NUMERO : 224

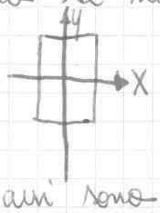
DATA : 05/03/2012

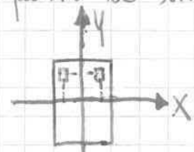
A P P U N T I

STUDENTE : Sannipoli

MATERIA : Scienza delle Costruzioni Esercizi
Prof. Chiaia - Surace

NOZIONI IMPORTANTI DALLE ESERCITAZIONI

- Il MOMENTO CENTRIFUGO I_{xy} è il momento d'inerzia rispetto a tutti e due gli assi (x e y).
- Se considero la seguente sezione:  e ne considero i due assi di simmetria: 

$\Rightarrow$ il momento centrifugo I_{xy} è nullo (proprio perché gli assi sono di simmetria). Infatti se immaginiamo di dividere l'area totale in infinite aree 

$\Rightarrow$ il m.i.c. del rettangolino blu (calcolato rispetto alle due distanze tratteggiate) è uguale in modulo e di segno opposto al m.i.c. del rettangolino verde (simmetrico del rettangolino blu) $\Rightarrow$ m.i.c. totale $= 0$.

CASI PARTICOLARI

1) Se ho SIMMETRIA POLARE $\Rightarrow$ $G \equiv$ centro geometrico $\Rightarrow$ parto subito da un s.d.r. centrato in G $\Rightarrow$ salto gli step 4), 5) e parto direttamente dal 2), 3), 6)

1) Se ho un asse di simmetria assiale retto $\Rightarrow$ tale asse è già asse centrale d'inerzia. L'altro asse lo posizionerò arbitrariamente.
Es: se y asse di simmetria retto $\Rightarrow$ troverò $S_x^{(i)} = A^{(i)} y_{G_i}$ $\Rightarrow$ $x_G = \frac{S_x}{A_{tot}}$ e ho trovato gli assi centrali d'inerzia. Per trovare i momenti centrali d'inerzia userò le formule di Huygens

1) Se ho semicorone circolari o quarti di corone circolari, conviene prendere il s.d.r. centrale avente origine nel centro di curvatura di tali sezioni

6) I momenti d'inerzia assiali $I_{x_i}^{(i)}$ e $I_{y_i}^{(i)}$ sono nulli nel caso di sezioni sottili poste rispettivamente lungo l'asse x_i e lungo l'asse y_i

6) I momenti d'inerzia centrifughi $I_{x_i y_i}^{(i)}$ sono nulli se il sistema avente origine in G_i è anche principale, cioè gli assi x_i e y_i sono di simmetria.

6) I termini di trasporto $(y_G - y_{G_i})^2$ sono nulli se $y_G \equiv y_{G_i}$

6) Se ho simmetria polare può accadere che $I_{x_G}^{(i)} = I_{x_G}^{(j)}$ e $I_{y_G}^{(i)} = I_{y_G}^{(j)}$ e $I_{x_G y_G}^{(i)} = I_{x_G y_G}^{(j)}$

6) Il centro di semianelli o quarti di anelli non è il baricentro $\Rightarrow$

$$I_{x_G}^{(i)} = I_{x_i}^{(i)} + A^{(i)} (y_G - y_{0_i})^2 - 2 S_{x_i} (y_G - y_{0_i})$$

$$I_{x_G y_G}^{(i)} = I_{x_i y_i}^{(i)} + A^{(i)} (x_G - x_{0_i})(y_G - y_{0_i}) - S_{x_i}(x_G - x_{0_i}) - S_{y_i}(y_G - y_{0_i})$$

- $A = \sum_{i=1}^{3} A^{(i)}$

$A^{(1)} = 3 \cdot 2 = 6 \text{ cm}^2$

$A^{(2)} = \frac{3 \cdot 1}{2} = 1{,}5 \text{ cm}^2$

$A^{(3)} = \pi (0{,}5)^2 = 0{,}785 \text{ cm}^2$

- Ora bisogna determinare il baricentro dell'intera sezione:

$x_G = \frac{S_y}{A}$

$y_G = \frac{S_x}{A}$

Per la proprietà distributiva dei momenti statici:

- $S_{x,y} = \sum_{i=1}^{3} S_{x,y}^{(i)}$

$S_x^{(1)} = A^{(1)} \cdot y_{G_1} = 6 \cdot 1 = 6 \text{ cm}^3$

$S_x^{(2)} = A^{(2)} \cdot y_{G_2} = 1{,}5 \cdot 2{,}33 = 3{,}5 \text{ cm}^3$

$S_x^{(3)} = A^{(3)} \cdot y_{G_3} = 0{,}785 \cdot 1{,}5 = 1{,}178 \text{ cm}^3$

$S_y^{(1)} = A^{(1)} \cdot x_{G_1} = 6 \cdot 1{,}5 = 9 \text{ cm}^3$

$S_y^{(2)} = A^{(2)} \cdot x_{G_2} = 1{,}5 \cdot 2 = 3 \text{ cm}^3$

$S_y^{(3)} = A^{(3)} \cdot x_{G_3} = 0{,}785 \cdot 2 = 1{,}570 \text{ cm}^3$

$\Rightarrow x_G = \frac{S_y}{A} = \frac{10{,}430}{6{,}715} = 1{,}553 \text{ cm}$

$y_G = \frac{S_x}{A} = \frac{8{,}322}{6{,}715} = 1{,}239 \text{ cm}$

$\Rightarrow$ le coordinate del baricentro totale nel sistema di riferimento iniziale

$$I_{y_G}^{(3)} = I_{y_3}^{(3)} + A^{(3)}\left(x_G - x_{G3}\right)^2 = \frac{\pi R^4}{4} + 0,785\left(1,553 - 2\right)^2 =$$

$= \text{poiché } R = 0,5 = 0,205 \text{ cm}^4$

- $I_{x_G y_G} = \sum_{i=1}^{3} I_{x_G y_G}^{(i)}$ PROPRIETÀ DISTRIBUTIVA

↓
momento d'inerzia — o centrifugo
polare della sezione totale

$$I_{x_G y_G}^{(1)} = \underbrace{I_{x_1 y_1}^{(1)}}_{=0} + A^{(1)}\left(x_G - x_{G1}\right)\left(y_G - y_{G1}\right) =$$

0 → perché gli assi x_1 e y_1 sono di simmetria per il rettango

$$= 6\left(1,553 - 1,5\right)\left(1,239 - 1\right) = 0,076 \text{ cm}^4$$

$$I_{x_G y_G}^{(2)} = I_{x_2 y_2}^{(2)} + A^{(2)}\left(x_G - x_{G2}\right)\left(y_G - y_{G2}\right) =$$

$$= + \frac{b^2 h^2}{72} + 1,5\left(1,553 - 2\right)\left(1,239 - 2,333\right) =$$

perché il triangolo è orientato così

$$= \frac{3^2 \cdot 1^2}{72} + 1,5\left(1,553 - 2\right)\left(1,239 - 2,333\right) = 0,857 \text{ cm}^4$$

$$I_{x_G y_G}^{(3)} = \cancel{I_{x_3 y_3}^{(3)}} + A^{(3)}\left(x_G - x_{G3}\right)\left(y_G - y_{G3}\right) =$$

$I_{x_3 y_3} = 0$ perché il cerchio ha infiniti assi di simmetria

$$= 0,785\left(1,553 - 2\right)\left(1,239 - 1,5\right) = 0,092 \text{ cm}^4$$

- l'angolo θ_0 di cui bisogna ruotare il sistema G, x_G, y_G per ottenere i momenti centrali d'inerzia è:

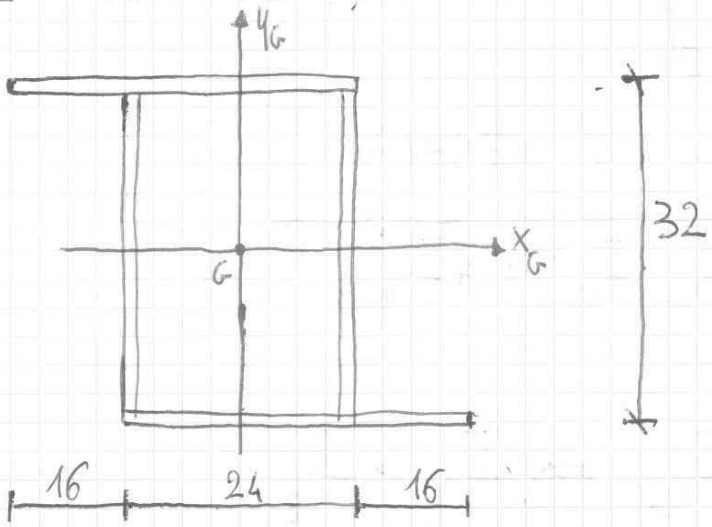
$$\theta_0 = \frac{1}{2}\arctan\frac{2\, I_{x_G y_G}}{I_{y_G} - I_{x_G}} = \frac{1}{2}\arctan\frac{2 \cdot 0,841}{5,362 - 4,108} = +26°38'$$

ESERCIZIO X CASA

SEZIONE SOTTILE

$\delta = 1\ cm$

OK

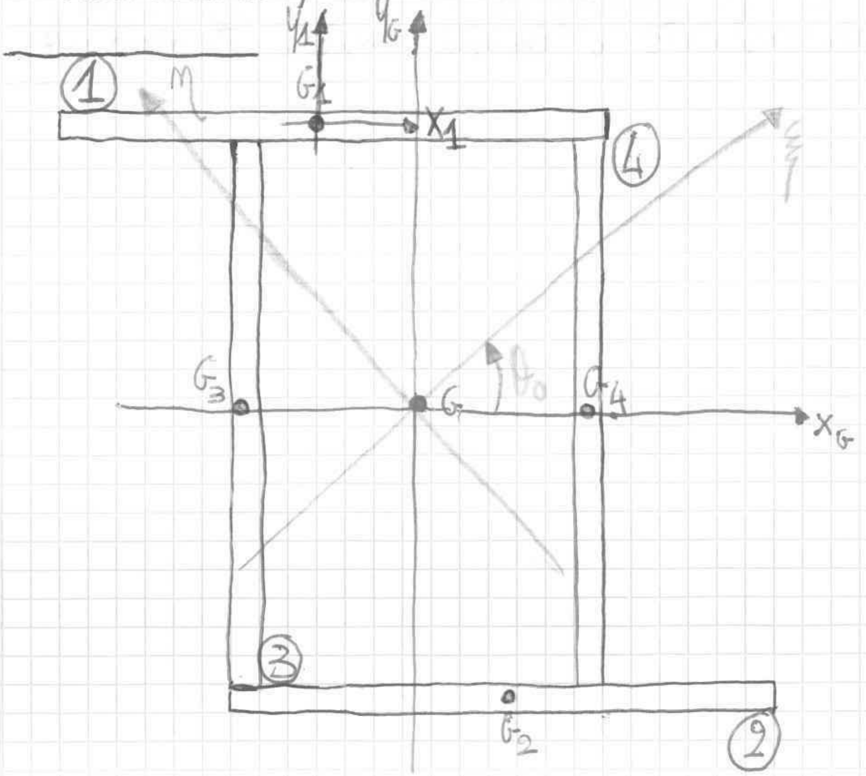


Determinare i momenti centrali d'inerzia e le direzioni centrali d'inerzia

SVOLGIMENTO

La sezione presenta simmetria polare ⇒ il centro di simmetria coincide con il baricentro, quindi partiamo già con un sistema di riferimento che ha origine in G ⇒ non dobbiamo calcolare i momenti statici, perché già sappiamo che sono nulli.

Bisogna considerare separatamente i 4 rettangoli (il momento d'inerzia baricentrico rispetto all'asse .... è trascurabile)



$$I_{y_G} = \sum_{i=1}^{4} I_{y_G}^{(i)}$$

$$I_{y_G}^{(1)} = I_{y_1}^{(1)} + A^{(1)}\left(x_G - x_{G1}\right)^2 = \frac{1 \cdot 40^3}{12} + 40\left(0+8\right)^2 = 7893{,}3 \text{ cm}^4$$

Poichè c'è simmetria polare $\Rightarrow I_{y_G}^{(1)} = I_{y_G}^{(2)}$

$$I_{y_G}^{(3)} = \underbrace{\cancel{I_{y_3}^{(3)}}}_{\text{m. i. baricentrico}} + A^{(3)}\left(x_G - x_{G_3}\right)^2 = 32\left(0+12\right)^2 = 4608 \text{ cm}^4 = I_{y_G}^{(4)}$$

→ trascurabile perchè comparirebbe lo spessore al cubo

$$\boxed{I_{y_G} = \sum_{i=1}^{4} I_{y_G}^{(i)} = 25002{,}6 \text{ cm}^4}$$

$$I_{x_G y_G} = \sum_{i=1}^{4} I_{x_G y_G}^{(i)}$$

$$I_{x_G y_G}^{(1)} = \cancel{I_{x_1 y_1}^{(1)}} + A^{(1)}\left(x_G - x_{G1}\right)\left(y_G - y_{G1}\right) = 40\left(0+8\right)\left(0-16\right) = -5120 \text{ cm}^4$$

perchè gli assi x_1 e y_1 sono di simmetria per il rettangolino 1

$$I_{x_G y_G}^{(2)} = / + A^{(2)}\left(x_G - x_{G2}\right)\left(y_G - y_{G2}\right) = 40\left(0-8\right)\left(0+16\right) = -5120 \text{ cm}^4$$

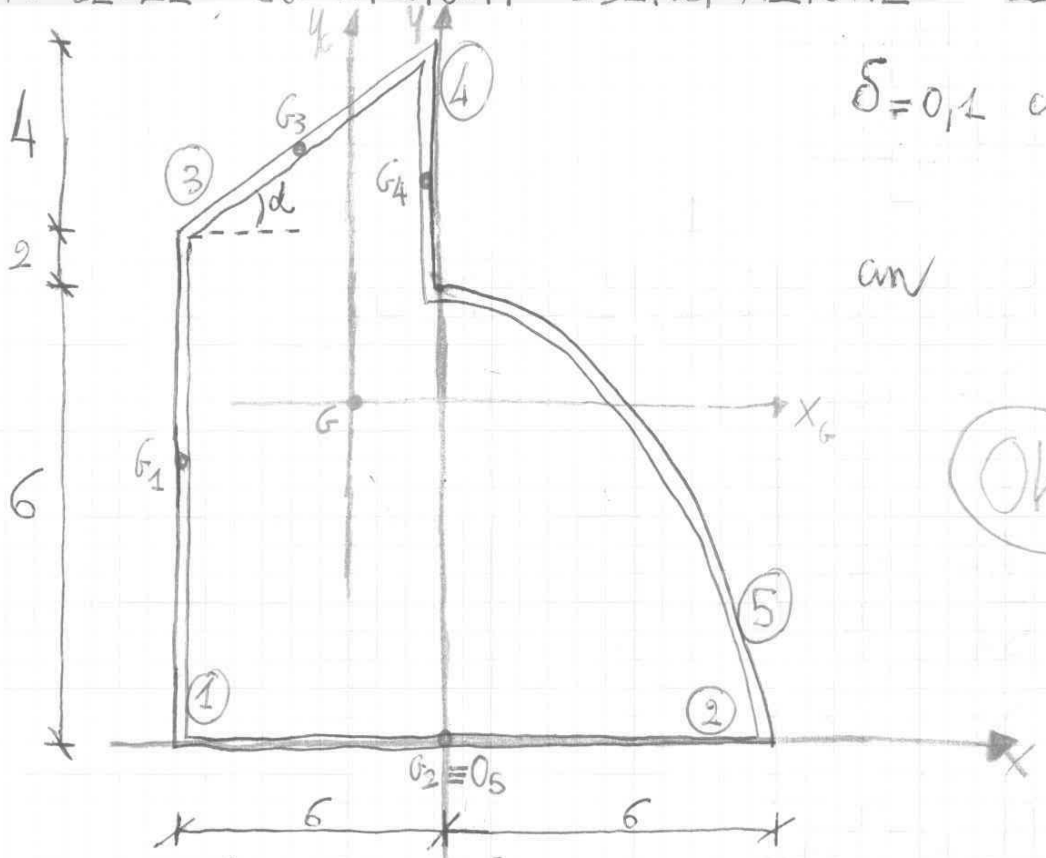
$$I_{x_G y_G}^{(3)} = \cancel{I_{x_3 y_3}^{(3)}} + A^{(3)}\left(x_G - x_{G3}\right)\left(y_G - y_{G3}\right) = 32\left(0+12\right)\left(0\right) = 0 \text{ cm}^4 = I_{x_G y_G}^{(4)}$$

$$\Rightarrow I_{x_G y_G} = \sum_{i=1}^{4} I_{x_G y_G}^{(i)} = -10\,240 \text{ cm}^4$$

Ora utilizziamo le formule analitiche che ci consentono di determinare le direzioni centrali d'inerzia e i momenti centrali d'inerzia.

$$\theta_0 = \frac{1}{2} \arctan \frac{2 \cdot (-10240)}{25002{,}6 - 25941{,}2} = 43{,}69° > 0 \Rightarrow$$ dobbiamo ruotare il s.d.r. in verso antiorario

SCIENZA DELLE COSTRUZIONI ESERCITAZIONE 22-03-2011



$\delta = 0{,}1$ cm

cm

OK

? mom. in. centrali e le direzioni centrali d'inerzia.

SVOLGIMENTO

Non c'è nessun tipo di simmetria $\Rightarrow$ scegliamo un s.d.r. iniziale che ci fa più comodo.

