NUMERO : 182

DATA : 03/12/2011

A P P U N T I

STUDENTE : Rombi

MATERIA : Meccanica Applicata alle Macchine Esercizi
Prof. Belforte

BIELLA MANOVELLA

IN UN MANOVELLISMO DI PRIMO GENERE SI CONOSCONO: LA GEOMETRIA, LA VELOCITÀ ANGOLARE $n_1 = 1500$ giri/min E L'ACCELERAZIONE ANGOLARE $\dot{\omega}_1 = 1000\ rad/s^2$ DELLA MANOVELLA OA.

NELLA CONFIGURAZIONE DI FIGURA, DETERMINARE:

1) I GRADI DI LIBERTA' DEL SISTEMA;
2) VELOCITA' V ED ACCELERAZIONE a DEL PIEDE DI BIELLA B;
3) VELOCITA' ANGOLARE ω_2 ED ACCELERAZIONE ANGOLARE $\dot{\omega}_2$ DELLA BIELLA AB

OA = 0,21 m MANOVELLA

$\theta_1 = 45°$

A BOTTONE DI MANOVELLA O TESTA DI BIELLA.

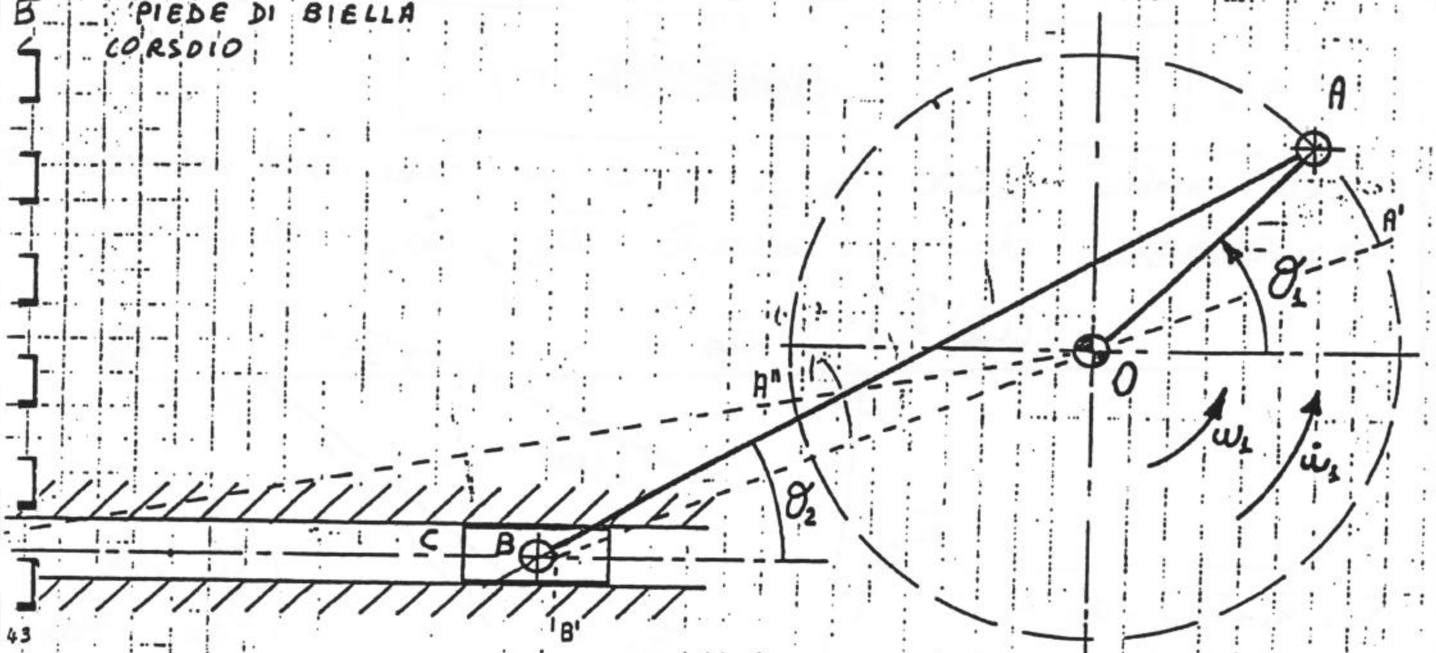
AB = 0,61 m BIELLA

$\theta_2 = 30°$

B PIEDE DI BIELLA

C CORSOIO

SCALA DISEGNO $\alpha = 0,05\ \frac{m}{cm}$



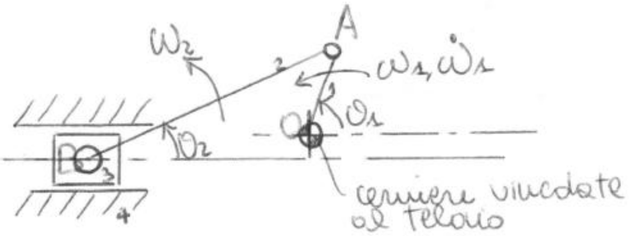
43

carmen.visconte@polito.it

MECCANICA

CINEMATICA "ESERCITAZIONE 1"

Sistema biella-manovella



costituito
1: manovella
2: biella
3: piede di biella
4: telaio

DATI:

$n_1 = 1500$ giri/min
$\dot{\omega}_1 = 1000$ rad/s^2
$OA = 0{,}21$ m
$\theta_1 = 45°$
$AB = 0{,}61$ m
$\theta_2 = 30°$

? g.d.l.
? $\vec{v}_B, \vec{a}_B$
? ω_2; $\dot{\omega}_2$

Operazioni:

$$\omega = \frac{2\pi \cdot n}{60} \qquad \omega_1 = \frac{2\pi \cdot n_1}{60} = 157{,}07 \ \text{rad/sec}$$

se ho un grado di libertà mi basta un solo dato, guardo la relazione Grubler.

$$x = 3(n-1) - 2c_1 - c_2 = 3(4-1) - 2 \cdot 4 = 1$$

n = numeri di corpi + telaio = 4
c_1 = n° vincoli a 1 g.d.l. = 4
c_2 = n° " a 2 g.d.l. = 0

• Analisi sulle velocità
Corpo 1 xké ho maggiori informazioni MANOVELLA

formula fondamentale della cinematica

$$\vec{v}_A = \vec{v}_O + \vec{v}_{AO}$$

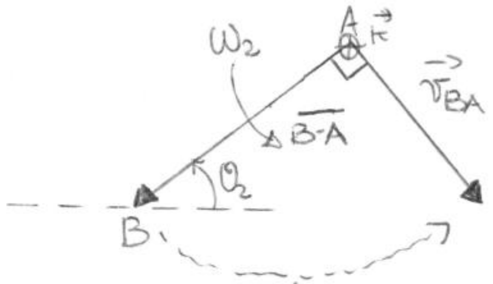
$$\boxed{\vec{v}_A = \omega_1 \vec{k} \wedge (\overline{A-O})} = \omega_1 \vec{k} \wedge (AO)\vec{i} = \omega_1 AO[\vec{k} \wedge \vec{i}] = \omega_1 AO \vec{u}$$

considero di più

1

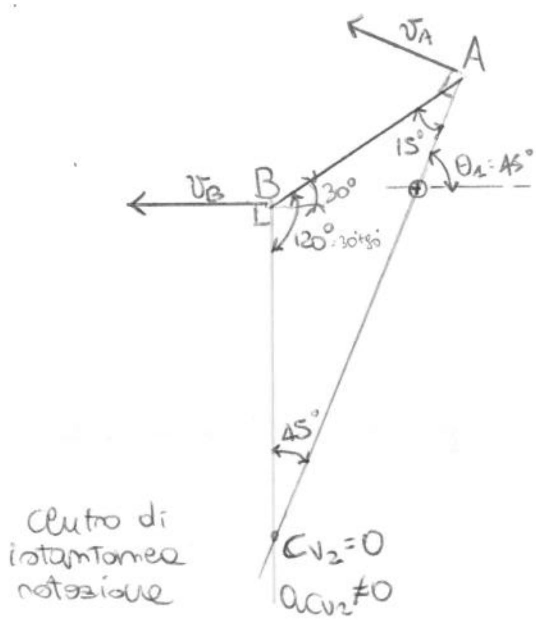
ω_2 → Modulo $\frac{v_{BA}}{\overline{AB}}$
→ Direzione $\vec{k}$
→ Verso $\omega_2 \vec{k} \wedge (\overline{A-B}) = v_{BA}$

Decisione del suo verso



siccome passo dal vettore posizione AB e v_{BA} devo ruotare in senso antiorario quindi ω_2 viaggia in senso antiorario.

Altro metodo:
Centro di istantanea rotazione (lavoro nel triangolo dei vettori posizione)



$$\frac{AB}{\operatorname{sen} 45°} = \frac{BC_{v_2}}{\operatorname{sen} 15} = \frac{AC_{v_2}}{\operatorname{sen} 120}$$

$BC_{v_2} = 0{,}223$ m

$$\frac{BC_{v_2}}{C_{v_2}A} = \frac{\operatorname{sen} 15°}{\operatorname{sen} 120°} = 0{,}88 \text{ m}$$

C_{v_2} Formula Fondamentale della cinematica.

$$\vec{v}_B = \underbrace{v_{C_{v_2}}}_{0} + v_{BC_{v_2}} = \omega_2 \vec{k} \wedge (\overline{B - C_{v_2}})$$

oppure

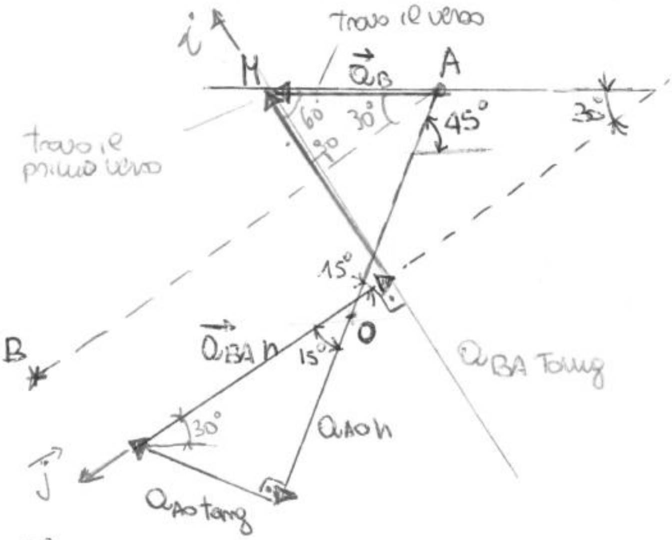
$$\vec{v}_A = v_{C_{v_2}} + v_{AC_{v_2}} = \omega_2 \vec{k} \wedge (\overline{A - C_{v_2}})$$

$$\omega_2 = \frac{v_A}{AC_{v_2}} = 44{,}21 \ \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

	$(AA,2A)^2 \cdot 0,61$ $a_{BA\,n}$	$a_{BA\,tang}$
Modulo	$\omega_2^2\, BA = 1192,26\ \frac{m}{s^2}$	$\dot\omega_2\, BA = ?$
Direzione	// BA	⊥ BA
Verso	B → A	$\dot\omega_2$) ?

normale si usa sempre la velocità angolare ω e per la tangenz si usa $\dot\omega$

Ricavo i versi delle accelerazioni incognite tramite lo studio dei vettori



$a_{AO\,n} \gg a_{AO\,tang}$
$a_{BA\,n}$ parallelo ad $\overline{AB}$ e so che va da B → A
$a_{BA\,tang}$ so che è ⊥ ad $a_{BA\,n}$

Analisi istantanea
xké gli angoli variano durante il moto.

per costruire il poligono faccio riferimento alla relazione (2) pg 4

$\vec j$ asse scelto

PRIMA PROIEZIONE

$$-a_{BA\,n} + a_{BA\,tang}\cancel{\cos 90°} + a_{AO\,tang}\sin 15° + a_{AO\,n}\cos 15° = a_B \cos 30°$$

$15° = 45° - 30°$

incognita

$$a_B = 4464,6\ \frac{m}{s^2}$$

$\vec j$

SECONDA PROIEZIONE

$$(a_{BA})_{tang} + a_{BA\,n}\cancel{\cos 90°} + a_{AO\,tang}\cos 15° - a_{AO\,n}\sin 15° = a_B \sin 30°$$

incognita

oppure $\cos 60°$

$$a_{BA\,tang} = 3370,3\ \frac{m}{s^2}$$

Calcolo $\dot\omega_2$

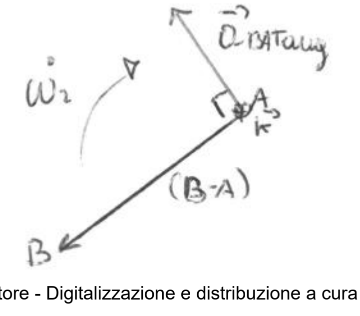
$$\dot\omega_2 = \frac{a_{BA\,tang}}{BA} = 5525,2\ \frac{rad}{s^2}$$

mi manca però il verso

Faccio

$$\vec a_{BA\,tang} = \dot\omega_2 \vec k \wedge (\overline{B-A})$$

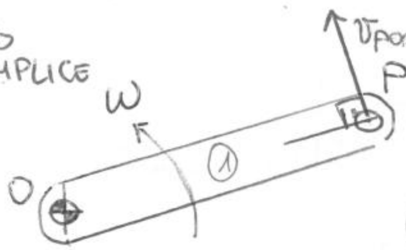
conosco direzione e verso — solo direzione — conosco direzione e verso



determino il verso dello passare dal vettore posizione ad $a_{BA\,tang}$ con una $\dot\omega_2$ con verso orario.

- CORPO (1) : rotazione attorno ad un punto fisso → moto assoluto
↓
xké raccoglie tutti il moto trasmesso.

MOTO SEMPLICE



(fig 1.2)

- CORPO (2) : può ruotare attorno a O_1 (fisso → trascinamento
traslazione di P lungo $\vec{\lambda}$ → si crea moto relativo

Ricavato con il triangolo delle velocità

MOTO COMPOSTO

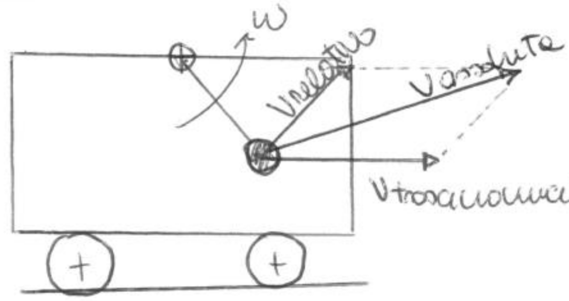
moto di trascinamento di P lungo la guida

IMPORTANTE:

"Il moto di trascinamento va sempre" accoppiato al moto relativo riguardante un sottoinsieme

(fig 1.3)

Esempio di Corpo unico



Vassoluta è giusto non potevo ricavarlo ora l'ho trovato

Calcolo i gradi di libertà

$x = 3(n-1) - 2C_1 - C_2 = 1$

$n = 3$ (1, 2, telaio)

$C_1 = 2$ (O, O_1)

$C_2 = 1$ (P)

altro metodo

$n = 4$ (1, 2, telaio, slitta P)

$C_1 = 4$ (O, O_1, P, slitta $\vec{\lambda}$)

$C_2 = 0$

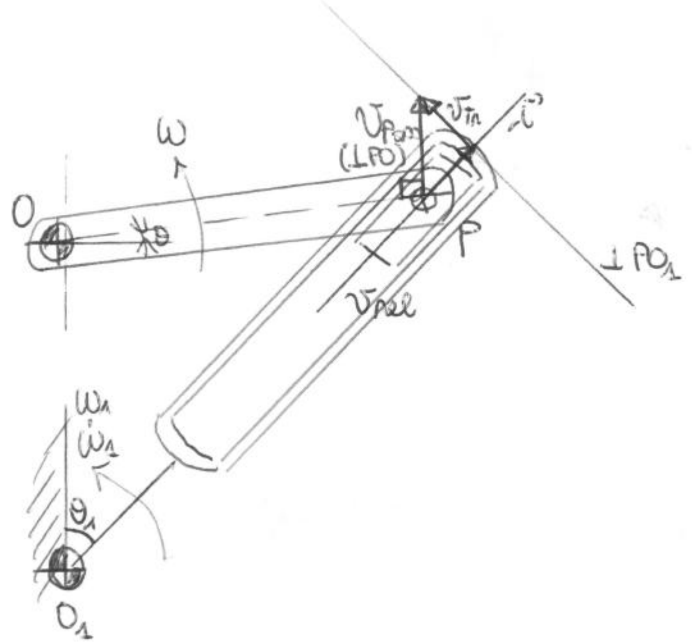
CORPO 1

$$\vec{v}_{P\,ass} = \cancel{\vec{v}_O} + \vec{v}_{PO} = \omega\vec{k} \wedge (P - O)$$

Modulo $\omega\overline{PO} = 47{,}1$ m/sec

Direzione $\perp \overline{PO}$ guarda (fig 1.2)

Verso ω ↻



CORPO 1

$\omega = cost$; $\dot{\omega} = 0$

$\vec{a}_{P_{ass}} = \cancel{\vec{a}_O} + \vec{a}_{PO_n} + a_{PO_{tg}} = -\omega^2 (P-O) + \cancel{\dot{\omega}\vec{k} \wedge (P-O)}$ quindi $a_{P\,ass}$ è parallela alla a_{PO} normale

Modulo $\omega^2 \overline{PO} = 7394{,}7 \ m/s$

Direzione parallela a $\overline{PO}$

Verso $P \to O$

CORPO 2

$\vec{a}_{P_{ass}} = \underset{\text{Trasl}}{\vec{a}_{rel}} + \underset{\text{ROT. } O_1}{\vec{a}_{TR}} + \vec{a}_{CO}$ uso rivals $(a_O - a_n + a_{tg})$

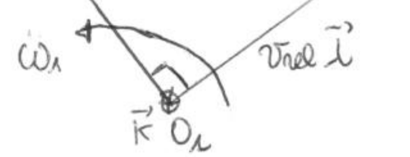
Coriolis è sempre noto xke dipende dalle velocità

$\vec{a}_{P_{ass}} = \pm \dot{v}_{rel} \vec{i} + \left[\cancel{\vec{a}_{O_1}} - \omega_1^2 (P-O_1) + \dot{\omega}_1 \vec{k} \wedge (P-O_1)\right]_{Tr} + 2\omega_1 k \wedge v_{rel}$ $\omega_1^2 PO_1$ ω_{tr}

	$a_{P_{ass}}$	$v_{rel}\vec{i}$	$-\omega_1^2 (P-O)$	$+\dot{\omega}_1 \vec{k} \wedge (P-O)$	$2\omega_1 k \wedge v_{rel}$
Modulo	N	?	$\omega_1^2 PO_1 = 2398 \ m/s^2$	$\dot{\omega}_1 PO_1 = ?$	$2\omega_1 v_{rel} = 3528{,}9$
Direzione	O	$// \vec{i}$	$// PO_1$	$\perp PO_1$	$\perp v_{rel}$ circolare alla coppia
Verso	T A	?	$P \to O_1$	$\dot{\omega}_1$) ?	*

il verso lo consideriamo sempre del corpo mobile alla cerniera

*

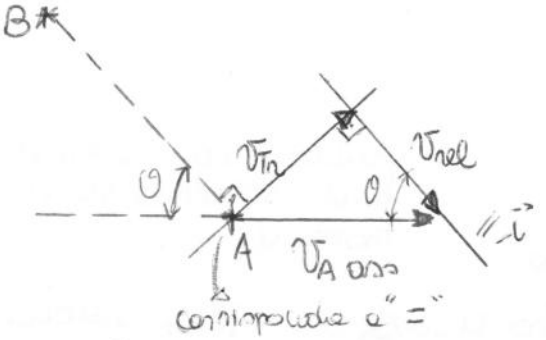


$$\vec{v}_{A\,ass} = \vec{v}_{rel} + \vec{v}_{Tr}$$

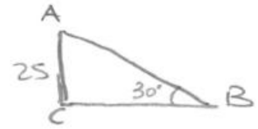
$$v_A \cdot \vec{i} = \pm v_{rel}\,\vec{i} + \left[\cancel{\vec{v}_B} + \omega_1 \vec{k} \wedge (\overline{A-B}) \right]_{Tr}$$

conosco direz, verso — conosco solo direzione — conosco solo direzione

Modulo	N	?	?
Direzione	O T	$// \vec{i}$	$\perp BA$
Verso	A	?	?
	$v_A \cdot i$	v_{rel}	[ ]



- $AB = \dfrac{a}{\text{sen}\,\theta} = 0{,}5$ m



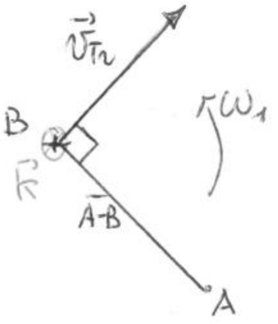
$AC = AB \,\text{sen}\, 30°$

$AB = \dfrac{AC}{\text{sen}\, 30°}$

- $v_{Tr} = v_{A\,ass}\,\text{sen}\,\theta = 0{,}5 \frac{m}{s}$
- $v_{rel} = v_{A\,ass}\cos\theta = 0{,}86 \frac{m}{s}$
- $\omega_1 = \dfrac{v_{Tr}}{BA} = 1 \frac{rad}{s}$

Devo determinare il verso di ω_1

- $v_{Tr} = \omega_1 \vec{k} \wedge (\overline{A-B})$



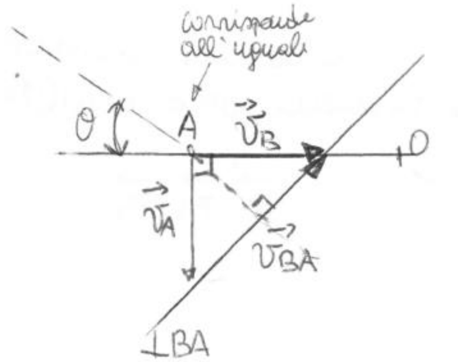
- $\vec{a}_{co} = 2\, \underset{\omega_1}{\underset{\shortparallel}{\omega_{Tr}}}\, \vec{k} \wedge v_{rel}$

2) $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}$

$$\omega_3 \vec{k} \wedge (\overline{B-C}) = \omega_1 \vec{k} \wedge (\overline{A-O}) + \omega_2 \vec{k} \wedge (\overline{B-A})$$

	conosco direzione	conosco direzione e verso	conosco direzione
M	?	N	$\omega_2 BA = ?$
D	$\perp BC$	O T	$\perp BA$
V	?	A	ω_2 ?

