appunti
www.centroappunti.it
Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino

Appunti universitari
Tesi di laurea
Cartoleria e cancelleria
Stampa file e fotocopie
Print on demand
Rilegature

NUMERO : 181

DATA : 03/12/2011

A P P U N T I

STUDENTE : Rombi

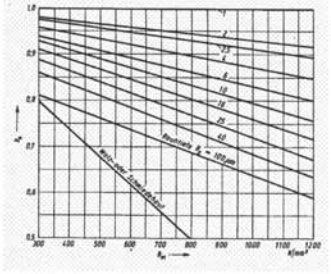
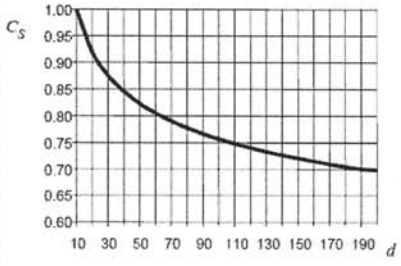
MATERIA : Elementi di Costruzione di Macchine Esercizi
Prof. Rossetto

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.
Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTI E NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 3 di 160

01 KBMDL/FJ - Elementi di Costruzione di Macchine - a.a. 2010/2011
ESERCITAZIONE 1: Intagli e fatica

E.1	Costruire il diagramma di Haigh a vita illimitata ($N \geq 2 \cdot 10^6$) per un materiale avente limite di fatica alternata $\sigma_{D-1} = 250$ MPa, $R_{P02} = 450$ MPa e $R_m = 600$ MPa. Calcolare in seguito la tensione limite di fatica in caso di tensione media $\sigma_m = 75$ MPa. [σ_a =219 MPa]
E.2	Sia dato un materiale avente $\sigma_{D-1} = 450$ MPa per $N = 2 \cdot 10^6$ cicli ed esponente della curva di Wöhler k = 7,5. Calcolare la tensione limite alternata corrispondente a $N = 3 \cdot 10^5$ cicli. [σ_a = 580 MPa]
E.3	Un provino (σ_{D-1}=300 MPa, R_m=700 MPa) è sottoposto ad una sollecitazione di flessione rotante con: σ_a=420 N/mm^2. Calcolare il numero totale di cicli prima della rottura. [N= 6,4 10^4 cicli]
E.4	Costruire il diagramma di Haigh per vita a termine ($N = 5 \cdot 10^5$ cicli) per un materiale avente limite di fatica alternata a vita illimitata $\sigma_{D-1} = 250$ MPa, $R_{p02} = 540$ MPa e $R_m = 810$ MPa ed esponente della curva $\sigma^k \times N = B$ di Wöhler k = 7,5. Calcolare, quindi, la tensione limite alternata in caso di tensione media $\sigma_m = 200$ MPa. [σ_a = 226 MPa]
E.5	La sezione intagliata di un componente sottoposto a trazione alterna è soggetta a un ciclo di tensione i cui valori (nominali) estremi sono ±80 MPa; il fattore di forma è $K_t = 2$, la sensibilità all'intaglio è $q = 0,7$. Valutare il limite di fatica (minimo) del materiale necessario per garantire un coefficiente di sicurezza $CS = 3$ per vita illimitata fatica (caso con tensione media costante e tensione alternata dipendente dalle prestazioni). [σ_{D-1} = 583 MPa]
E.6	Un provino (σ_{D-1}= 100 MPa, R_m = 600 MPa, $R_{p0.2}$ = 460 MPa) è sottoposto a sollecitazioni alternate con σ_{max} = 350 MPa, σ_{min} = 250 MPa. Considerando che esiste uno stato di tensioni residue di compressione dovuto a pallinatura con $\sigma_{pallinatura}$ = –400 MPa, calcolare il coefficiente di sicurezza a fatica (caso con tensione media costante e tensione alternata dipendente dalle prestazioni). [CS=2]
E.7	Un albero di diametro d=30 mm è soggetto a un momento flettente con una parte media e una alternata pari a, rispettivamente, M_{fm}=600 Nm e M_{fa}=200 Nm. L'albero è realizzato in acciaio (R_m=1000 MPa, R_{p02}=800 MPa, σ_{D-1}=600 MPa ottenuta con prova di fatica a flessione rotante) ed è stato sottoposto a rettifica fine (R = 2 μm). Si disegni il diagramma di Haigh e si calcoli il coefficiente di sicurezza a fatica.   [CS=5]

E.8	Lo spallamento ricavato su di un albero ha le seguenti dimensioni: diametro maggiore D = 25 mm; diametro minore d = 20 mm; raggio di raccordo r = 2 mm. La sezione dello spallamento è sollecitata da Momento flettente M^F_{min} =20 Nm, M^F_{MAX} = 55 Nm; Sforzo normale N_{min} = -10000 N, N_{MAX} = -30000 N Il materiale (acciao rinvenuto) ha caratteristiche R_m = 1180 MPa, $R_{p0.2}$ = 880 MPa, σ^f_{D-1} = 480 MPa. Lo spallamento è rettificato (rugosità di circa 2 μm). Determinate il coefficiente di sicurezza a fatica CS nella sezione [CS = 3,5]

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 3 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 5 di 160

Soluzioni esercizi

E.1

Costruire il diagramma di Haigh a vita illimitata ($N \geq 2 \cdot 10^6$) per un materiale avente limite di fatica alternata $\sigma_{D-1} = 250$ MPa, $R_{P02} = 450$ MPa e $R_m = 600$ MPa. Calcolare in seguito la tensione limite di fatica in caso di tensione media $\sigma_m = 75$ MPa.

Soluzione:

$$\sigma_D = 250 \cdot \left(-\frac{75}{600} + 1 \right) = 219 \text{ MPa}$$

E.2

Sia dato un materiale avente $\sigma_{D-1} = 450$ MPa per $N = 2 \cdot 10^6$ cicli ed esponente della curva di Wöhler $k = 7{,}5$. Calcolare la tensione limite alternata corrispondente a $N = 3 \cdot 10^5$ cicli.

Soluzione:

retta di Basquin : $\sigma_a{}^k \cdot N = B$

$$B = (\sigma_{D-1})^k \cdot N_G = 450^{7,5} \cdot 2 \cdot 10^6 = 1.58 \cdot 10^{26}$$

per $3 \cdot 10^5$ **cicli si ha :** $\sigma_D = \left(\frac{B}{N} \right)^{1/k} = \left(\frac{1.58 \cdot 10^{26}}{3 \cdot 10^5} \right)^{1/7,5} = 580$ **MPa**

E.3

Un provino (σ_{D-1}=300 MPa, R_m=700 MPa) è sottoposto ad una sollecitazione di flessione rotante con: σ_a=420 N/mm^2.Calcolare il numero totale di cicli prima della rottura.

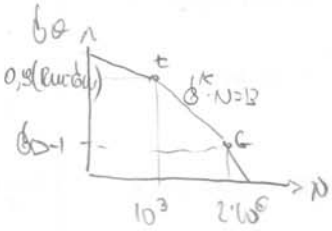
Soluzione:

$$k = \frac{\log(2 \cdot 10^6) - \log(10^3)}{\log(0{,}9 \cdot 700) - \log(300)} = 10.24$$

$$B = 630^{10.24} \cdot 1000 = 4.64 \cdot 10^{31}$$

$0{,}9 \cdot 700$

$$N = \frac{B}{420^{10}} = 6{,}4 \cdot 10^4$$



E.4

Costruire il diagramma di Haigh per vita a termine ($N = 5 \cdot 10^5$ cicli) per un materiale avente limite di fatica alternata a vita illimitata $\sigma_{D-1} = 250$ MPa, $R_{p02} = 540$ MPa e $R_m = 810$ MPa ed esponente della curva $\sigma^k \times N = B$ di Wöhler $k = 7{,}5$. Calcolare, quindi, la tensione limite alternata in caso di tensione media $\sigma_m = 200$ MPa.