Rispetto a questo s.d.r. si ha:

$G_1(-6,4)$, $G_2(0,0)$, $G_3(-3,10)$, $G_4(0,9)$

$G_2 \equiv O_5$, $O_5(0,0)$

centro della circonferenza di raggio 6

$$A = \sum_{i=1}^{5} A^{(i)}$$

$A^{(1)} = 0{,}1 \cdot 8 = 0{,}8 \ cm^2$

$A^{(2)} = 0{,}1 \cdot 12 = 1{,}2 \ cm^2$

$A^{(3)} = 0{,}1 \sqrt{6^2+4^2} = 0{,}72 \ cm^2$

$A^{(4)} = 0{,}1 \cdot 6 = 0{,}6 \ cm^2$

$A^{(5)} = 0{,}1 \ \frac{2\pi r}{4} = 0{,}1 \cdot \frac{2\pi \cdot 6}{4} = 0{,}94 \ cm^2$

$$A = \sum_{i=1}^{5} A^{(i)} = 4{,}26 \ cm^2$$

$$\Rightarrow y_G = \frac{19,4}{4,26} = 4,55\ cm$$

$$S_y^{(1)} = A^{(1)} x_{G1} = 0,8 \cdot (-6) = -4,8\ cm^3$$

$$S_y^{(2)} = A^{(2)} x_{G2} = 0$$

$$S_y^{(3)} = A^{(3)} x_{G3} = 0,72 \cdot (-3) = -2,2\ cm^3$$

$$S_y^{(4)} = A^{(4)} x_{G4} = 0,6 \cdot 0 = 0$$

$$S_y^{(5)} = \delta R^2 (\sin\varphi_2 - \sin\varphi_1) = 0,1 \cdot 6^2 \left(\sin\frac{\pi}{2} - \sin 0\right) = 3,6\ cm^3$$

$$\Rightarrow x_G = \frac{-3,4}{4,26} = -0,79\ cm$$

$\Rightarrow$ disegnamo $G(-0,79,\ 4,55)$

Ora calcoliamo $I_{x_G}, I_{y_G}, I_{x_G y_G}$

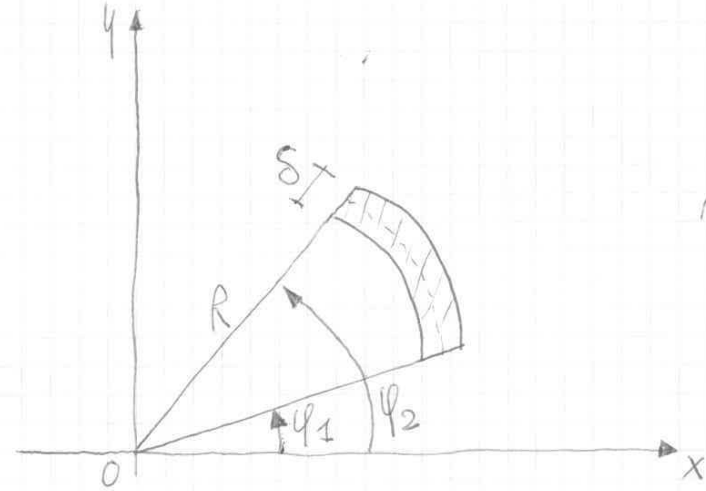
$$I_{x_G}^{(1)} = I_{x_1}^{(1)} + A^{(1)}(y_G - y_{G1})^2 = \frac{0,1 \cdot 8^3}{12} + 0,8\,(4,55-4)^2 = 4,51\ cm^4$$

$$I_{x_G}^{(2)} = \cancel{I_{x_2}^{(2)}} + A^{(2)}(y_G - y_{G2})^2 = 1,2\,(4,55-0)^2 = 24,84\ cm^4$$

$$I_{x_G}^{(3)} = I_{x_3}^{(3)} + A^{(3)}(y_G - y_{G3})^2 = \frac{0,1 \cdot 7,2^3}{12}\sin^2\alpha + 0,72\,(4,55-10)^2 =$$

$$= 22,30\ cm^4$$

CONTINUA TRA 2 PAGINE...



$$I_{x_G} = \frac{\delta R^3}{2}\left[\varphi - \sin\varphi\cos\varphi\right]_{\varphi_1}^{\varphi_2}$$

nel nostro caso si ha:

$\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = \frac{\pi}{2}$

$$I_{x_G}^{(5)} = \underbrace{I_{x_5}^{(5)} + A^{(5)}\left(y_G - y_{O_5}\right)^2}_{\text{grandezze riferite al s.d.r. con origine } O_5} \underbrace{- 2\, S_{x_5}\left(y_G - y_{O_5}\right)}_{\text{termine da aggiungere perché } O_5 \text{ non è il baricentro del quarto d'anello}} =$$

S_{x_5}: $\delta R^2(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2)$

non posso usare la formula semplificata di Huygens, ma ~~tutta~~ la formula della traslazione perché il s.d.r. avente origine in O_5 non è baricentrico.

$$= \frac{0{,}1 \cdot 6^3}{2}\left[\frac{\pi}{2}\right] + 0{,}94\,(4{,}55 - 0)^2 - 2 \cdot 3{,}6\,(4{,}55 - 0) =$$

$$= 3{,}71 \text{ cm}^4$$

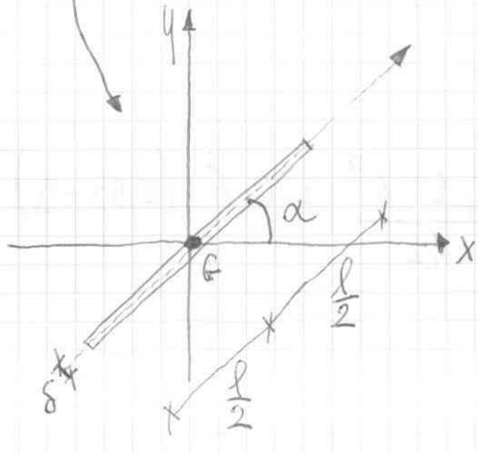
$$I_{y_G}^{(1)} = \cancel{I_{y_1}^{(1)}} + A^{(1)}\left(x_G - x_{G_1}\right)^2 = 0{,}8\,(-0{,}79 + 6)^2 = 21{,}71 \text{ cm}^4$$

$$I_{y_G}^{(2)} = I_{y_2}^{(2)} + A^{(2)}\left(x_G - x_{G_2}\right)^2 = \frac{0{,}1 \cdot 12^3}{12} + 1{,}2\,(-0{,}79 - 0)^2 =$$

$$= 15{,}15 \text{ cm}^4$$

$$I_{y_G}^{(3)} = I_{y_3}^{(3)} + A^{(3)}\left(x_G - x_{G_3}\right)^2 = \frac{0{,}1 \cdot 7{,}21^3}{12}\cos^2\alpha + 0{,}72\,(-0{,}79 + 3)^2 =$$

$$= 5{,}68 \text{ cm}^4$$



$$I_x = \frac{\delta l^3}{12}\sin^2\alpha$$

$$I_y = \frac{\delta l^3}{12}\cos^2\alpha$$

$$I_{xy} = \frac{\delta l^3}{12}\sin\alpha\cos\alpha$$

N.B.: se $\alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow$ I_y è giustamente 0

$$I^{(4)}_{x_G y_G} = \cancel{I^{(4)}_{x_4 y_4}} + A^{(4)}(x_G - x_{G4})(y_G - y_{G4}) =$$

$$= 0{,}6\,(-0{,}79 - 0)(4{,}55 - 9) = 2{,}11\ cm^4$$

$$I^{(5)}_{x_G y_G} = I^{(5)}_{x_5 y_5} + A^{(5)}(x_G - x_{O5})(y_G - y_{O5}) - S^{(5)}_{x_5}(x_G - x_{O5})$$

$$- S^{(5)}_{y_5}(y_G - y_{O5}) =$$

m. i. centrifugo nel s.d.r. con origine O_5 (centro circonferenza):

$$\frac{SR^3}{4}\left[\cos 2\varphi_1 - \cos 2\varphi_2\right]$$

$$= \frac{0{,}1 \cdot 6^3}{4}\left[\cos 0 - \cos \pi\right] + 0{,}94\,(-0{,}79 - 0)(4{,}55 - 0) -$$

$$- 0{,}1 \cdot 6^2 \cdot 1\,(-0{,}79 - 0) - 0{,}1 \cdot 6^2 \cdot 1\,(4{,}55 - 0) =$$

$$= -6{,}12\ cm^4$$

Ora determiniamo l'angolo θ_0:

$$\theta_0 = \frac{1}{2}\arctan\frac{2\,(-13{,}27)}{(66{,}16 - 69{,}12)} = 41{,}82°$$ (segno pos. ⇒ bisogna ruotare in senso antior.)

$$I_{x_G} > I_{y_G} \Rightarrow I_\xi > I_\eta$$

$$\begin{matrix} I_\xi \\ I_\eta \end{matrix} = \frac{(69{,}12 + 66{,}16)}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(66{,}16 - 69{,}12)^2 + 4\,(-13{,}27)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_\xi = 81\ cm^4 \qquad I_\eta = 54{,}28\ cm^4$$

N.B. La somma $I_\xi + I_\eta$ è un invariante

$$S_X = \sum_{i=1}^{4} S_X^{(i)}$$

$$S_X^{(1)} = A^{(1)} y_{G_1} = 0$$

$$S_X^{(2)} = A^{(2)} y_{G_2} = 2,25 \cdot (-2,25) = -5,0625 \text{ cm}^3 = + S^{(3)}$$

$$S_{X_4} = A^{(4)} y_{G_4} = \delta R^2 (\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2) = 0,5 (2,75^2)(\cos\pi - \cos 2\pi) =$$

nel s.d.r. con origine in O_4

$$= -7,5625 \text{ cm}^3 \longrightarrow S_X^{(4)} = S_{X_4} - A_4 (y_O - y_{O_4}) = -27 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow y_G = \frac{S_X}{A} = -\frac{37,12}{20,82} = -1,78 \text{ cm}$$

⇒ gli assi centrali d'inerzia sono y_G (blu) e x_G (verde)

$$\Rightarrow I_\xi = \sum_{i=1}^{4} I_{x_G x_G}, \quad I_\eta = \sum_{i=1}^{4} I_{y_G y_G}$$

$$I_{x_G x_G}^{(1)} = \cancel{I_{x_1 x_1}^{(1)}} + A^{(1)} (y_G - y_{G_1})^2 = 12 (-0,85 - 0)^2 = 8,67 \text{ cm}^4$$

$$I_{x_G x_G}^{(2)} = I_{x_2 x_2}^{(2)} + A^{(2)} (y_G - y_{G_2})^2 = \frac{0,5 \cdot (4,5)^3}{12} + 2,25 (-0,85 + 2,25)^2 =$$

$$= 5,757 \text{ cm}^4 = I_{x_G x_G}^{(3)}$$

$$I_{x_G x_G}^{(4)} = I_{x_4 x_4}^{(4)} + A^{(4)} (y_G - y_{O_4})^2 - 2 \cdot S_{x_4} (y_G - y_{O_4}) =$$

$$= \frac{0,5 \cdot (2,75)^3}{2} \underbrace{\left[\varphi - \sin\varphi \cos\varphi\right]_{\pi}^{2\pi}}_{\pi} + 4,32 (-0,85 + 4,5)^2 - 2 \cdot (-7,5625)$$

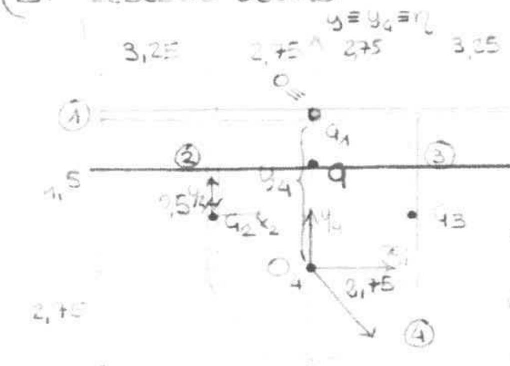
$$(-0,85 + 4,5) = 129,09 \text{ cm}^4$$

$$I_{y_G y_G}^{(1)} = I_{y_1 y_1}^{(1)} + A^{(1)} (x_G - x_{G_1})^2 = \frac{12^3 \cdot 1}{12} + 12 (0 - 0)^2 =$$

$$= 144 \text{ cm}^4$$

$$I_{y_G y_G}^{(2)} = \cancel{I_{y_2 y_2}^{(2)}} + A^{(2)} (x_G - x_{G_2})^2 = 2,25 (0 + 2,75)^2 = 17,01 \text{ cm}^4 = I_{y_G y_G}^{(3)}$$

③ Sezione sottile



il sist di rif. è CENTRALE per ~~...~~ l'area 1
1a sezione

η lo è per tutta ~~...~~: $x_G \in \eta = 0$

$x_G = 0$

$y_G = \frac{S_x}{A}$ ... devo det A e S_x

$G_1\ (0,0)$

$G_2\ (-2{,}75, -2{,}25)$

$G_3\ (2{,}75, -2{,}25)$

$O_4\ (0, -4, \ldots)$

$A_4 = 0{,}5 \cdot 2.75 (2\pi - \pi) = 4{,}32\ cm^2$

	A	S_x	S_y	$I_{x_G} = I_\xi$	$I_{y_G} = I_\eta$	$I_{x_G y_G}$
1	12	0	O	38,02	144	O
2	2,25	-5,06	O	4,23	17,01	O
3	2,25	-5,06	O	4,23	17,01	O
4	4,32	-27	O	88,43	16,33	O
TOT	20,82	-37,12	O	136,04	194,36	O

$S_x^{(1)} = A^1 y_{G1} = 0$

$S_x^{(2)} = A_2 y_{G2} = -5{,}06 = S_x^{(3)}$

$S_{x_4} = \delta R^2 [\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2] =$

$= 0{,}5 \cdot 2{,}75^2 [\cos\pi - \cos 2\pi] = -7{,}56$
-2

$S_x^{(4)} = S_{x_4}^{(4)} - y_4 A_4 = -27\ cm^3$

↳ ORDINATA di O in O_4

$y_G = \frac{-37{,}12}{20{,}82} = -1{,}78\ cm$

$I_{x_G}^{(1)} = I_{x_1}^{(1)} + A_1 y_{G1}^2 = 12 \cdot (y_G - y_{1})^2 = 38{,}02\ cm^4$
Attuale a zero

$I_{x_G}^{(2)} = I_{x_2}^{2} + A_2 \cdot y_{G2}^2 = \frac{0{,}5 \cdot 4{,}5)^3}{12} + 2{,}25(-1{,}78 + 2{,}25)^2 = 4{,}23\ cm^4 = I_{x_G}^{(3)}$ x simmetria

$I_{x_G}^{(4)} = I_{x_4} + A_4 y_{G4}^2 - 2 S_{x_4} y_{04}$ giustifica perché il sist 4 non è baricentrico

$I_{x_4} = \frac{\delta R^3}{2} [\varphi - \sin\varphi\cos\varphi]_{\pi}^{2\pi} = \frac{0{,}5 \cdot 2{,}75^3}{2} \cdot [2\pi - \pi] = 16{,}33\ cm^4$

$I_{x_G}^{(4)} = 88{,}43\ cm^4$

$I_{y_G}^{(1)} = I_{y_1}^{(1)} + A_1 \cancel{x_{01}^2} = \frac{1 \cdot 12^3}{12} = 144\ cm^4$ ~~nulle a zero~~

$I_{y_G}^{2} = I_{y_2} + A_2 x_{02}^2 = 0{,}5 \cdot (2{,}75)^2 = 17{,}01\ cm^4$

$I_{y_G}^{(4)} = I_{y_4}^{(4)} + A_4 \cancel{x_{04}^2} - 2 S_{y_4}^{(4)} x_{04} = 16{,}33\ cm^4$ con $I_{y_4}^{(4)} = \frac{\delta R^3}{2} [\varphi + \sin\varphi\cos\varphi]_{\pi}^{2\pi}$

$I_\xi = I_{x_G} = 136.04\ cm^4$ $\qquad$ $I_\eta = I_{y_G} = 194.36\ cm^4$

$$(+\curvearrowleft)\ M(C)^{I} = -M_B + \frac{ql}{2}\cdot\underbrace{\frac{5}{4}l}_{\text{braccio}} = 0 \Rightarrow M_B = \frac{5}{8}ql^2$$

Ora dovremmo scrivere l'eq. di eq. alla rotazione globale; in essa però troveremmo anche l'eq. di eq. alla rotazione del 1° corpo (scritta sopra), quindi ci conviene direttamente scrivere il momento intorno a C di tutto quello che c'è a destra della cerniera.

$$(+\curvearrowleft)\ M(C)^{II\,e\,III} = \cancel{ql\cdot 2l} - \cancel{2\underbrace{ql}_{ex\ H_E}\cdot l} + \underbrace{\frac{5}{2}ql}_{ex\ V_E}\cdot l + M_E +$$

$$+ql^2 - ql\cdot 2l \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M_E = \left(-\frac{5}{2} - 1 + 2\right)ql^2 = -\frac{3}{2}ql^2$$

Ora siamo in grado di andare a ricavare le reazioni interne (matita marrone).

$H_C = 0 \Rightarrow$ perché scrivendo l'eq. di eq. alla trasl. orizz. del 1° corpo $\Rightarrow H_C = 0$

$V_C = \frac{ql}{2} \Rightarrow$ "

", l'unica forza verticale agente è $q\frac{l}{2} \Rightarrow V_C = \frac{ql}{2}$

Ora consideriamo l'equil. del 3° corpo (ultimo corpo)

Dall'eq. di eq. alla trasl. orizz. $\Rightarrow H_F = ql$

Per calcolare M_F scriviamo l'eq. di eq. alla rotazione intorno ad F dell'ultimo (3°) corpo.

$$(+\curvearrowleft)\ M(F)^{III} = -M_F + ql^2 - ql\,2l = 0 \Rightarrow M_F = -ql^2$$

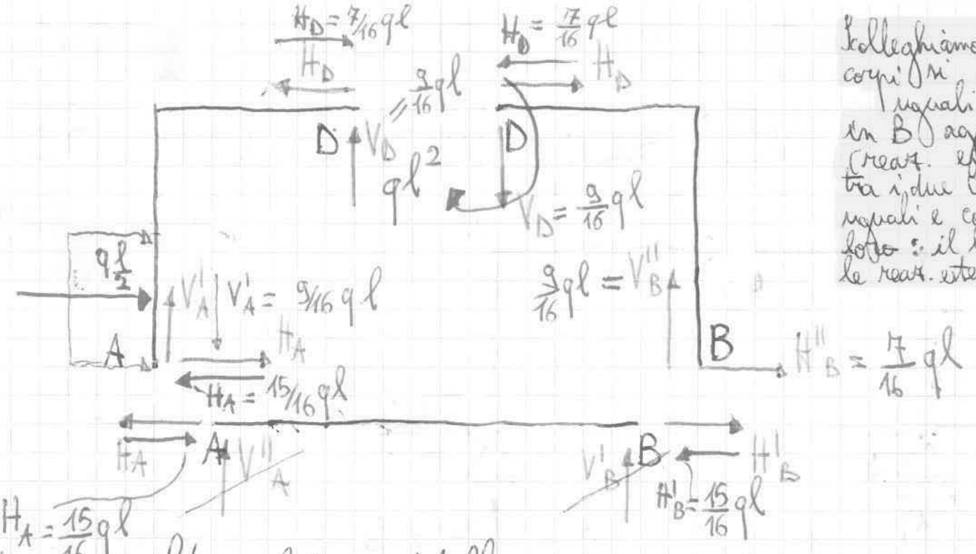
Ora scriviamo l'eq. di eq. alla rotazione del 2° corpo:

$$\circlearrowleft + M(D)^{II} = M_F + ql \cdot \frac{l}{2} + 2ql \cdot \frac{3}{2} l - 2ql \cdot l - 3ql \cdot l = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M_F = ql^2 \left[-\frac{1}{2} - \cancel{3} + 2 + \cancel{3} \right] = \frac{3}{2} q l^2$$

Ora ricaviamo la reaz. vincolare interna in D; andando a considerare l'eq. di eq. alla trasl. ~~orizz.~~ del primo corpo si trova che:

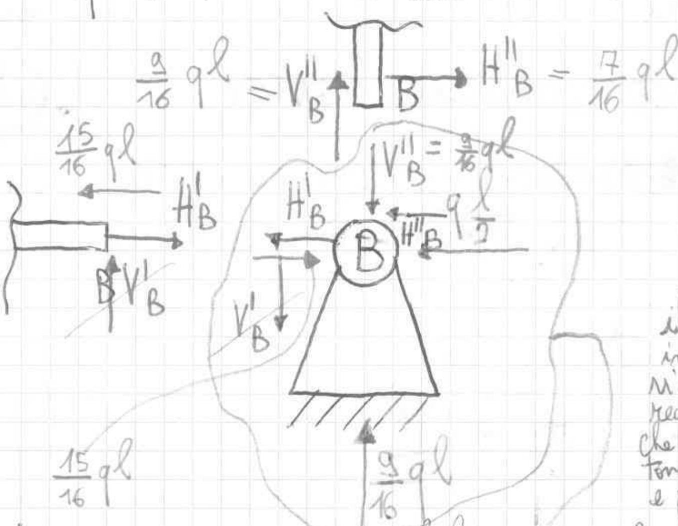
$H_D = 2ql$



Colleghiamo i corpi: in D i due corpi si scambiano reazioni uguali e contrarie, in A e in B agiscono anche forze esterne (reaz. esterne) ⇒ le reaz. scambiate tra i due corpi non sono interne uguali e contrarie, ma sono diverse tra loro: il loro scopo è di equilibrare le reaz. esterne.

Le reazioni verdi in A e B le ho messe dopo aver fatto il ragionamento sotto

Consideriamo l'equilibrio della cerniera B:



Disegnamo dapprima la cerniera, i due corpi e le reaz. esterne verdi. Poiché le reaz. esterne sono sia una orizz. sia una vert. ⇒ i due corpi non si scambieranno reaz. interne uguali e contrarie, ma la cerniera trasmetterà ad entrambi due forze (diverse): H'_B e V'_B al primo corpo; H''_B e V''_B sul secondo corpo. Di conseguenza, per il principio di azione e reazione, i corpi trasmetteranno alla cerniera forze uguali e contrarie (blu)

il discorso va invertito: prima si disegnano le reaz. blu (quelle che i corpi trasmettono alla cerniera) e poi quelle rosse.

La cerniera deve essere in equilibrio (perché tutta la maglia è in equilibrio) ⇒ le reazioni che i due corpi si scambiano, questa volta non saranno uguali, ma diverse, poiché in questo caso sono presenti anche le reaz. esterne.