Trovo i versi delle velocità incognite



$\operatorname{sen}\theta = \frac{d}{AB} = 0{,}5$

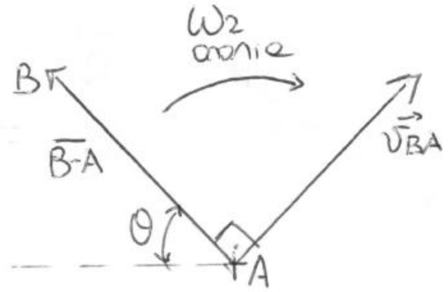
$\theta = 30°$

- $v_B = v_A \operatorname{tg}\theta = 1{,}15$ m/s
- $v_{BA} = \frac{v_A}{\cos\theta} = 2{,}31$ m/s
- $\omega_2 = \frac{v_{BA}}{BA} = 11{,}55$ rad/s
- $\omega_3 = \frac{v_B}{BC} = 11{,}55$ rad/s

Trovo i versi degli ω

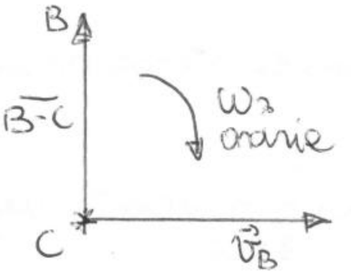
$v_{BA} = \omega_2 \vec{k} \wedge (B-A)$

due termini conosco



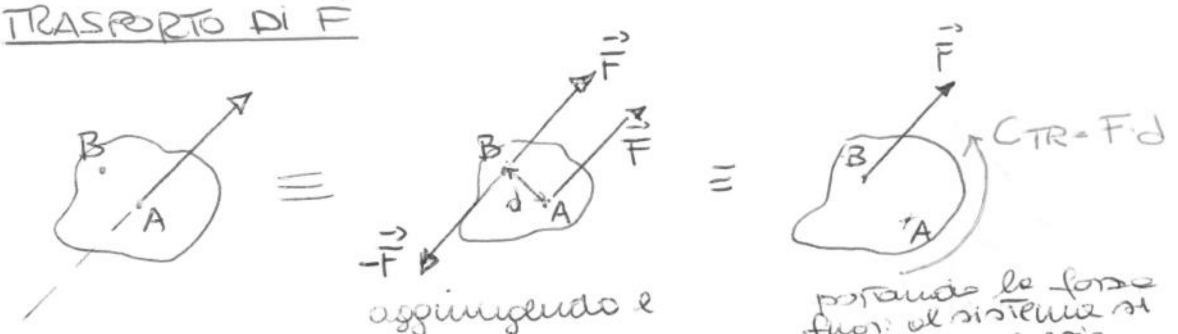
$\vec{v}_B = \omega_3 \vec{k} \wedge (\overline{B-C})$

conosco



Caso in cui una forza viene spostata dalla sua retta d'azione.

TRASPORTO DI $\vec{F}$



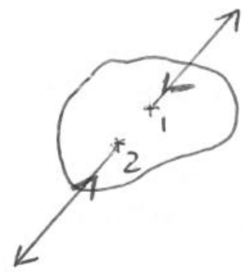
aggiungendo e sottraendo non cambia il sistema

portando la forza fuori il sistema si crea una coppia.

$\boxed{\text{REGOLE DEGLI EQUILIBRI}}$

1) Dato un corpo rigido su cui agiscono <u>due forze</u> è in equilibrio se ho risultante e momento uguale a zero.

NB: le forze devo essere nella stessa retta d'azione

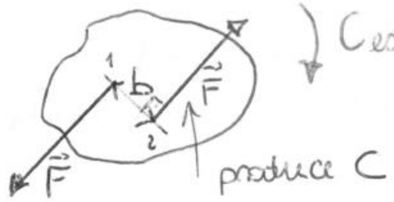


$\vec{R}=0$

$M_R=0$

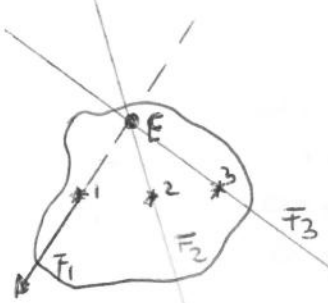
Forze $\begin{cases}\text{stesso modulo}\\ \text{verso opposto}\\ =\text{retta d'azione}\end{cases}$

2) Dato un corpo rigido agiscono <u>2 Forze e una Coppia esterna</u>. Affinché sia in equilibrio $\vec{R}=0$ e $M_R=0$ bisogna generare una coppia opposta e costante.



Forze $\begin{cases}\text{uguale modulo}\\ \text{verso opposto}\\ C\text{ opposta e costante}\end{cases}$

3) Dato un corpo rigido su cui agisco <u>3 Forze</u>



F_1 conosco modulo, direzione, verso

F_2 " direzione

F_3 " punto di applicazione

Per essere in equilibrio le forze devono passare tutti nello stesso punto

Il nuovo punto E delle rette d'azione che intersecano avrò momento nullo alla rotazione. $M_{RE}=0$

LEGGI DI NEWTON

1) Data una particella posta in quiete, si ha moto rettilineo uniforme se $\vec{R}_F = 0$

2) $\sum F_{est_i} = m \cdot a_G$ m = massa (kg)

3) Principio di azione e reazione.

Definisco:

a) TRASLAZIONE: $\sum F_{est_i} = m \cdot \vec{a}_G$ accelerazione lineare

b) ROTAZIONE: $\sum_i M_{est_i} = I_G \dot{\vec{\omega}}$

$$\boxed{\begin{aligned} F_{inerzia} &= -m\,\vec{a}_G \\ M_{inerzia} &= -I_G\,\dot{\vec{\omega}} \end{aligned}}$$ INERZIE

$m = [kg] \rightarrow \vec{a}_G$

$I_G\,[kg\,m^2] \rightarrow \dot{\vec{\omega}}$

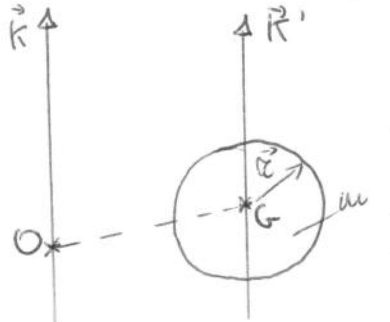
I_G = momento d'inerzia

$I_G \cdot \dot{\vec{\omega}}$ = coppia di inerzia $[N\,m]$

EQUAZIONI CARDINALI DELLA DINAMICA (D'ALAMBERT)

$$\begin{cases} \sum F_{est} + F_{int} = 0 \\ \sum M_{est} + M_{int} = 0 \end{cases}$$

TRASPOSIZIONE MOMENTI DI INERZIA (teorema di Huyghens)



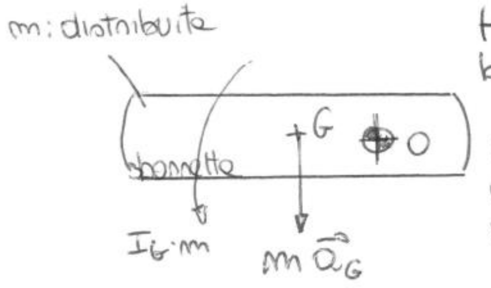
$$I_G = \frac{m\,r^2}{2}\ [kg\,m^2]$$

$$I_O = I_G + m\,(GO^2)\ [kg\,m^2]$$

voglio portare I_G su I_O quindi devo moltiplicare per $m\,(GO^2)$

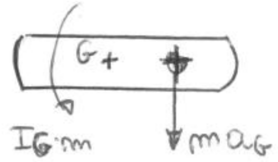
Se sposto il momento d'inerzia devo spostare anche la coppia di inerzia.

Ex:



Ho riferito al baricentro ma posso farlo anche rispetto ad O ma $m\,(GO^2) = \emptyset$ xkè $GO^2 = \emptyset$ (fig a)

(fig a)



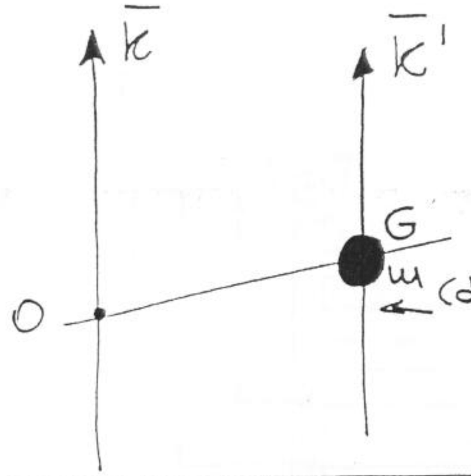
$O)^{+}\ I_O\,\dot{\omega} + \ldots = \emptyset$

$O)^{+}\ m\,a_G\,(GO) + I_G\,\dot{\omega} + \ldots = 0$

I_G è un vettore libero e non dipende dal punto

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 21 di 130

TRASPOSIZIONE MOMENTI DI INERZIA



$$\boxed{I_O = I_G + m\overline{OG}^2}$$

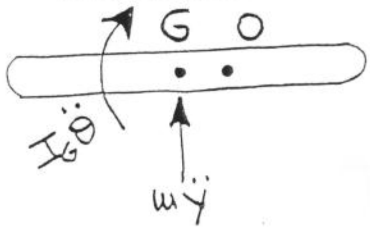
(disco di massa m)

$$I_G = \frac{mR^2}{2}$$

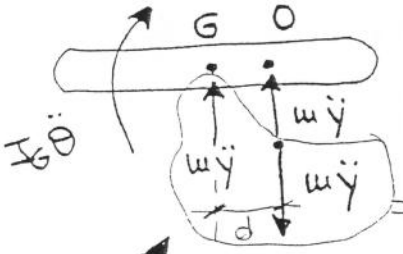
TRASPOSIZIONE FORZE DI INERZIA

ESEMPIO 1

1)

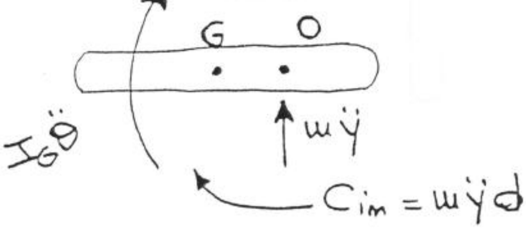


2)



$\Rightarrow C_{im} = m\ddot y d$

3)



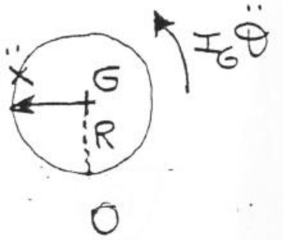
4)

$$I_G\ddot\theta + C_{im} = I_G\ddot\theta + (md^2)\ddot\theta = I_O\ddot\theta$$

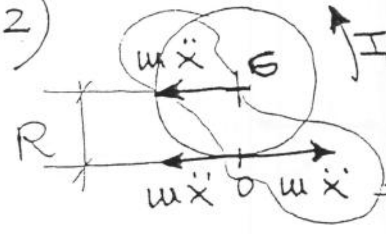
$$\begin{cases} \ddot y = d\ddot\theta \quad (d = \overline{OG}) \\ C_{im} = m\ddot y d = md\,(d\ddot\theta) = (md^2)\ddot\theta \end{cases}$$

ESEMPIO 2

1)

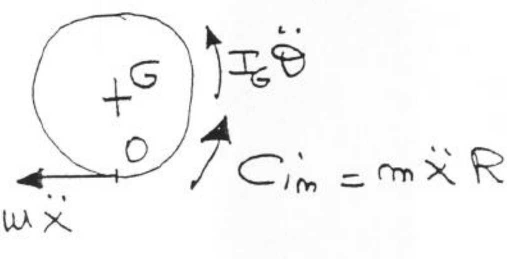


2)

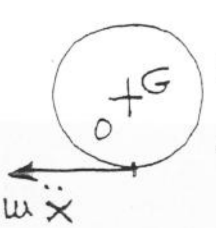


$$\Rightarrow \begin{cases} C_{im} = m\ddot x R \\ R = \overline{OG} \end{cases}$$

3)



4)



$$I_G\ddot\theta + (mR^2)\ddot\theta = (I_G + mR^2)\ddot\theta = I_O\ddot\theta$$

$$\begin{cases} \ddot x = R\ddot\theta \\ C_{im} = (mR)\ddot x = (mR^2)\ddot\theta \end{cases}$$

I SISTEMI (1) e (4) SONO EQUIVALENTI (x CIASCU

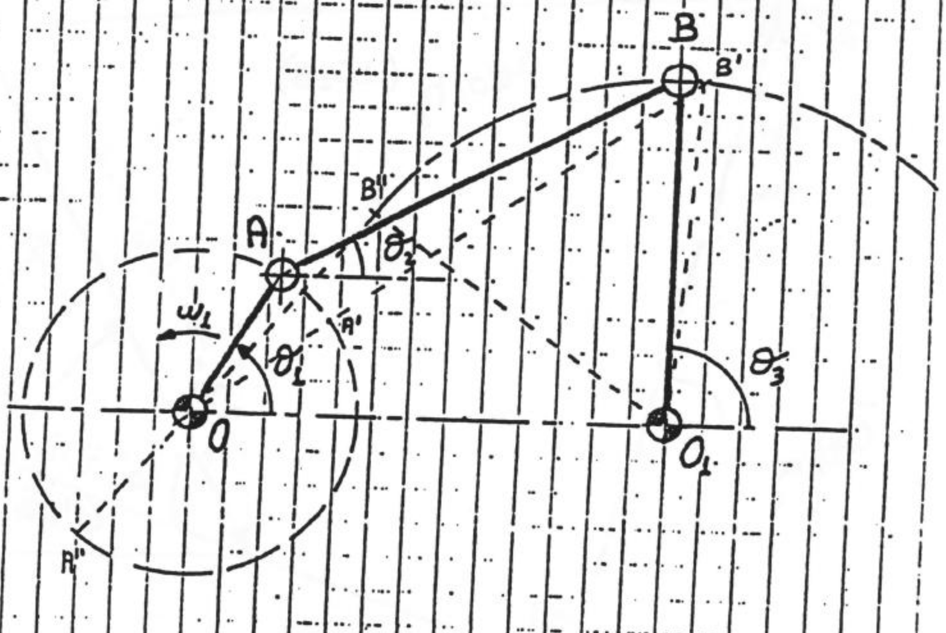
QUADRILATERO ARTICOLATO

LA MANOVELLA OA RUOTA CON VELOCITÀ ANGOLARE UNIFORME $\omega_1 = 157\ s^{-1}$
NOTA LA GEOMETRIA DEL SISTEMA, DETERMINARE NELLA CONFIGURAZIONE DI FIGURA:

1) I GRADI DI LIBERTÀ DEL SISTEMA
2) LA VELOCITÀ ANGOLARE ω_2 ED L'ACC. ANG. $\dot{\omega}_2$ DELLA BIELLA AB
3) LA VELOC. ANG. ω_3 E L'ACC. ANG. $\dot{\omega}_3$ DEL BILANCIERE O_1B

$OA = 2{,}3$ cm MANOVELLA
$\theta_1 = 60°$
A BOTTONE DI MANOVELLA O TESTA DI BIELLA
$AB = 6{,}1$ cm BIELLA
$\theta_2 = 30°$
B PIEDE DI BIELLA
$O_1B = 5$ cm BILANCIERE
$\theta_3 = 90°$
$OO_1 = 6{,}5$ cm

SCALA DISEGNO $\alpha = 10^{-2}\ \frac{m}{cm}$



4

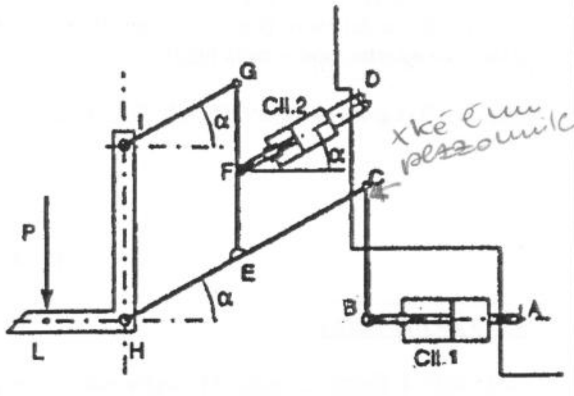
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 25 di 130

ESERCITAZIONE n.2

Pala caricatrice

Calcolare le pressioni nei cilindri 1 e 2 della pala caricatrice di figura. Sono dati: HI=EG=572 mm; IG=HE=1066 mm; HC=2600 mm; BC=572 mm; LH=250 mm; FE=FG=GE/2=286 mm; α=30°; Φ_1=160 mm; ϕ_1 =60 mm; Φ_2=120 mm; ϕ_2=60 mm (alesaggi cilindri); P=60000N.

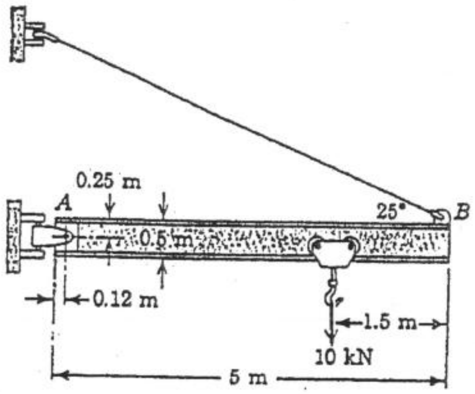
[p1=117 bar; p2=71 bar]



Braccio di supporto

Determinare la tensione T del cavo ed il modulo della reazione vincolare in A, nel caso della trave ad I di figura, avente massa 95 kg/m, alla quale è sospeso un carico di 10kN.

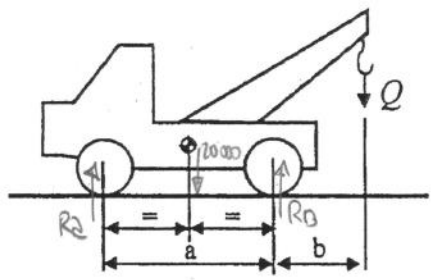
[T=19.61 kN; R_A=18.88 kN]



Carro attrezzi

Un carro attrezzi di massa 20000 kg sostiene un carico Q. Determinare le reazioni tra ruote anteriori e terreno, ruote posteriori e terreno nel caso di Q=4000 kg e Q=6000 kg. Determinare inoltre il valore del carico Q che provoca il ribaltamento del mezzo.
Dati: a=3.7 m; b=5 m.

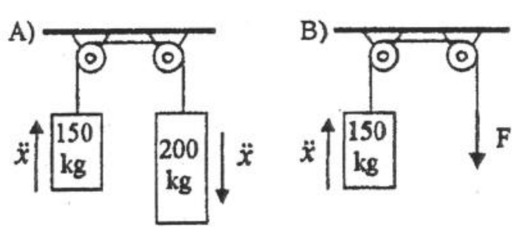
[Ra=4.59 t; Rb=19.41 t; Ra=1.35t; Rb=25.05 t; Q=7.4 t]



Masse con carrucole

Calcolare l'accelerazione verticale a di un cilindro avente massa 150 kg per ognuno dei due casi illustrati. Trascurare l'attrito e la massa delle pulegge.
Nel caso B) è applicata alla fune una forza F=1962 N.

[a_A=1.4 m/s2; a_B=3.27 m/s^2]



ESERCITAZIONE 3

Urto di carrelli ferroviari

I carrelli 1, 2, 3 viaggiano lungo una linea ferroviaria orizzontale. I carrelli 1 e 2 si muovono verso destra, il carrello 3 in verso opposto ai primi due. I tra carrelli urtano, e dopo l'urto, essendo presenti dispositivi di aggancio automatico, procedono vincolati alla stessa velocità V_d. Le velocità e le masse dei carrelli sono: V_1=2 km/h; V_2=1 km/h; V_3=1.5 km/h; e $m_1=65\ 10^3$ kg; $m_2=50\ 10^3$ kg; $m_3=75\ 10^3$ kg rispettivamente.

Nell'ipotesi di attriti nulli e di masse delle ruote trascurabili, determinare la velocità v_d dopo l'urto, e l'energia persa durante l'urto.

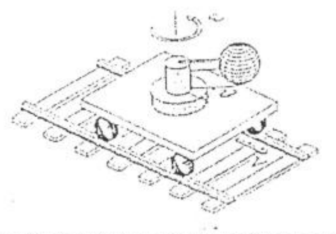
[V_d=0.355 km/h; E_p=95% $E_{iniziale}$]

Carrello

Il carrello, avente massa m_1=20 kg, viaggia su un binario orizzontale. Sul carrello è montato un braccio di massa trascurabile, lungo r=0.4 m e portante all'estremità, una massa concentrata m_2=5 kg. Il braccio ruota a velocità angolare costante ω=4 rad/s.