Soluzione:

?

$$\log(B) = k \log(\sigma_{D-1}) + \log(2 \cdot 10^6) = 24.285 \rightarrow \sigma_{a,-1} = 10^{\frac{\log(B) - \log(5 \cdot 10^5)}{k}} = 300 \text{ MPa}$$

$\log(B) = k \log \sigma_{a,-1} + \log 5 \cdot 10^5$

$$\sigma_a = 300 \left(-\frac{200}{810} + 1 \right) = 226 \text{ MPa}$$

$\frac{\log(B) - \log(5 \cdot 10^5)}{k} = \log \sigma_{a,-1}$

E.5

La sezione intagliata di un componente sottoposto a trazione alterna è soggetta a un ciclo di tensione i cui valori (nominali) estremi sono ±80 MPa; il fattore di forma è $K_t = 2$, la sensibilità all'intaglio è $q = 0{,}7$. Valutare il limite di fatica del materiale necessario per garantire un coefficiente di sicurezza $CS = 3$ per vita illimitata (caso con tensione media costante e tensione alternata dipendente dalle prestazioni).

Soluzione:

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 5 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 7 di 160

E.7

Un albero di diametro d=30 mm è soggetto a un momento flettente con una parte media e una alternata pari a, rispettivamente, M_{fm}=600 Nm e M_{fa}=200 Nm. L'albero è realizzato in acciaio (R_m=1000 MPa, R_{p02}=800 MPa, σ_{D-1}=600 MPa ottenuta con prova di fatica a flessione rotante) ed è stato sottoposto a rettifica fine (R = 2 μm). Si disegni il diagramma di Haigh e si calcoli il coefficiente di sicurezza a fatica.

Soluzione:

$$W_f = \frac{\pi d^3}{32} = 2649 mm^3$$

$$\sigma_{fm} = \frac{M_{fm}}{W_f} = 226 MPa$$

$$\sigma_{fa} = \frac{M_{fa}}{W_f} = 75 MPa$$

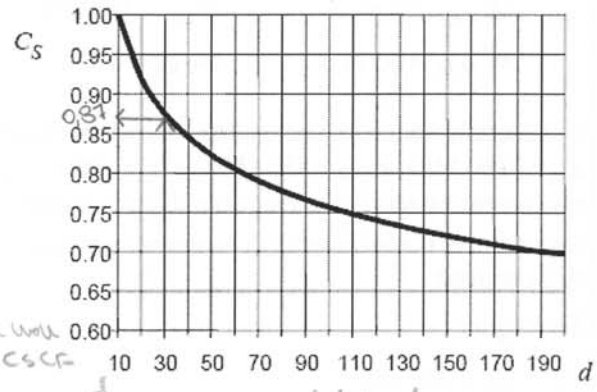
$$b_0 = C_F = 0{,}93$$

$$C_S = 0.87$$

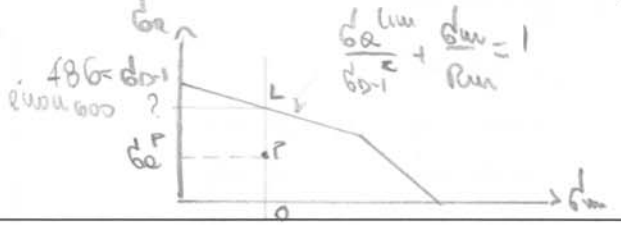
$$\sigma^c_{D-1} = \sigma_{D-1} \cdot b_0 \cdot C_S = 486\ MPa$$

$$\sigma_{aLim} = \left(1 - \frac{226}{1000}\right) \cdot 486 = 376$$

$$CS = \frac{\sigma_{aLim}}{\sigma_{fa}} = 5$$



Sarebbe x uno che non KF? ha CSCF



Negli alberi

$\frac{C_L C_S C_F}{K_f}$ $\sigma_{D-1} = \sigma_{D-1}^c$ $\frac{\sigma_a}{\sigma_a^{lim}} + \frac{\sigma_m}{R_m} = 1$

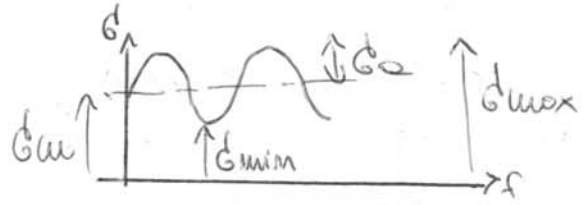
provino

$\frac{\sigma_a}{\sigma_{D-1}} + \frac{\sigma_m}{R_m} = 1$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 7 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 9 di 160

ECM
FATICA

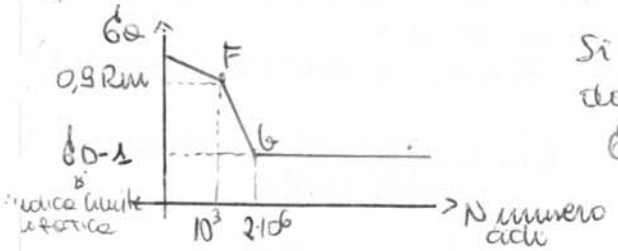


$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \qquad R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \qquad \sigma_m = 0 \Rightarrow R = -1$$

Diagramma di Wohler (N, σ_a)

1) Presenta tensione media nulla, $\sigma_m = 0$

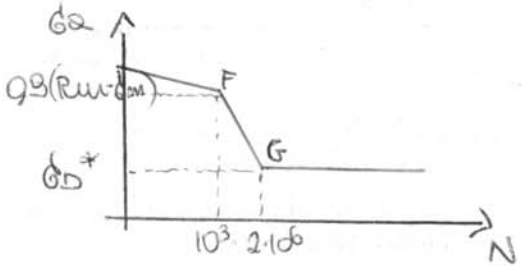


Si caratterizza per due punti fondamentali dove è presente, $0{,}9 R_m$ e σ_{D-1}

σ_{D-1} limite di fatica del provino ≡ materiale

σ_{D-1} dove -1 significa $R = -1$

2) Presenta tensione media diversa da zero, $\sigma_m \neq 0$



Non compare -1 all'indice di fatica σ_D^*

σ_D^* limite di fatica del componente

RETTA DI BISQUIN

$$\sigma_a^k \cdot N = B \qquad k = \frac{3 + \log_{10} 2}{\log_{10}(0{,}9(R_m - \sigma_m)) - \log_{10} \sigma_D^*}$$

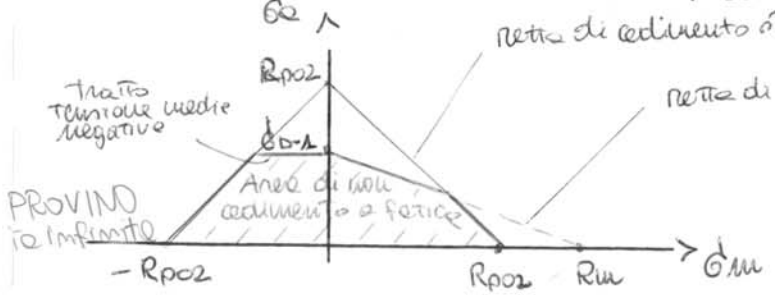
R_m: carico di rottura; σ_m: carico medio; σ_D^*: limite di fatica

$B = (\sigma_D^*)^k \cdot 2 \cdot 10^6 \Rightarrow$ per barra di un provino $B = \sigma_{D-1}^k \, 2 \cdot 10^6$

Diagramma di HAIGH (σ_m, σ_a)

e relativo a vita infinita

↳ la terza grandezza la si pone $N \geq 10^6$



Nella parte negativa non riesco a chiudere il grafico, costruisco un tratto orizzontale per semplificare lo studio creato per via sperimentale