Sulla cerniera D non ci sono forze ⇒ le reaz. interne sono uguali e contrarie.
Sulla cerniera B ci sono invece le reaz. esterne ⇒ le reaz. interne non saranno più uguali e contrarie.

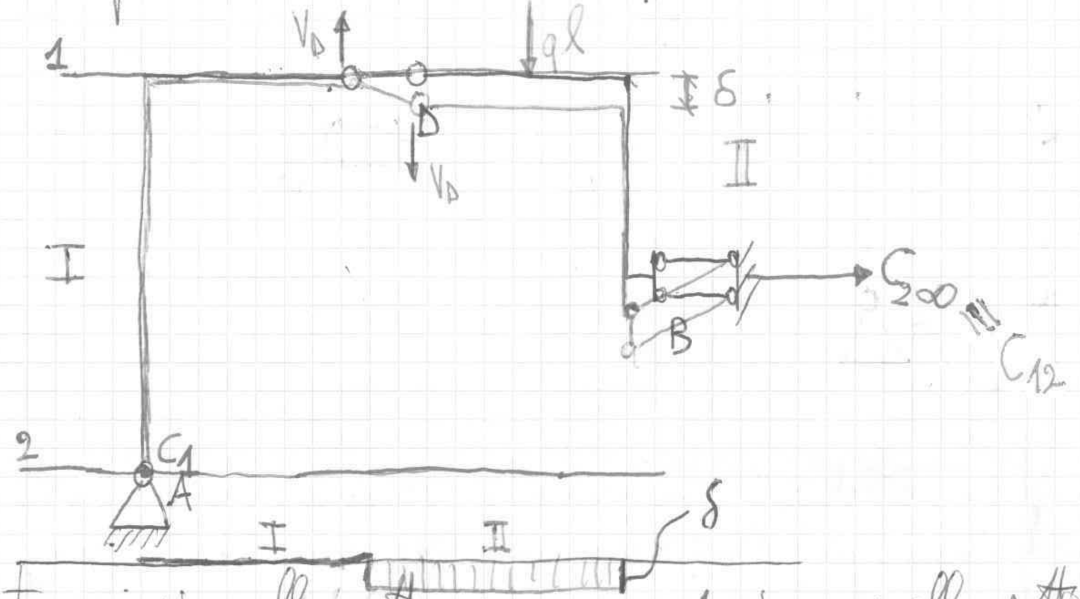
EQUILIBRIO SOLO DELLA CERNIERA

$\overset{+}{\leftarrow}$: $H'_B + H''_B + \frac{ql}{2} = 0$ (3)

$\overset{+}{\downarrow}$: $V'_B + V''_B - \frac{9}{16} ql = 0$ (1)

$\Rightarrow H_D = +\dfrac{ql}{2}$

Ora calcoliamo V_D. Degradiamo la cerniera in modo tale da permettere lo spostamento verticale relativo $\Rightarrow$ biella orizzontale

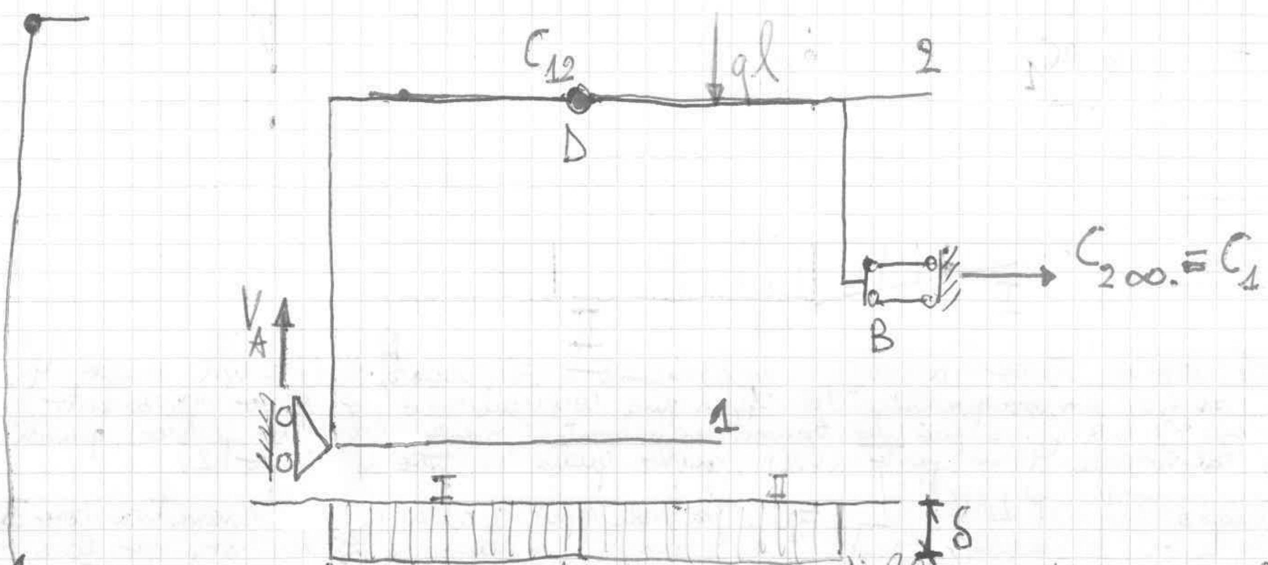


C_{12} deve trovarsi sia sulla retta rossa sopra 1 sia su quella sotto 2

$\Rightarrow C_{2\infty} \equiv C_{12}$; per il 1° corollario delle catene cinematiche il corpo I non si muove (mentre il corpo II trasla verticalmente) $\Rightarrow$ il cinematismo è quello verde in figura.

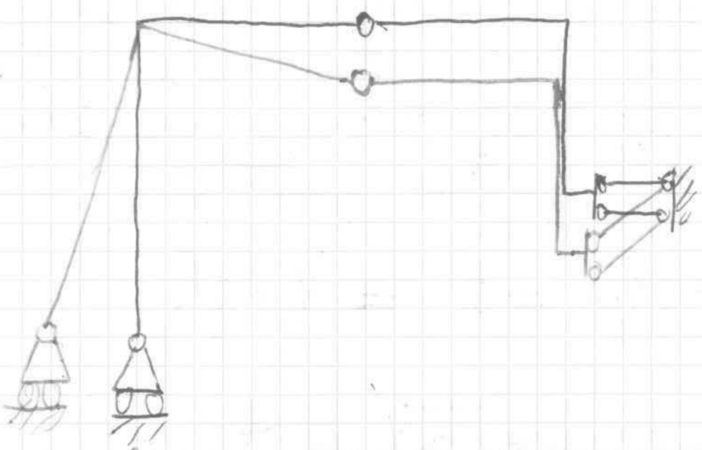
N.B.: si vede a occhio che il 1° corpo non si può muovere.

$L_{ve}=0 \Rightarrow \cancel{V_D \cdot 0} + V_D \cdot \cancel{\delta} + ql \cdot \cancel{\delta} = 0 \Rightarrow V_D = -ql$



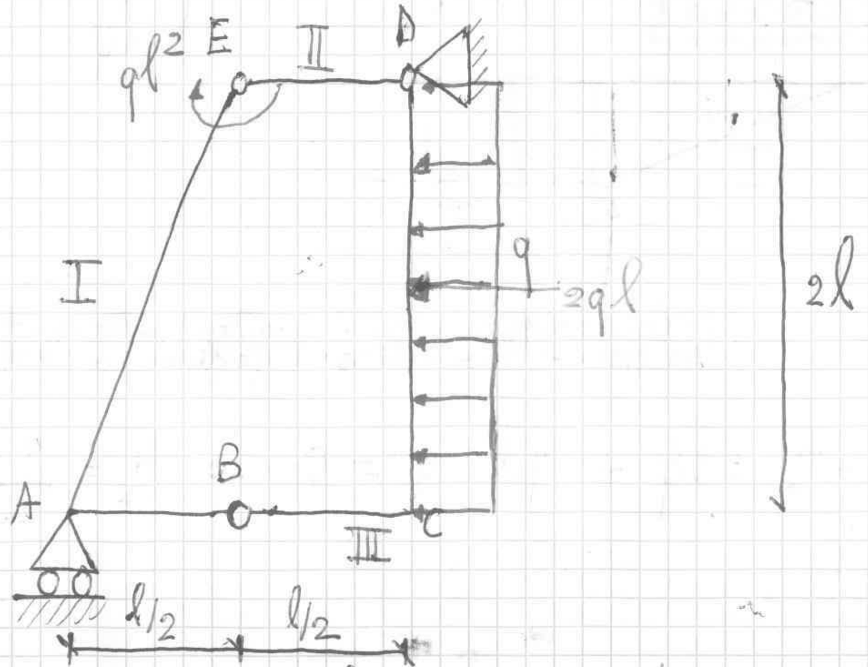
Ora calcoliamo la reaz. verticale in A. Dobbiamo degradare la cerniera in A: inizialmente si ha $u_A=0$, $v_A=0$, $\varphi_A \neq 0$; ora mettiamo

Cinematismo.



Un sistema ha 1 g.d.l. ⇒ ha ∞^1 configurazioni possibili ⇒ quella verde in figura è una delle ∞^1 conf. possibili ⇒ non mi interessa scegliere il orario o antiorario

Esercizio (Il 2° teorema delle catene cinematiche si applica generalmente ad una struttura chiusa (maglia chiusa)).

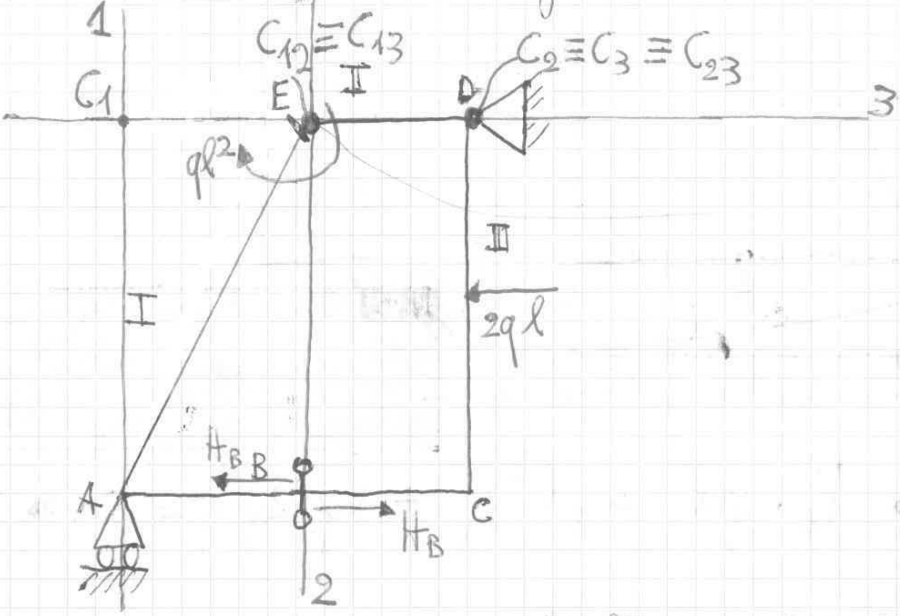


Con il P.L.V. possiamo calcolare reaz. interne e esterne. Se vogliamo calcolare le reaz. esterne ⇒ bisogna degradare i vincoli esterni, però la maglia rimane isostatica internamente.

$$L_{ve} = 0 \Rightarrow \underbrace{ql^2 \cdot \cancel{\varphi}}_{1° \text{ corpo}} - V_B \cancel{\varphi} \frac{l}{2} - V_B \cancel{\varphi} \frac{l}{2} + 2ql \cdot \cancel{\varphi l} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_B = 3ql$$

Calcoliamo ora H_B ⇒ dobbiamo degradare la cerniera interna.



C_2 e $C_3 \equiv D$ perché II e III sono collegati al suolo con una cerniera.

C_1 deve trovarsi su 1.

$C_{12} \equiv E$

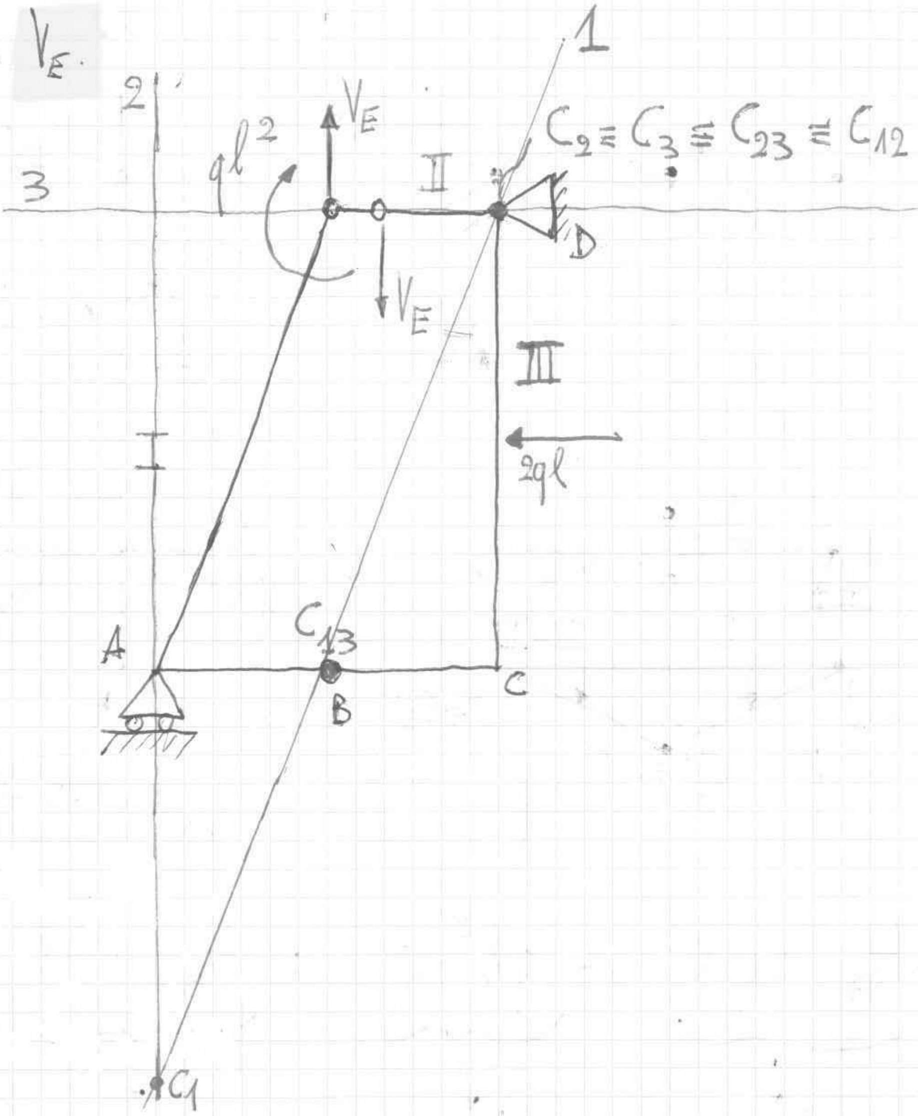
II e III sono collegati attraverso la cerniera interna che è sempre in D ⇒ $C_{23} \equiv D$

C_{13} deve trovarsi su 2.

Per il 2° teorema delle catene cinematiche C_{13} deve trovarsi allineato a C_{23} e C_{12} ⇒ intersezione 2 e 3 mi dà C_{13}.

Per il 1° teorema delle catene cinematiche, C_1 dovrà essere allineato con C_2 e C_{12}, quindi dovrà trovarsi sulla retta 3 ⇒ C_1 starà sull'intersezione di 1 e 3

Calcoliamo V_E.



Sequenza nell'aver trovato i centri di istantanea rotazione;

$C_2, C_3, C_{23}, C_{13}, C_{12}, C_1$ → intersezione tra 2 e 3 (1° teorema catene cinem.)

→ devono essere lì → intersezione tra 1 (2° teorema catene cinematiche) e 3 (deve passare per l'asse del pendolo)

Per il 1° corollario ⇒ il corpo I non subisce spostamenti.

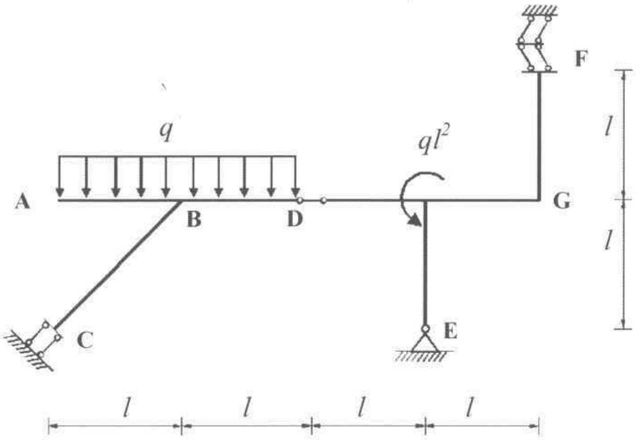
Poichè il corpo I sta fermo ⇒ anche il corpo III starà fermo (poichè C_{13} è fermo).

$$L_{Ve} = V_e \cdot \frac{\varphi l}{2} = 0 \Rightarrow V_E = 0$$

3 Marzo 2011 **COMPITO I**

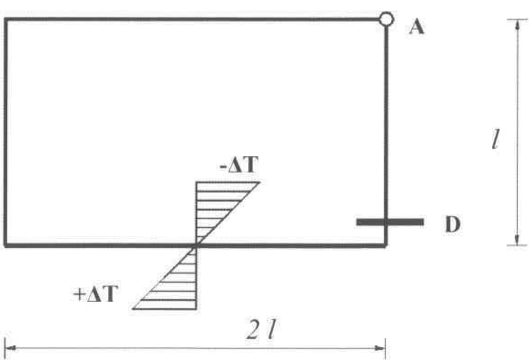
COGNOME :	CORSO DI LAUREA :
NOME:	MATRICOLA:

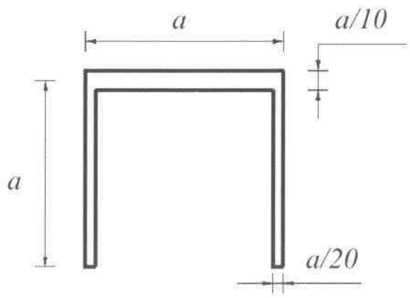
Esercizio 1



1. Tracciare in scala i diagrammi M, N, T.
2. Tracciare la curva delle pressioni.
3. Calcolare con il PLV le reazioni in E.