Se il carrello ha velocità V=0.6 m/s quando ϑ=0°, determinare V quando ϑ=60°.

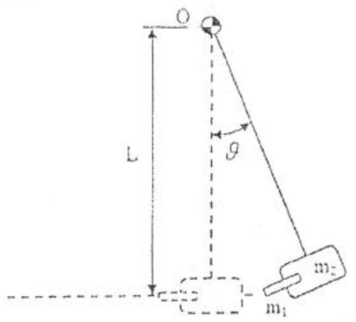
[V=0.87 m/s]



Pendolo balistico

Un proiettile di massa m_1=60 g viene sparato contro una massa m_2=30 kg sospesa ad un pendolo (pendolo balistico L=3 m). L'elongazione massima del pendolo, dopo l'impatto, è pari a ϑ=15°. Calcolare la velocità del proiettile e la percentuale di energia persa durante l'urto.

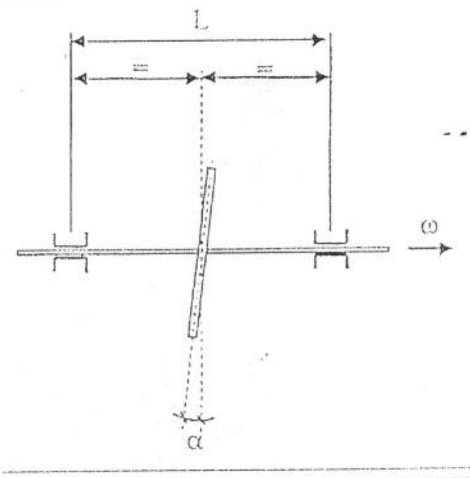
[V=709 m/s; E_p=99.8%]



Rotore

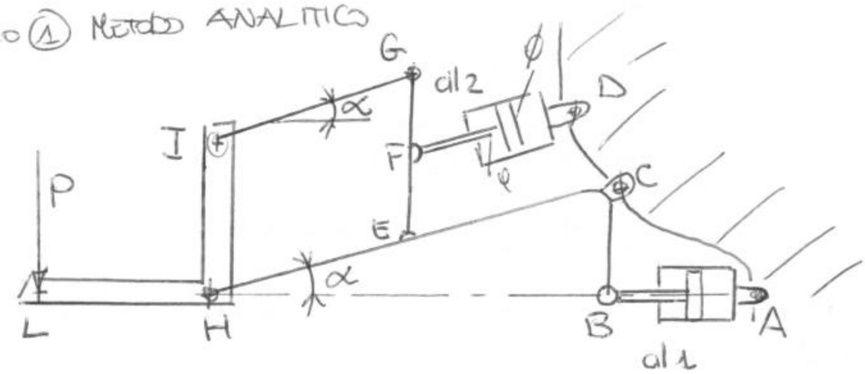
Calcolare la risultante delle azioni di inerzia e le sollecitazioni prodotte sui supporti da un rotore rotante a velocità angolare ω = 157 rad/s e portante un disco calettato con un angolo di disallineamento di α = 1°. Sono dati: ϕ = 0.3 m diametro del disco; m = 275.6 kg massa del disco; L = 0.6 m distanza tra i supporti, h=0.5 m.

[F_i = 0; M_{iG} = 1808 Nm; R_A = 1662 N; R_B = 4366 N]



ESERCITAZIONE STATICA

Esercizio (1) Metodo analitico



Dati:

$HI = EG = 572$ mm
$IG = HE = 1066$ mm
$HC = 2600$ mm
$BC = 572$ mm
$LH = 250$ mm
$FE = FG = \frac{GE}{2} = 286$ mm
$\alpha = 30°$

$\phi_1 = 160$ mm alesaggio
$\varphi_1 = 60$ mm
$\phi_2 = 120$ mm
$\varphi_2 = 60$ mm
$P = 60000$ N

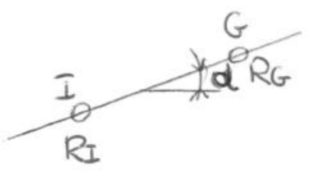
? Devo calcolare le pressioni dei cilindri quando mi trovo col sistema fermo.

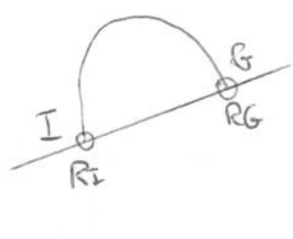
Il numero degli attuatori indicano sempre i g.d.l.

CONCETTO DI ASTA SCARICA

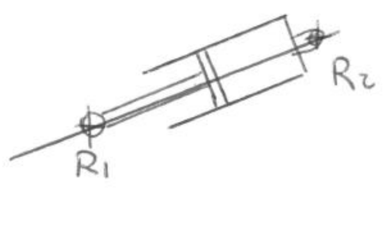
1) Trascuro il peso dell'aste

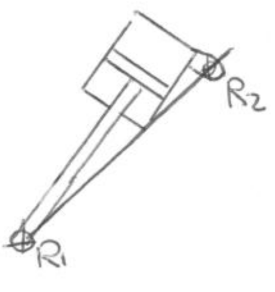
Esso diventa un corpo rigido composto da due forze risultanti





I cilindri sono SEMPRE delle aste scariche

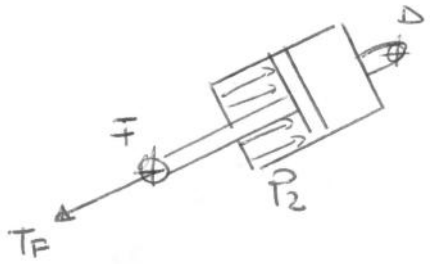




bisogna fare attenzione come sono vincolate le aste devono essere sull'asse di applicazione per essere definite aste scariche

- Studio l'equilibrio del c.e.2 xkè mi chiede la pressione

CILINDRO 2



$$T_F = p_2 \cdot S_{eff}$$

Alesaggio - diametro stelo.

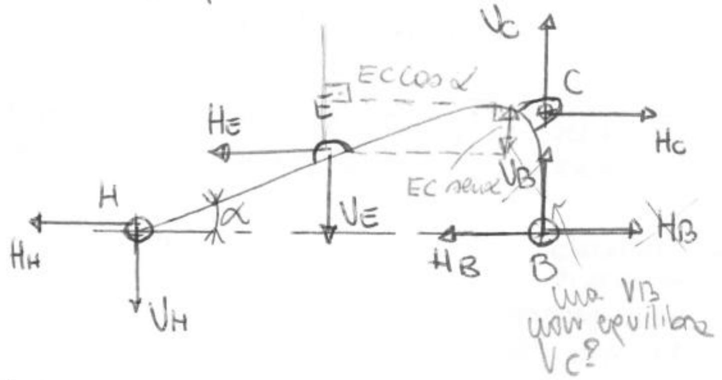
$$p_2 = \frac{T_F}{\left(\frac{\pi\,[\phi_2^2 - e_2^2]}{4}\right)} \cdot 10^{-5} = 71{,}39 \text{ bar}$$

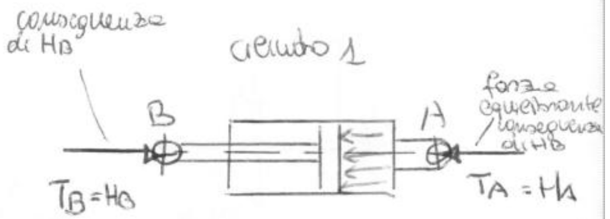
$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

T_F lo devo conoscere in modulo direzione e verso.

Se T_F fosse di compressione dovevo considerare l'altra camera (quella senza lo stelo).

- Studio l'equilibrio su $\overline{HB}$





$V_B = 0$ xke il pistone è orizzontale (1.2)

1 $\xrightarrow{+}$ $-H_H - H_E + H_C + H_B = 0$

2 $+\uparrow$ $-V_H - V_E + V_C = 0$

3 $+\circlearrowleft_C$ $H_B(BC) + V_E(EC\cos\alpha) - H_E(EC\,sen\alpha) + V_H(HC\cos\alpha) - H_H(HC\,sen\alpha) = 0$

ma quanto vale

$H_B = -236'190$ N — devo ricordarmi del segno quando studio la p del cilindro

$V_C = 29'720$ N

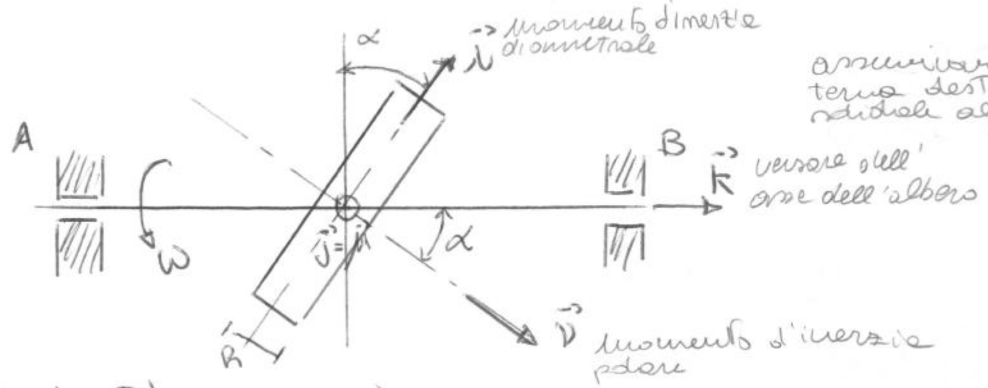
$H_C = 183'742$ N

- Equilibrio dello stantuffo (1.2)

$$p_1 \cdot S_1 = H_B$$

$$p_1 = \frac{H_B}{\left(\frac{\pi\,\phi_1^2}{4}\right)} \cdot 10^{-5} = 136{,}69 \text{ bar}$$

ESERCITAZIONE 3



assumiamo una terna destrorsa solidale al disco

$\alpha = 1°$ (costante)

$\omega = \frac{2\pi \cdot n}{60} = 157{,}08 \ \frac{rad}{sec}$ (costante)

$AB = L = 0{,}6 \ m$

$\left.\begin{array}{l} \varnothing = 0{,}3 \ m \\ h = 0{,}5 \ m \\ m = 275{,}6 \ kg \end{array}\right\}$ disco

F_{im_G} ; M_{im_G} ?

R_A , R_B

l'accelerazione centripeta non esiste xké vale zero in quanto la sua distanza è nulla essendo posta nell'asse baricentrico

$$\begin{cases} a_{G_n} = -\vec{\omega}(G-G) = 0 \frac{m}{s^2} & \text{CENTRIPETA} \\ F_{im_G} = -m \cdot a_{G_n} = 0 \ N & \text{CENTRIFUGO} \end{cases}$$

$\vec{M}_{im_G} = -I_G \dot{\vec{\omega}}$ (nel piano)

$\vec{k}$ = asse di rotazio è diverso da $\vec{\nu}$ = asse del rotore ⇒ nasce

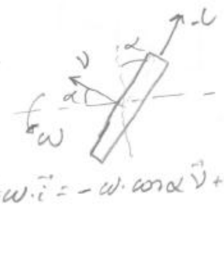
$\vec{M}_{im_G}$ momento risultante quantità di moto $\quad \vec{M}_{im_G} = -\frac{d\vec{K}_G}{dt}$ momento quantità di moto

la terna ijk è fissa nello spazio mentre la terna $[\vec{\lambda}, \vec{\mu}, \vec{\nu}]$ è fissa al rotore quindi si muove con esso.

$\vec{\omega} = \omega \vec{k} = \omega \left[\cos\alpha \, \vec{\nu} + \operatorname{sen}\alpha \cdot \vec{\lambda} \right]$

$\vec{\omega} = \omega \operatorname{sen}\alpha \, \vec{\lambda} + \omega \cos\alpha \, \vec{\nu}$

se era



$\vec{\omega} = \omega \cdot \vec{i} = -\omega \cdot \cos\alpha \, \vec{\nu} + \omega \operatorname{sen}\alpha \, \vec{\lambda}$

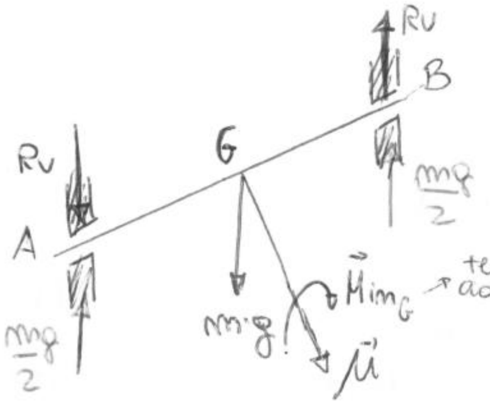
mentre $\vec{K}_G$ è espressa come:

$\vec{K}_G = J_\lambda \, p \, \vec{\lambda} + J_\mu \, q \cdot \vec{\mu} + I_\nu \, r \, \vec{\nu}$

$J_\lambda = J_\mu$: momento d'inerzia diametrale (corpo assialsimmetrico)

I_ν = momento di inerzia assiale del disco

$\left.\begin{array}{l} p \\ q \\ r \end{array}\right\}$ componenti di $\vec{\omega}$ in $[\vec{\lambda}, \vec{\mu}, \vec{\nu}]$



$\hat{\mu}$ ortogonale all'albero uscente dal foglio

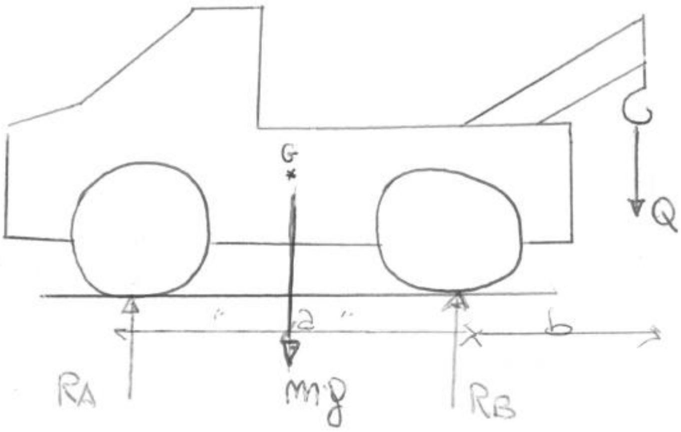
Le Rv devono creare una coppia opposta a M_{im_G} esse ruotano attorno a $\vec{\mu}$

- $\vec{M}_{im_G} = -1'808 \, \vec{\mu}$ N·m
- $|R_V| = \frac{M_{im_G}}{L_{AB}} = 3'014$ N
- $\frac{m}{2} g = 1'352,16$ N

A: $+\uparrow$ $R_A = -R_V + \frac{m g}{2} = -1'662$ N

B: $+\uparrow$ $R_B = R_V + \frac{m g}{2} = 4'366$ N   Noto che il vincolo in B è più caricato

Esercizio: 8x2



$m = 20'000\ kg$

CASO 1: $Q_1 \cdot g$

$a = 3,7$

$b = 5$

Le forze d'inerzia sono nulle xké il carro è fermo

CASO 1:

→) non ho niente

$\uparrow)\ R_A + R_B - m \cdot g - Q_1 \cdot g = 0$

$B \curvearrowleft)\ -R_A \cdot a + m \cdot g \cdot \frac{a}{2} - Q_1 \cdot g \cdot b = 0$

$R_B = m \cdot g + Q_1 \cdot g - R_A = 190'367 N \quad 19,4 t$

$R_A = \dfrac{\overset{20'000 \cdot 9,81}{m g} \cdot \overset{3,7}{\frac{a}{2}} - \overset{4000 \cdot 9,81}{Q_1 \cdot g} \cdot \overset{5}{b}}{\underset{3,7}{a}} = \frac{mg}{2} + Q_1 g \frac{b}{a} =$

$= 45'073 N = \frac{45'073}{9,81} = 4,59 t$

CASO 2:

$R_A = 18'560 N = 1,89 t$

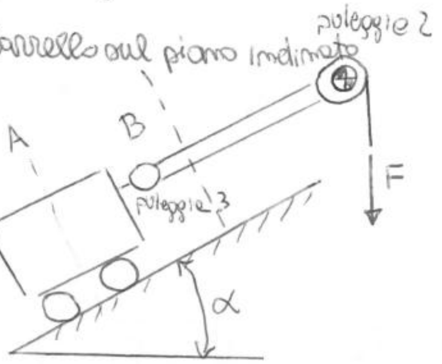
$R_B = 236'500 N = 24,1 t$

Adesso non considero la R_A xké devo ricavare il Q di ribaltamento.

$\uparrow)\ -m \cdot g + R_B - Q_R \cdot g = 0$

$B \curvearrowleft)\ m \cdot g \frac{a}{2} - Q_R \cdot g \cdot b = 0 \Rightarrow Q_R\, g = 72'594 N = 7'400 kg$

Esercizio: Carrello sul piano inclinato



$m_1 = 50 kg$

$m_2 = 4 kg$

$\alpha = 30°$

$AB = 2 m$

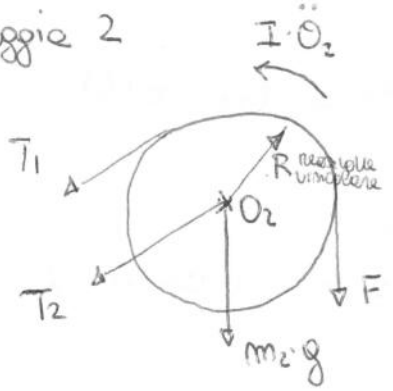
$F = 250 N$

in $V(0) = 0$

$V(t_1)$?

(27)

Puleggia 2



$\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$

O_2) $T_1 \cdot r_2 + I \cdot \ddot{\theta}_2 - F r_2 = 0$

5) $\boxed{T_1 = \dfrac{F \cdot r_2 - I \ddot{\theta}_2}{r_2} = F - \dfrac{I \ddot{\theta}_2}{r_2}}$

$m \cdot \ddot{x}$ non c'è xke fisso la puleggia

incognite

$T_1, T_2, T, \ddot{\theta}_2, \ddot{x}_0$ ho 5 incognite ma le posso risolvere xke ho 5 equazioni 1,2,3,4,5. e le pongo a sistema

$$\begin{cases} T_1 = F - \dfrac{I \ddot{\theta}_2}{r_2} \\ \theta_2 = \dfrac{2 x_0}{r_2} \\ \ddot{x}_0 = \dfrac{T - m_1 \cdot g \operatorname{sen}\alpha}{m_1} \\ T = T_1 + T_2 \\ T_1 = T_2 \end{cases}$$

derivo 2 volte

$\rightarrow \dot{\theta}_2 = \underbrace{\dfrac{2}{r_2}}_{\text{costante}} \dot{x}_0 \rightarrow \ddot{\theta}_2 = \dfrac{2}{r_2} \ddot{x}_0$

$$\ddot{x}_0 = \frac{2 T_1 - m_1 g \operatorname{sen}\alpha}{m_1} = \frac{2\left(F - \frac{I}{r_2} \ddot{\theta}_2\right) - m_1 g \operatorname{sen}\alpha}{m_1} = \frac{2\left(F - \frac{I}{r_2} \cdot \frac{2}{r_2} \ddot{x}_0\right) - m_1 g \operatorname{sen}\alpha}{m_1}$$

$$I = m_2 \cdot \frac{r_2^2}{2}$$

$$\ddot{x}_0 = \frac{2\left(F - m_2 \frac{r_2^2}{2} \cdot \frac{2}{r_2} \cdot \ddot{x}_0\right) - m_1 g \operatorname{sen}\alpha}{m_1} = \frac{2 (F - m_2 \ddot{x}_0) - m_1 \cdot g \cdot \operatorname{sen}\alpha}{m_1}$$

$$m_1 \ddot{x}_0 + 2 m_2 \ddot{x}_0 = 2F - m_1 \cdot g \operatorname{sen}\alpha$$

$$\ddot{x}_0 = \frac{2F - m_1 g \operatorname{sen}\alpha}{(m_1 + 2 m_2)} = 4{,}39 \ \text{m/sec}^2$$

ho calcolato l'accelerazione

Calcolo la velocità. $V(t)$

$$v(t) = \int_0^t a(t)\, dt = at + v(0)$$

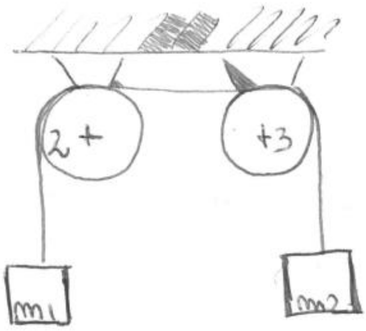
$$\underset{x_B}{x(t)} = \int_0^t v(t)\, dt = \int_0^t [at + v(0)]\, dt = \frac{1}{2} a t^2 + \underset{\to 0}{v(0)} + \underset{x_A}{x(0)}$$

Trovo così la distanza A-B

1) $x_B - x_A = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow \overline{AB} = \dfrac{\ddot{x}_0 t_1^2}{2}$