HA

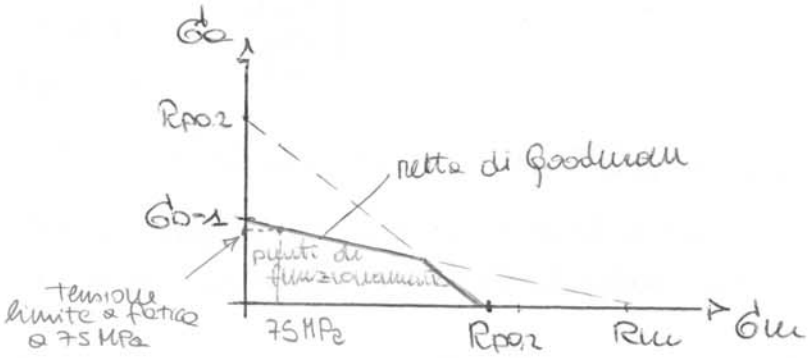
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 9 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 11 di 160

ESERCITAZIONE 1

ESERCIZIO 1

$\sigma_{D-1} = 250$ MPa
$R_{p0.2} = 450$ MPa
$R_m = 600$ MPa



Ci serve per studiare la σ_m a vita illimitata

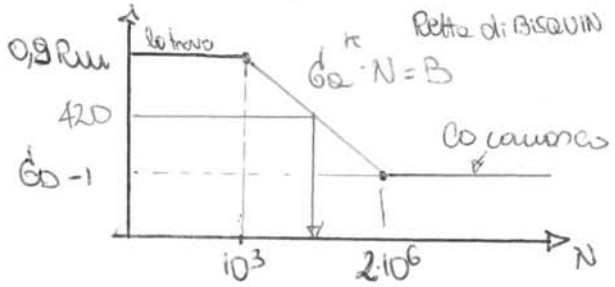
Nel caso di $\sigma_m = 75$ MPa voglio trovare una σ_a per avere sempre vita illimitata. Trovo un punto che giace sulla retta di Goodman allora dalla:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{D-1}} + \frac{\sigma_m}{R_m} = 1 \Rightarrow \frac{\sigma_a}{250} + \frac{75}{600} = 1 \quad \text{trovo } \sigma_a = 219 \text{ MPa}$$

ESERCIZIO 2 caso 3 del foglio

$\sigma_{D-1} = 300$ MPa $\quad \sigma_a = 420 \frac{N}{mm^2} = 420$ MPa $\quad$ flessione rotante
$R_m = 700$ MPa

Utilizzo il diagramma di Wholer ($\sigma_m = 0$)



$$\begin{cases} \sigma_{D-1}^{k} \cdot 2 \cdot 10^6 = B \\ (0{,}9 \cdot R_m)^k \cdot 10^3 = B \end{cases}$$

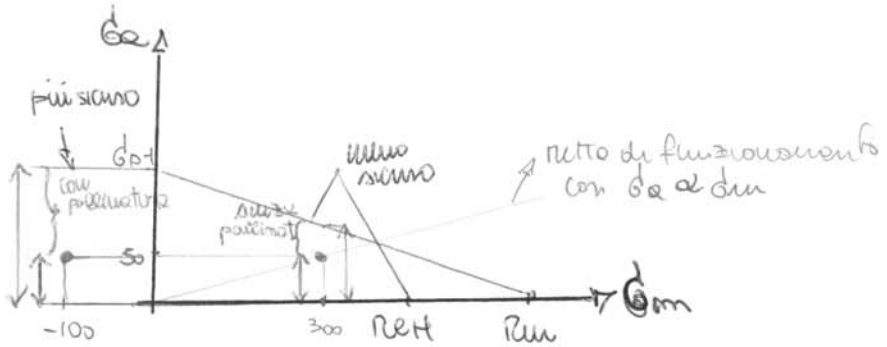
$B = 4{,}64 \cdot 10^{31}$
$k = 10{,}24$

trovo il valore di N
$420^{10{,}24} \cdot N = 4{,}64 \cdot 10^{31}$

$N \cong 64000$

ESERCIZIO 6

$\sigma_{D-1} = 100$ MPa
$R_{p0.2} = 540$ MPa
$R_m = 810$ MPa
compressione superficiale
$\sigma_{pallin.} = -400$ MPa
$\sigma_{max} = 350$ MPa
$\sigma_{min} = 250$ MPa



$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} = 300 \text{ MPa}$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} = 50 \text{ MPa}$$

Superficie con pallinatura $\Rightarrow \sigma_m = 300 + (-400)$
$\sigma_a = 50$ MPa

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 11 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 13 di 160

01 KBMDL/FJ - Elementi di Costruzione di Macchine - a.a. 2010/2011
ESERCITAZIONE 2: intagli e fatica

Esercizi

E.1

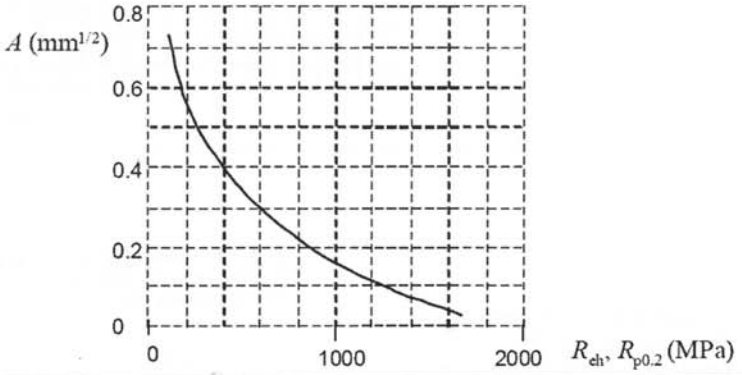
Un albero di diametro $D = 25$ mm è soggetto a torsione alternata con $M_t = 250$ Nm; è presente un intaglio caratterizzato da $K_t = 1.5$ e $q = 0.9$; il materiale è acciaio 50CrMo4 ($R_m = 1100$ MPa, $\sigma_{D-1} = 550$ MPa in prova di flessione rotante). Sapendo che la superficie è stata sottoposta a rettifica fine (C_F=1) e trascurando l'effetto delle dimensioni del componente (C_S=1), trovare il coefficiente di sicurezza a fatica per vita infinita. $K_t^F = 1,9$

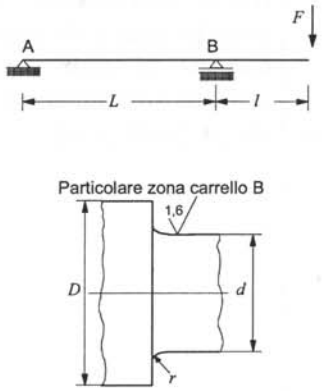
[CS=~~2.73~~] 1.88

E.2

Lo schema in figura rappresenta un albero rotante caricato all'estremo da una forza trasversale F= 5 kN. Dati: $D = 45$ mm, $d = 38$ mm, $r = 1.5$ mm, $L = 180$ mm, $l = 90$ mm, $R_a = 1.6$ μm; verificare a fatica la sezione in corrispondenza del supporto B. Il materiale ha le seguenti caratteristiche: $R_m = 900$ MPa, $R_{p0,2} = 635$ MPa, $\sigma_{D-1} = 450$ MPa.

[CS = 2.11]





E.3

Un albero presenta uno spallamento con variazione di diametro da $D = 40$ mm a $d = 36$ mm e raggio di raccordo dell'intaglio $r = 2$ mm. L'albero è stato sottoposto a rettifica fine. In funzionamento l'albero è soggetto a torsione alternata simmetrica con $M_t = 500$ Nm e a flessione alternata simmetrica con $M_f = 350$; il materiale è acciaio bonificato ($q = 0.9$) con $R_m = 1100$ MPa, $R_{p02} = 800$ MPa $\sigma_{D-1} = 550$ MPa. Si trovi il coefficiente di sicurezza a fatica per vita infinita. $N > 2 \cdot 10^6$

[CS = 2.05]

E.4

Un provino è soggetto a uno stato di tensione triassiale variabile ciclicamente nel tempo. Le tensioni principali valgono $\sigma_{m1} = 360$ MPa $\sigma_{a1} = 100$ MPa, $\sigma_{m2} = 180$ MPa $\sigma_{a2} = 30$ MPa, $\sigma_{m3} = -180$ MPa $\sigma_{a3} = 50$ MPa. Il materiale ha $\sigma_{D-1} = 450$ MPa, $R_m = 1100$ MPa, $R_{eH} = 730$ MPa. Calcolare il coefficiente di sicurezza statico e a fatica.