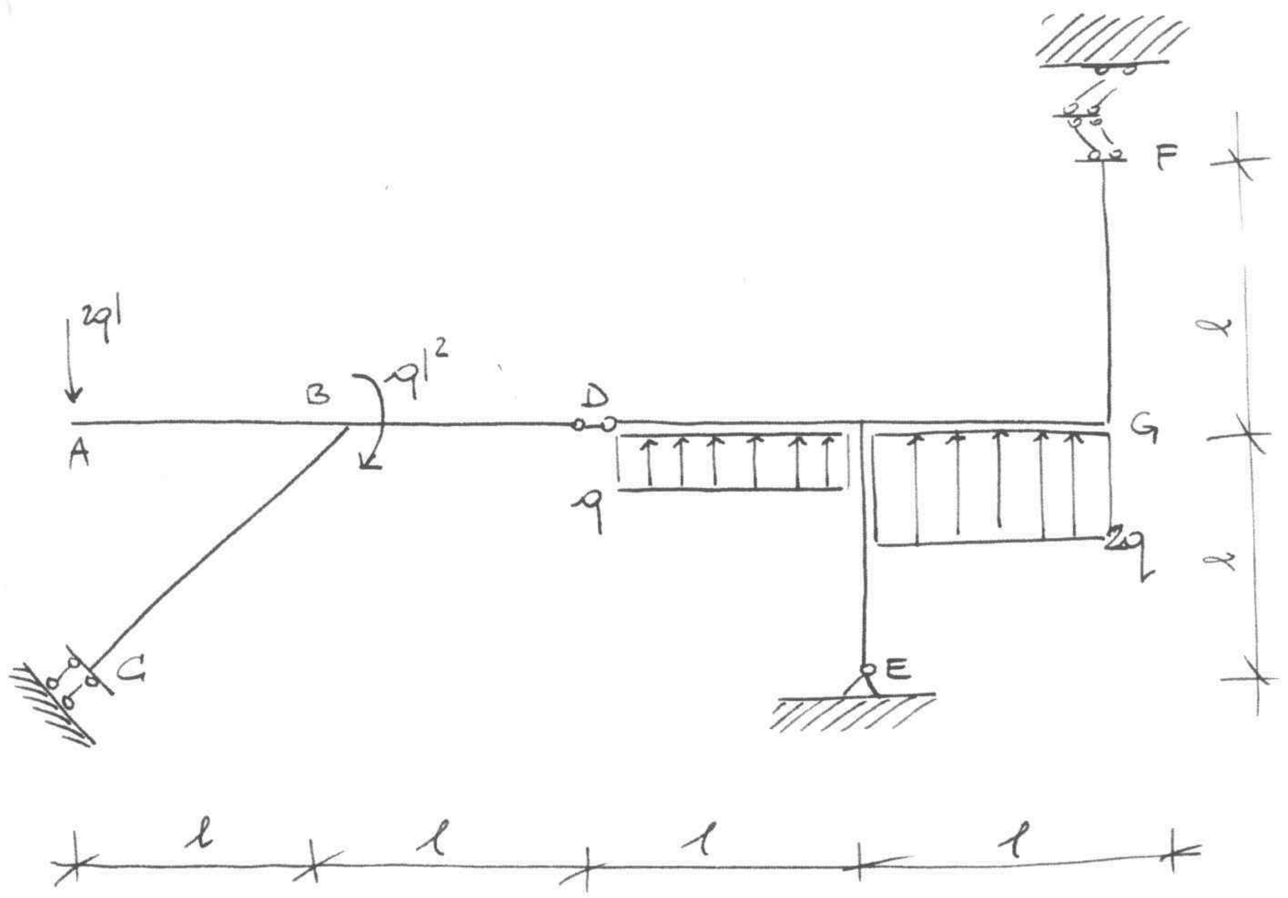
Esercizio 2

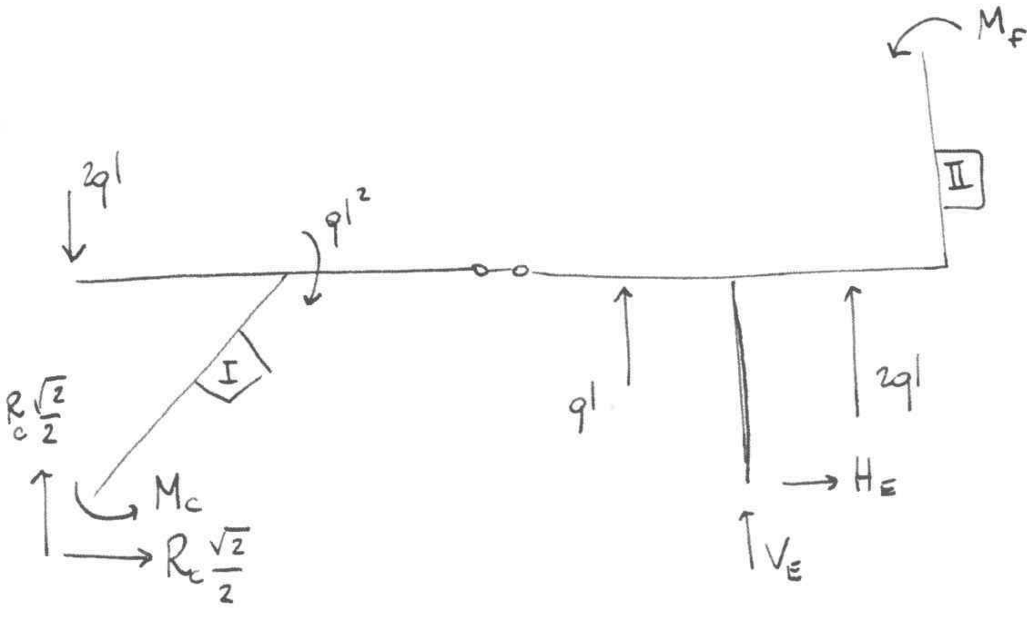




1. Tracciare in scala i diagrammi M, N, T.
2. Tracciare la curva delle pressioni e la deformata qualitativa.
3. Calcolare la rotazione relativa in A.
4. Calcolare la massima tensione equivalente agente nella sezione D con il criterio di Tresca sapendo che le caratteristiche geometriche della sezione in acciaio sono quelle indicate in figura.

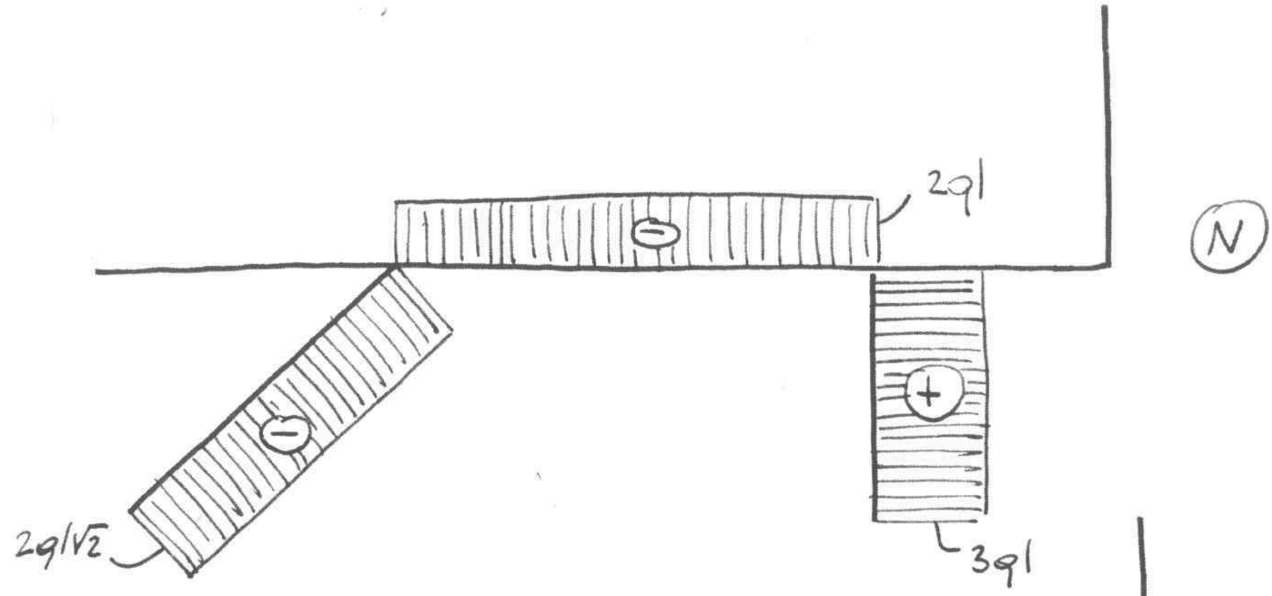
Compito 2, esercizio n. 1

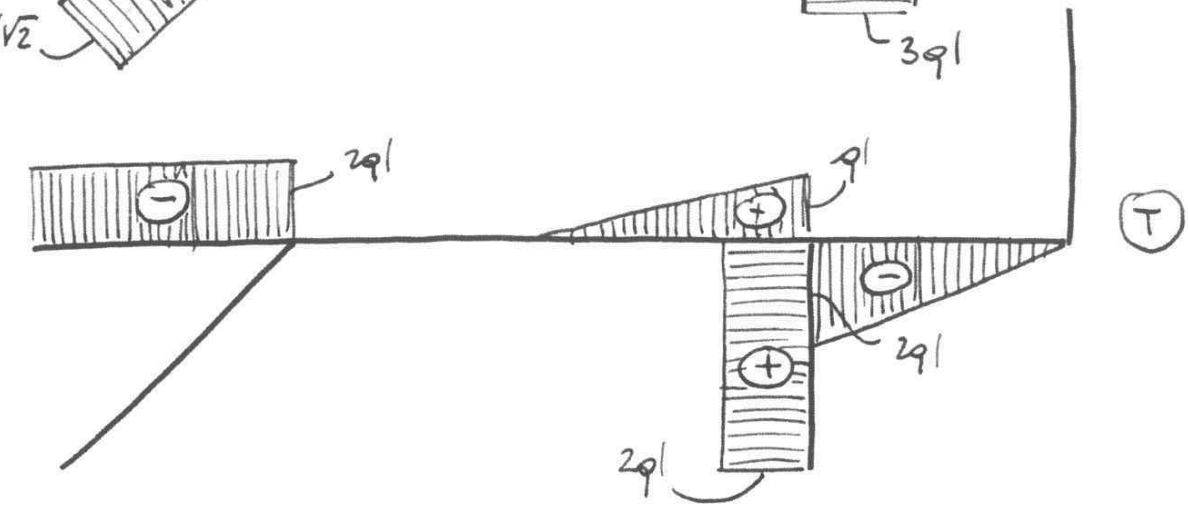


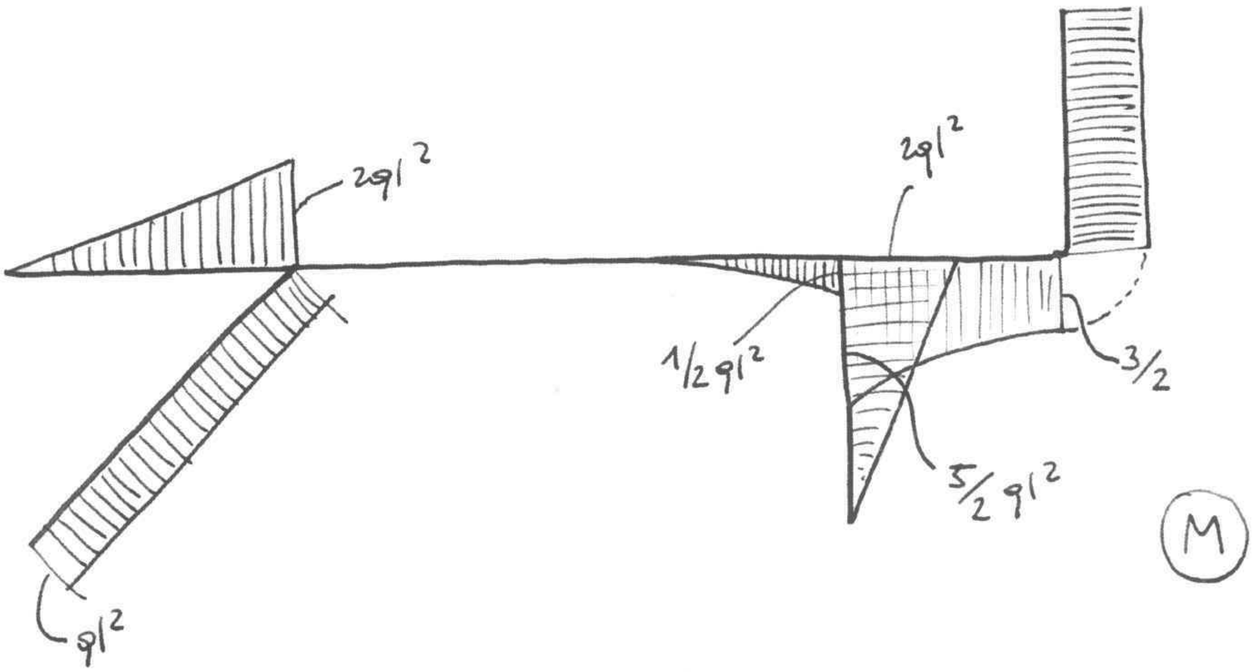


1/11

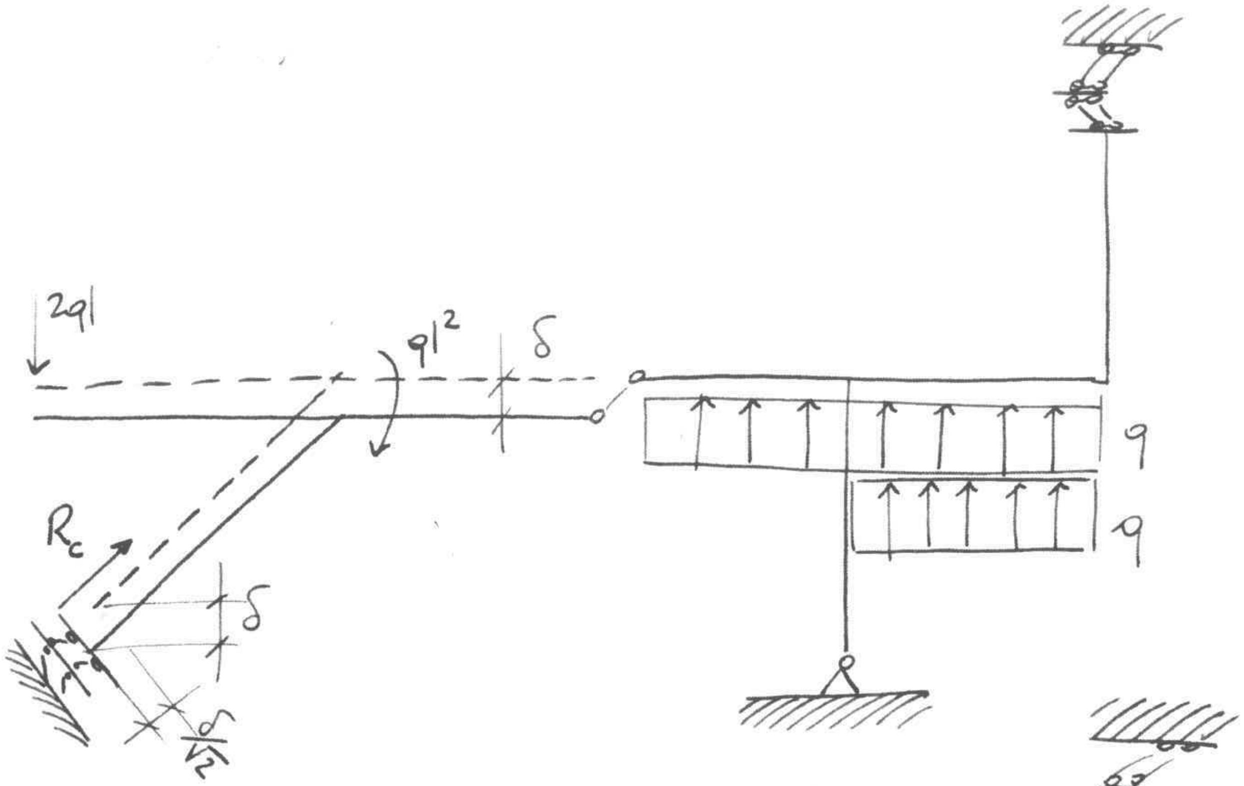
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 43 di 424



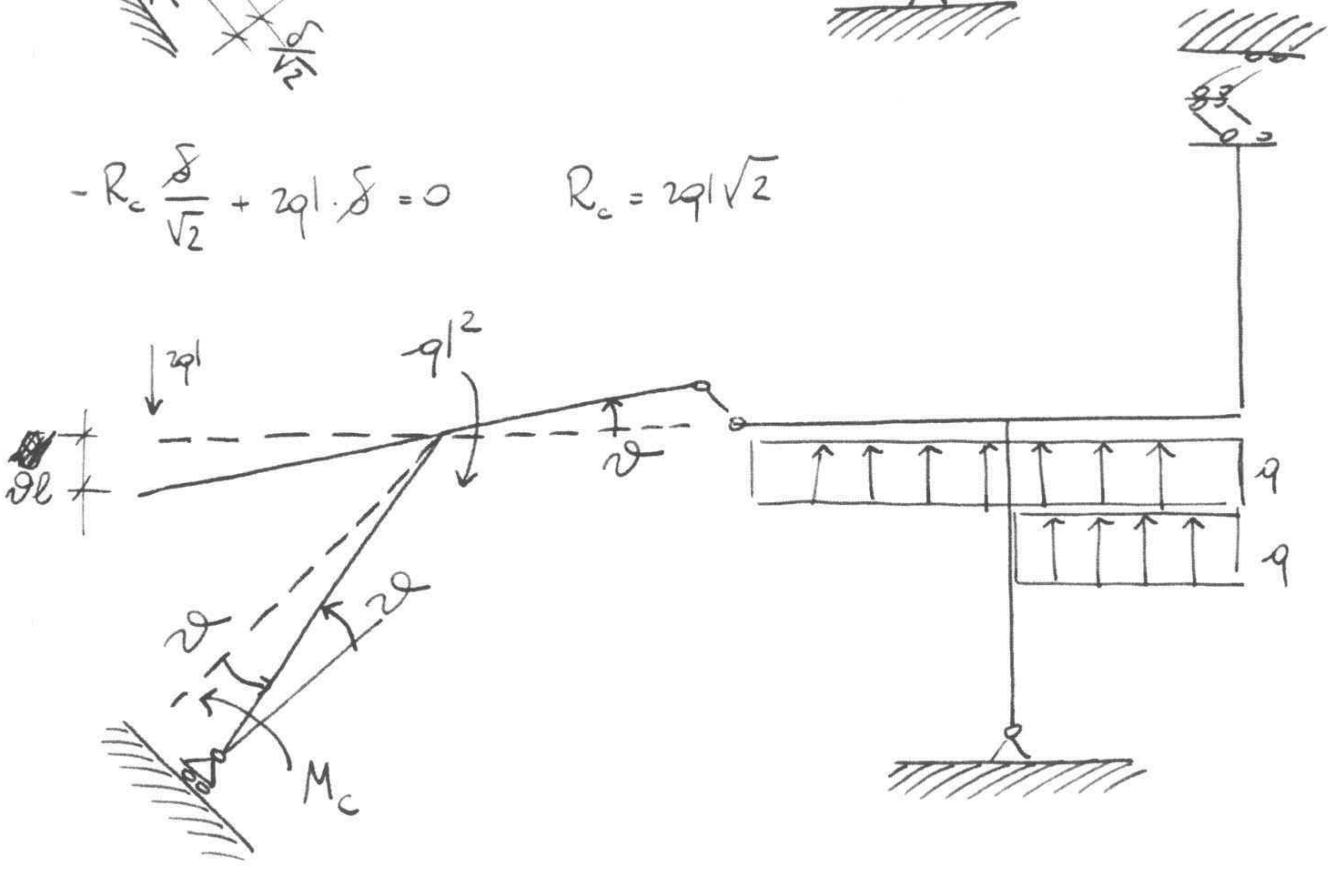




3/11



$$-R_c \frac{\cancel{\delta}}{\sqrt{2}} + 2ql \cdot \cancel{\delta} = 0 \qquad R_c = 2ql\sqrt{2}$$



$$M_c \cancel{\vartheta} - ql^2 \cancel{\vartheta} + 2ql \cdot l \cancel{\vartheta} = 0$$

$$M_c = -ql^2$$ ⇝ orario

Poiché $V'_D = 0 \Rightarrow$ dalla 1 $\Rightarrow V''_D = 3ql$

$\Rightarrow V_B = 3ql$

Calcoliamo H_E:

$$M^{B-A-E}_{(B)} = 3ql \cdot \frac{l}{2} - ql^2 - H_E \cdot 2l = 0 \Rightarrow H_E = \frac{1}{2}\left[\frac{3}{2} - 1\right]ql = q\frac{l}{4}$$

$\Rightarrow$ ci sono solo due forze orizz. sul corpo BAE $\Rightarrow H_B = \frac{ql}{4}$

