra.} \\ Z_f: \text{impedenza della fase.} \end{cases}$

u_0 : tensione totale

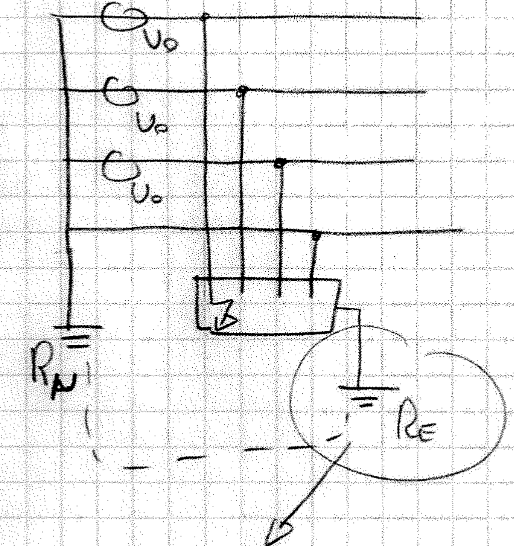
u_T : tensione sulle masse

Z_S : impedenza dell'anello di guasto

$$Z_S \leq \frac{u_0}{I_a}$$

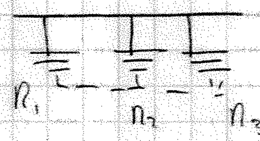
$\begin{cases} I_a = I_{0,4\ sec} \\ \text{c.t.} \leq 32\ A \\ I_a = I_{5\ sec} \\ \text{c.t.} > 32\ A \\ I_a = I_{dn} \end{cases}$; c. distr. int. diff.

(1) SIST. TT



$U_0 = U_0 = U_0 = 400V$

sono in //
impongono la stessa tensione

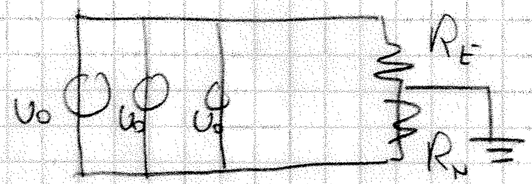


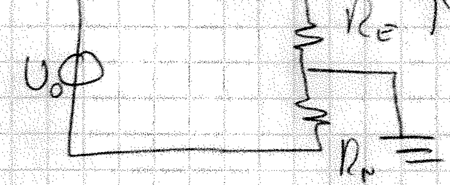
$R_E = R_1 // R_2 // R_E$

Se $R_1 = R_2 = R_3 = R$

(2) $R_E = \frac{R}{3}$

$$I_g = \frac{U_0}{R_N + R_E}$$





$\uparrow U_E$ → dobbiamo calcolare la corrente di guasto a terra cioè $I_g = I_E$

Dal partitore di tensione

(4) $$U_E = U_0 \frac{R_E}{R_N + R_E}$$

Sovracc

(3) $$I_g = U_E \frac{1}{R_E} = \frac{U_0}{R_N + R_E}$$

(5) $I_b \le I_n \le I_z$

cont. ind

(5) La protezione è idonea se esiste l'interruttore diff (ovvero uno ad alta sensibilità)