[$CS_{fat} = 4.85$, $CS_{stat} = 1.24$]

E.5

Un componente meccanico in acciaio 36NiCrMo4 UNI EN 10083 ($R_m = 1000$ MPa, $R_{eH} = 880$ MPa, $\sigma_{D-1} = 450$ MPa) deve essere verificato staticamente e a fatica in condizioni nominali di funzionamento. Il componente è stato sottoposto a bonifica ($q = 0.9$) e ha superficie finita di tornio ($R_a = 6$ μm). Nella sezione maggiormente sollecitata è presente uno spallamento da $d = 30$ mm a $D = 45$ mm con raggio di raccordo pari a r = 3 mm. Il componente è sottoposto a sollecitazione multiassiale con valori medi e alterni pari a:

trazione $\sigma^N_m = 50$ MPa, $\sigma^N_a = 0$ MPa,

flessione $\sigma^M_m = 0$ MPa, $\sigma^M_a = 50$ MPa,

torsione $\tau_m = 30$ MPa, $\tau_a = 20$ MPa.

Si calcoli il coefficiente di sicurezza rispetto alla sollecitazione a fatica e statico

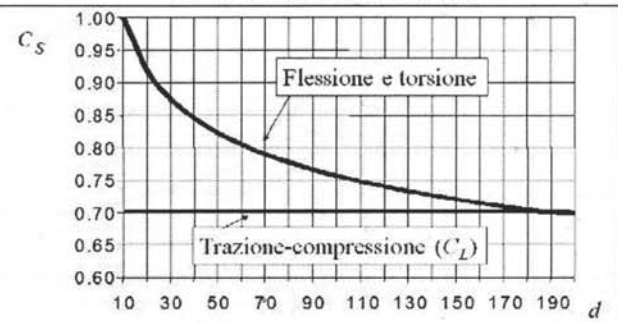
[$CS_{fat} = 3.1$, $CS_{stat} = 6.24$] non parte di sollecitazione $\Delta m \neq 0$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 13 di 160

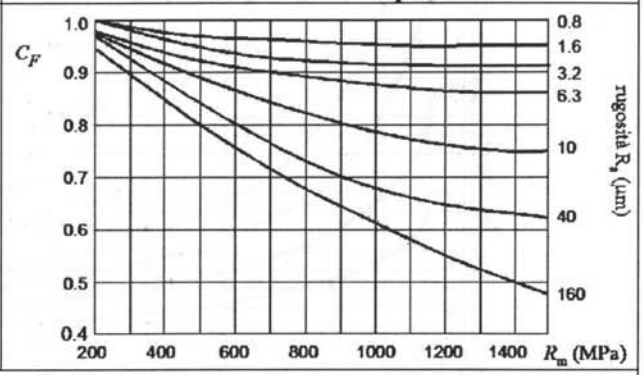
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 15 di 160

DIAGRAMMI DI RIFERIMENTO

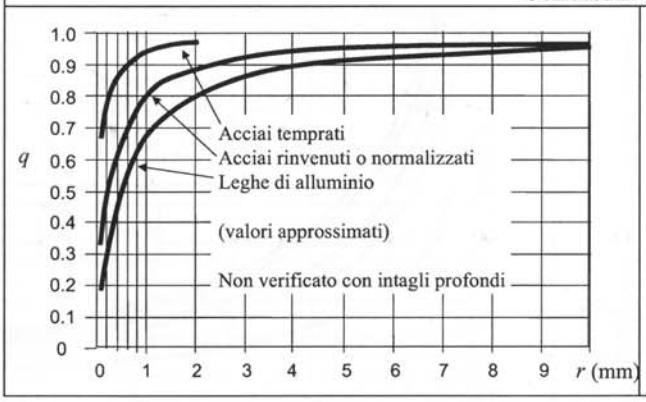
Effetto delle dimensioni

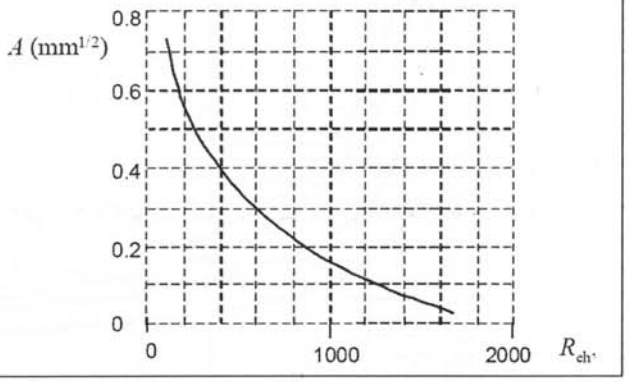


Effetto finitura Superficiale



Sensibilità all'intaglio





© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 15 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 17 di 160

Soluzioni esercizi

E.1

Un albero di diametro $D = 25$ mm è soggetto a torsione alternata con $M_t = 250$ Nm; è presente un intaglio caratterizzato da $K_t^N = 1.5$ (fattore di forma in trazione), da $K_t^F = 1.9$ (fattore di forma in flessione) e $q = 0.9$; il materiale è acciaio 50CrMo4 ($R_m = 1100$ MPa, $\sigma_{D-1} = 550$ MPa in prova di flessione rotante). Sapendo che la superficie è stata sottoposta a rettifica fine (C_F=1) e trascurando l'effetto delle dimensioni del componente (C_S=1), trovare il coefficiente di sicurezza a fatica per vita infinita.

Soluzione:

$W_t = 0.2D^3 = 3125 mm^3$;

$\tau_a = \frac{M_t}{W_t} = 80$ MPa; occhio alle unità

$\sigma_a^P = \sqrt{3}\tau_a = 139$ MPa; $\sigma_a^P = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2}$

$\sigma_m^P = 0$ Mpa flessione rotante

$C_S = 1$;

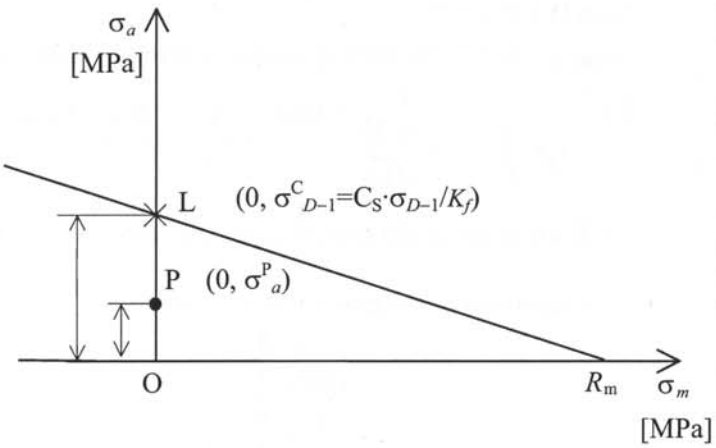
$K_f^N = 1 + q(K_T^N - 1) = 1.45$

$\sigma_{D-1}^{c,N} = \frac{C_L \cdot C_S \cdot \sigma_{D-1}}{K_f^N} = 265$ MPa

$K_f^F = 1 + q(K_T^F - 1) = 1{,}81$

$\sigma_{D-1}^{c,F} = \frac{C_L \cdot C_S \cdot \sigma_{D-1}}{K_f^F} = 304$MPa

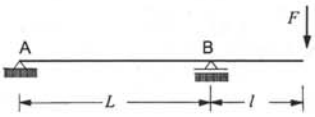
$CS = \frac{\sigma_{D-1}^{c,N}}{\sigma_a^P} = \frac{265}{139} = \frac{LO}{PO} = 1.88$

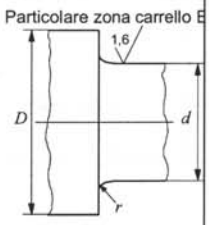


q = fattore sensibilità all'intaglio

E.2

Lo schema in figura rappresenta un albero rotante caricato all'estremo da una forza trasversale F= 5 kN. Dati: $D = 45$ mm, $d = 38$ mm, $r = 1.5$ mm, $L = 180$ mm, $l = 90$ mm, rugosità $R_a = 1.6$ µm; verificare a fatica la sezione in corrispondenza del supporto B. Materiale: $R_m = 900$ MPa, $R_{p0,2} = 635$ MPa, $\sigma_{D-1} = 450$ MPa.