$H'_D = \frac{ql}{4}$

Dalla 2 si ha: $H''_D = \frac{7}{4}ql$

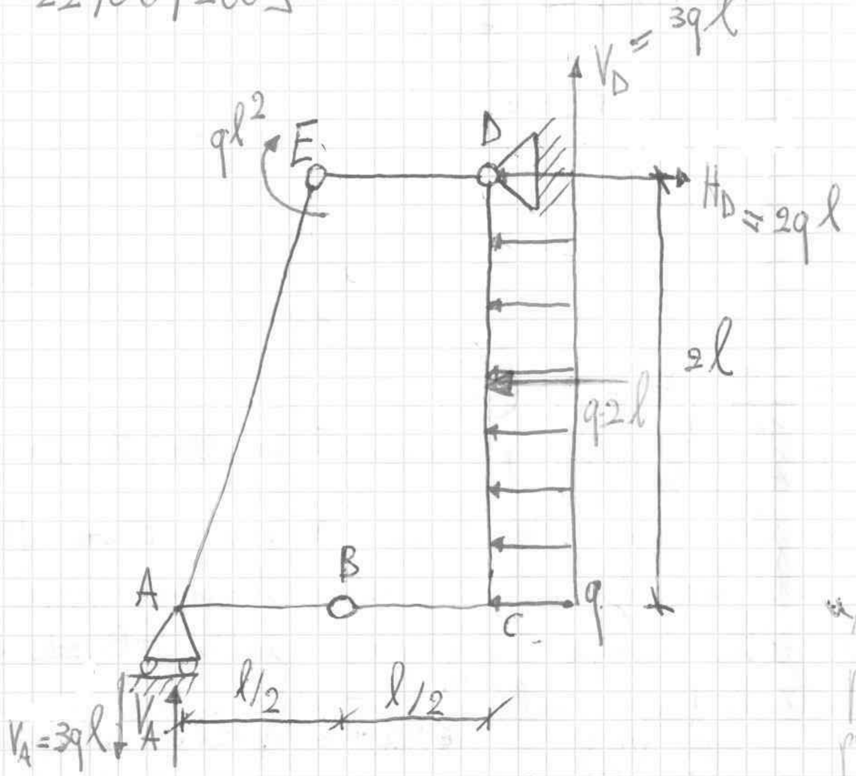
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 49 di 424

Ora consideriamo l'eq. di eq. alla trasl. orizz. del corpo DB:

$H''_B = \frac{7}{16} q l$

Dalla (3) si ha: $H'_B = -\frac{ql}{2} - H''_B = -\frac{ql}{2} - \frac{7}{16} ql = -\frac{15}{16} ql$

Esercizio 22/06/2009



Il carrello in A è solamente esterno, cioè è come se al suo posto ci fosse una forza concentrata pari a 3ql

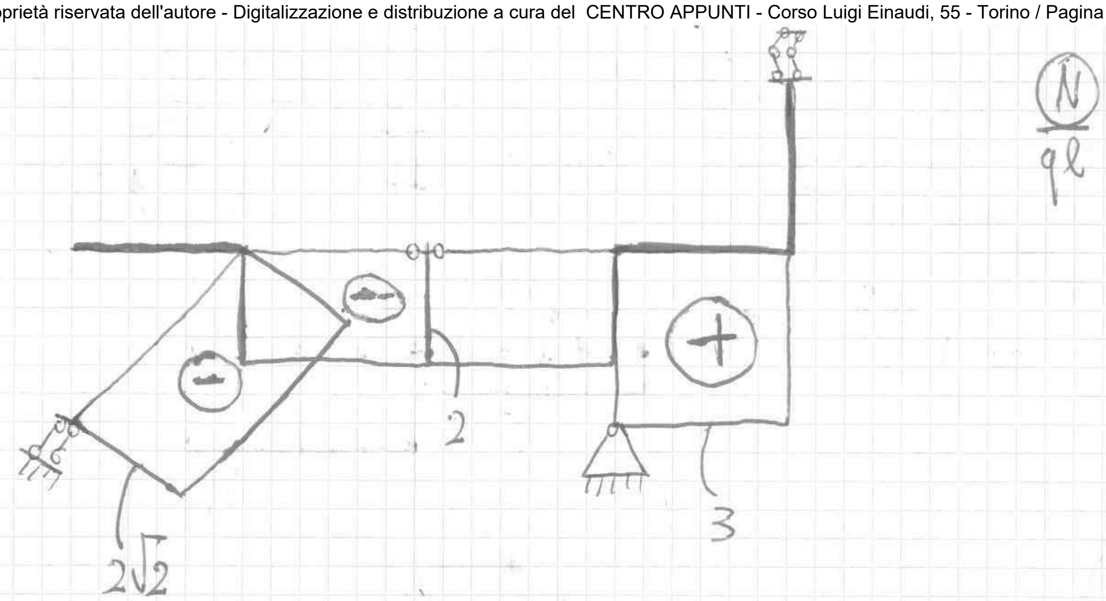
$\xrightarrow{+}$: $H_D - 2ql = 0 \Rightarrow H_D = 2ql$

$+\uparrow$: $V_A + V_D = 0$

$(+)$ $M(D) = -ql^2 - 2ql \cdot l - V_A l = 0 \Rightarrow \boxed{V_A = -3ql}$

$\Rightarrow$ dalla 2°: $V_D = -V_A = +3ql$

Riportiamo i valori ottenuti nel grafico (valori rossi)



AB: no carichi distribuiti ⇒ diagr. di momento è lineare ⇒ lo calcolo in due punti: $\circlearrowleft M_A = 0$; considero un infinitesimo a sinistra di B e il momento è $\circlearrowleft M_B = -2ql^2$ → senza scrivere l'equazione analitica del momento!!!

$T(z) = -2ql$

$N(z) = 0$

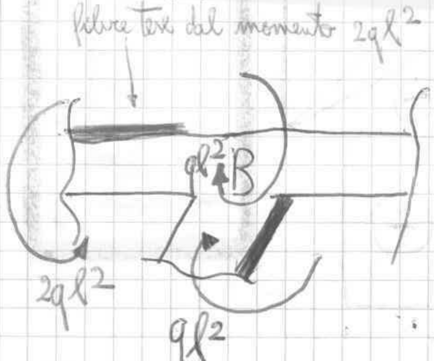
CB: mi metto in una sezione generica a distanza z da C e guardo a monte: il taglio è nullo ⇒ il momento è costante (l'integrale di 0 è una costante).

$\circlearrowleft M(z) = ql^2$

BD: per comodità guardo a valle di una sezione generica tra B e D: il taglio è nullo ⇒ il momento è costante (e in questo caso nullo)

C'è solo una forza assiale ⇒ è non nullo solo N

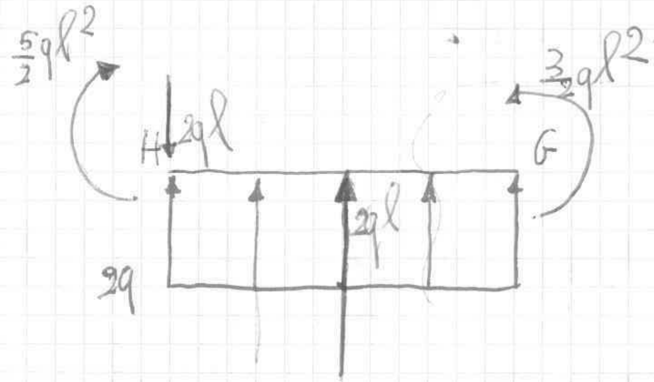
VERIFICA EQ. ROT. NODO B



C'è equilibrio!

$\boxed{GF}$: Mi metto in una sezione generica tra G e F e guardo verso l'alto ⇒ c'è solo un momento

$\boxed{HG}$:



prima
Trovo M_H:

$$M_H = 2ql \cdot \frac{l}{2} + \frac{3}{2}ql^2 - M_H = 0 \Rightarrow M_H = \frac{5}{2}ql^2$$

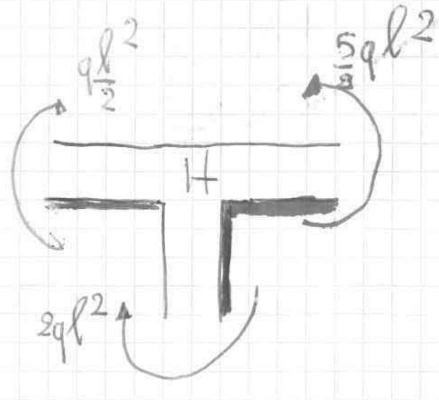
Considero una sezione generica tra H e G e guardo a monte

$$M(z) = \frac{5}{2}ql^2 - 2qlz + 2qz \cdot \frac{z}{2}$$

$$T(z) = -2ql + 2qz$$

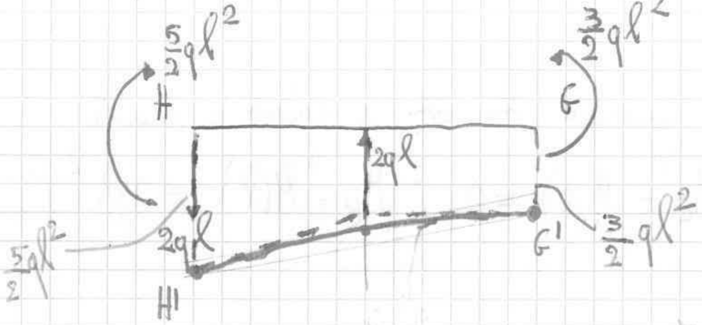
$$\frac{dM}{dz} = T = 0 \rightarrow z = l$$

$$M_H = M(0) = \frac{5}{2}ql^2 \; ; \; M_G = M(l) = \frac{3}{2}ql^2$$



Il nodo è in equilibrio

METODO GRAFICO

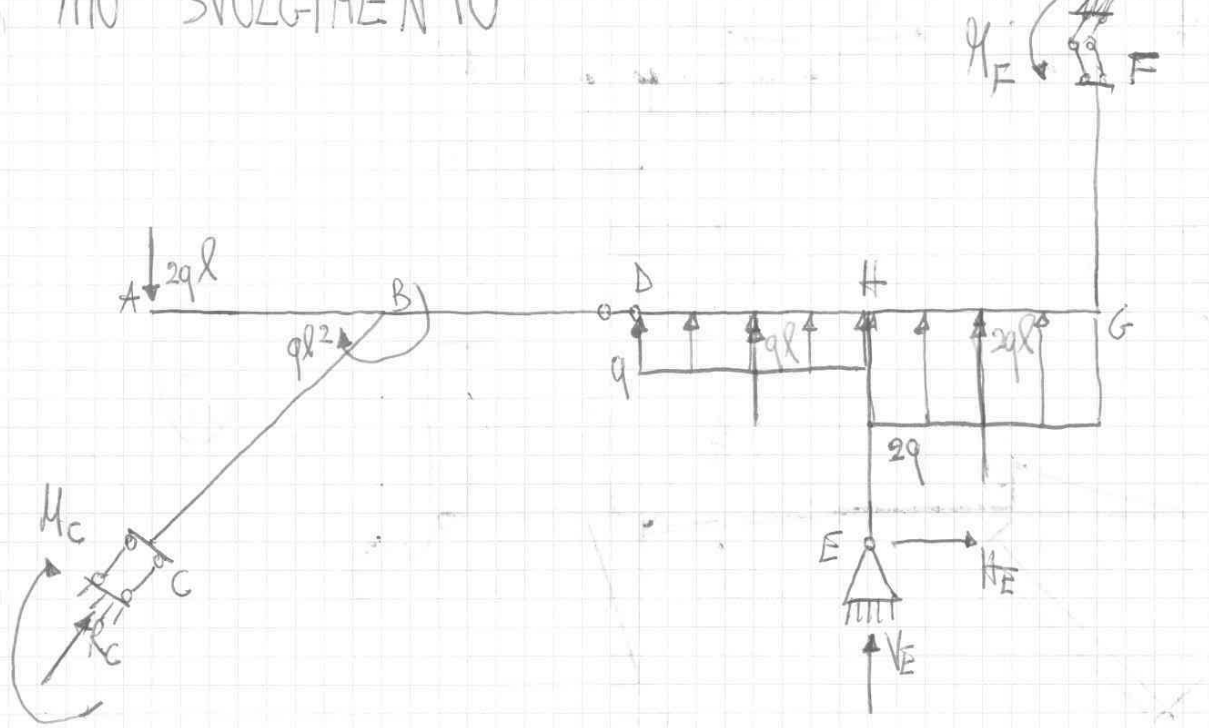


--- diagramma di momento se il carico fosse concentrato

ESAME 3 MARZO 2011

MIO SVOLGIMENTO

COMPITO II



$\xrightarrow{+}$: $R_C \frac{\sqrt{2}}{2} + H_E = 0$

$+\uparrow$: $-\cancel{2q}l + ql + V_E + \cancel{2q}l + R_C \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$

$+\uparrow^{II}$: $ql + 2ql + V_E = 0 \Rightarrow V_E = -3ql$

$\circlearrowright^{+\ II}$ $M(D) = ql\frac{l}{2} + 2ql\frac{3}{2}l + V_E l + H_E l + M_F = 0$

$\circlearrowright^{+\ I}$ $M(D) = -ql^2 + 2ql \cdot 2l - R_C\frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}}\cancel{2}l + R_C\frac{\sqrt{2}}{2}l - M_C = 0$

$2\sqrt{2}ql\frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}} + H_E = 0 \Rightarrow 2ql + H_E = 0 \Rightarrow \boxed{H_E = -2ql}$

$-2ql + R_C\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \Rightarrow R_C\frac{\sqrt{2}}{2} = 2ql \Rightarrow R_C = \frac{4}{\sqrt{2}}ql \Rightarrow R_C = \frac{4\sqrt{2}}{2}ql \Rightarrow \boxed{R_C = 2\sqrt{2}ql}$

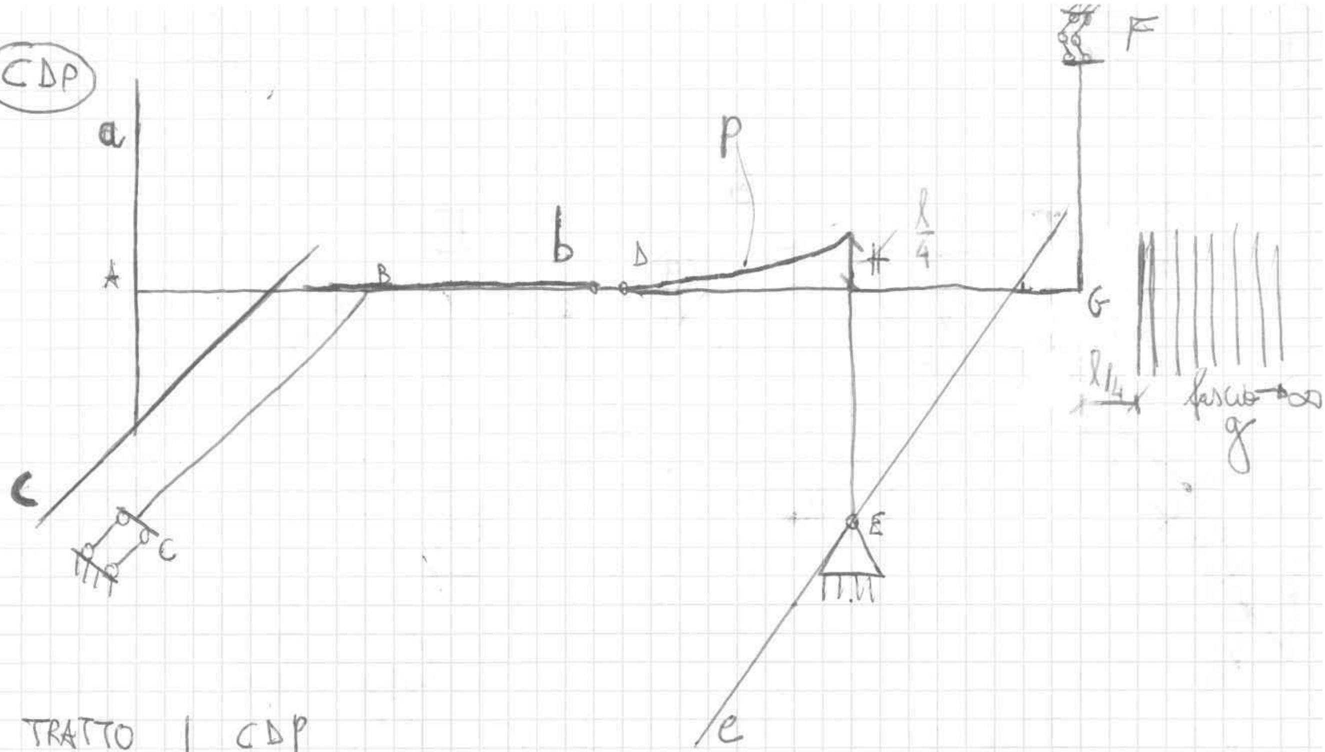
$\boxed{V_E = -3ql}$

$\frac{7}{2}ql^2 - 3ql^2 - 2ql^2 + M_F = 0 \Rightarrow M_F + ql^2\left(\frac{7-6-4}{2}\right) = 0 \Rightarrow \boxed{M_F = \frac{3}{2}ql^2}$

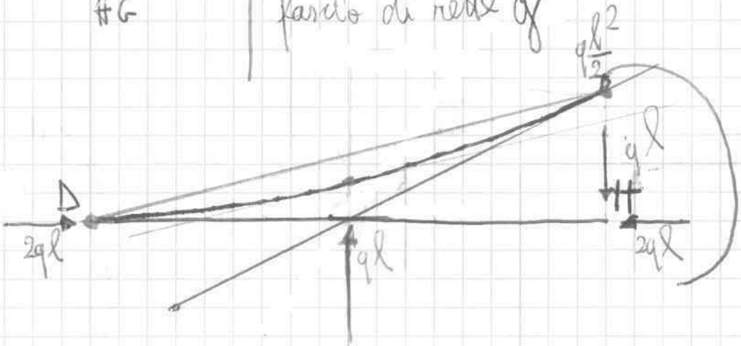
$3ql^2 - \sqrt{2}l \cdot 2\sqrt{2}ql + \frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}}l\sqrt{2}\cancel{2}ql - M_C = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 3ql^2 - 4ql^2 + 2ql^2 - M_C = 0 \Rightarrow \boxed{M_C = ql^2}$