2) $v(t_1) = \ddot{x}_0 \cdot t_1$

Esercizio: Masse con carrucole

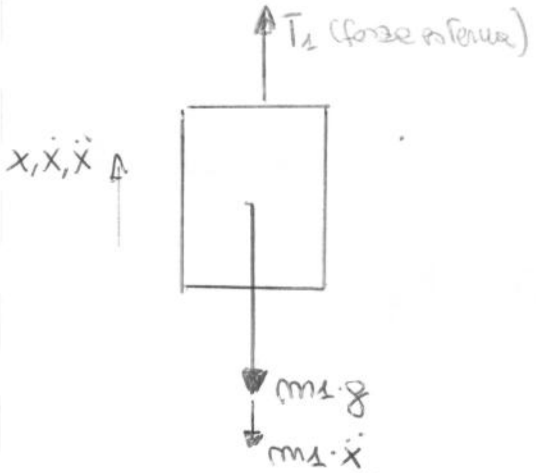


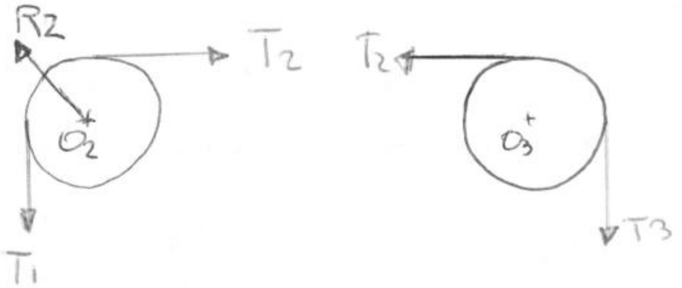
$m_1 = 150\ kg$

CASO A $m_2 = 200\ kg$

CASO B $F = 1962\ N$

$\ddot{x} = ?$





$\uparrow)\ T_1 - m_1 \cdot g - m_1 \cdot \ddot{x} = 0$

$T_1 = m_1 \cdot g + m_1 \cdot \ddot{x}$

$O_2 \circlearrowleft\ T_1 \cdot r_2 - T_2 \cdot r_2 = 0$

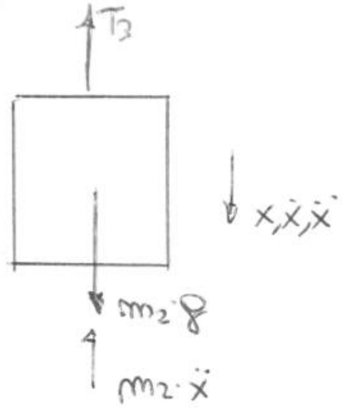
$T_1 = \dfrac{T_2 \cdot \cancel{r_2}}{\cancel{r_2}}$

$T_1 = T_2$

$O_3 \circlearrowleft\ T_2 \cdot r_2 - T_3 \cdot r_2 = 0$

$T_2 = \dfrac{T_3 \cdot \cancel{r_2}}{\cancel{r_2}}$

$T_2 = T_3$



(m·ẍ va scritto contrario al verso scelto)

$\uparrow T_3 = m_2 \cdot g - m_2 \ddot{x} = T_2 = T_1$

incognite: $T_1, T_2, T_3, \ddot{x}$

faccio le sostituzioni

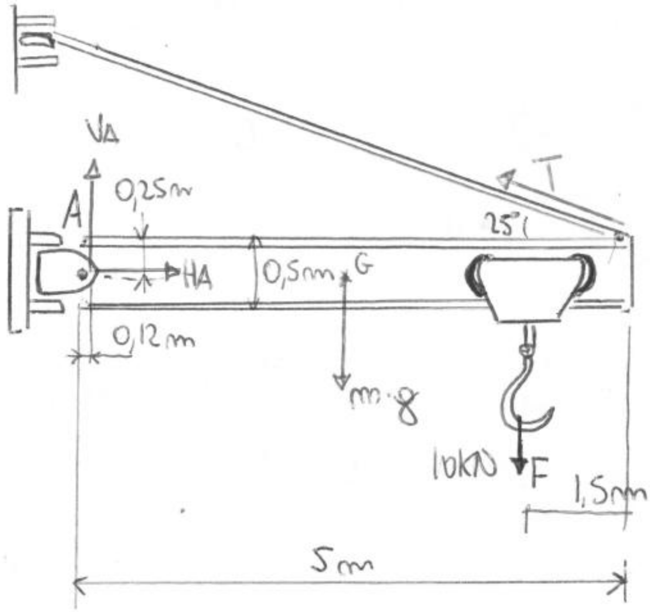
$m_2 \cdot g - m_2 \cdot \ddot{x} - m_1 \cdot g - m_1 \cdot \ddot{x} = 0$

$\ddot{x}(m_1 + m_2) = g(m_2 - m_1)$

CASO A $\ddot{x} = \dfrac{g(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2} = 1{,}4\ \dfrac{m}{sec^2}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 43 di 130

Esercizio : Braccio di supporto



Equilibrio trave:

$\rightarrow)\ H_A - T\cos\alpha = 0$

$\uparrow)\ V_A - m\cdot g - F + T\,\text{sen}\,\alpha = 0$

$A\curvearrowleft\ -m\cdot g\underbrace{(2,5-0,12)}_{\text{metà della trave}} - F(5-1,5-0,12) + T\cdot\text{sen}\,\alpha\cdot(5-0,12) + T\cos\alpha\cdot 0,25 = 0$

incognite

T, V_A, H_A ho tre equazioni in tre incognite

$H_A = T\cos\alpha$

$V_A = m\cdot g + F - T\,\text{sen}\,\alpha =$

$T\left[\text{sen}\,\alpha\,(5-0,12) + \cos\alpha\cdot 0,25\right] = m\cdot g\,(2,5-0,12) + F\,(5-1,5-0,12)$

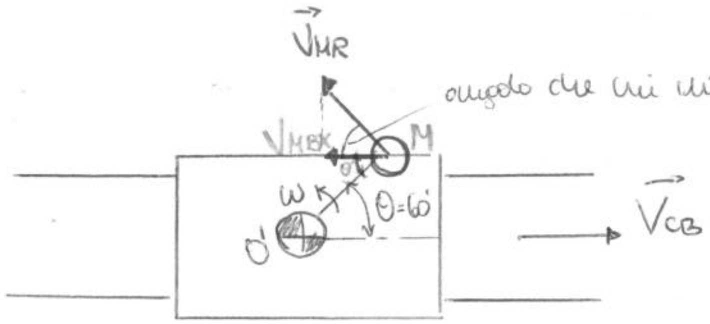
dove $T = 18611\ N = 18,61\ kN$

$H_A = 17774\ N$

$V_A = 6372\ N$

$R_A = \sqrt{H_A^2 + V_A^2} = 18882\ N = 18,88\ kN$

B



$Q_{xB} = m_1 \cdot V_{CB} + m_2 \cdot V_{MBx}$

$V_{MBx} = -\omega r \cos 30° + V_{CB}$

i 30° li ho trovato conoscendo che tra VMR e O'M formano un angolo di 90° ho fatto $90° - \theta = 60° = 30°$

sostituisco a Q_{xB}, V_{MBx}.

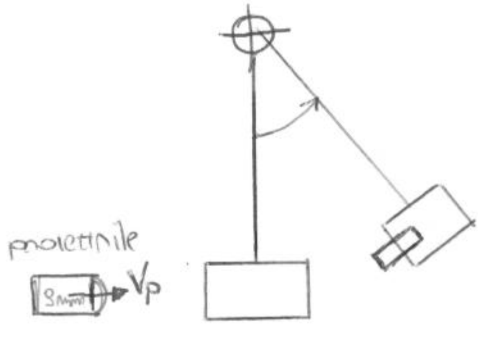
$Q_{Bx} = m_1 \cdot V_{CB} + m_2 \left(V_{CB} - \omega r \cos 30° \right)$

$Q_{Ax} = Q_{Bx}$

$(m_1 + m_2) V_{CA} = (m_1 + m_2) V_{CB} - m_2 \omega r \cos 30°$

$V_{CB} = \dfrac{(m_1 + m_2) V_{CA} + m_2 \omega r \cos 30°}{m_1 + m_2} = \dfrac{V_{CA} + m_2 \omega r \cos 30°}{m_1 + m_2} = 0{,}877 \ \dfrac{m}{sec}$

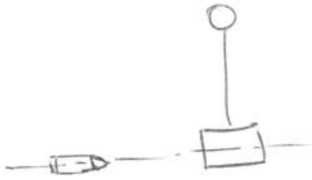
Esercizio: pendolo balistico



$m_2 = 30$ Kg
$L = 3$ m
$m_1 = 60$ g
$\theta = 15°$
$V_p = ?$
E persa ?

Sono presenti tre fasi:
1) i due corpi sono separati
2) il proiettile si conficca nel pendolo
3) le due masse si muovono formando un angolo di 60°

(A)



$\sum F_{ex} = \dfrac{dQ_x}{dt} \Rightarrow Q_{Ax} = Q_{Bx}$ ($\sum F_{ex} \to 0$)

Trascuro la resistenza aerodinamica

$Q_{Ax} = m_1 \cdot V_p$

(B)

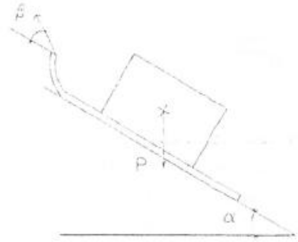
$Q_{Bx} = (m_1 + m_2) V_F$

ESERCITAZIONE 4

1°Esercizio *Slitta su piano inclinato*

Una slitta di massa m=500 kg è trainata su una rampa avente pendenza del 30%.
Il coefficiente di attrito tra slitta e terreno è f=0,2. Determinare l'angolo che la direzione della forza di trazione deve formare con il piano di scorrimento affinchè questa sia minima; calcolare il valore di tale forza K.

[β=ϕ=11.31°; K=2.3 kN]



2°Esercizio *Cuscinetto a V ad attrito secco*

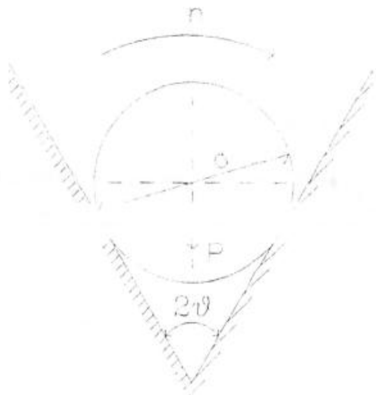
Un albero rotante è sostenuto da un cuscinetto a V ad attrito secco. Il contatto fra l'albero e il cuscinetto avviene in A e B. Calcolare:

1. la coppia C necessaria a vincere gli attriti a velocità costante;
2. la quantità di calore Q (in kcal/h) dissipata nell'unità di tempo;
3. il tempo T necessario perchè, eliminando ogni coppia esterna

Dati.:

diametro dell'albero	d=30 mm
velocità di rotazione	n=100 giri/min
angolo semiap. cuscinetto θ=30'	
peso di tutte le parti rotanti	P=100 kg
raggio inerzia parti rotanti ρ=0.2m	
coeffic. d'attrito albero/cuscinetto	f=0.25

[C=6.9 Nm: Q=62.2 kcal/h: T=6.06 s]



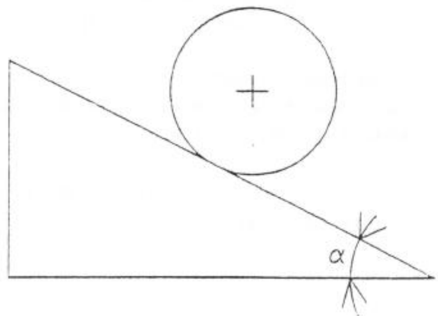
3°Esercizio *Rullo su piano inclinato*

Un rullo si muove su un piano inclinato dell' angolo α rispetto all'orizzontale. Determinare per α=10° e per α=45° il tempo impiegato dal rullo a percorrere un tratto di piano inclinato lungo 200 metri e il numero di giri effettuato in tale periodo. Il rullo parte con velocità iniziale nulla.

Dati:

Diametro del rullo	d=1 m
Peso del rullo	P=10000 kg
Coefficiente di aderenza	f_a=0.20
Coefficiente di attrito	f =0.15
Paramet. attrito di rotolam.	u=2 cm

[α=10°: T=21.38 s, Ng= 63.68 giri: α=45°: T=8.24 s, Ng=16.48 giri]



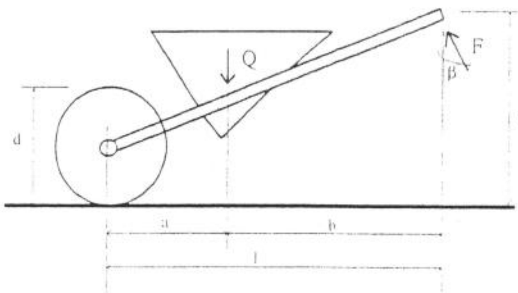
4° Esercizio *Carriola*

Nella carriola in figura con baricentro in G determinare la forza F necessaria a farla avanzare a velocità costante e l'angolo di cui la forza è inclinata rispetto alla verticale.

Dati:

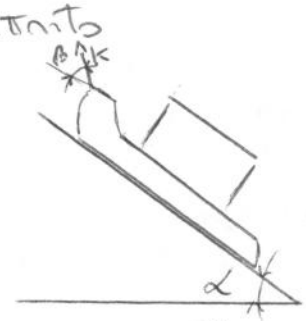
Peso della carriola e del suo carico	Q=80 kg
Parametro di attrito volvente	u=10 mm
Diametro del perno	d_p =30 mm
Coefficiente di attrito nel perno	f=0.2
Quote geometriche	l=1.2 m
	a=0.7 m
	b=0.5 m
	d=0.4 m
	h = 0.9 m

[F= 444.66 N: β= 2.84°]



ESERCITAZIONE 4

Esercizio: attrito



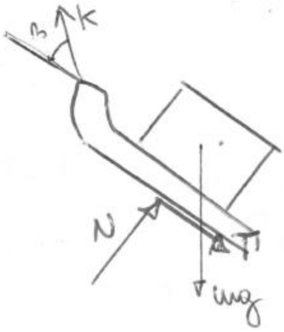
$m = 500\ kg$

pendenza 30%

$f = 0,2$

$\beta = ?$ $\quad K = ?$

Diagramma di corpo libero



$\uparrow)\ N - mg \cdot \cos\alpha + K \operatorname{sen}\beta = 0$

$\rightarrow)\ T + m \cdot g \cdot \operatorname{sen}\alpha - K\cos\beta = 0$

$T = f \cdot N$

$N = m \cdot g \cos\alpha + K \operatorname{sen}\beta$

$T = f(m \cdot g\cos\alpha + K \operatorname{sen}\beta)$

$f(m \cdot g\cos\alpha + K \operatorname{sen}\beta) + m \cdot g \operatorname{sen}\alpha - K\cos\beta = 0$

$K(f \operatorname{sen}\beta + \cos\beta) = f mg \cos\alpha + mg \operatorname{sen}\alpha$

$$K(\beta) = \frac{mg(f\cos\alpha + \operatorname{sen}\alpha)}{\cos\beta + f\operatorname{sen}\beta}$$

voglio minimizzare $K(\beta)$ quindi devo far aumentare il denominatore

$g(\beta) = \cos\beta + f \operatorname{sen}\beta$

ne calcolo la sua derivata per trovarne un minimo

$$\frac{dg(\beta)}{d\beta} = 0 \qquad -\operatorname{sen}\beta + f\cos\beta = 0$$

se ne calcolo la sua derivata seconda viene negativo

$$\frac{d^2 g(\beta)}{d^2\beta} = -\cos\beta - f\operatorname{sen}\beta < 0$$

$tg\beta = f$

$\beta = 11,31°$

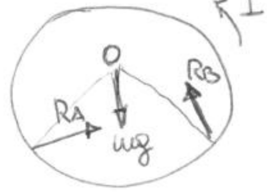
sostituendo in $K(\beta)$ trovo:

$K_{MIN} = 2300\ N = 2,3\ kN$

$P_i = C\cdot\omega = C\cdot\frac{2\pi\cdot n}{60} = 72{,}22\ W$

$Q_{oraria} = 72{,}22\,W = \frac{72{,}22}{4{,}1868}\cdot 3600 = 62{,}1\ \frac{kcal}{h}$

Calcolo il tempo



$\curvearrowleft I\ddot{\theta} = I\dot{\omega}$

$O)\ I\dot{\omega} + T_A\cdot r + T_B\cdot r = 0$

$I\dot{\omega} = -r(R_A+R_B)\,\text{sen}\varphi$

$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{r(R_A+R_B)}{I}\,\text{sen}\varphi$

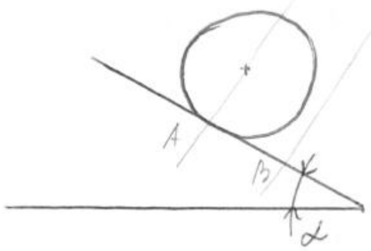
Sapendo che $I = m\cdot\rho_i^2$

$$\int_{\omega_i}^{\omega_f} d\omega = \int_0^{t^*} -\frac{r(R_A+R_B)\,\text{sen}\varphi}{I}\cdot dt$$

$$\omega_f - \omega_i = -\frac{r(R_A+R_B)\,\text{sen}\varphi}{I}\cdot t^*$$

$$t^* = \frac{I\,\omega_i}{(R_1+R_2)\,r\,\text{sen}\varphi} = 6{,}06\ \text{sec.}$$

Esercizio:



Dati:

$d = 1\ m$

$m = 10'000\ kg$

$f_a = 0{,}2$

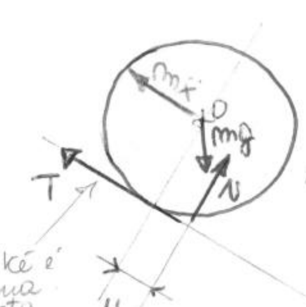
$f = 0{,}15$

$u = 2\ cm$ → mi dice che il corpo non è perfettamente rigido.

$\overline{AB} = 200\ m$

CASO → $\alpha = 10°$ $t_1 = ?$

CASO → $\alpha = 45°$ $t_2 = ?$

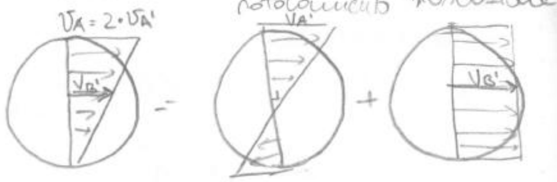


xké è una ruota condotta se era motrice era al contrario

$\searrow \theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$

$\nearrow I\ddot{\theta}$ inerzia a rotolamento

Da ricordare che



Equilibrio incognite $N, T, \ddot{x}, \ddot{\theta}$

$\rightarrow)\ -T - m\ddot{x} + mg\,\text{sen}\alpha = 0$

$\uparrow)\ N - mg\cos\alpha = 0$

$O)\ I\ddot{\theta} + N\cdot u - T\cdot R = 0$

Manca un'equazione, pongo di essere in condizioni di puro rotolamento poi effettuo la verifica se sono in aderenza o strisciamento

$\ddot{x} = R\ddot{\theta}$

$T \le f_a N$

$$\ddot{\theta} = \frac{T \cdot r - N \cdot u}{I} = 3{,}05 \ \frac{rad}{sec^2}$$

$$t^* = \sqrt{\frac{2\,\overline{AB}}{\ddot{x}}} = 8{,}2 \ sec.$$

$$\dot{\theta} = \omega = \int_0^t \ddot{\theta}\, dt = \ddot{\theta}\, t + \theta(0)$$

$$\theta = \int_0^t \theta(t)\, dt = \int_0^t \left[\ddot{\theta}\, t + \theta(0)\right] dt + \theta(0)$$

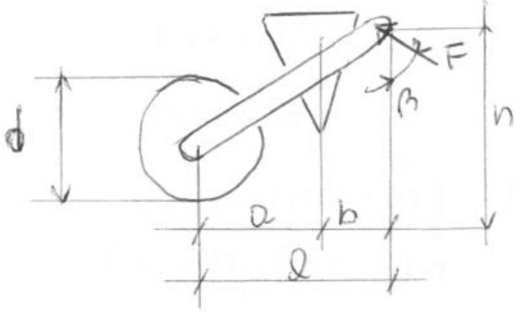
$$\theta_{AB} = \frac{1}{2}\ddot{\theta}\, t^{*2} = 102{,}54 \ rad$$

$$n^\circ \ giri = \frac{\theta_{AB}}{2\pi} = 16{,}33 \ giri$$

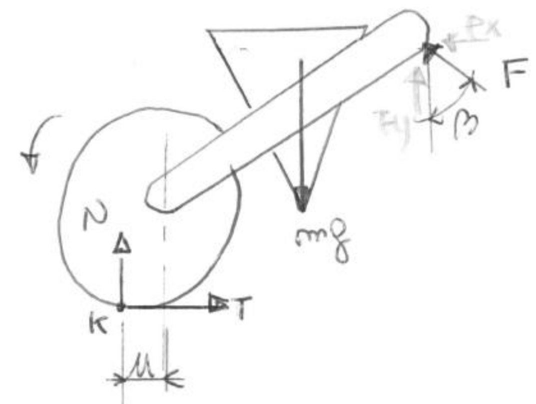
Esercizio

F = ?

β = ?