Soluzione:

Dalle equazioni di equilibrio alla rotazione intorno B e A si ricavano:

$$V_A = \frac{F \cdot l}{L} = 2.5 \text{ kN } (\downarrow)$$

$$V_B = \frac{F \cdot (L + l)}{L} = 7.5 \text{ kN } (\uparrow)$$

La caratteristica di sollecitazione momento flettente in B vale: $M_{f,B} = F \cdot l = 450$ Nm

La sollecitazione è flessione rotante, quindi nel punto più sollecitato (P sulla periferia) della sezione in B:

$$\sigma_m^P = 0 \text{ MPa} \quad , \quad \sigma_a^P = \frac{M_{f,B}}{W_f} = \frac{M_{f,B}}{\pi d^3/32} = \frac{450 \cdot 10^3}{5384} = 84 \text{ MPa}$$

Il limite di fatica del materiale deve essere corretto per valutare il limite di fatica del componente:

K_t = coeff. di concentrazione delle tensioni

K_f = fattore di riduzione della vita a fatica

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 17 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 19 di 160

E.3

Un albero presenta uno spallamento con variazione di diametro da $D = 40$ mm a $d = 36$ mm e raggio di raccordo dell'intaglio $r = 2$ mm. L'albero è stato sottoposto a rettifica fine. In funzionamento l'albero è soggetto a torsione alternata simmetrica con $M_t = 500$ Nm e a flessione alternata simmetrica con $M_f = 350$; il materiale è acciaio bonificato ($q = 0.9$) con $R_m = 1100$ MPa, $R_{p02} = 800$ MPa $\sigma_{D-1} = 550$ MPa. Si trovi il coefficiente di sicurezza a fatica per vita infinita.

Soluzione:

$$W_t = \frac{\pi d^3}{16} = \frac{\pi 36^3}{16} = 9161\,\text{mm}^3$$

$$W_f = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{\pi 36^3}{32} = 4580\,\text{mm}^3$$

$$\tau_a = \frac{M_t}{W_t} = \frac{500 \cdot 10^3}{9161} = 54\,\text{MPa} \quad \text{e} \quad \frac{D}{d} = 1{,}1 \qquad \frac{r}{d} = 0{,}06 \rightarrow \begin{array}{l} K_t^f = 1{,}8 \\ K_f^f = 1 + q(K_t^f - 1) = 1{,}72 \end{array}$$

$$\sigma_a = \frac{M_f}{W_f} = \frac{350 \cdot 10^3}{4580} = 76\,\text{MPa}$$

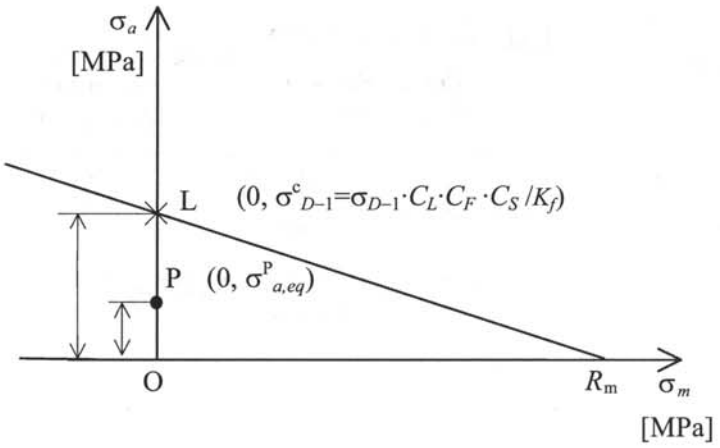
$$\sigma_{aeq} = \sqrt{(\sigma_a)^2 + 3(\tau_a)^2} = \sqrt{(76)^2 + 3(54)^2} = 121\,\text{MPa} \text{ e } \sigma_{meq} = 0$$

$C_F = 0{,}91$ da diagramma relativo alla finitura superficiale del componente

$C_S = 0{,}86$ da diagramma relativo alla presenza di gradiente della sollecitazione a flessione

$P(\sigma_{meq}, \sigma_{aeq})$

$$CS = \frac{C_S \cdot C_F \cdot \sigma_{D-1}}{K_f \cdot \sigma_{aeq}} = \frac{0{,}86 \cdot 0{,}91 \cdot 550}{1.72 \cdot 121} = 2.06$$



© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 19 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 21 di 160

E.5

Un componente meccanico in acciaio 36NiCrMo4 UNI EN 10083 (R_m = 1000 MPa, R_{eH} = 880 MPa, σ_{D-1} = 450 MPa) deve essere verificato staticamente e a fatica in condizioni nominali di funzionamento. Il componente è stato sottoposto a bonifica (q = 0.9) e ha superficie finita di tornio (R_a = 6 μm). Nella sezione maggiormente sollecitata è presente uno spallamento da d = 30 mm a D = 45 mm con raggio di raccordo pari a r = 3 mm. Il componente è sottoposto a sollecitazione multiassiale con valori medi e alterni pari a:

trazione σ^N_m = 50 MPa, σ^N_a = 0 MPa,
flessione σ^M_m = 0 MPa, σ^M_a = 50 MPa,
torsione τ_m = 30 MPa, τ_a = 20 MPa.

Si calcoli il coefficiente di sicurezza rispetto alla sollecitazione statico e a fatica

Soluzione:

Verifica statica

$$\sigma^N_{max} = \sigma^N_m + \sigma^N_a = 50MPa$$

$$\sigma^M_{max} = \sigma^M_m + \sigma^M_a = 50MPa$$

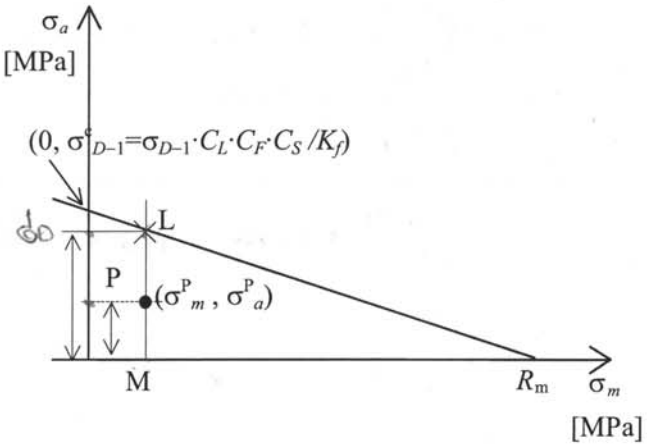
$$\tau_{max} = \tau_m + \tau_a = 50MPa$$

Si calcola la σ_{id}, per esempio con Tresca

$$\sigma_{max,id} = \sqrt{\left(\sigma^N_{max} + \sigma^M_{max}\right)^2 + 4\tau^2_{max}} = 141MPa$$

$$CS_{stat} = \frac{R_{eH}}{\sigma_{max,id}} = \frac{880}{141} = 6.24$$

$$\frac{r}{d} = 0.1;\ \frac{D}{d} = 1.5$$



K_t^{fles}=1.7

$$K_f^{fles} = 1 + q\left(K_t^{fles} - 1\right) = 1.63$$

C_L=1;
C_F=0.88;
C_S=0.87;

si considerano a fatica solo i carichi di tensione alternate come che in σ^N non c'è solo nella flessione c'è e τ_a

$$\sigma^{c,fles}_{D-1} = \frac{\sigma_{D-1}\prod C}{K_f^{fles}} = \frac{450 \cdot 0.84 \cdot 0.87}{1.63} =$$

= 211 MPa;

Idro le da contrib.

$$\sigma^P_a = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2} = \sqrt{50^2 + 3 \cdot 20^2} = 61 \text{ MPa}$$

$$\sigma^P_m = \sigma_m = 50 \text{ MPa}$$ somma di tutte le σ_m

$$\sigma_D = \sigma^{c,fles}_{D-1}\left(1 - \frac{\sigma_m}{R_m}\right) = 200 \text{ MPa}$$

$$CS_{fat} = \frac{LM}{PM} = \frac{\cancel{192}\ 200}{61} = 3.3$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 21 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 23 di 160

E.7

Un provino (σ_{D-1}=275 MPa, R_m=600 MPa, R_{p02}=360 MPa) è sottoposto a cicli di sollecitazione di varia ampiezza secondo il rilievo sperimentale in figura relativo a un periodo ciclico di funzionamento. Calcolare il numero di cicli complessivi associati alle sollecitazioni superiori al limite di fatica.