CDP

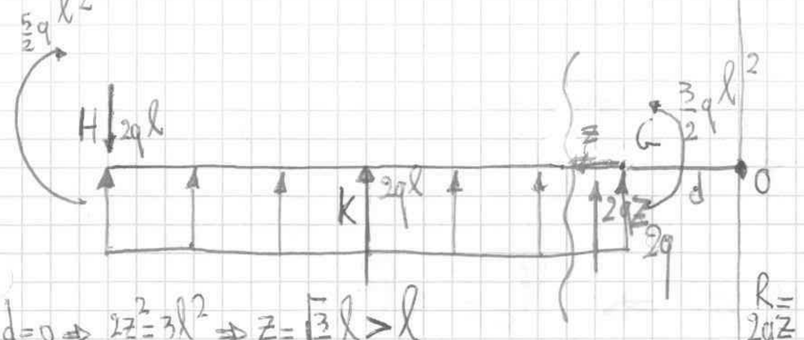


TRATTO	CDP
AB	a
CB	c
DB	b
EH	e
FG	retta impropria
DH	parabola p
HG	fascio di rette g



$$\frac{\frac{ql^2}{2}}{2ql} = \frac{l}{4}$$

$$\circlearrowleft M_H = M_H - ql \cdot \frac{l}{2} = 0 \Rightarrow M_H = \frac{ql^2}{2}$$



$$\circlearrowleft M(O) = 0 = \frac{3}{2}ql^2 - 2qz\left(d + \frac{z}{2}\right) =$$

$$= \frac{3}{2}ql^2 - 2qzd - qz^2 = 0$$

$$\Rightarrow 2qzd = \frac{3}{2}ql^2 - qz^2 = \frac{3ql^2 - 2qz^2}{2}$$

$$d = \frac{3ql^2 - 2qz^2}{4qz} =$$

$$= \frac{3l^2 - 2z^2}{4z}$$

$d = 0 \Rightarrow 2z^2 = 3l^2 \Rightarrow z = \sqrt{\frac{3}{2}}\, l > l$

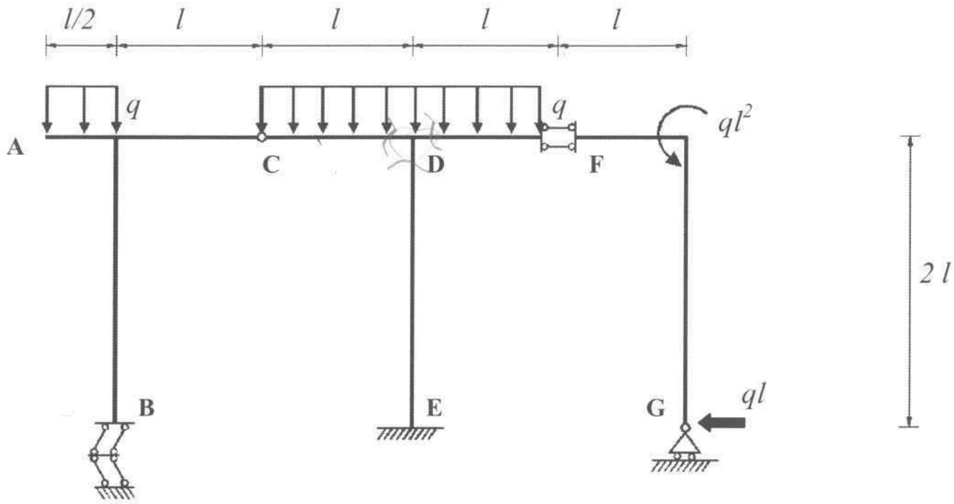
se $z = 0 \Rightarrow d = +\infty$

se $z = l \Rightarrow d = \frac{l}{4}$

7 Gennaio 2011 **COMPITO I**

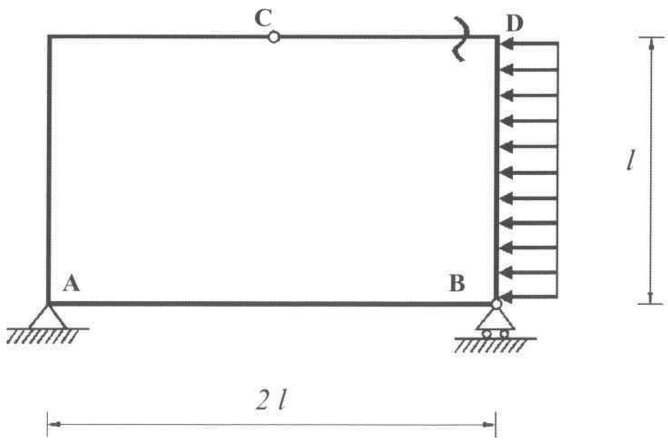
COGNOME :	CORSO DI LAUREA :
NOME:	MATRICOLA:

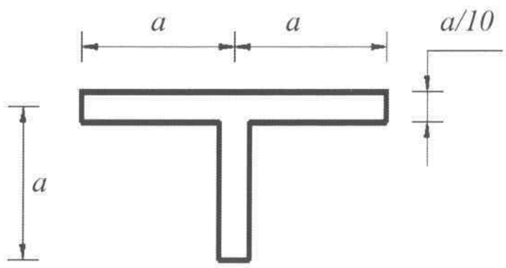
Esercizio 1



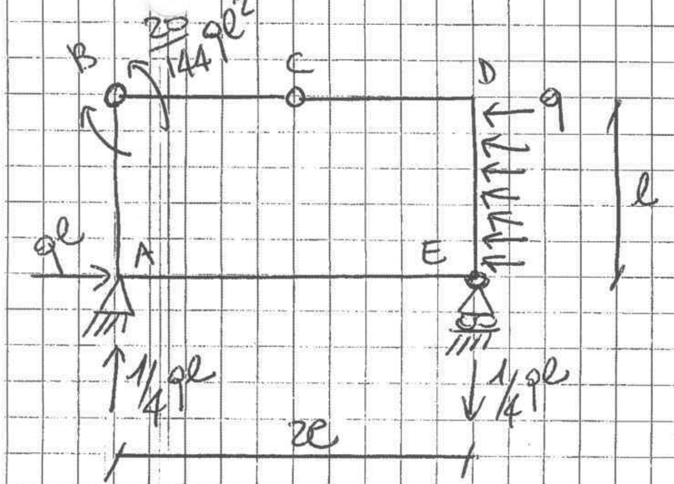
1. Tracciare in scala i diagrammi M, N, T.
2. Tracciare la curva delle pressioni.
3. Calcolare con il PLV le reazioni interne in ~~D~~ e F.
C

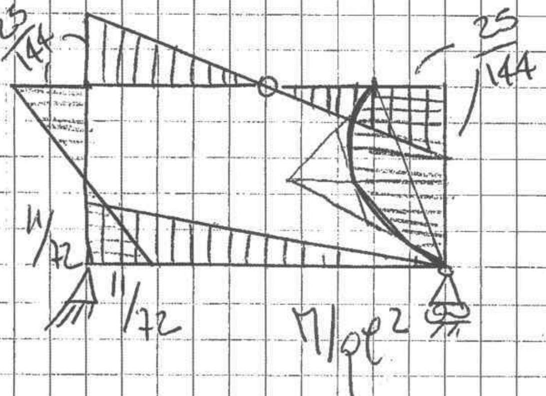
Esercizio 2

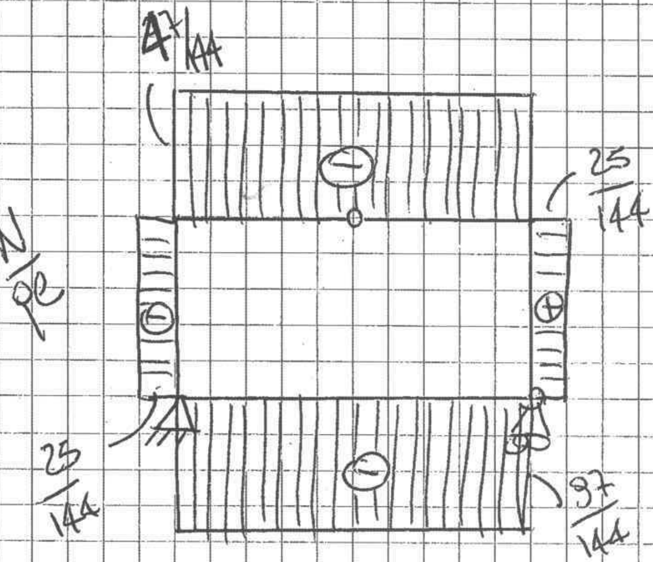


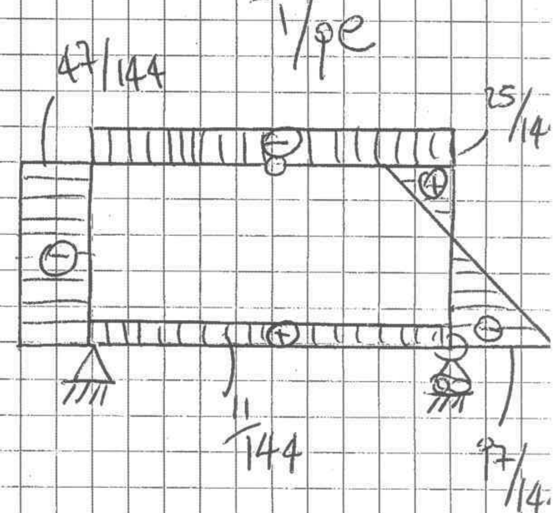


1. Tracciare in scala i diagrammi M, N, T.
2. Tracciare la curva delle pressioni e la deformata qualitativa.
3. Calcolare la rotazione relativa in C.
4. Calcolare la massima tensione equivalente agente nella sezione D con il criterio di Tresca sapendo che le caratteristiche geometriche della sezione in acciaio sono quelle indicate in figura.



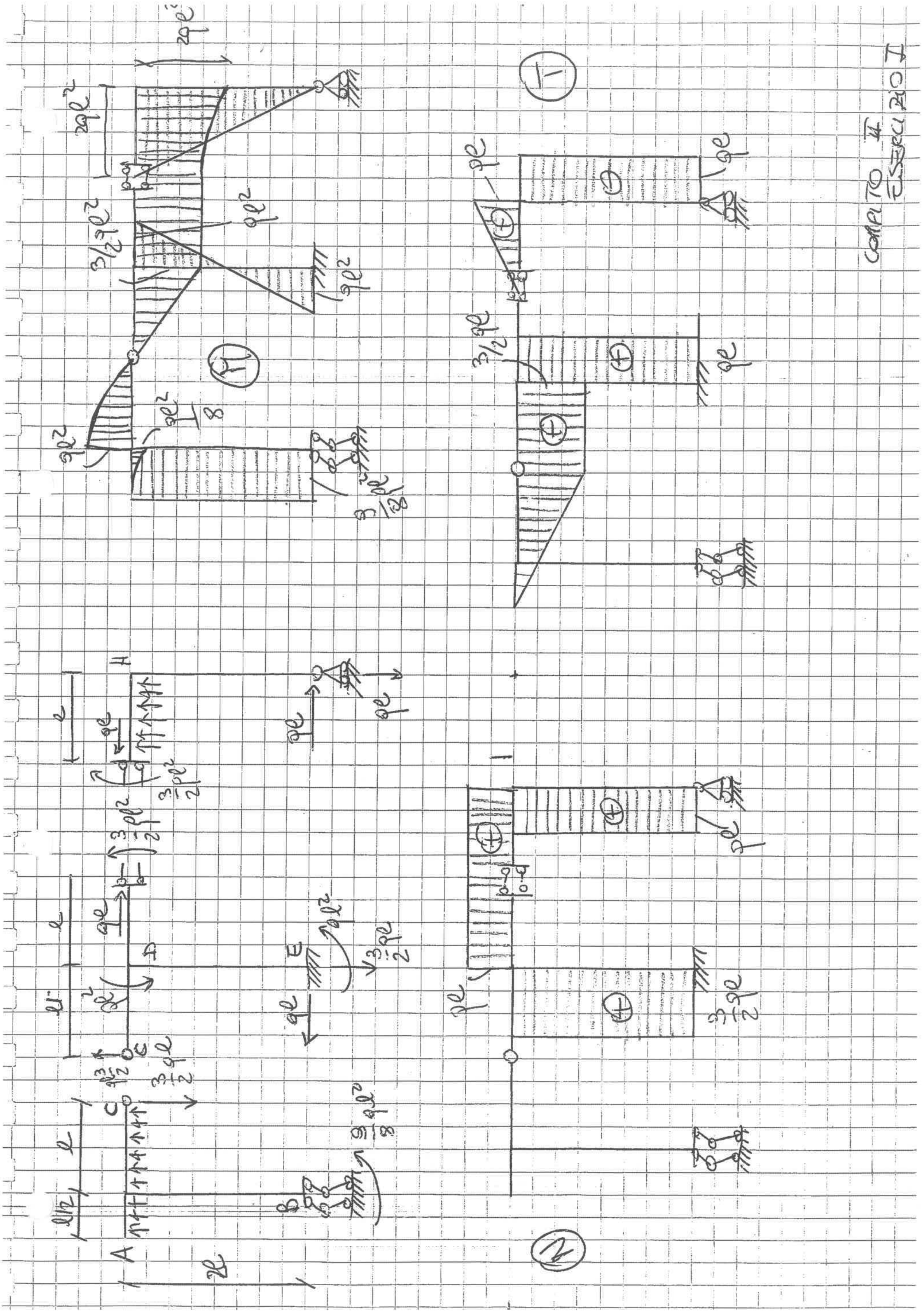






COMPITO I
ESERCIZIO I

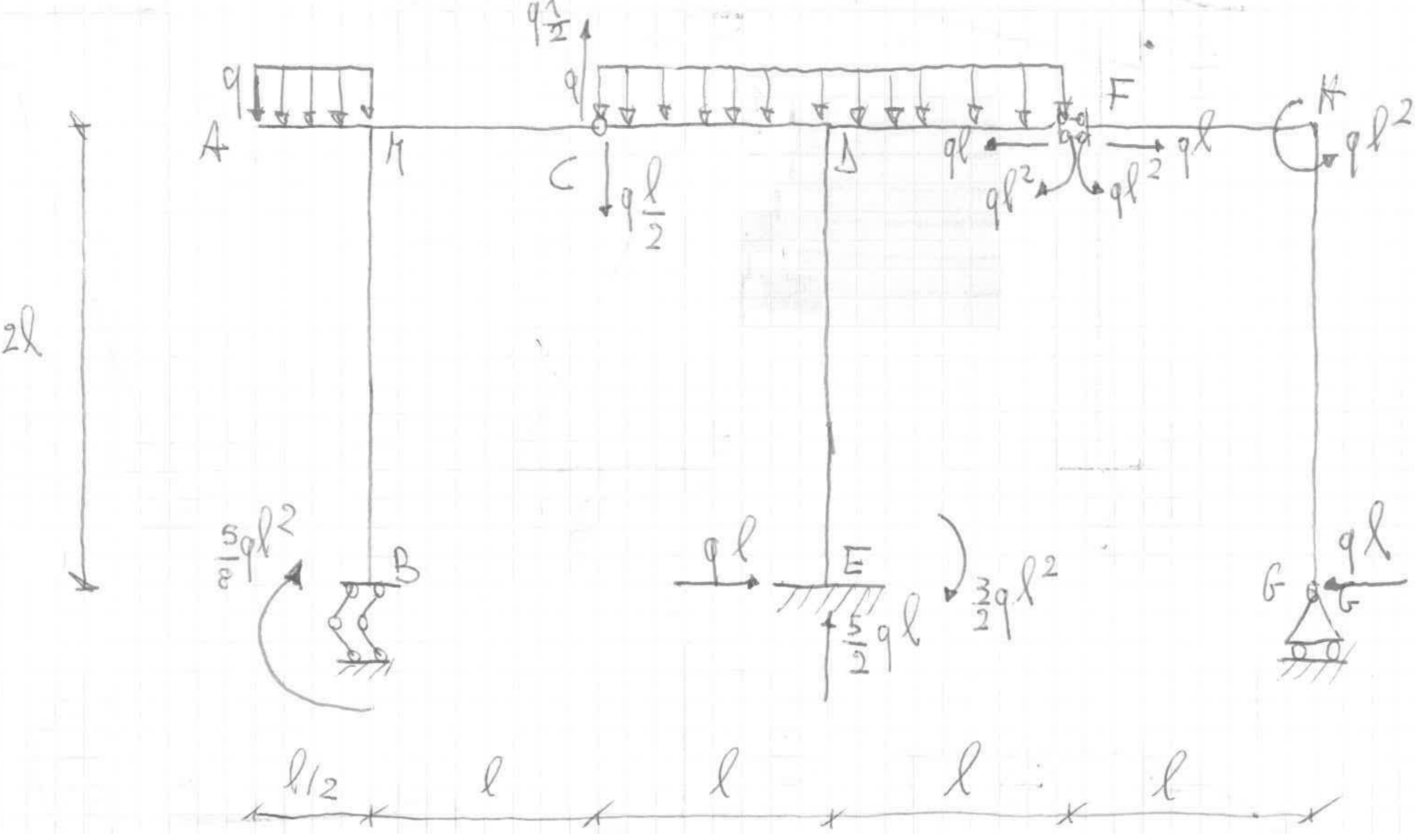
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 63 di 424



© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 65 di 424

SCIENZA DELLE COSTRUZIONI ESERCITAZIONE 12-05-2011

ESAME 07/01/2011 COMPITO I



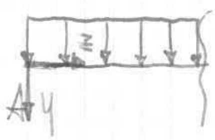
Verifichiamo l'isostaticità:

$g = 3 \times 3 = 9$

$V = 1 + 3 + 1 + 2 + 2 = 9$

$\boxed{AM}$

Il tratto AM è a sbalzo $\Rightarrow$ si comporta come una mensola



$$M(z) = -qz \cdot \frac{z}{2} = -\frac{qz^2}{2}$$

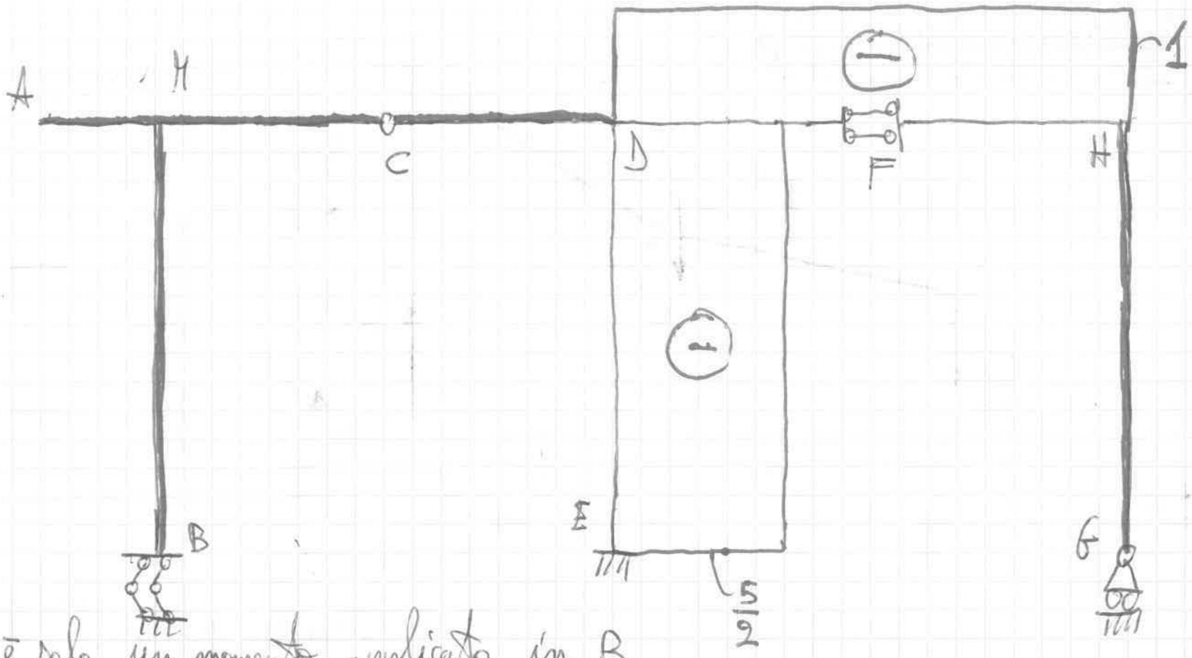
$$T(z) = -qz$$

VERT. PARABOLA: $T = 0 \Rightarrow z = 0$

$$M(0) = 0 \quad , \quad M\left(\frac{l}{2}\right) = -\frac{ql^2}{8}$$

$$T(0) = 0 \quad , \quad T\left(\frac{l}{2}\right) = -\frac{ql}{2}$$

$\frac{N}{ql}$



BM : c'è solo un momento applicato in B

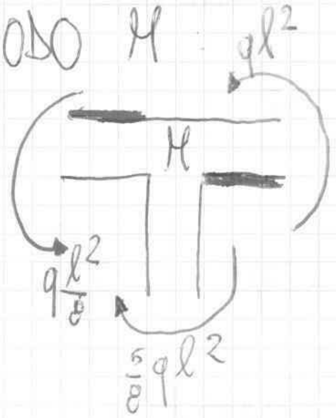
MC : no carico distribuito ⇒ momento lineare :

$M_C = 0$ (perché c'è cerniera)

$M_M = \frac{ql}{2} l$ → è antiorario

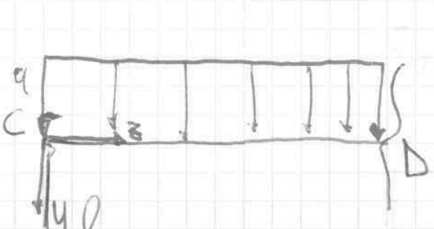
verso in M e guardo a valle

EQ. NODO M



"La trave MC trasmette in M un momento $q\frac{l^2}{2}$ che tende le fibre inferiori ⇒ il disegno giusto è come in figura (verde)"

CD



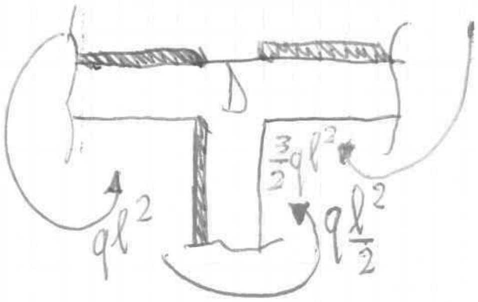
$$M(z) = -\frac{ql}{2}z - qz\frac{z}{2} =$$
$$= -\frac{q}{2}(lz + z^2)$$