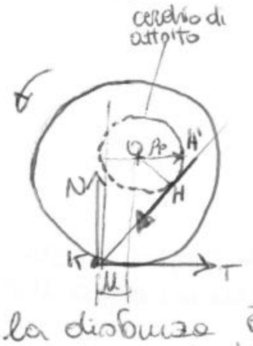
m = 80 kg
u = 10 mm
dp = 30 mm
fp = 0,2
l = 1,2 m
a = 0,7 m
h = 0,8 m
b = 0,5 m
d = 0,4 m



↑) $N + F\cos\beta - mg = 0$

→) $T - F\,sen\beta = 0$

K↶) $-mg(a+u) + F\cos\beta(l+u) + F\,sen\beta\, h = 0$



- R passa per K
- R si oppone alla rotazione
- R Tg al cerchio di attrito

raggio di attrito

$\rho = r_p \, sen\, \varphi$

la distanza $\overline{OH}$ non riesco a definirla bene allora la pongo orizzontale $\overline{OH'}$ in modo che il braccio della forza N diventi $(u + \rho_p)$

H'↶) $T \cdot r - N \cdot (u + \rho_p) = 0$

Equilibrio $m = M$ massa auto

↑) $2N_A + 2N_B - Mg = 0$

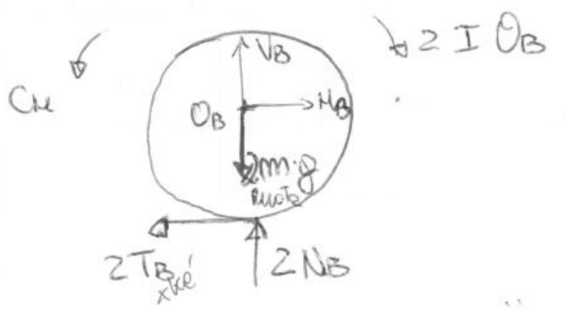
→) $2T_A - 2T_B + M\ddot{x}$

B↺) $-2N_A \cdot p + M \cdot g(p - x_G) - M\ddot{x}\, z_G - 2I\ddot{\theta}_A - 2I\ddot{\theta}_B = 0$

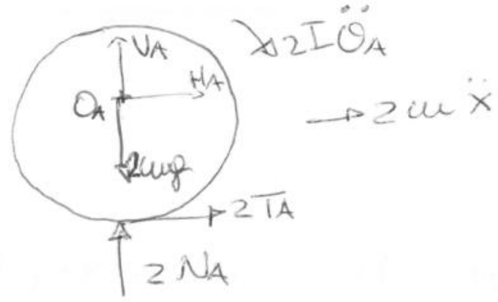
incognite $N_A, N_B, T_A, T_B, \ddot{\theta}_A, \ddot{\theta}_B, \ddot{x}$

siccome ho troppe incognite allora studio le ruote singolarmente

Ruote posteriore



Ruote anteriore



O_B↺) $-2T_B \cdot r + C_m - 2I\ddot{\theta}_B = 0$

O_A↺) $2T_A \cdot r - 2I\ddot{\theta}_A = 0$

Adesso ho 5 equazioni in 7 incognite ma io so che devo studiare in condizioni di aderenza limite per le ruote motrice

$T_B = f_a N_B$ pongo che di conseguenza anche le condotte non slitta xké non slitta la motrice

non è ≤ xké sono al limite quindi =

$\ddot{x} = r\ddot{\theta}_B$

$\ddot{x} = r\ddot{\theta}_A$

Con le dovute sostituzioni ottengo:

$$\ddot{x} = \frac{\dfrac{f_a \cdot Mg \cdot x_G}{p}}{\dfrac{2I}{r^2} + M + f_a \dfrac{M z_G}{p} + \dfrac{4 f_a I}{p \cdot r}}$$

$I_{\text{ruote}}^{\text{allegato}} = m \cdot \rho^2_{\text{posso ruote}}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 57 di 130

ESERCITAZIONE 5

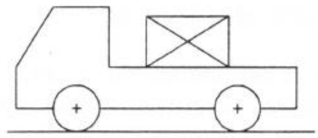
1° Esercizio *Frenatura di un autocarro (freno a ceppi acc.rigido)*

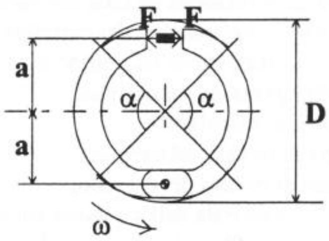
Un autocarro compie una brusca frenata con una decelerazione costante di 3 m/s^2, partendo da una velocità iniziale di 50 km/h. Sul pianale dell'autocarro è posta una cassa. L'azione frenante è ottenuta mediante due coppie di freni ceppi posti sulle ruote posteriori. Ogni coppia ha le dimensioni indicate in figura. Calcolare:

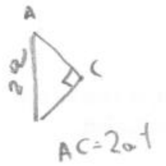
1. tempo e spazio di frenata;
2. il minimo valore del coefficiente di aderenza cassa/pianale affinchè in frenata la cassa non scivoli in avanti;
3. la forza F che deve essere applicata all'estremità di ogni ceppo.

Peso autocarro	P=3600 kg
Peso cassa	Q=400 kg
Coeff. attrito ceppo/tamburo	f=0.25
Diametro ruote autocarro	d=0.8 m
Quote geometriche	D=60 cm; a=20 cm; α=90°

[t_f=4.63 s; x_f=32.15 m; fa_{MIN}=0.3; F=6875 N]





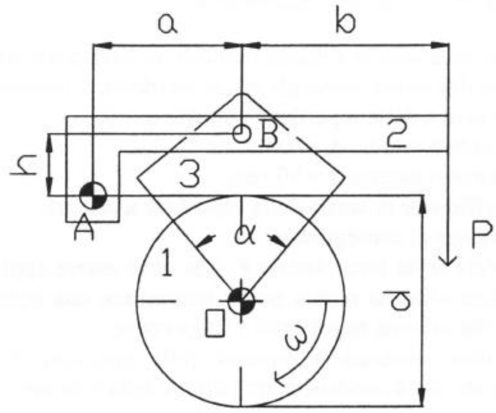


2°Esercizio *Freno a ceppi ad accostamento libero*

Il tamburo 1 è soggetto all'azione frenante del peso P di massa m=10 kg agente tramite la leva 2 ed il ceppo 3. Calcolare la coppia C necessaria a mantenere in rotazione il tamburo a velocità costante, le reazioni in O, A, B.

Coeff. attrito ceppo/tamburo	f=0.4
Coeff. aderenza ceppo/tamburo	f_a=0.6
Quote geometriche	a=15 cm; b=30 cm d=22 cm h=5 cm; α=80°

[C=13.71 Nm; R_O=R_B=334.43 N; R_A=240.88 N]

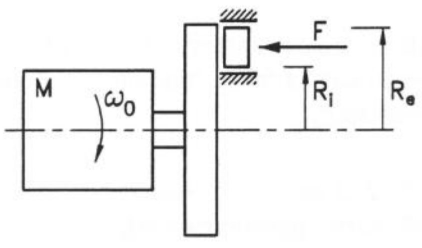


3°Esercizio *Freno a disco ad accostamento rigido*

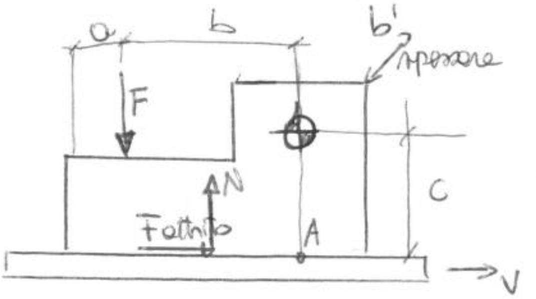
E' dato il freno a disco di figura.
La geometria del pattino (pastiglia) è assimilabile ad un settore anulare di raggio interno Ri e raggio esterno Re. Si supponga valida l'ipotesi dell'usura. Calcolare la forza F che deve essere applicata per arrestare il sistema in un tempo pari a 10 secondi.
Dati:

- M = 100 kg (massa delle parti rotanti);
- ρ_i = 0.3 m (raggio di inerzia delle parti rotanti);
- ω_0 = 1500 giri/min;
- R_i = 15 cm (raggio interno pastiglia);
- R_e = 20 cm (raggio esterno pastiglia);
- f = 0.3 (coefficiente di attrito del freno).

[F=2692.79 N]



ESERCITAZIONE 5



$a = 50$ mm
$b = 175$ mm
$C = 75$ mm
$f = 0,1$
$F = 800\ N$

$T = ?$ $R_0 = ?$

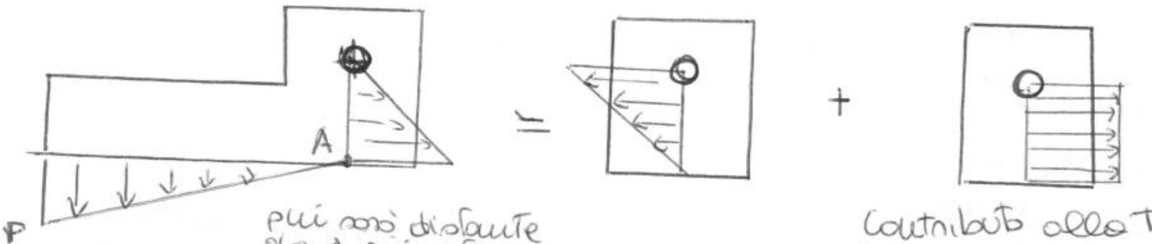
Ipotesi di REYE

$d\mathcal{L}_f = K \cdot dV$

$dV = d\delta \cdot dA$

$d\mathcal{L}_f =$ Fattrito · spostamento P.A. $= (f \cdot F_{normale}) \cdot V \cdot dt =$
$= f \cdot p \cdot dA \cdot V \cdot dt$

$f \cdot p \cdot dA \cdot V \cdot dt = K \cdot d\delta \cdot dA$ $\qquad p = \frac{d\delta}{dt} \cdot \frac{K}{f \cdot V} = K' \frac{d\delta}{dt}$



più sarà distante da A più intenso sarà il consumo

Contributo alla traslazione (Non c'è consumo).

Il consumo di materiale sarà:

$\frac{d\delta}{dt} = C \cdot x$ $\qquad$ sostituendo alla $p = K' \cdot \frac{d\delta}{dt}$ trovo la pressione come è propria

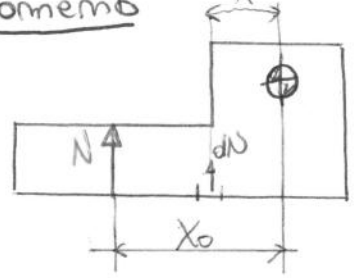
$$p = K'' \cdot x$$

$dN = p \cdot dA = K'' \cdot x \cdot dA = K'' \cdot x \cdot b \cdot dx$ $\qquad$ pongo spessore $b' = 1$ cm

quindi: $dN = K'' \cdot x \cdot dx$ integro tra 0 b+a

$$N = \int_0^{b+a} dN = \int_0^{b+a} K'' x \cdot dx = \frac{K''}{2} x^2 \Big|_0^{b+a} = \frac{K''}{2}(b+a)^2$$

momento



$$N \cdot x_0 = \int_0^{b+a} \underbrace{x \cdot dN}$$

sono tutte le forze che contribuiscono tra 0 e b+a

$$N \cdot x_0 = \int_0^{b+a} K'' \cdot x^2 \cdot dx = \frac{K''}{3} x^3 \Big|_0^{b+a} = \frac{K''}{3}(b+a)^3$$

$$v(t) = \int_0^t a(t)\cdot dt = a\cdot t + v(0)$$

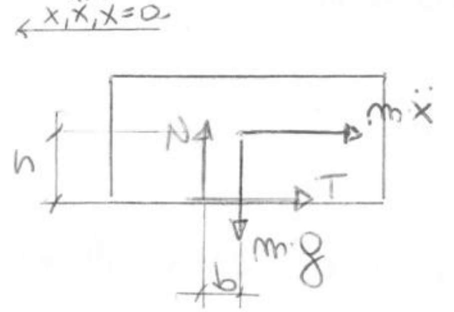
$$x(t) = \int_0^t v(t)\cdot dt = \int_0^t \left[a\cdot t + v(0)\right]\cdot dt = \frac{a\cdot t^2}{2} + v(0)\cdot t - \underbrace{x(0)}_{\to 0}$$

$$t^* \to v(t^*) = 0$$

$$v(t^*) - v(0) = a\cdot t \Rightarrow t^* = \frac{-v(0)}{a} = \frac{-\frac{50\cdot 1000}{3600}}{-3} = 4{,}63 \text{ sec}$$

$$x(t^*) = \frac{a\cdot t^{*2}}{2} + v(0)\cdot t^* = 32{,}15 \text{ metri}$$

Trovare il minimo valore del coefficiente di aderenza cassa/pianale affinché la cassa non scivoli in avanti.



$$N\cdot b = T\cdot\frac{h}{2}$$

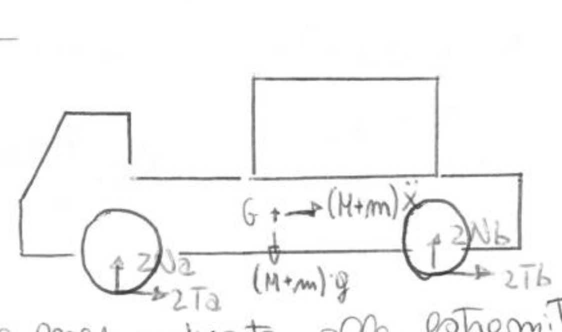
La normale è spostata verso sinistra in modo da creare un momento che possa equilibrare il momento.

$\rightarrow)$ $T + m\cdot\ddot{x} = 0$

$\uparrow)$ $N - m\cdot g = 0$

$T = f_a\cdot N$

$$f_a\cdot N + m\cdot\ddot{x} = 0 \Rightarrow f_a = \frac{-m\cdot\ddot{x}}{N} = 0{,}3$$

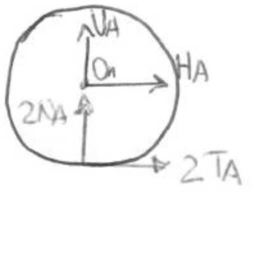


La coppia motrice non c'è xké non sto accelerando ma sto frenando.

la forza F che deve essere applicata alle estremità di ogni ceppo

$\rightarrow)$ $(M+m)\ddot{x} + 2\cancel{T_A} + 2T_B = 0$ quindi $T_A = 0$

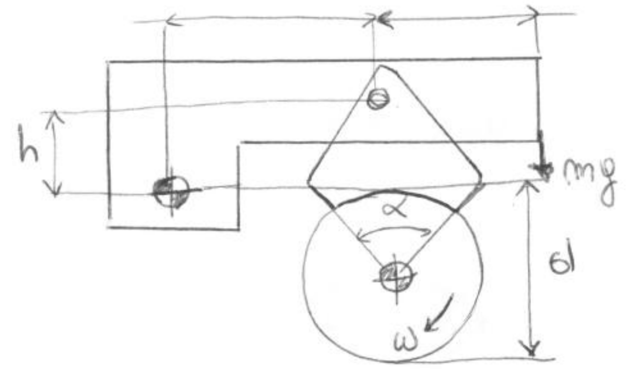
ASSALE ANTERIORE



$$O_1\curvearrowleft)\ 2T_A\cdot r = 0 \quad T_A = 0$$

49

Esercizio: freno a ceppo ad accostamento libero



$f = 0{,}4$

$f_e = 0{,}6$

$a = 15\ cm$

$b = 30\ cm$

$d = 22\ cm$

$h = 5\ cm$

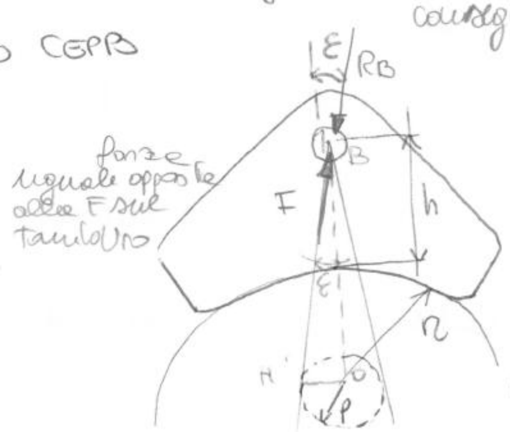
$\alpha = 80°$

$m = 10\ kg$

Diagramma di corpo libero CEPPO

Non va bene

conseguenza di F



Le forze, dove ne dovrò determinare una, saranno tangenti al cerchio di attrito

$R_B = F$

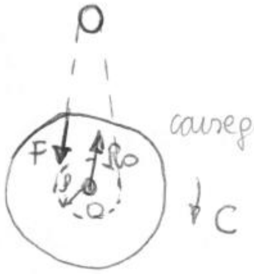
voglio conoscere ε, creo un triangolo

$\overline{OH} = \overline{OB}\ sen\ \varepsilon$

$\overline{OB} = h + R = 0{,}16\ m$

$\overline{OH} = \rho = 0{,}041\ m$

Diagramma corpo libero TAMBURO



conseguenza di F

$R_O = F$

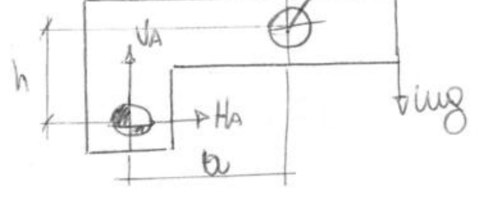
$\overset{\curvearrowleft}{O})\ F \cdot \rho - C = 0 \Rightarrow \boxed{C = F \cdot \rho}$

trovo che ε

$\varepsilon = arcsen \dfrac{\overline{OH}}{\overline{OB}} = 14{,}8°$

$\rho = R \cdot sen\ \varphi \overset{dove}{\Rightarrow} \varphi = arctg\ f = 21{,}8°$

Diagramma di corpo libero LEVA



$\rightarrow)\ H_A + R_B\ sen\ \varepsilon = 0$

$\uparrow)\ V_A - m \cdot g + R_B \cdot \cos \varepsilon \cdot h - m \cdot g (a+b) = 0$

$\overset{\curvearrowleft}{A})\ R_B \cos \varepsilon \cdot a - R_B\ sen\ \varepsilon\ h - m \cdot g (a+b) = 0$

$R_B (\cos \varepsilon\ a - sen\ \varepsilon \cdot h) = m \cdot g (a+b)$

$$R_B = \frac{m \cdot g (a+b)}{\cos \varepsilon \cdot a - sen\ \varepsilon \cdot h} = 334 N$$

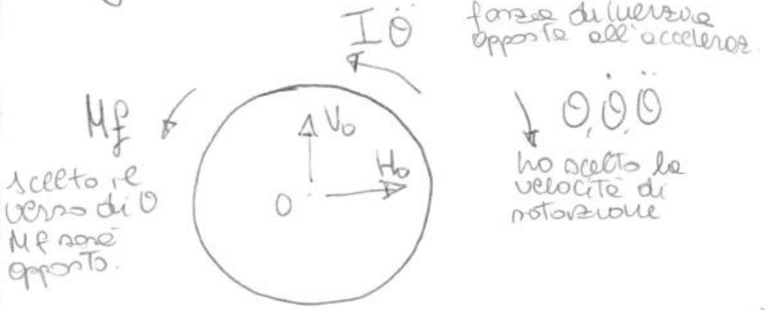
un $R_B = R_O = 334 N$

di conseguenza

$C = +R_B \cdot \rho = 13{,}69\ N \cdot m$

$H_A = -R_B \cdot sen\ \varepsilon = -85{,}32 N$

Diagramma di corpo libero del disco. (ho dato momento frenante la coppia non c'è xké l'ho staccato)



O) $M_f + I\cdot\ddot{\theta} = 0 \Rightarrow M_f = -I\ddot{\theta} = -I\dot{\omega}$

$I = m\cdot\rho^2 = 9\ kg\cdot m^2$

Moto rettilineo u. acc.

$v(t) = a\cdot t + v(0)$

$x(t) = \frac{1}{2}a\cdot t^2 + v(0)t + x(0)$

Moto rotatorio

$\omega(t) = \dot{\omega}t + \omega(0)$ ← quello che mi serve

$\theta(t) = \frac{1}{2}\dot{\omega}t^2 + \omega(0)t + \theta(0)$

$$\frac{\omega(t^*) - \omega(0)}{\dot{\omega}} = t^* = \frac{-\omega(0)}{\dot{\omega}} \Rightarrow \dot{\omega} = \frac{-\omega_0}{t^*} = \frac{-1500\cdot\frac{2\pi}{60}}{10} = -15{,}7\ rad/sec^2$$

acc. angolare

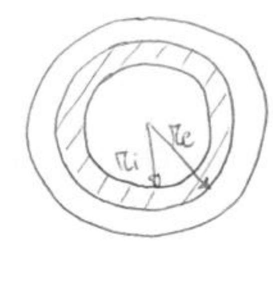
Mi calcolo così il momento frenante

$M_f = -I\dot{\omega} = -9\cdot(-15{,}7) = 141{,}3\ N\cdot m$

Mi calcolo la F

$$F = \frac{M_f\cdot 2}{f\,(R_e - R_i)} = \frac{141{,}3\cdot 2}{0{,}3\,(20-15)} = 188$$

Esercizio



$m = 6$ $\quad \omega = 750\ rpm$

$d_e = 140\ mm$

$d_i = 90\ mm$

$f = 0{,}3$

$P = 8\ kW$

$F_a = ?$ $p_{min}?$ $p_{max}?$

$$P = M_f\cdot\omega \Rightarrow M_f = \frac{P}{\omega} = \frac{8000}{750\cdot\frac{2\pi}{60}} = 102\ N\cdot m \qquad dA = 2\pi R\, dR$$

$M_f = m\cdot f\cdot k'\pi(r_e^2 - r_i^2)$ dove ottengo $k' = 6277\ \frac{N}{m}$

Dall'ipotesi di Reye posso trovare p max e p min dove $p = \frac{k'}{R}$

$P_{MIN} = \frac{k'}{r_e} = 89671\ Pa \qquad P_{MAX} = \frac{k'}{r_i} = 139488\ Pa$

Trovo F_a da M_f:

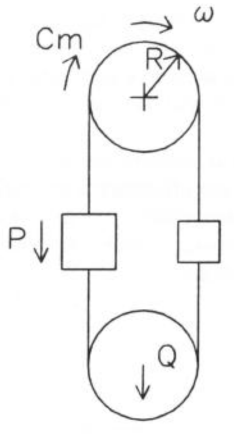
$$M_f = f\cdot F_a\cdot\frac{(r_e - r_i)}{2} \Rightarrow F_a = \frac{M_f}{f\,\frac{(r_e - r_i)}{2}}$$

1° Esercizio Ascensore

In figura è rappresentato un ascensore con funi metalliche. Sono dati:

Rigidezza elastica della fune	$e=3$ mm
Rigidezza anaelastica tratto avvolgente	$e_1=5$ mm
Rigidezza anaelastica tratto svolgente	$e_2=7$ mm
Raggio pulegge	$R=300$ mm
Coefficiente di attrito fune/puleggia	$f=0.25$
Carico	$P=600$ kg
Contrappeso	$P_0=300$ kg
Forza del tenditore	$Q=1500$ kg
Velocità di salita	$V=0.6$ m/s

Calcolare:
1. La potenza richiesta al motore per sollevare a velocità costante V il carico P
2. L'angolo di scorrimento sulla puleggia motrice, in base ai valori di tensione precedentemente calcolati.