Soluzione:

Retta di Goodman per ogni storia di carico, quindi il limite di fatica per ognuna di esse.

Solo due danneggiano il componente perché $\sigma_a > \sigma_D$, quindi

$$\sigma_{D1} = \sigma_{D-1}\left(1 - \frac{\sigma_{m1}}{R_m}\right) = \sigma_{D-1} = 275 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{D2} = \sigma_{D-1}\left(1 - \frac{\sigma_{m2}}{R_m}\right) = 265 \text{ MPa}$$

Curva di Wöhler per storia 1

$$\begin{cases} k_1 = \dfrac{\log(10^3) - \log(2 \cdot 10^6)}{\log(275) - \log(0.9 \cdot R_m)} = 11.26 \\ B_1 = \delta_D{}^k \cdot 2 \cdot 10^6 = 5.86 \cdot 10^{33} \end{cases}$$

Curva di Wöhler per storia 2

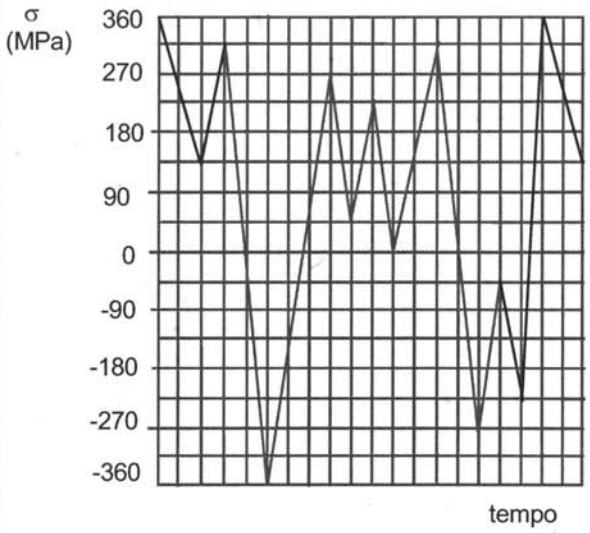
$$\begin{cases} k_2 = \dfrac{\log(10^3) - \log(2 \cdot 10^6)}{\log(265) - \log(0.9 \cdot (R_m - \sigma_m))} = 11.28 \\ B_2 = \delta_D{}^k \cdot 2 \cdot 10^6 = 4.32 \cdot 10^{33} \end{cases}$$

$$N_{TOT} = \frac{1}{\sum \dfrac{\alpha_i}{N_i}}$$

Curva di Wöhler per storia 4

con

$$N_i = \frac{B_i}{\sigma_{a,i}{}^h}$$



"Danneggiano il componente $\sigma_a > \sigma_D$"

	σ_{min}	σ_{max}	σ_m (medio)	σ_a (alterno)	σ_D	α
1	-360	360	0	360	275	0.17
2	-270	315	22.5	293	265	0.17
3	-225	-45	-135	90	275	0.17
4	0	270	135	135	213	0.17
5	45	225	135	90	213	0.17
6	135	315	225	90	172	0.17

$$N_{TOT} = \frac{1}{\dfrac{0.17 \cdot 360^{11.26}}{5.86 \cdot 10^{33}} + \dfrac{0.17 \cdot 293^{11.28}}{4.32 \cdot 10^{33}}} =$$

$= 5 \cdot 10^5$ cicli

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 23 di 160

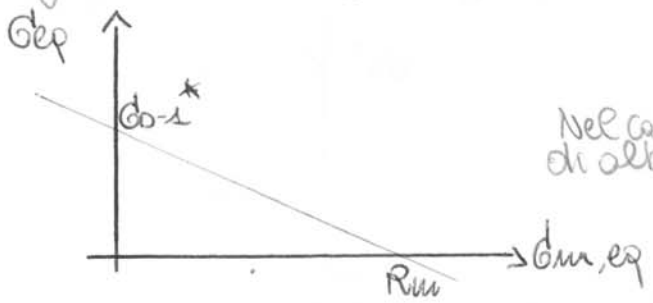
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 25 di 160

ESERCITAZIONE 2

Richiamo fatica multiassiale

Multiassiale significa l'utilizzo di più tensioni principali diverse da zero. Nel monoassiale solo la $\sigma_{zz} \neq 0$ le altre due sono nulle. In presenza di una τ siamo nel caso multiassiale

Diagramma di Haight multiassiale



Parto da σ_{D-1}^* componente e finisco in R_m,

Nel caso di alberi
$$\begin{cases} \sigma_{a,eq} = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2} \\ \sigma_{m,eq} = \sigma_m \end{cases}$$
slide 67

Le componenti che danno sforzo multiassiali sono dati da sforzi normali e flessioni.

$$\begin{cases} \sigma_a = \sigma_a^N + \sigma_a^{Mf} \\ \tau_a = \tau_a^{Mt} \end{cases}$$
Presenza di N, Mf e Mt

Caso generale (triassiale)

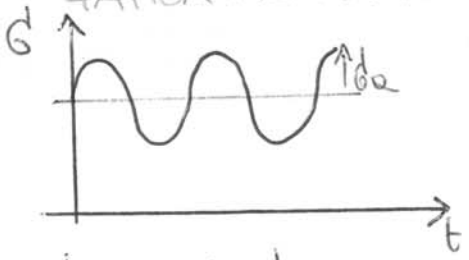
Le tensioni alternate separate, le posso calcolare una ad una

$\sigma_{a,1}$; $\sigma_{a,2}$; $\sigma_{a,3}$

$\sigma_{m,1}$; $\sigma_{m,2}$; $\sigma_{m,3}$

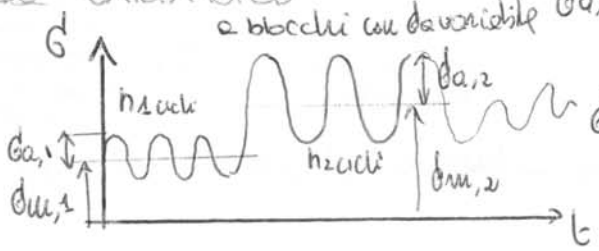
Von Mises
$$\begin{cases} \sigma_{a,eq} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_{a,1}-\sigma_{a,2})^2 + (\sigma_{a,2}-\sigma_{a,3})^2 + (\sigma_{a,1}-\sigma_{a,3})^2} \\ \sigma_{m,eq} = \sigma_{m,1} + \sigma_{m,2} + \sigma_{m,3} \end{cases}$$