Momento sempre < 0 ⇒ si trova dalla parte delle fibre superiori

$M_C = M(0) = 0$; $M_D = M(l) = -ql^2$

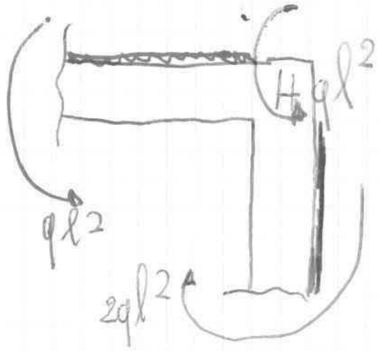
$T(z) = -\frac{ql}{2} - qz$; $T_C = T(0) = -\frac{ql}{2}$; $T_D = T(l) = -q\frac{l}{2} - ql = -\frac{3}{2}ql$

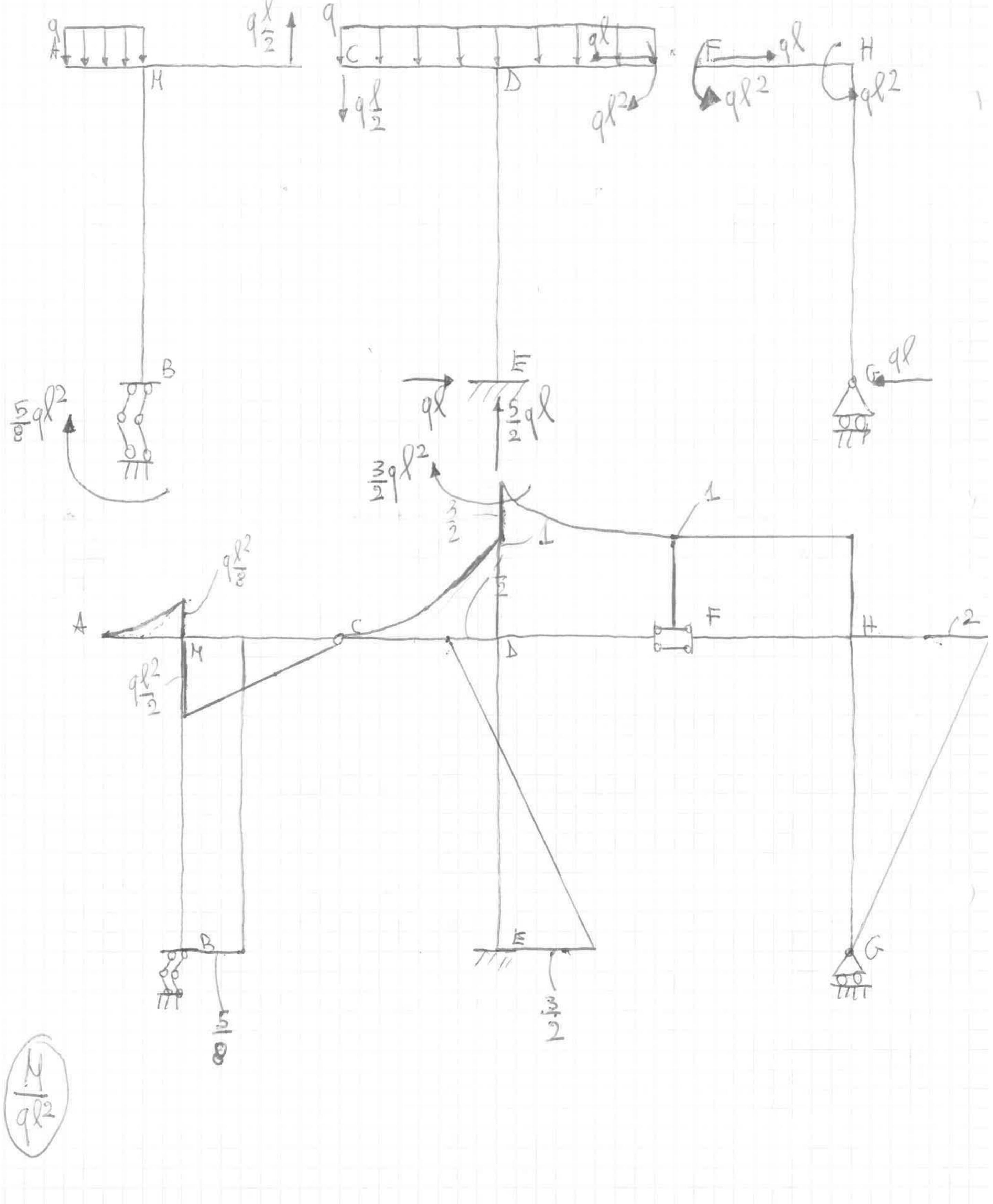
EQ. ROTAZIONE NODO D



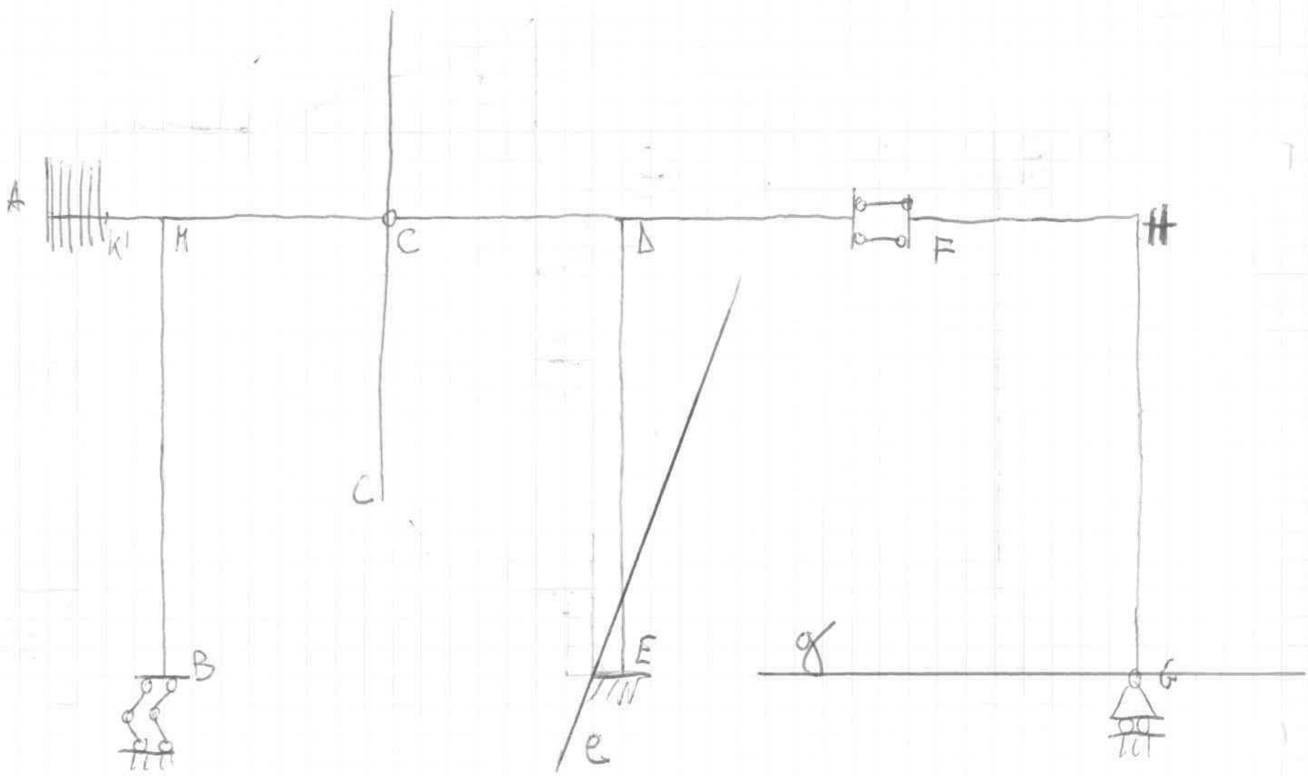
$\boxed{GH}$: nel nodo H è applicato un momento concentrato ⇒ non possiamo ribaltare il diagramma di momento

$$M(z) = qlz$$
$$M(0) = M_G = 0 \qquad M(2l) = M_H = 2ql^2$$





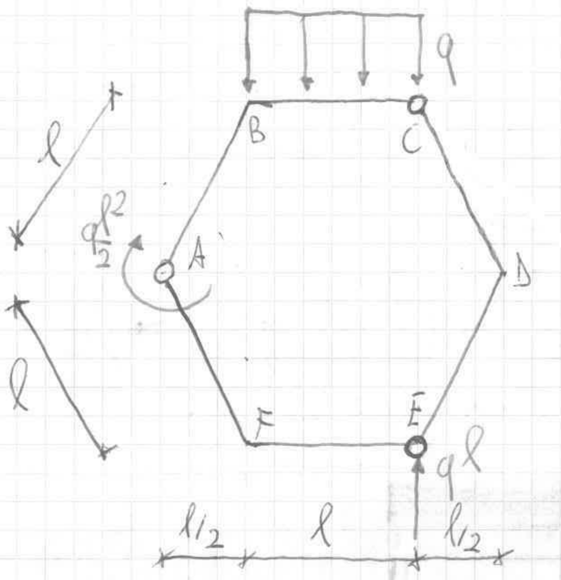
cdp



TRATTO	cdp
BH	retta impropria
ED	e
GH	g
AM	fascio tra A e K'
MC	retta C

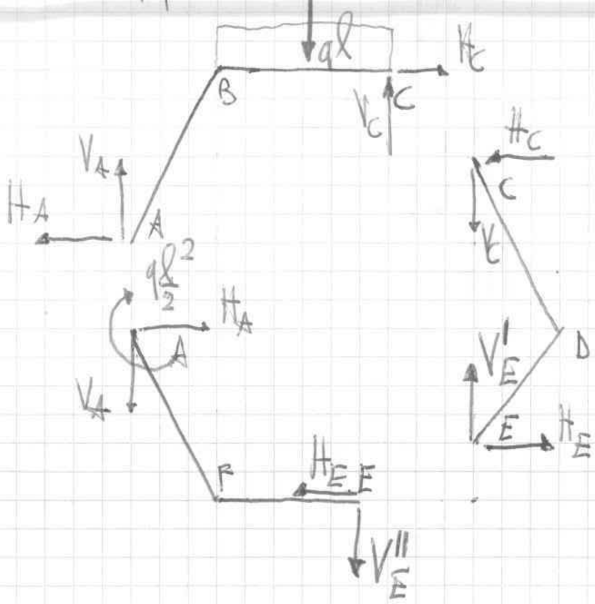
SCIENZA DELLE COSTRUZIONI ESERCITAZIONE 17-05-2011

ESAME 12/01/2010



Il sistema di forze è autoequilibrato

N.B.: per la verifica con il P.L.V. delle reazioni di una maglia con carico autoequilibrato, bisogna mettere vincoli esterni che blocchino la maglia, altrimenti non si riescono a trovare i centri assoluti di rotazione. (Se non metto i vincoli esterni non riesco a trovare i centri assoluti di rotazione, poiché i centri assoluti si riferiscono ai vincoli esterni).

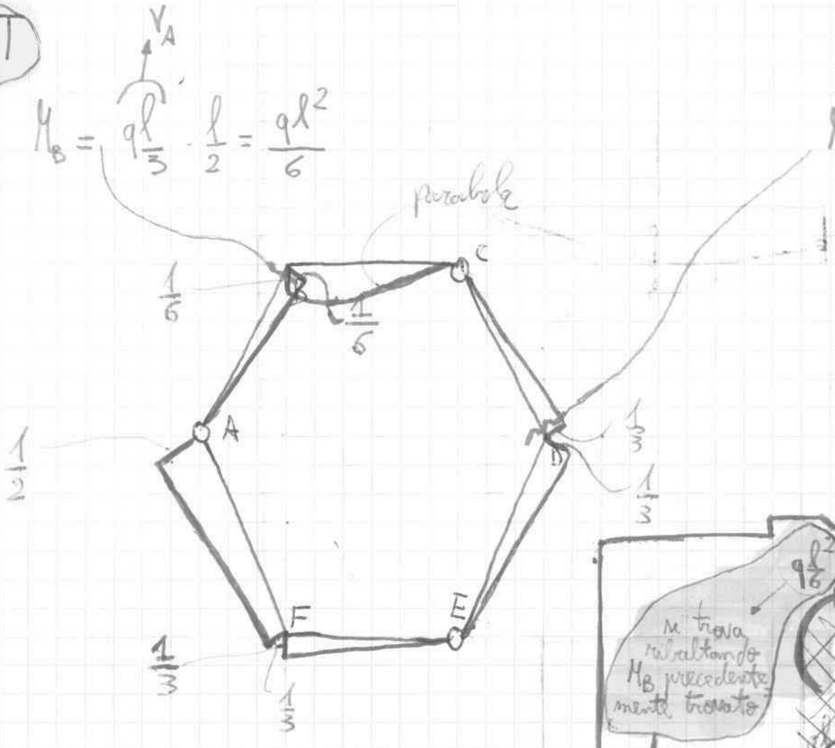


MNT

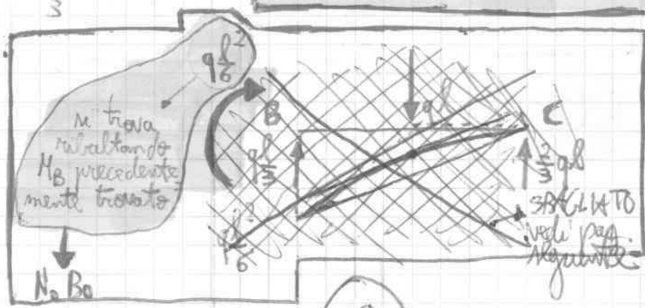
$M_B = \frac{ql}{3} \cdot \frac{l}{2} = \frac{ql^2}{6}$

$M_D = \frac{2}{3}ql \cdot \frac{l}{2} = \frac{ql^2}{3}$

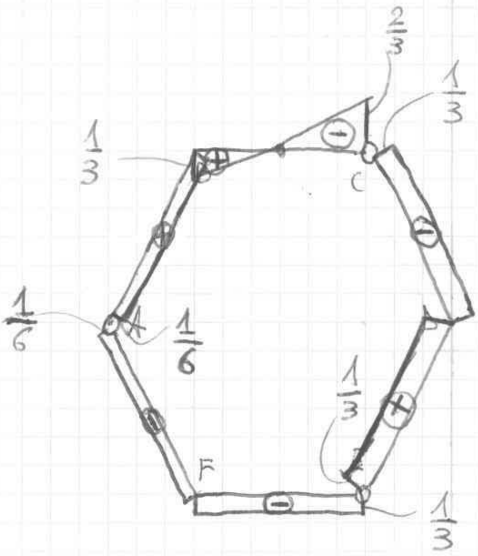
$\frac{M}{ql^2}$



M in F ribalto $\frac{1}{3}$ ortogonalmente al tratto F-A.

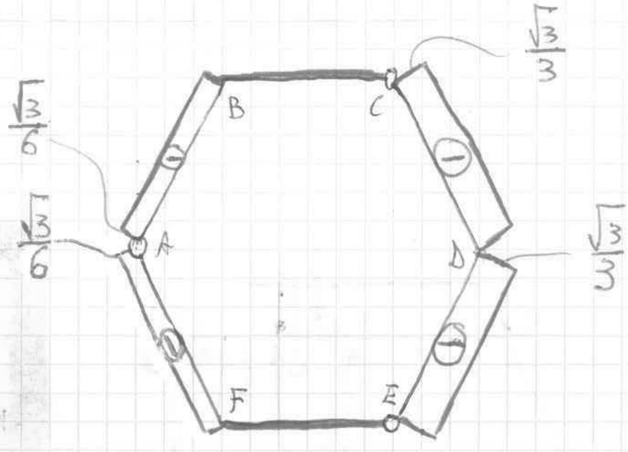


$\frac{T}{ql}$



Dobbiamo scomporre V_A nella direzione parallela e ortogonale alla trave:

$\frac{N}{ql}$

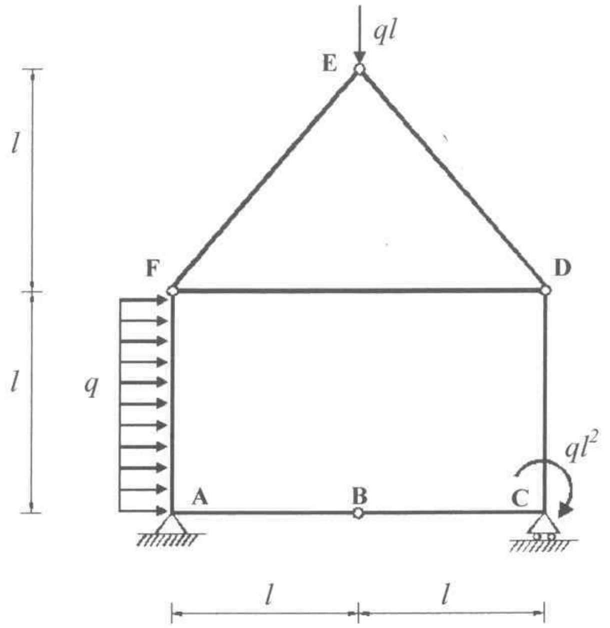


2

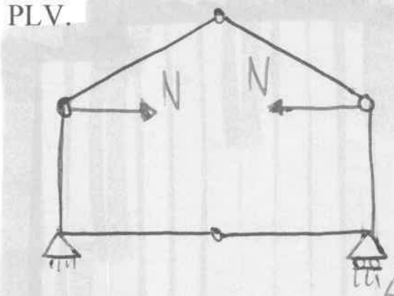
31 Agosto 2010 **COMPITO I**

COGNOME :	CORSO DI LAUREA :
NOME:	MATRICOLA:

Esercizio 1

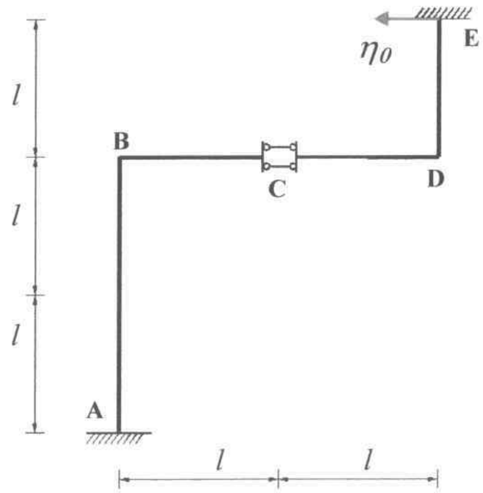


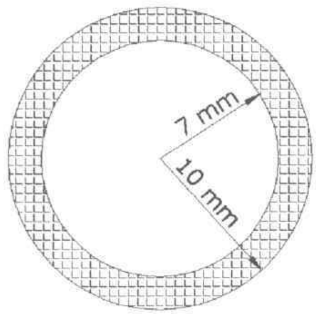
1. Tracciare in scala i diagrammi M, N, T.
2. Tracciare la curva delle pressioni.
3. Calcolare le reazioni nell'asta FD con il PLV.