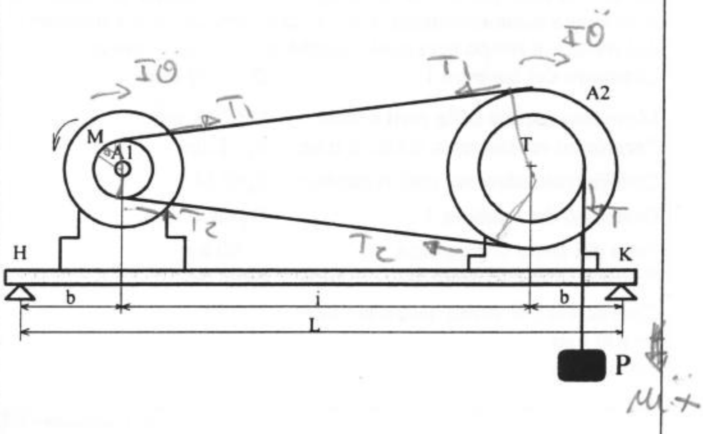
2° Esercizio Trasmissione a cinghie

Un argano è composto da un motoriduttore M collegato ad una puleggia A1, su cui è montata una cinghia trapezoidale che comanda una puleggia A2; solidale a tale puleggia è un tamburo T su cui si avvolge la fune di sollevamento del carico P. L'argano è montato su un'intelaiatura con due appoggi H e K distanti L.

Determinare:
1. L'accelerazione del carico durante l'avviamento
2. Le reazioni sui supporti H e K durante l'avviamento
3. La tensione di forzamento necessaria perchè l'angolo di aderenza sulla puleggia più critica sia la metà dell'angolo di avvolgimento.

Carico sollevato	$P=3000$ N
Distanza appoggi	$L=1.2$ m
Diametro puleggia A_1	$d_1=250$ mm
Diametro puleggia A_2	$d_2=500$ mm
Interasse puleggie	$i=600$ mm
Diametro tamburo T	$d_t=400$ mm
Momento inerzia parti rotanti asse motore 1	$I_1=0.05$ kgm^2
Momento inerzia parti rotanti asse condotto 2	$I_2=0.25$ kgm^2
Coeffic. aderenza cinghia/puleggia	$f_A=0.4$
Coeffic. attrito cinghia/puleggia	$f=0.2$
Semiapertura angol.cinghie sezione trapezia	$\beta=15°$
Coppia motrice puleggia A (cost.all'avvio)	$C=600$ Nm
Massa complessiva motore	$m=50$ kg
Massa condotta	$m_c=50$ kg

$b=\frac{L-i}{2}$



è al contrario

$$T_4 = T_3 \frac{\overset{0{,}95}{(R-e_2+e)}}{(R+e+e_1)} = 7211{,}3\ N$$

$$T_3 + T_3 \frac{(R-e_2+e)}{(R+e+e_1)} = Q \cdot g$$

$$T_3\left(1+\frac{R-e_2+e}{R+e+e_1}\right) = Q\cdot g \Rightarrow T_3 = 7503{,}67\ N$$

$$T_1 = P\cdot g + T_3 = 13389{,}67\ N$$

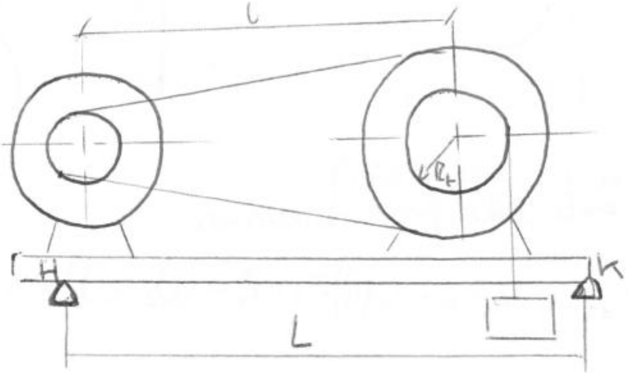
$$T_2 = P_0\cdot g + T_4 = 10154{,}3\ N$$

$$C_m = T_1(R+e+e_1) - T_2(R-e_2+e) = 1113{,}35\ N\cdot m$$

Ricavo che $W = C_m \cdot \omega = 2236{,}7\ W$

$$\frac{T_1}{T_2} = e^{f\theta^*} \Rightarrow \ln\frac{T_1}{T_2} = f\theta^* \Rightarrow \theta^* = \frac{\ln\frac{T_1}{T_2}}{f}$$

Esercizio:



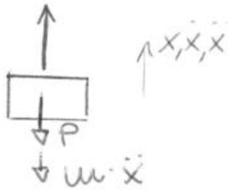
Calcolare

Accelerazione del carico durante l'avviamento

Reazioni H, K durante l'avviamento

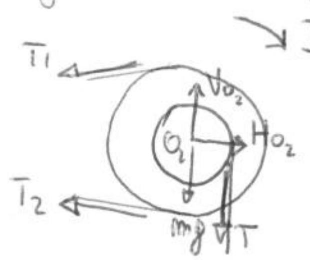
Tensione di forzamento necessaria xké l'angolo di aderenza sulla puleggia più critica sia la metà dell'angolo di avvolgimento.

Diagramma corpo libero peso



$$\uparrow)\ T - P - \underset{\frac{P}{g}}{m_p}\ddot{x} = 0$$

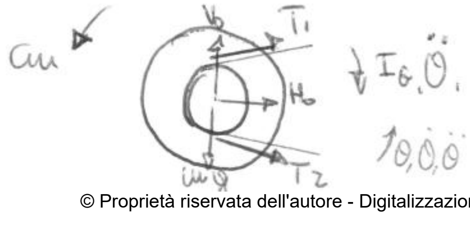
Diagramma corpo libero ruote condotte e motrice



CONDOTTA

$$O_2)\ (T_1-T_2)\cdot r_2 - I_2\ddot{\theta}_2 - T\cdot R_t$$

MOTRICE



$$O_1)\ C_m - I_{G_1}\ddot{\theta}_1 - (T_1-T_2)\cdot r_1 = 0$$

Ipotesi: $\eta = 1$ $\quad \eta = \dfrac{C_R \cdot \omega_2}{C_M \cdot \omega_1} = 1 \quad \eta = \dfrac{(\cancel{T_1} - T_2) \cdot r_2 \cdot \omega_2}{(\cancel{T_1} - T_2) \cdot r_1 \cdot \omega_1} = \dfrac{V_2}{V_1}$

No perdite no beccamento

$$\omega_2 \cdot r_2 = \omega_1 \cdot r_1$$

$$\dot{\omega}_2 \cdot r_2 = \dot{\omega}_1 \cdot r_1 \Rightarrow \dot{\omega}_2 = \dot{\omega}_1 \cdot \frac{r_1}{r_2} \iff \boxed{\ddot{\theta}_2 = \ddot{\theta}_1 \cdot \frac{r_1}{r_2}} \qquad \theta_1 = \theta_2 \frac{r_2}{r_1}$$

la velocità con cui sale il carico $\quad \dot{x} = \omega_2 \cdot r_{Tamb.} \Rightarrow \ddot{x} = \dot{\omega}_2 \, r_T = \boxed{\ddot{x} = \ddot{\theta}_2 \cdot r_T}$

la resta equaz. la pongo $\boxed{T_1 - T_2}$

sostituisco tale equazione in quella della puleggia motrice

$$(T_1 - T_2) = \frac{C_m - I_1 \ddot{\theta}_1}{r_1}$$

$$\frac{C_m - I_1 \ddot{\theta}_1}{r_1} \cdot r_2 - I_2 \ddot{\theta}_2 - T \cdot r_T = 0$$

$$\frac{C_m - I_1 \ddot{\theta}_1}{r_1} \cdot r_2 - I_2 \ddot{\theta}_2 - (P + m_p \ddot{x}) \cdot r_T = 0$$

$$C_m \frac{r_2}{r_1} - I_1 \ddot{\theta}_1 \frac{r_2}{r_1} - I_2 \ddot{\theta}_2 - (P + m_p \ddot{x}) r_T = 0$$

$$C_m \frac{r_2}{r_1} \cdot I_1 \cdot \ddot{\theta}_2 \frac{r_2}{r_1} \cdot \frac{r_2}{r_1} - I_2 \cdot \ddot{\theta}_2 - (P + m_p \ddot{x}) r_T = 0$$

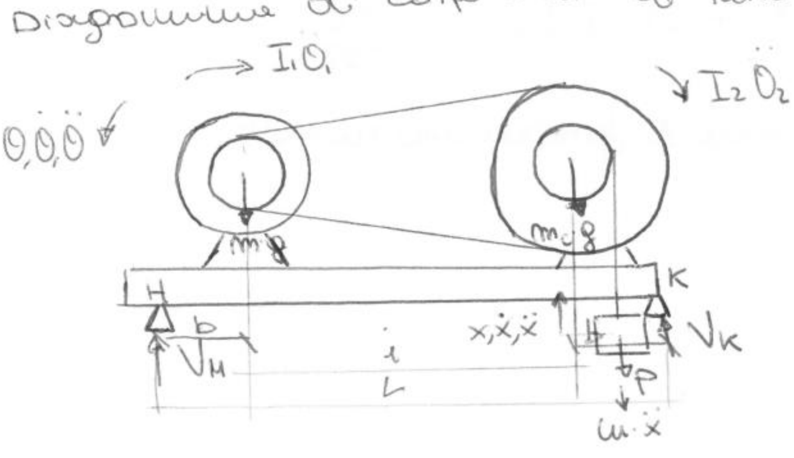
$$C_m \frac{r_2}{r_1} - I_1 \frac{r_2^2}{r_1^2} \cdot \frac{\ddot{x}}{r_T} - I_2 \frac{\ddot{x}}{r_T} - (P + m_p \cdot \ddot{x}) r_T = 0$$

$$\ddot{x} = \frac{\frac{r_2}{r_1} \cdot C_m - P \cdot r_T}{I_1 \frac{r_2^2}{r_1^2} \cdot \frac{1}{r_T} + \frac{I_2}{r_T} + m_p \cdot r_T} = 9{,}46 \ m/sec^2$$

$$\ddot{\theta}_2 = \frac{\ddot{x}}{r_T} = 47{,}3 \ rad/sec^2$$

$$\ddot{\theta}_1 = \ddot{\theta}_2 \frac{r_2}{r_1} = 94{,}6 \ rad/sec^2$$

Diagramma di corpo libero di tutto il sistema

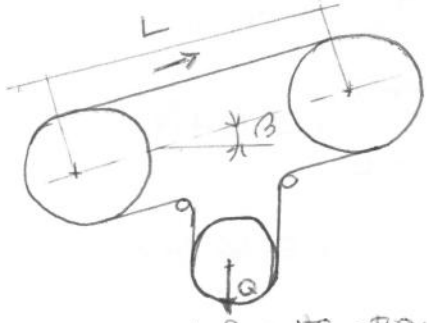


$\uparrow)\ V_H + V_K - mg - m_c g - m_p \ddot{x} - P = 0$

$K\circlearrowleft)\ -V_H \cdot L - I_1 \ddot{\theta}_1 + mg(L-b) + m_c g b + P(b - r_T) + m_p \ddot{x}(b - r_T) - I_2 \ddot{\theta}_2 = 0$

Esercizio 3

$q = 20\ kg/m$
$\vartheta_{avv} = 200°$
$f = 0{,}4$
$V = 1{,}5\ m/s$
$d = 60\ cm$
$L = 20\ m$
$\beta = 12°$

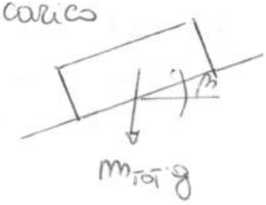


dalle relazioni fornite stiamo lavorando a regime uniforme

$\mu_s \quad \dfrac{P_u}{P_i} = 1$ allora $P_u = P_i$

$P_u = F_{utile} \cdot \text{velocità} = (m_{TOT}\, g \,\text{sen}\,\beta) \cdot V$

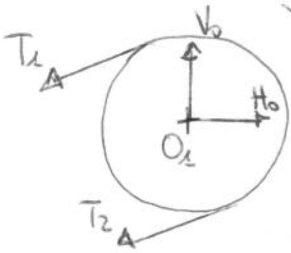
carico



$m_{TOT} = q\, L = 400\ kg$
$F_{utile} = 815{,}84\ N$
$P_{utile} = 1223{,}76\ W = P_i$

Calcolare Q_{min} quando $\vartheta_{1avv} = \vartheta_1^* = 200°$
Trasformo in radianti $\vartheta_1^* = 200° \cdot \dfrac{\pi}{180} = 3{,}49\ rad$

Diagramma di corpo libero puleggia motrice

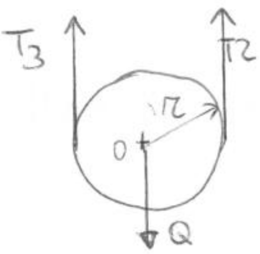


↺ C_m

$O_1 \circlearrowleft) \; - C_m + (T_1 - T_2) \cdot r_1 = 0$

$\dfrac{T_1}{T_2} = e^{f \vartheta^*} = e^{f \vartheta_{avv}}$

" " " tenditore

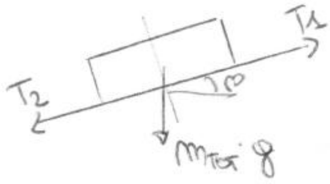


Siccome non ho coppie resistenti perché sono a regime uniforme moto che

$T_3 = T_2$ derivato da $O \circlearrowleft \; T_2 \cdot \cancel{r} = T_3 \cdot \cancel{r}$

$\uparrow) \; Q - T_2 - T_3 = 0 \Rightarrow Q = 2 T_2$

" " " nastro



$\nearrow) \; T_1 - T_2 - m_{TOT}\, g \,\text{sen}\,\beta = 0$

Ricavo T_1

$$T_1 = T_2 \cdot e^{f\,\Theta_{avv}} = 4423{,}66\ N$$

Ricavo anche che M_f vale

$$M_f = (T_1 - T_2)\cdot R_3 = 775{,}38\ N\cdot m$$

Riprendo in considerazione il momento alla rotazione del Tamburo sostituendo M_f trovo

$$M_f + I\ddot{\vartheta} - T(r_1 - (e_2 - e_1))$$

adesso sostituisco T con la relazione ricavata sul peso Q

$$M_f + I\ddot{\vartheta} - Q(g - \ddot{x})(r_1 - e_2 + e_1)$$

avendo due incognite effettuo delle ipotesi mi pongo in condizioni di aderenza

$$\dot{x} = R_1 \cdot \dot{\vartheta} \overset{\text{derivo}}{\Rightarrow} \ddot{x} = R_1 \cdot \ddot{\vartheta}$$

sostituisco

$$M_f + I\ddot{\vartheta} - Q(g - r_1 - e_2 + e_1) + Q \cdot r_1 \ddot{\vartheta} \cdot (r_1 - e_2 + e_1) = 0$$

ango

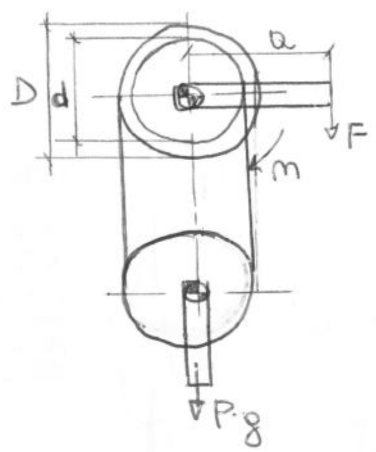
$$\ddot{\Theta} = \frac{Q \cdot g\,(r_1 - e_2 + e_1) - M_f}{I + Q \cdot R_1 (R_1 - e_2 + e_1)} = -2{,}84\ rad/sec^2 \qquad \ddot{x} = R_1 \cdot (-2{,}84) = -0{,}497$$

Ricavo il tempo

$$\omega(t) = \dot{\omega} t + \omega(0) \qquad t^*$$

$$\frac{\overset{=0}{\omega(t^*)} - \omega(0)}{\dot{\omega}} = t^*$$

Esercizio 5°



$P = 500\ kg$

$F = ?\quad x = v_0?\quad \eta?$

$R = 80\ mm$

$f = 0{,}1$

$D = 500\ mm$

$d = 400\ mm$

$a = 500\ mm$

$n = 30\ rpm$

Ci viene dato il raggio di attrito quindi devo considerare l'attrito al perno

$$d_3 = D - \left(\frac{D}{2} - \frac{d}{2}\right) = \frac{D}{2} + \frac{d}{2} = 0{,}45\ m$$

$r_3 = 0{,}225\ m$

$\rho_P = r_P \cdot \operatorname{sen}\varphi_P = 0{,}0079\ m \qquad \varphi_P = \operatorname{arctg} f_P = 5{,}71°$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 77 di 130

Esercitazione 7

<u>1°Esercizio</u> Ruote cilindriche a denti diritti

Date due ruote dentate cilindriche a denti diritti aventi velocità angolari rispettivamente di $\boldsymbol{\omega_1=70}$ **rad/s** e $\boldsymbol{\omega_2=40}$ **rad/s**, angolo di pressione $\boldsymbol{\alpha=20°}$, numero di denti della ruota 1 pari a $\mathbf{z_1=10}$ e raggio primitivo pari a $\mathbf{r_1=100}$ **mm**, potenza trasmessa $\mathbf{W_1=2}$ **kW**, rendimento $\boldsymbol{\eta=1}$, calcolare:

- il modulo m;
- il rapporto di trasmissione i;
- il raggio primitivo della ruota 2, r_2;
- l'interasse a tra le ruote; $r_1+r_2+(2\cdot m)$
- il numero di denti della ruota 2, z_2;
- la forza F_{12} esercitata dalla ruota 1 sulla 2.

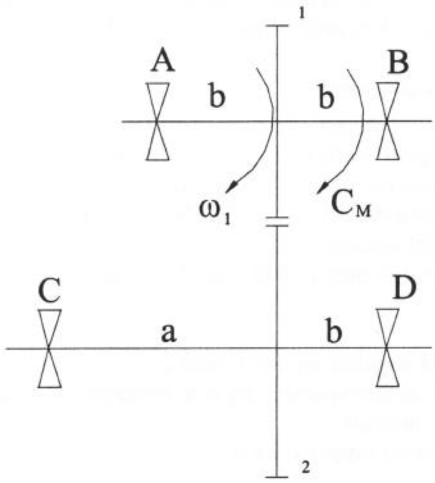
<u>2°Esercizio</u> Ruote cilindriche a denti diritti

In figura sono illustrate due ruote dentate cilindriche a denti diritti, di cui la ruota 1 è quella motrice. I supporti A e B della prima ruota sono equidistanti da questa (lunghezza b), mentre la ruota 2 dista dai rispettivi supporti secondo le due diverse lunghezze a e b. Sapendo che:

- C_M = 30 Nm (coppia motrice);
- η = 1 (rendimento della trasmissione);
- z_1 = 13 (n.denti ruota 1);
- $i = \omega_1/\omega_2 = 3$ (rapporto di trasmissione);
- m = 4 mm (modulo);
- α = 20° (angolo di pressione);
- ω1 = 20 rad/s (vel.angolare ruota 1);
- a = 100 mm (vedi figura);
- b = 50 mm (vedi figura);

determinare:

- il numero di denti della ruota 2, z_2;
- i raggi primitivi delle due ruote, R_1 e R_2;
- la coppia resistente C_R agente sulla ruota 2;
- la forza F esercitata sulla ruota 2 da parte della ruota 1;
- le reazioni R_C R_D sui supporti C e D.



<u>3°Esercizio</u> Ruote cilindriche a denti diritti

Il sistema in figura trasmette il moto da un gruppo motore ad un gruppo utilizzatore.