FATICA AD AMPIEZZA VARIABILE



σ_a = costante

a blocchi con σ_a variabile $\sigma_{a,1} \neq \sigma_{a,2}$



$\sigma_{m,i}, \sigma_{a,i}, n_i$

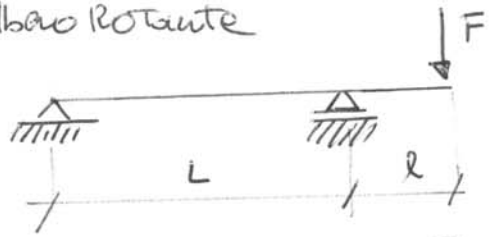
$$(D_i)\ \text{DANNO} = \frac{n_i}{N_i} = \frac{\text{danno numero di cicli eseguito da } n_1}{N_{TOT} \text{ a quella determinata tensione alterna e media}}$$

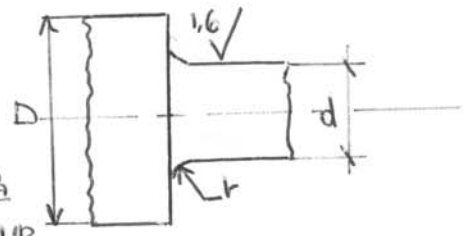
$$\text{ROTTURA} = 1 = \Sigma D_i$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 25 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 27 di 160

Esercizio ② Albero Rotante





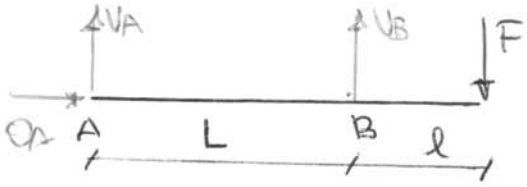
$F = 5\ kN$
$L = 180\ mm$
$l = 90\ mm$

$D = 45\ mm$
$d = 38\ mm$
$r = 1,5\ mm$
$R_a = 1,6\ \mu m$

$R_m = 900\ MPa$
$R_{p,0,2} = 635\ MPa$
$\sigma_{D-1} = 450\ MPa$

$C_{S_F} = ?$ in B

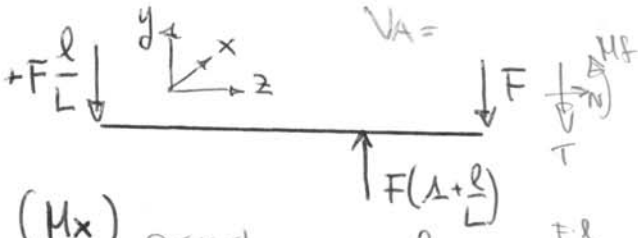
Reazioni vincolari

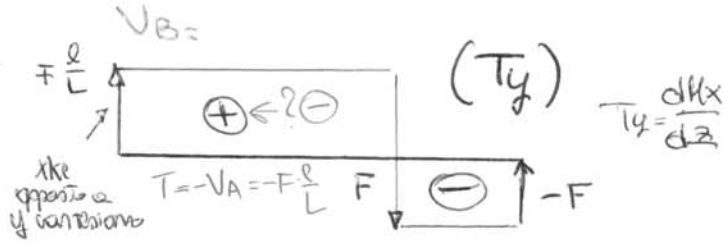


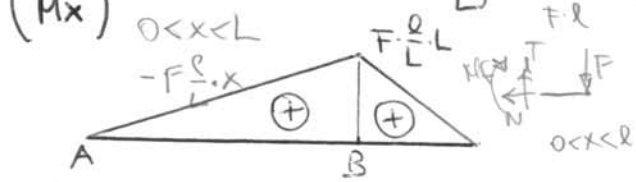
$\uparrow)\ V_A + V_B - F = 0 \qquad V_A = F - V_B = -F\frac{l}{L}$

$\rightarrow)\ O_A = 0$

$A\circlearrowleft)\ -V_B \cdot L + F(L+l) = 0 \Rightarrow V_B = F\left(1+\frac{l}{L}\right)$







$M = 0$ nella cerniera

$T = -V_A + V_B$

$F\frac{l}{L} + F - F\frac{l}{L} = +F$

$M_x^B = F \cdot l = 5 \cdot 90 = 450\ N\cdot m$

il taglio non lo considero quando c'è il momento flettente $T_y = 0$ tranne

Flessione Rotante presente sull'albero, presente $\begin{cases} \sigma_a = \frac{M}{W_f} = \frac{32\,Fl}{\pi d^3} \\ \sigma_m = 0 \end{cases}$

$$\sigma_a = \frac{32 \cdot 5 \cdot 10^3 \cdot 90}{\pi\ 38^3} = 84\ MPa$$

Nel nostro caso lavoriamo con un componente $1,6 \neq 0,8$
$d \neq 0,1$
c'è l'intaglio

Quando c'è da trovare il limite di sicurezza uso Hight

$$\sigma_{D-1}^* = \sigma_{D-1}\frac{C_S \cdot C_L \cdot C_F}{K_f} = \frac{0,85 \cdot 1 \cdot 0,95}{2,05} = 177\ MPa$$

$C_S = (d = 38\ mm) = 0,85$
$C_F = \begin{pmatrix} R_m = 900\ MPa \\ R_a = 1,6\ \mu m \end{pmatrix} = 0,95$
$K_f = 1 + q(K_t - 1) = 2,05$

Dove

- $q = \frac{1}{1 + \frac{A}{\sqrt{r_{(mm)}}}}$ (A: coefficiente di materiale $\sqrt{mm}$ $R_{p0,2}$) $= \frac{1}{1 + \frac{0,28}{\sqrt{1,5}}} = 0,81$

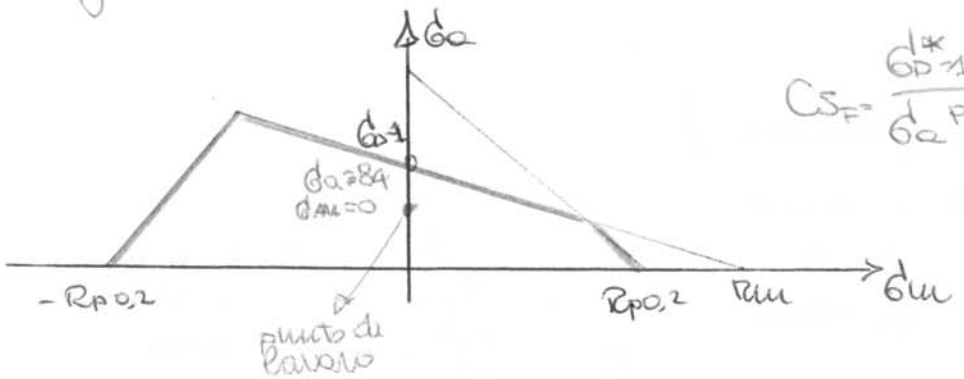
- $K_t = \left(\frac{r}{d}\ (\text{raggio fondo intaglio / diametro rotante});\ \frac{D}{d};\ \text{Flessione; spallamento}\right) = \left(\frac{1,5}{38} = 0,04;\ \frac{45}{38} = 1,18;\ \text{Flex, Sp}\right)$
$= 2,30$

in caso dovessi trovarmi in caso di interpolazione uso la curva più alta con Kt più alto

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 27 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 29 di 160

Diagramma di Hight

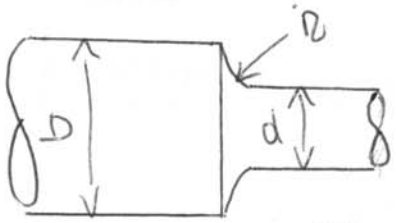


$$C_{S_F} = \frac{\sigma_{D-1}^*}{\sigma_a^P} = \frac{177}{84} = 2,11$$

$\sigma_m = 0$ flex rotante

$\sigma_m \neq 0$ altrimenti

Esercizio (3)