Quando ho un'asta tolgo l'asta e metto lo sforzo normale
N sono applicati nei centri relativi (~~...~~ in corrispondenza dei centri relativi i corpi compiono lo stesso spostamento)

Esercizio 2



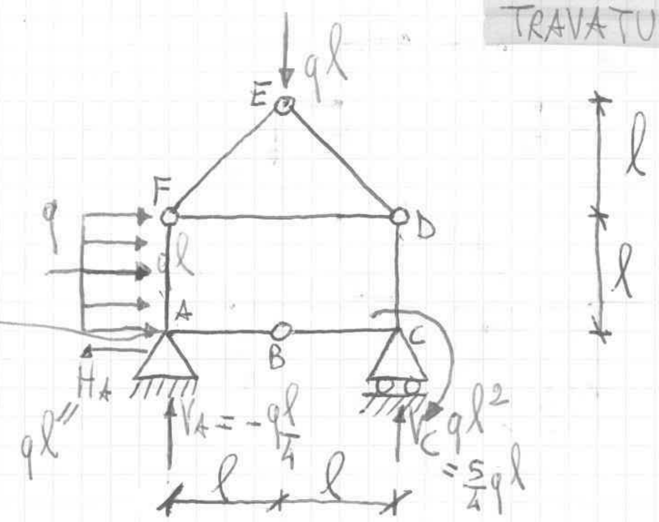


1. Tracciare in scala i diagrammi M, N, T.
2. Tracciare la curva delle pressioni e la deformata qualitativa.
3. Calcolare lo spostamento veriticale relativo nel punto C.
4. Verificare la sezione in acciaio maggiormente sollecitata sapendo che le sue caratteristiche geometriche sono quelle indicate in figura e che E = 210 GPa, η_0 = 20 mm, l = 1 m e σ_{amm}= 255 MPa.

SCIENZA DELLE COSTRUZIONI ESERCITAZIONE 19-05-2011

ESAME ~~14/09/2010~~ COMPITO I
31-08-2010

STRUTTURA CONTENENTE UNA TRAVATURA RETICOLARE



N.B.: dato che non c'è il pallino ⇒ nell'angolo A ci sarà anche un momento (ma non è trasmesso dalla cerniera)

I tratti FE, FD, ED sono bielle poiché sono soggetti ~~solo~~ a sforzo normale.

Gli altri tratti invece sono soggetti sia a sforzo normale, che a taglio che a momento.

$$\xrightarrow{+} \quad q\ell - H_A = 0 \Rightarrow \boxed{H_A = q\ell}$$

$$+\uparrow \quad V_A + V_C - q\ell = 0 \Rightarrow \text{dopo aver calcolato l'eq. alla rotaz.} \Rightarrow \boxed{V_A = -\frac{q\ell}{4}}$$

$$\circlearrowright + \quad M(A) = -q\ell \cdot \frac{\ell}{2} - q\ell \cdot \ell - q\ell^2 + V_C \cdot 2\ell = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2V_C = q\ell\left(\frac{1}{2} + 1 + 1\right) \Rightarrow \boxed{V_C = \frac{5}{4}q\ell}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 83 di 424

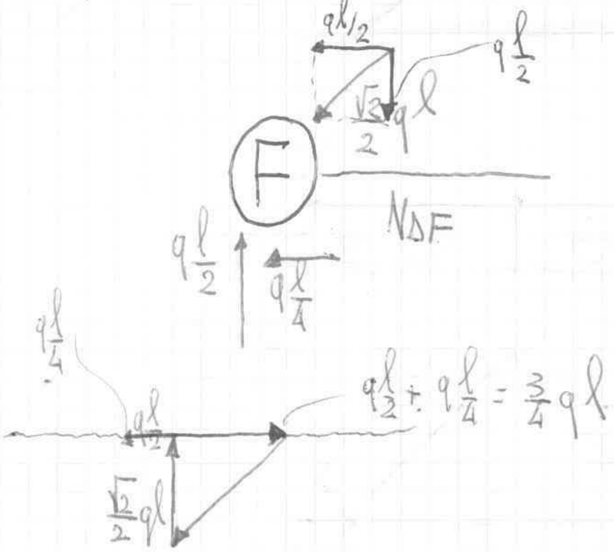
$\xrightarrow{+}$ DCB : $H_D = q\frac{l}{4}$

$+\uparrow$ DCB $V_D = q\frac{l}{2}$

$\xrightarrow{+}$ FAB : $H_F = q\frac{l}{4}$

$+\uparrow$ FAB : $V_F = -q\frac{l}{2}$

Consideriamo l'equilibrio del nodo F:

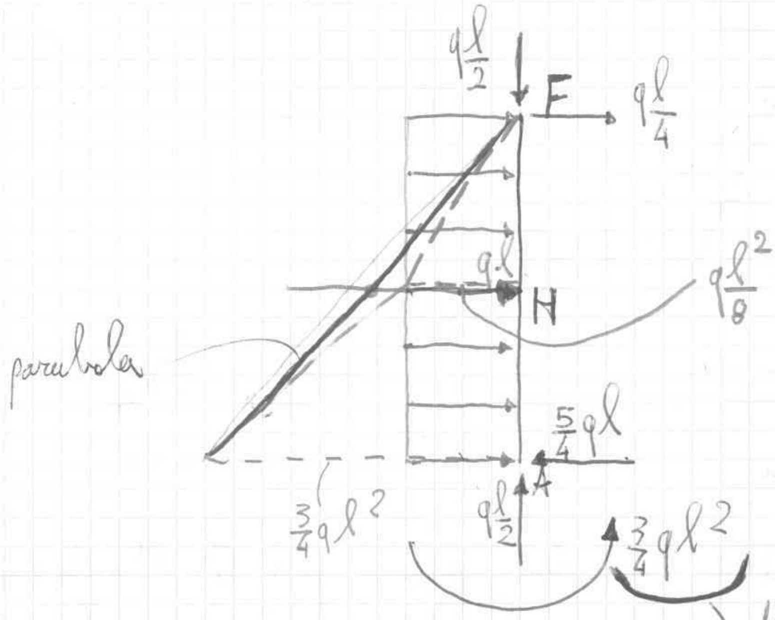


Metodo analitico: $+\uparrow \quad q\frac{l}{2} - q\frac{l}{2} = 0$

$\xrightarrow{+} \quad -q\frac{l}{4} - N_{DF} - q\frac{l}{2} = 0 \Rightarrow N_{DF} = -\frac{3}{4}ql$

l'avevo presa inizialmente verso sinistra.

METODO GRAFICO PER IL TRATTO AF



ottenuto con il RIBALTAMENTO

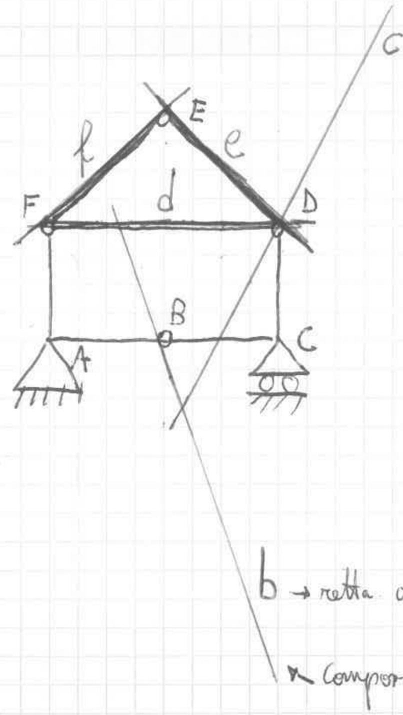
Il momento da F ad H sarà lineare perché sto considerando la forza concentrata

In F si ha $M_F = 0$, in H si ha $M_H = q\frac{l}{4}\cdot\frac{l}{2}$

CDP

Compongo H_D e V_D

c → retta d'azione della reazione R_D



b → retta d'azione della reazione R_B

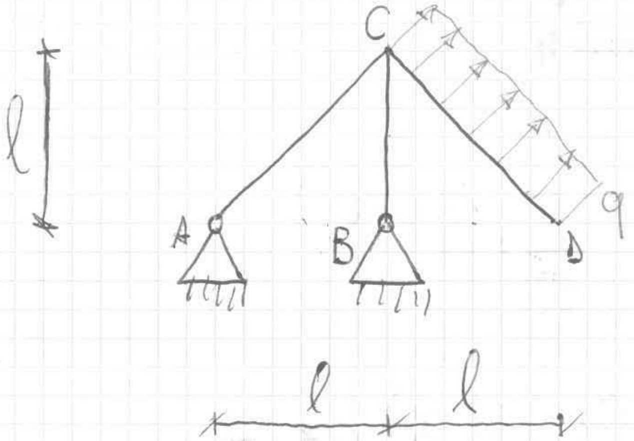
Compongo H_B e V_B

guardando a monte tengo implicitamente conto delle reazioni in C

TRATTO	CDP
EF	f
ED	e
FD	d
DC	c
BC	b
BA	b

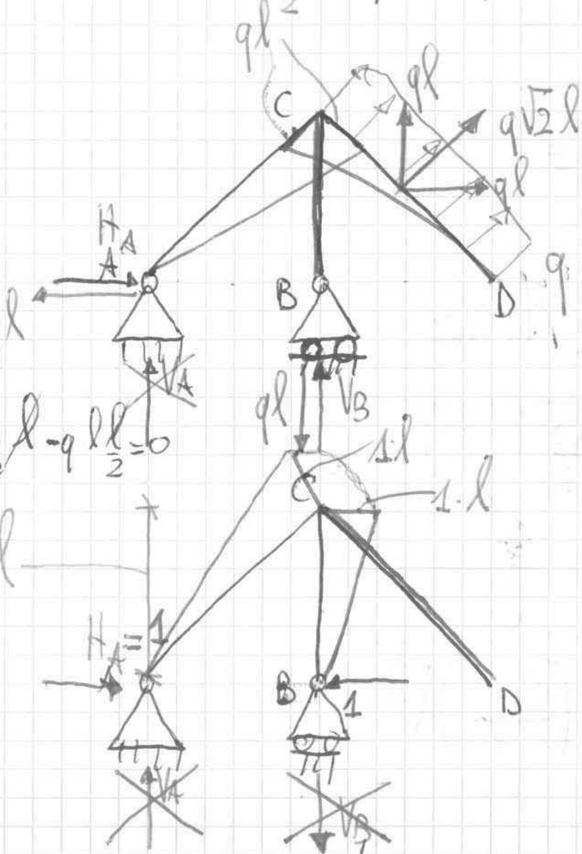
SCIENZA DELLE COSTRUZIONI ESERCITAZIONE 16-06-2011

ESAME 02/02/2009



$g = 3$, $V = 2+2 = 4 \Rightarrow V - g = 1$ 1 grado di iperstaticità

Ora consideriamo l'isostatica principale e due schemi:



$\circlearrowleft M(A) = V_B l + q l \frac{3}{2} l - q l \frac{l}{2} = 0$

$\Rightarrow V_B + ql = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow V_B = -ql$

$M(0)$ (0)

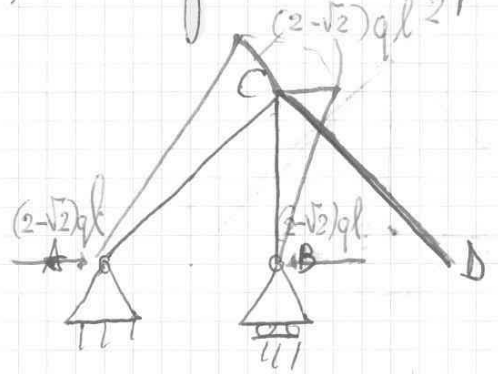
CD si comporta come una mensola

(1)

$M(1)$

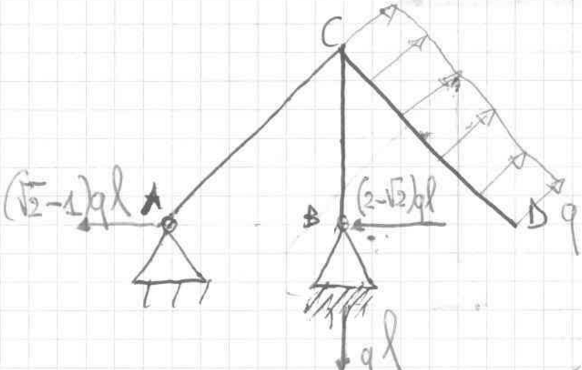
Risolviamo i due schemi isostatici (fatto qui sopra)

Ora moltiplico il diagramma 1 per il valore di X

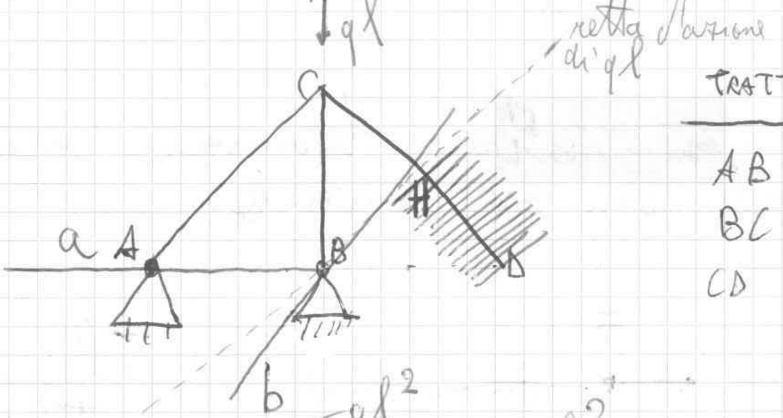


Ora possiamo sovrapporre i risultati: schema (0) + schema (1) · X

(0) + (1)(X)

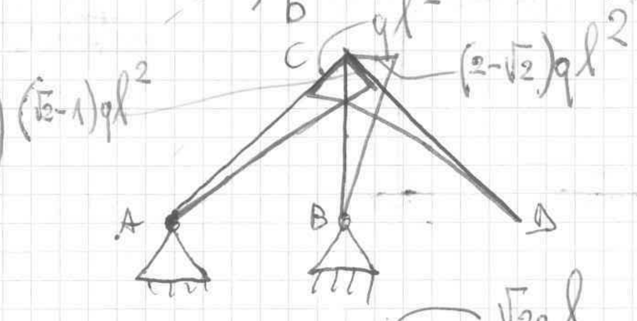


(CDP)

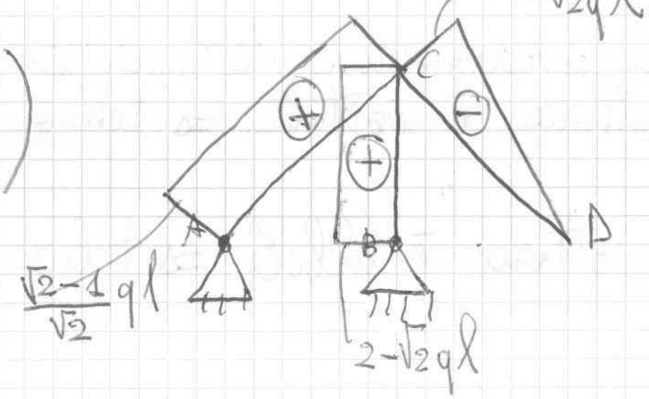


TRATTO	cdp
AB	a
BC	b
CD	fascio tra H e D

(M_{reale})

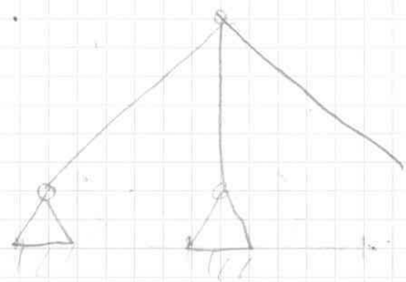


(T_{reale})



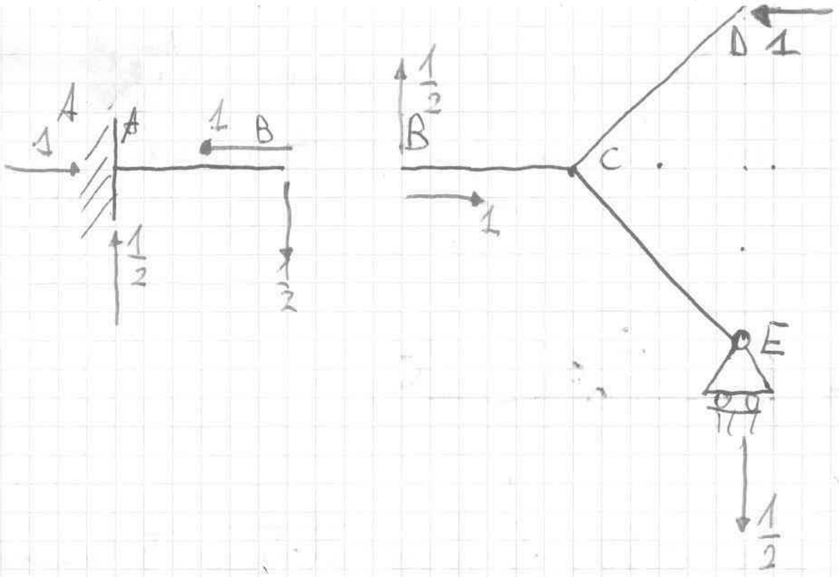
Nel nostro caso i nodi sono fissi: per la CONGRUENZA ANGOLARE ⇒ l'angolo deve rimanere 45°

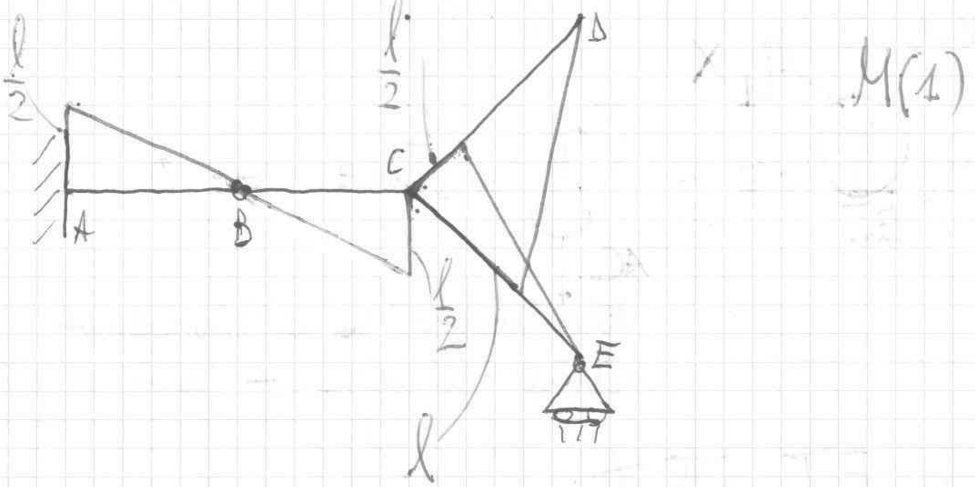
non considero CD, perché è una mensola ⇒ già in partenza isostatica



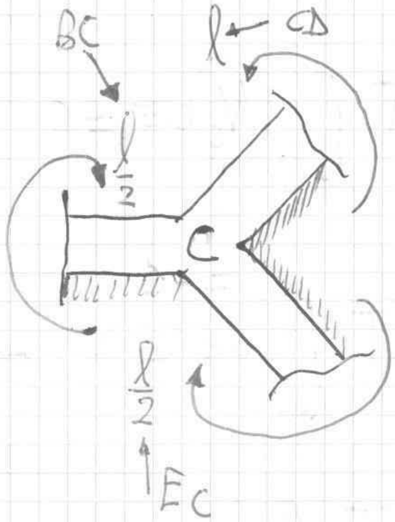
g

$2+2+2(2)=0$





Vediamo se c'è
eq. alla rotazione



	$\int M_1^2 dz$
AB	$\frac{l}{3}\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{l^3}{12}$
BC	$\frac{l}{3}\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{l^3}{12}$
CD	$\frac{\sqrt{2}l}{3}\left(l\right)^2 = \frac{\sqrt{2}l^3}{3}$
DE	$\frac{\sqrt{2}l}{3}\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{\sqrt{2}l^3}{12}$
	$\frac{l^3}{12}\left(1+1+4\sqrt{2}+\sqrt{2}\right) = \left(\frac{2+5\sqrt{2}}{12}\right)l^3$

$$\Rightarrow \frac{X}{EI}\left(\frac{2+5\sqrt{2}}{12}\right)l^{\cancel{3}} - \alpha \Delta T\, 2\cancel{l} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow X = \frac{(2\alpha \Delta T EI)12}{(2+5\sqrt{2})l^2} = \frac{\overset{12}{\cancel{24}}\,\alpha \Delta T EI\,(5\sqrt{2}-2)}{l^2\ \underset{23}{\cancel{46}}} =$$

$$= \frac{12(5\sqrt{2}-2)\alpha \Delta T EI}{23\,l^2}$$

Moltiplichiamo $M(1)\,X = M(R_{ab})$