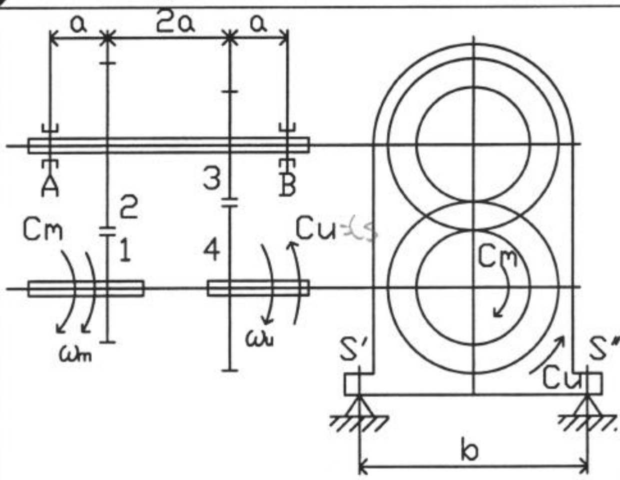
<u>Dati:</u> b = 180 mm; $Z_1 = Z_3 = 17$; $Z_2 = Z_4 = 52$

C_m = 10 Nm; ω = 3000 rpm

m = 2,5 mm; θ = 20°

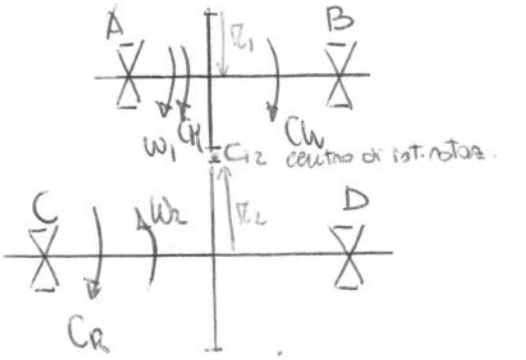
<u>Determinare:</u>

1. $i = \dfrac{\omega_m}{\omega_u}$;
2. i raggi primitivi R_1 e R_2;
3. la coppia di reazione C_S e le forze $R_{S'}$ ed $R_{S''}$ sui supporti.



Esercitazione 7
Ruote dentate

Esercizio 1 del 2.



$C_M = 30$ N·m

$\eta = 1$ se non specificato bisogna assumerlo e spiegare l'assunzione

$z_1 = 13$

$i = \dfrac{\omega_1}{\omega_2} = 3$

$m = 4$ mm

$\alpha = 20°$

$a = 100$ mm $b = 50$ mm

$\omega_1 = 20$ rad/s

z_2? r_1, r_2? C_R? $|F_{12}| = |F_{21}|$? R_C R_D supporti?

Si ricorda che

$$m = \frac{2r}{z} = \frac{p}{\pi} \qquad i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{z_2}{z_1}$$

1) Calcolo z_2
Sapendo che i vale 3 lo esprimo come il rapporto dei denti

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} = 3 \Rightarrow z_2 = 3 \cdot z_1 = 39 \text{ denti}$$

2) Trovo r_1 e r_2

$$m = \frac{2r}{z} \qquad r_1 = \frac{m \cdot z_1}{2} = 26 \text{ mm} \quad ; \quad r_2 = \frac{m \cdot z_2}{2} = 78 \text{ mm}$$

3) Calcolo le coppie
Siccome il rendimento si esprime

$$\eta = \frac{C_R \cdot \omega_2}{C_M \cdot \omega_1} = \frac{C_R}{C_M \cdot i}$$

Le coppie motrici sono concordi al moto, mentre le coppie resistenti sono opposte al moto

$$C_R = \eta \cdot i \cdot C_M = 90 \text{ N·m}$$ caso nostro ruote esterne

Se le ruote sono esterne ci sarà inversione di rotazione, se sono interne le rotazioni saranno concordi

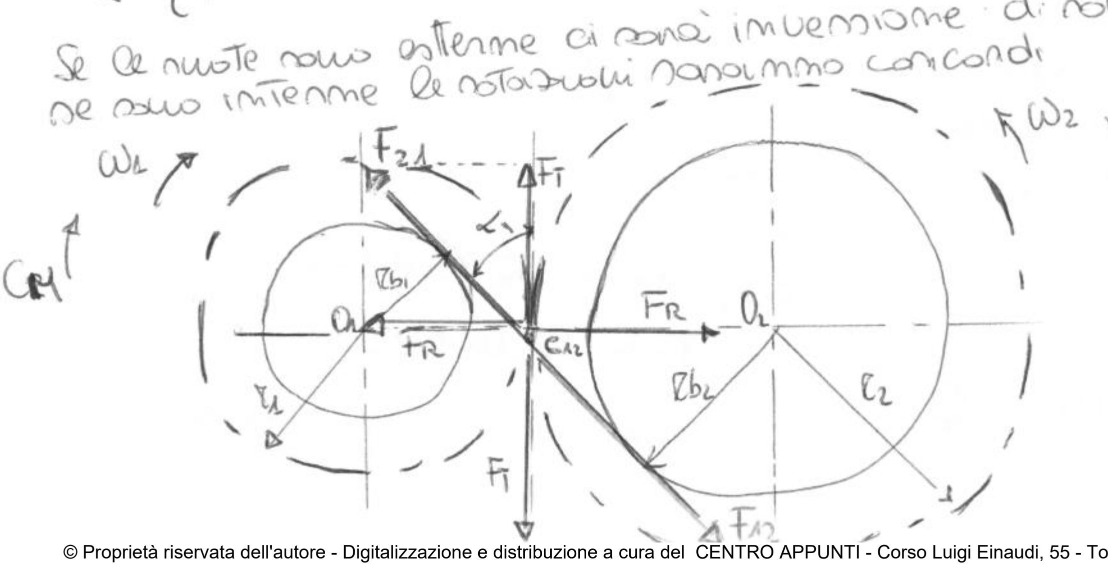
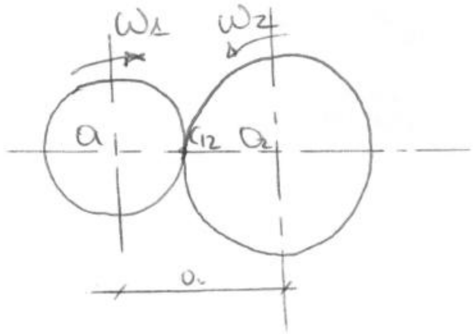
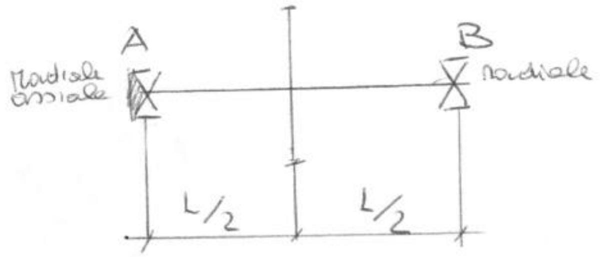


fig 1.1

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 81 di 130

Esercizio 2 del 4° Ruote Elicoidali





$\alpha = 20°$ $\quad L = 76$ mm

$m_N = 2{,}75$ mm $\quad z_1, z_2$?

$u = i = \dfrac{\omega_1}{\omega_2} = 2$ $\quad \beta$ esatto?

$\beta \cong 12°$ (vuol dire che dovrò ricalcolarlo quando ho z) $\quad F_R$ cuscinetto più caricato, se $P = 1\,CV = 735\,W$ $\quad \omega_1 = 75{,}39\ rad/sec$?

$a = 155$ mm

→ piano normale ($\perp$ dente)
→ piano frontale ($\perp$ asse)

$m_N = m \cdot \cos\beta$	$\tan\beta_b = \tan\beta\cos\alpha$
$p_N = p\cos\beta$	$\tan\alpha_N = \tan\alpha\cos\beta$
$r_b = r\cos\alpha$	

1) Calcolo z_1, z_2

Posso attraverso il rapporto di trasmissione

$$\begin{cases} i = \dfrac{\omega_1}{\omega_2} = \dfrac{z_2}{z_1} = 2 \\ a = r_1 + r_2 = \dfrac{m \cdot z_1}{2} + \dfrac{m \cdot z_2}{2} = \left(\dfrac{m_n}{\cos\beta}\right)\dfrac{1}{2}\left[z_1 + \underbrace{z_2}_{2z_1}\right] \end{cases}$$

$z_1 = 36{,}7 \Rightarrow 37$ denti
$z_2 = 74$ denti $\quad$ avendo usato $\beta = 12°$ usato in prima approssimazione

Ricalcolo β esatto

$z_1 = 37 \Rightarrow a = \dfrac{m_n}{2\cos\beta'}(3z_1)$ $\quad \beta' = 10° = \beta$ esatto.

posso fare anche sapendo che $z_1 + z_2 = 111$ trovo $\beta =$
$\beta = \arccos\left(\dfrac{m_n}{a}\right)\dfrac{1}{2} \cdot 111$

Allora calcolo anche i raggi primitivi con $\beta' = 10°$

$r_1 = \dfrac{m_n}{\cos\beta'} \cdot \left(\dfrac{z_1}{2}\right) = 51{,}66$ mm $\quad r_2 = \dfrac{m_n}{\cos\beta'} \cdot \left(\dfrac{z_2}{2}\right) = 103{,}33$ mm

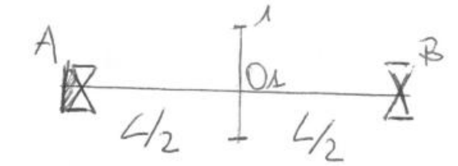
$m_n = m\cos\beta$ ma $m = \dfrac{2r}{z}$ allora poi trovo r

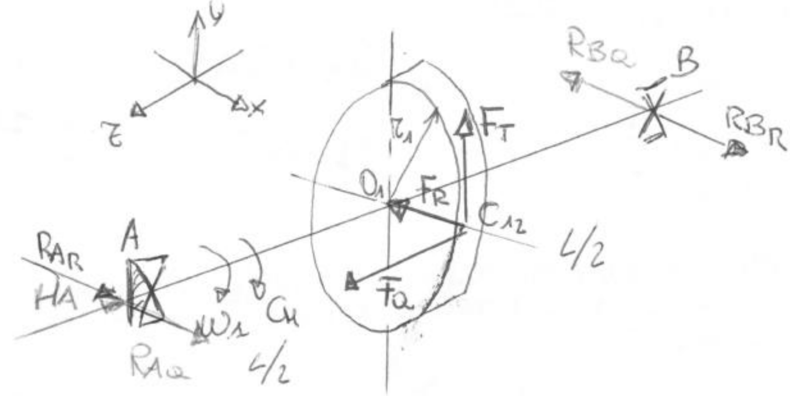
2) Calcolo la forza radiale

$C_M = \dfrac{P_M}{\omega_1} = 9{,}75$ N·m

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 83 di 130

continuazione: Ruote a denti elicoidali.



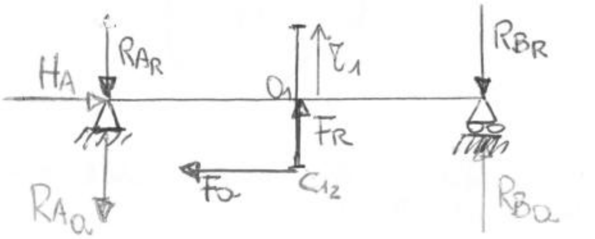


$F_T = 188{,}7\ N$

$F_R = 69{,}8\ N$

$F_a = 33{,}4\ N$

Piano $[x,z]$ sovrappongo gli effetti radiale + assiale.



$F_a = H_a = 33{,}4\ N$

Però Fa genera anche un momento quindi i supporti genereranno un momento opposto (uguale in modulo)

$$|R_{Aa}| = |R_{Ba}| = \frac{F_a \cdot r_1}{L} = 22{,}71\ N$$

$(R_{Aa} \cdot L = F_a \cdot r_1)$

La Fa da 2 contributi ai supporti assiali e radiali.

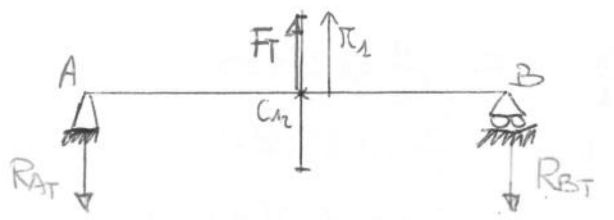
$A)\ -F_R \cdot \frac{L}{2} + R_{BR} \cdot L = 0$

$B)\ +F_R \cdot \frac{L}{2} - R_{AR} \cdot L = 0$

$R_{BR} = 34{,}9\ N$

$R_{AR} = 34{,}9\ N$

Piano $[y,z]$



$A)\ -F_T \cdot \frac{L}{2} + R_{BT} \cdot L = 0$

$B)\ F_T \cdot \frac{L}{2} - R_{AT} \cdot L = 0$

$R_{BT} = 94{,}35\ N$

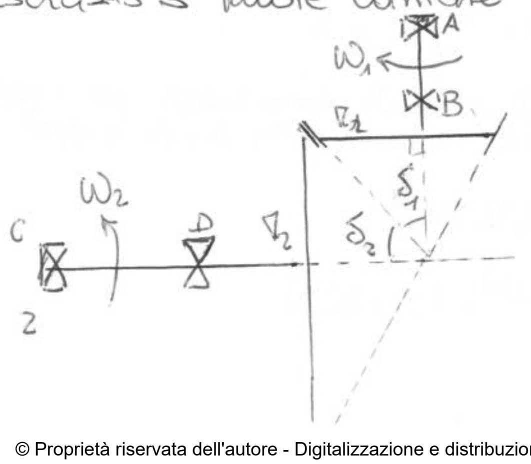
$R_{AT} = 94{,}35\ N$

posso trovare il cuscinetto più caricato

$$A \begin{cases} H_A = 33{,}4\ N \\ R_A = \sqrt{R_{AT}^2 + (R_{Aa} + R_{AR})^2} = 110{,}55\ N \end{cases}$$

$$B:\ R_B = \sqrt{R_{BT}^2 + (R_{BR} - R_{Ba})^2} = 95{,}13\ N$$

Esercizio 3 Ruote coniche



$r_2 = 0{,}2\ m$

$\eta = 1$

$P_M = 20'000\ W$

$\omega_1 = \frac{2\pi \cdot n_1}{60} = 157\ \frac{rad}{sec}$

$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = 2$

$m = 5\ mm$

$\alpha = 20°$

$a = 0{,}2\ m$

$b = 0{,}1\ m$

$c = 0{,}2\ m$

$d = 0{,}08\ m$

ω_2?

δ_1, δ_2?

F scambiate?

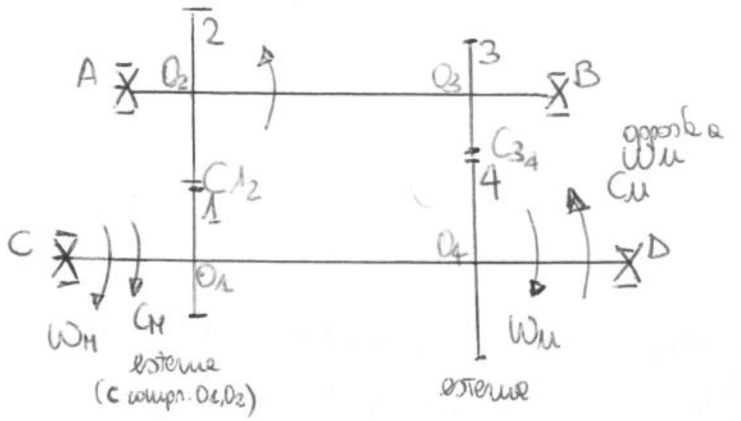
R_A, R_B?

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 85 di 130

$$A \begin{cases} H_A = 207{,}31\ N \\ R_A = \sqrt{(R_{AR} - R_{Aa})^2 + (R_{AT})^2} = 645{,}33\ N \end{cases}$$

$$B : R_B = \sqrt{(R_{BR} - R_{Ba})^2 + (R_{BT})^2} = 1'979{,}89\ N$$

Esercizio: Ruote cilindriche a denti diritti



$b = 0{,}180\ m$
$z_1 = z_2 = 17$
$z_2 = z_4 = 52$
$C_M = 10\ N{\cdot}m$
$\omega_M = \frac{2\pi \cdot n}{60} = 314{,}16\ \frac{rad}{sec}$
$m = 5\ mm$
$\alpha = 20°$
$i = \frac{\omega_M}{\omega_u}$? rapporto trasm. tot.
r primitivi r_1, r_2?
C_V? Coppia di reazione sul telaio, e reazioni bulloni

1) Identifico i centri di istantanea rotazione

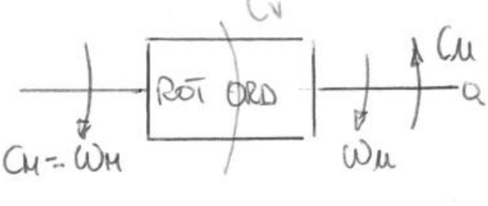
Posso calcolare la trasmissione col rapporto tra le velocità assolute

$$i_{1,4} = i_{12} \cdot i_{34} = \frac{\omega_M}{\cancel{\omega_2}} \cdot \frac{\cancel{\omega_3}}{\omega_u} = \frac{\omega_M}{\omega_u} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right)\left(-\frac{z_4}{z_3}\right) = +\frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3} = 9{,}36$$

Calcolo i raggi primitivi sapendo che $m = \frac{2r}{z}$

$$r_1 = \frac{m \cdot z_1}{2} = 21{,}25 = \frac{m \cdot z_3}{2} = r_3$$

$$r_2 = \frac{m\, z_2}{2} = 65\ mm = \frac{m \cdot z_4}{2} = r_4$$



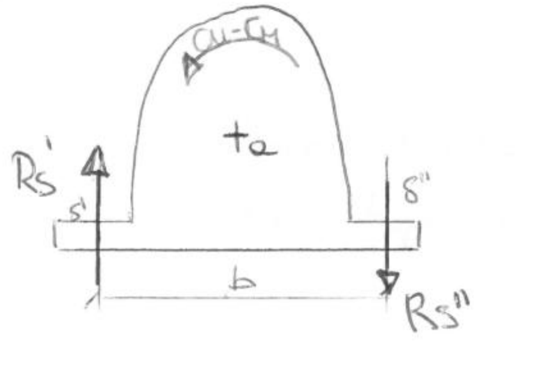
Assumo

$$\eta = \frac{P_u}{P_e} = \frac{C_u\, \omega_4}{C_M\, \omega_M} \cong 1$$

Allora $C_u = \eta \cdot i_{1,4} \cdot C_M = 93{,}56\ N{\cdot}m$

Effettuo l'equilibrio

a) $\curvearrowright_+$ $C_M - C_u + C_V = 0$ dove $C_V = C_u - C_M = 83{,}56\ N{\cdot}m$



Le reazioni vincolari dei bulloni creano due forze poste sui loro assi in modo che creino una coppia uguale e opposta a $C_u - C_M$.
Le forze hanno stesso modulo

$$|R_S'| = |R_S''| = \frac{C_V}{b} = 458{,}3\ N$$

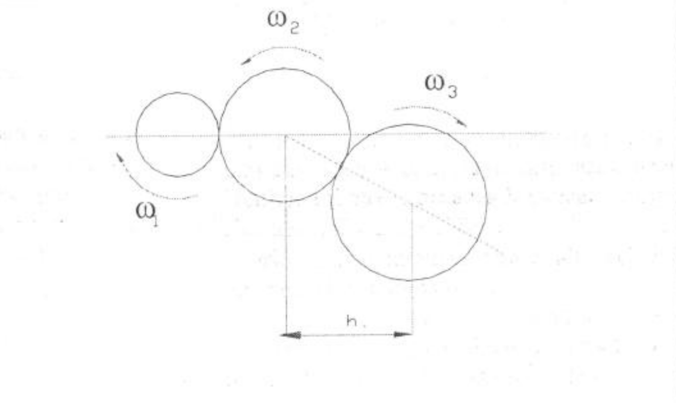
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 87 di 130

ESERCITAZIONE 8

1° Esercizio Rotismo ordinario

E' dato il rotismo ordinario di figura, realizzato con ruote cilindriche a denti diritti, aventi modulo m=3 mm ed angolo di pressione $\alpha=20°$, ed i cui numeri di denti sono rispettivamente pari a $z_1=16$, $z_2=18$, $z_3=72$, e trasmette una potenza di 3kW.
Nell'ipotesi che la distanza h indicata in figura valga h= 5 mm e che non esistano fenomeni dissipativi di attrito e che la ruota motrice 1 giri in verso orario alla velocità angolare $\omega_1=1725$ giri/min, si determinino:

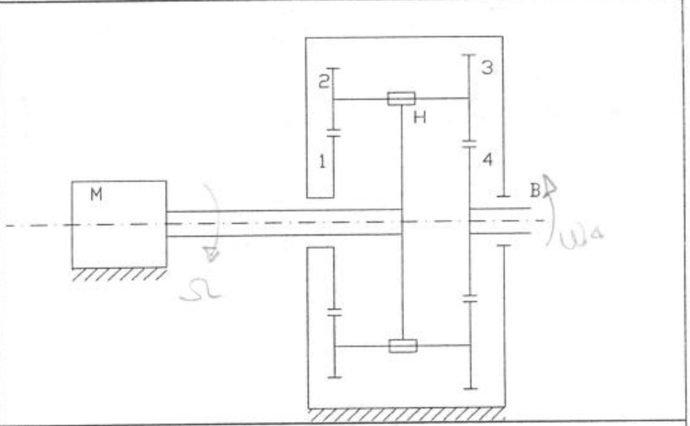
a) i valori delle velocità angolari ω_2 ed ω_3 e della velocità periferica nel punto di contatto tra le ruote 1 e 2;
b) il valore della forza agente sulla ruota 1.



2° Esercizio Riduttore epicicloidale

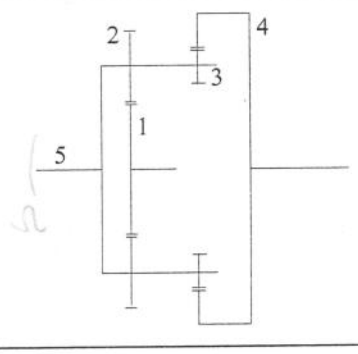
Un motore M erogante una potenza W = 1.2 kW alla velocità di 300 giri/min fa ruotare l'albero B attraverso un rotismo epicicloidale formato dal portatreno H e da varie ruote dentate cilindriche a denti diritti, di cui si conoscono il modulo m=5 mm, i numeri di denti $Z_1=97$, $Z_2=17$, $Z_3=18$ e l'angolo di pressione $\alpha=20°$. Calcolare:

1. il rapporto di trasmissione ω_H / ω_B realizzato dal riduttore;
2. la coppia di reazione della struttura di sostegno.



3° Esercizio Rotismo epicicloidale

Nel rotismo di figura, il solare 1 ruota a 400 giri/min e la corona 4 ruota a 50 giri/min. I versi di rotazione sono quelli indicati. Le ruote hanno i numeri di denti seguenti: $z_1=15$, $z_2=25$; $z_3=15$, $z_4=55$. Le ruote 2 e 3 sono rigidamente collegate tra loro.
Calcolare: la velocità angolare Ω del portatreno 5, la velocità angolare della ruota 2, il rapporto di trasmissione k_{15}.



4° Esercizio Riduttore epicicloidale

Nel rotismo epicicloidale di figura sono noti la velocità angolare in ingresso e la coppia in uscita. Per il calcolo viene ipotizzato un rendimento unitario.

Dati:
n_i= 30 giri/min z_1= 15 z_3= 15 z_4= 45 δ_i= 30° C_u=10 Nm

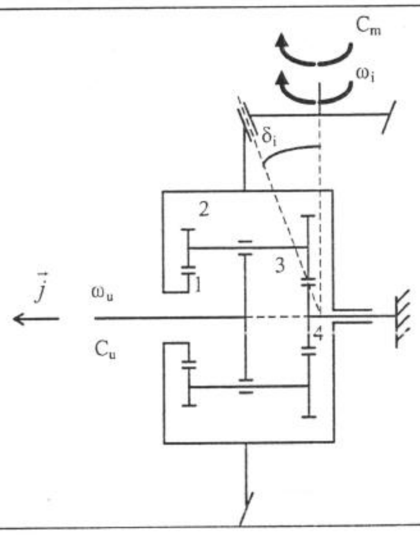
Ricavare:

espressione letterale di ω_u

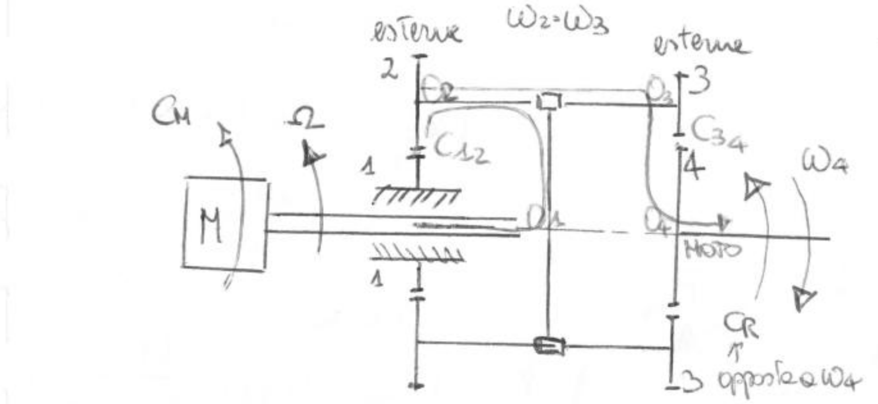
valore di ω_u

valore di C_m

verso di ω_u coincidente con $\vec{j}$?



Esercizio 2



$P_M = 1200$ W
$n_M = 300$ giri/min
$m = 5$ mm
$z_1 = 97$
$z_2 = 17$
$z_3 = 18$
$\alpha = 20°$
$i_{M,4} = i_{Rid}$?
$C_R = ?$
azioni scambiate tra le ruote?
C_V?

1: solare (fisso, $\omega_1 = 0$)
2-3: satelliti
4: solare uscita
H: portatreno

" fare caso al disegno del foglio ci è mio si vede che ruota 1 è esterna e non interna. "

Dalla geometria del sistema

$z_1 + z_2 = z_3 + z_4$

dalla espressione $m = \frac{2R}{z}$ calcolo il numero di denti mancante

$z_1 + z_2 = z_3 + z_4 \qquad z_4 = 96$

Rapporto di trasmissione del rotismo reso ORDINARIO

$$i_{1,4} = i_{12} \cdot i_{34} = \left(\frac{\omega_1 - \Omega}{\cancel{\omega_2} - \Omega}\right)\left(\frac{\cancel{\omega_3} - \Omega}{\omega_4 - \Omega}\right) = \frac{\omega_1 - \Omega}{\omega_4 - \Omega}$$

$$i_{1,4} = i_{12} \cdot i_{34} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right)\left(-\frac{z_4}{z_3}\right) = +\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} = +0{,}93$$

uguagliando $\frac{\omega_1 - \Omega}{\omega_4 - \Omega} = \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}$ $\qquad \omega_1 = 0$ è fisso

$$-\Omega(z_1 z_3) = \omega_4(z_2 z_4) - \Omega(z_2 z_4)$$

$$\Omega(z_2 z_4 - z_1 z_3) = \omega_4(z_2 z_4)$$

$$i_{rid} = \frac{\Omega}{\omega_4} = \frac{z_2 \cdot z_4}{z_2 z_4 - z_1 z_3} = -14{,}15$$

significa che ω_4 discorde Ω
vuol dire trovate

Per calcolare le azioni scambiate dobbiamo conoscere la coppia motrice ricavabile conoscendo $P_M = 1200$ W

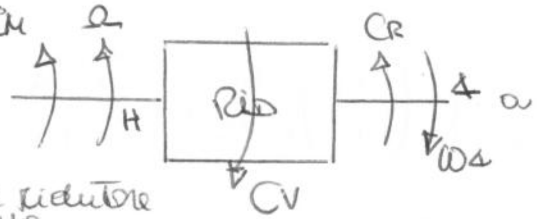
$$C_M = \frac{P_M}{\Omega} = 38{,}2 \text{ N·m} \qquad \text{dalla } P_M = C_M \cdot \Omega \qquad \Omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot 300}{60}$$

supposto $\eta \cong 1$ quindi $= \frac{C_R \cdot \omega_4}{C_M \cdot \Omega} = \frac{C_R}{C_M \cdot i_{Rid}}$ $\qquad \eta = \frac{P_u}{P_m} = \frac{C_r \cdot \omega_4}{C_M \cdot \Omega}$

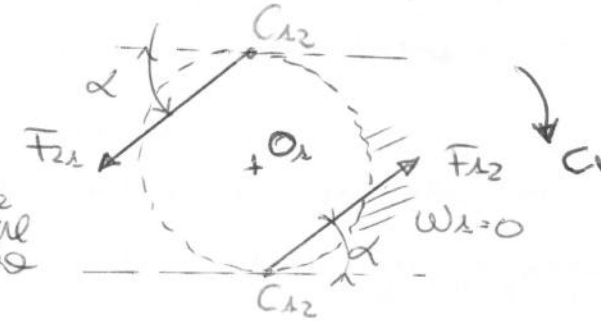
$$C_R = \eta \cdot |i_{Rid}| \, C_M = 540{,}53 \text{ N·m}$$

ma anche $C_r = C_m \cdot i_{Rid}$

Ricavo la reazione C_V



$a)_{\curvearrowleft +}$ $C_V = C_M + C_R = 578{,}73\ N \cdot m$



(vedo il riduttore come una scatola chiusa)

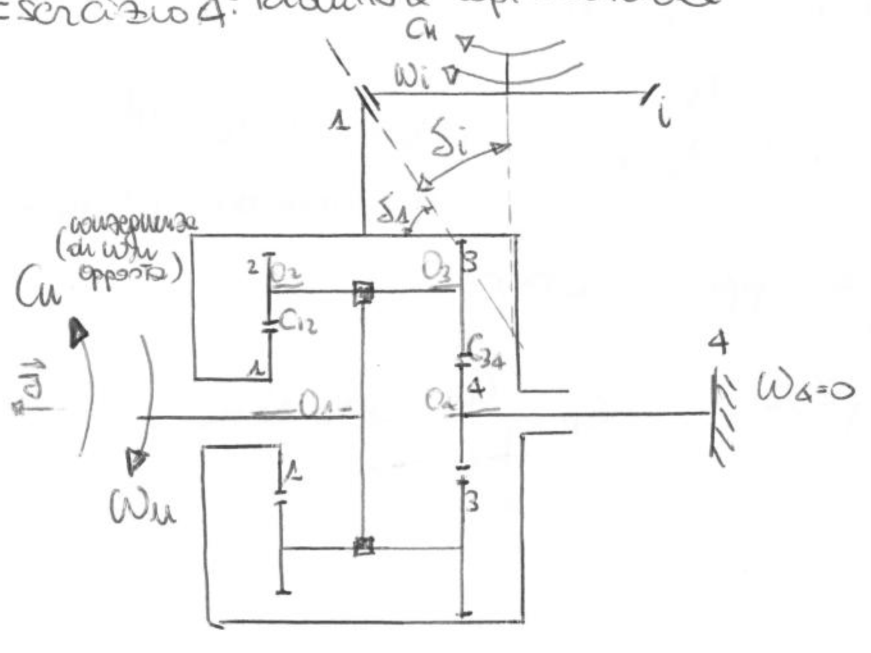
se mi chiedono di analizzare in profondità dovrò prendere la ruota che è vincolata al telaio e trovo C_V

Queste forze si scaricano sul telaio e si trova a C_V

$O_{1\curvearrowleft +}$ $C_V = 2F_{21} \cdot r_1 \cdot \cos\alpha = 578{,}28\ N \cdot m$

$r_1 = \frac{m z_1}{2} = 242{,}5\ mm$

Esercizio 4: Riduttore epicicloidale



$\omega_i = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_i}{60} = 3{,}14\ \frac{rad}{sec}$

$z_1 = 15$

$z_3 = 15$

$z_4 = 45$

$\delta_i = 30°$

$C_M = 10\ N \cdot m$

$\omega_4 = 0$

$\omega_M = (M, D, V)$?

C_M ?

$i; 1$ = ruote coniche

$1; 4$ = solari

$2; 3$ = satelliti

M = portatreno

Per trovare δ_1 sapendo le loro somma forma $90°$ allora

$\delta_1 + \delta_i = 90°$ $\quad \delta_1 = 90° - 30° = 60°$

Ricavo z_2

$r_1 + r_2 = r_3 + r_4$ $\quad$ con $m = \frac{2r}{z}$ allora $\quad z_2 = z_3 + z_4 - z_1 = 45$ denti

Ricavo rapporto di trasmissione tra le prime due ruote

$i_{TOT} = i_{i1} \cdot i_{RID}$ $\qquad i_{i1} = \frac{\omega_i}{\omega_1} = \frac{\operatorname{sen}\delta_1}{\operatorname{sen}\delta_i} = 1{,}73$

$i_{RID} = \frac{\omega_1}{\underset{\Omega}{\omega_M}}$

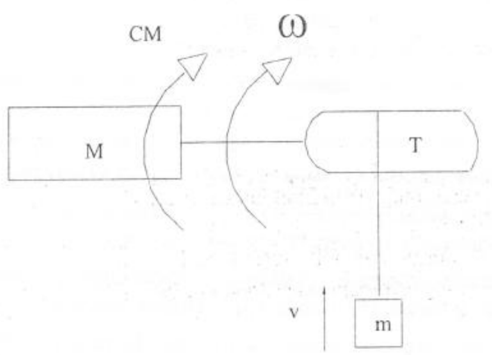
ESERCITAZIONE 9

1° Esercizio: sistema motore-carico

Nel sistema di figura un motore elettrico M è collegato direttamente al tamburo T. Sul tamburo è avvolta una fune alla cui estremità libera è appesa la massa m. La coppia del motore è massima e pari a C_o= 250 Nm quando la sua velocità è nulla e decresce linearmente fino ad annullarsi quando la sua velocità è ω_0 = 30 rad/s. Sono dati : m=50 kg (massa appesa), d_T = 0.3 m (diametro del tamburo). Calcolare:

- la velocità di salita a regime della massa m;
- l'andamento di ω nel tempo;

il tempo per raggiungere il 90% di ω_R (a regime).

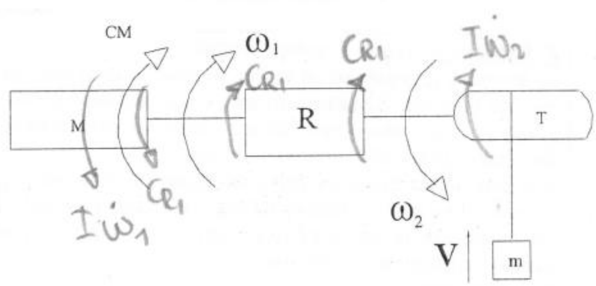


Accop diretto 1 caso

2° Esercizio: sistema motore-riduttore-carico

In figura un peso P=1000 N è sollevato tramite il tamburo T, il riduttore R ed il motore M. Sono dati: diametro del tamburo d= 200 mm, momento di inerzia del tamburo e delle masse rotanti con esso I_T = 1 km^2, il rapporto di trasmissione del riduttore $k=\omega_1/\omega_2=3$, la coppia motrice C_M= 100 Nm (costante), il momento di inerzia del motore e delle parti rotanti con esso I_M = 0.01 kgm^2, il rendimento del riduttore η = 0.9, il rapporto di trasmissione k = 3.

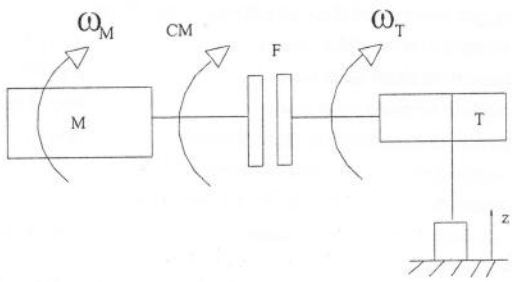
1) Calcolare la legge del moto v(t) del peso P.
2) Data C_M con caratteristica lineare e C_O= 100 Nm, ω_O = 300 rad/s, calcolare la ω di regime (ω_R).
3) Nelle condizioni del punto 2), calcolare la coppia di reazione vincolare agente sul riduttore R.



2 caso

3° Esercizio: sistema motore-frizione-carico

Nel sistema di figura, il motore M è collegato al tamburo T per mezzo della frizione F. Sul tamburo è avvolta una fune alla cui estremità è appesa una massa m. Sono dati: I_M=0.1 kgm^2 (momento di inerzia del motore e delle parti rotanti con esso), I_T =3 kgm^2 (momento di inerzia del tamburo e delle masse solidali con esso), m = 50 kg (massa del carico appeso), D_T=0.3 m (diametro del tamburo), C_M=50 Nm (coppia erogata dal motore, costante), C_F=80 Nm (coppia trasmessa dalla frizione in condizioni di strisciamento, costante). Nell'istante in cui viene innestata la frizione, le condizioni del moto sono: ω_{MO}=100 rad/s, ω_{TO}=0 (velocità iniziale del tamburo), z_O=0 (carico appoggiato sul piano). Scrivere l'espressione dell'accelerazione angolare del motore e dell'accelerazione angolare del tamburo; calcolare la durata t* della fase di strisciamento della frizione e lo spazio z* percorso dal carico durante il tempo t*.



3 caso

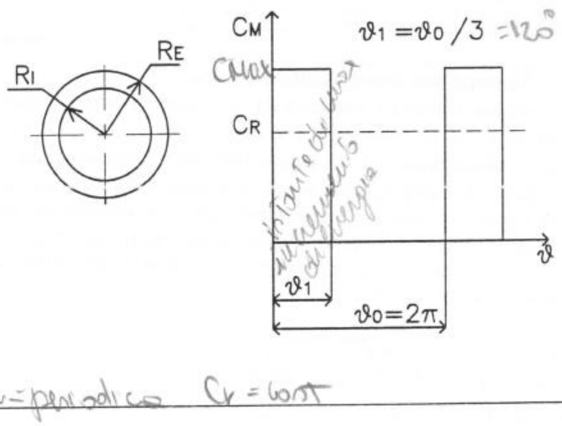
4° Esercizio: Volano

Un motore bicilindrico fornisce una coppia motrice C_M, in funzione dell'angolo di rotazione ϑ, approssimabile secondo il diagramma indicato. La potenza media sviluppata alla velocità media di rotazione n=4000 giri/min vale W=24 CV. Al motore è collegato un utilizzatore che assorbe una coppia C_R costante. Sull'albero motore è calettato un volano in acciaio, rappresentato in figura con raggio interno R_I=90 mm, raggio esterno R_E=120 mm e spessore assiale s=40mm (γ=7860 kg/m^3 per l'acciaio).

Calcolare:

1. la coppia resistente dell'utilizzatore;
2. la coppia massima fornita dal motore;
3. il momento d'inerzia del volano;
4. la velocità massima e minima del motore;
5. il grado di irregolarità periodica.

$C_{Max} > C_r$



C_m = periodico C_r = cost

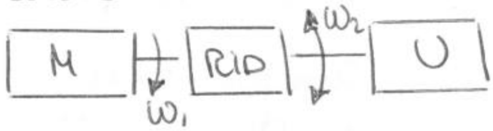
ESERCITAZIONE 9

Spiegazione dei TRANSITORI:

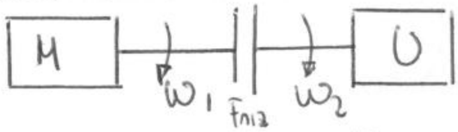
MODELLO

1) Motore - Utilizzatore — Accoppiamento diretto

2) Motore - riduttore - Utilizzatore

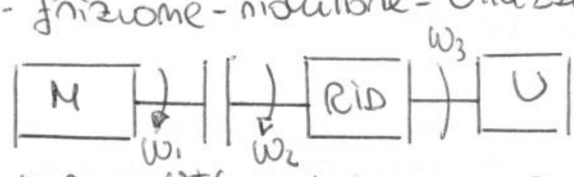


3) Motore - frizione - Utilizzatore
le frizioni possono essere cilindriche o coniche, e non invertono il moto quindi ω_1, ω_2 hanno stesso verso

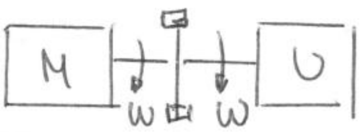


Tale transitorio di avviamento può essere suddiviso in due fasi
1) prima fase si ha lo strisciamento
2) seconda fase in cui si ha adrenza

4) Motore - frizione - riduttore - Utilizzatore

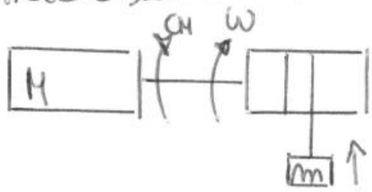


5) Motore - Volano - Utilizzatore — Adottato nei sistemi periodici pg 131 Raparelli



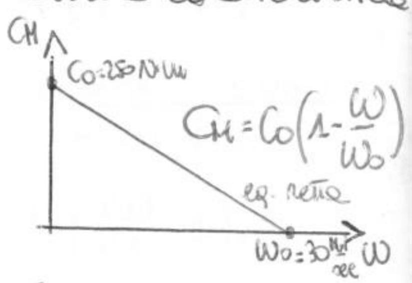
L'ipotesi semplificativa sarà che poniamo $C_M = cost$

Esercizio 1: Sistema motore carico.



$C_0 = 250$ N·m
$\omega_0 = 30 \frac{rad}{sec}$
$m = 50$ kg
$d_T = 0{,}3$ m
v_R? $\omega(t)$? t^* per ω_R?

Curva caratteristica



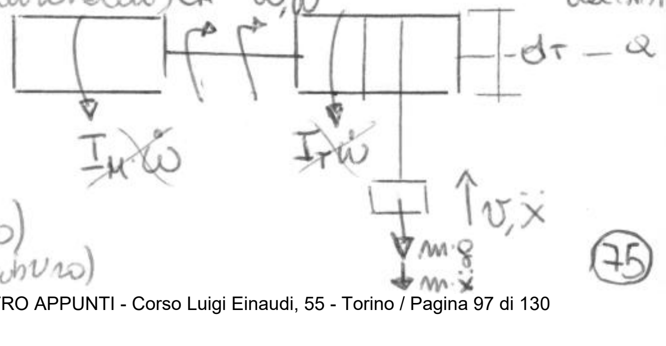
Le azioni in gioco saranno sempre di tre tipi.

AZIONI
- MOTRICI (concordi con la velocità)
- RESISTENTI (discordi con la velocità)
- INERZIA (opposte all'accelerazione)

La C_M è concorde a ω

Diagramma di corpo libero

(siccome non ho il dato I_M lo trascuro)
anche per I_T xkè non ho massa tamburo)



© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 97 di 130