$D = 40$ mm $\quad q = 0,9$

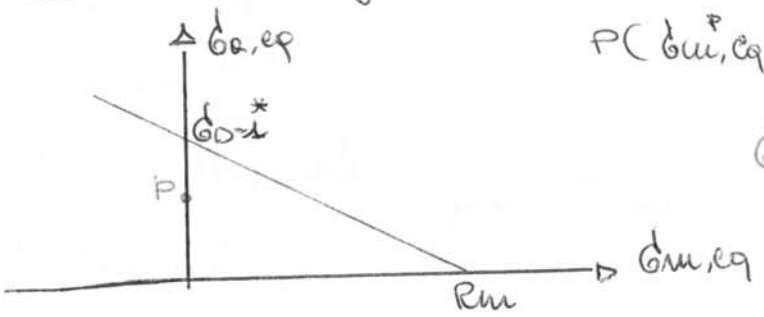
$d = 36$ mm $\quad R_m = 1100$ MPa $\quad C_{S_F} = ?$

$r = 2$ mm $\quad R_{p0,2} = 800$ MPa

rettifica fine $\quad \sigma_{D-1} = 550$ MPa

$M_t = 500$ N·m $\quad M_f = 350$ Nm $\quad$ (e multiassiale

I punti equivalenti in Hight nel caso multiassiale sono quelli che uniscono la retta di Goodmann σ_{D-1}^* e R_m



$P(\sigma_{m,eq}^P, \sigma_{a,eq}^P)$

$$\sigma_{D-1}^* = \sigma_{D-1} \frac{C_S C_L C_F}{K_f}$$

Con solo torsione alternato devo solo trovare sforzo normale e momento flettente per correggere C_{S_F}?

Nel nostro caso abbiamo flessione alternata simmetrica

$C_L = 1 \quad C_S = (d = 36\text{ mm}) = 0,86 \quad C_F = \begin{pmatrix} R_m = 1100 \text{ MPa} \\ R_a = \text{rettifica fine} \end{pmatrix} = 0,9$

Allora

$$\sigma_{D-1}^* = 550 \cdot \frac{0,86 \cdot 1 \cdot 0,9}{1 + \underset{0,9}{q}(K_t - 1)} = 248 \text{ MPa} \qquad K_t = \left(\frac{r}{d}; \frac{D}{d}; \text{Flex, Spallam}\right) = 1,8$$

$K_f = 1,72$

$$\sigma_{m,eq}^{P^*} = \left(\sigma_m^N\right)^P + \left(\sigma_m^{Mf}\right)^P = 0 \text{ MPa}$$

punto

$$\sigma_{a,eq}^P = \sqrt{\left(\sigma_a^N\right)^P + \left(\sigma_a^{Mf}\right)^P + 3\left(\tau_a^P\right)^2}$$

se non ho nel caso multiassiale usano $\sigma_a = \frac{M_f}{W_f}$?

$$\begin{cases} \left(\sigma_a^{Mf}\right)^P = \frac{M_f}{W_f} = \frac{32 M_f}{\pi d^3} = 76 \text{ MPa} \\ \tau_a^P = \frac{M_t}{W_t} = \frac{16 M_t}{\pi d^3} = 54 \text{ MPa} \end{cases}$$

5

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 29 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 31 di 160

STATICA

Calcolo $\sigma_{max} = \left(\sigma_m^N + \sigma_a^N\right) + \left(\sigma_m^{Mf} + \sigma_a^{Mf}\right) = 50 + 50 = 100\ MPa$

$\tau_{max} = \tau_m + \tau_a = 50\ MPa$

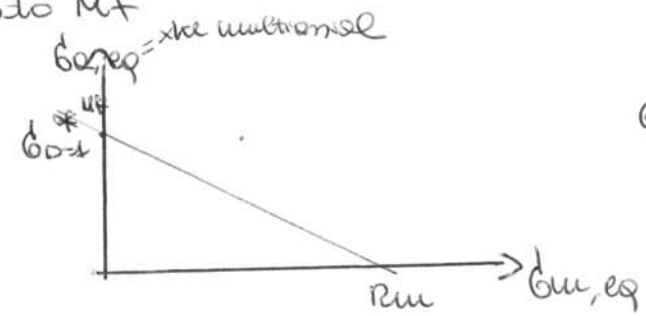
$$C_s = \frac{R_{eH}}{\sigma_{id}^{TRESCA}} = \frac{880\ MPa}{\sqrt{\sigma_{max}^2 + 4\tau_{max}^2}} = 6{,}24$$

$= 141{,}41\ MPa$

FATICA

Ho Mf + Trazione solo che TRAZ $\Rightarrow \sigma_a^N = 0$ mentre FLEX $= \sigma_a^{Mf} \neq 0$

Uso solo Mf

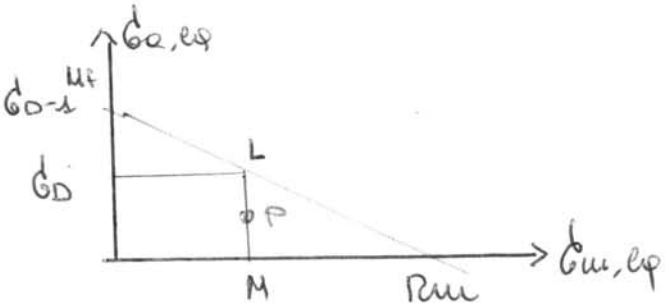


$$\sigma_{D-1}^{*} = \sigma_{D-1} \frac{\overset{1}{C_L} \cdot \overset{0{,}87}{C_S} \cdot \overset{0{,}84}{C_F}}{K_f}$$

$= 202\ MPa$

Trovo il punto di lavoro

$$P: \begin{cases} \sigma_{m,eq} = \sigma_{m,eq} = \sigma_m^N + \sigma_m^{Mf} = 50\ MPa \\ \sigma_{a,eq} = \sqrt{\left(\sigma_a^N + \sigma_a^{Mf}\right)^2 + 3\tau_a^2} = 61\ MPa \end{cases}$$



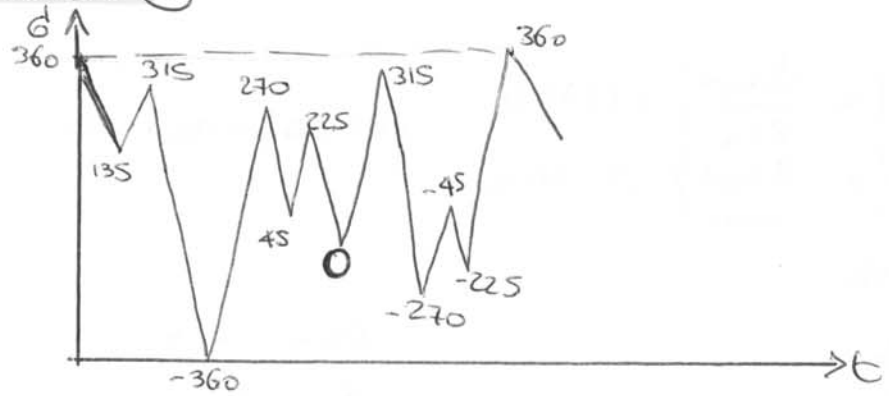
12 punti

6

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 31 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 33 di 160

Esercizio 7 RAINFLOW



$\sigma_{D-1} = 275$ MPa
$R_m = 600$ MPa
$R_{p0,2} = 360$ MPa

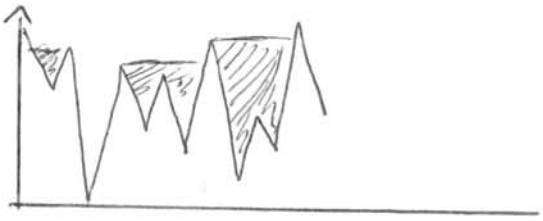
$N_{TOT} = ?$

Verifico il punto più alto da dove partirò il periodo ciclico finito dovrò ritornare a quel periodo ciclico

1) Riempo la vasca, la svuoto dal punto più basso seguendo prima il punto più alto e il punto più piccolo

$\begin{cases} \sigma_{MAX,1} = 360 \text{ MPa} \\ \sigma_{min,1} = -360 \text{ MPa} \end{cases}$

2)



$\begin{cases} \sigma_{MAX,2} = 315 \text{ MPa} \\ \sigma_{min,2} = -270 \text{ MPa} \end{cases}$

3) $\begin{cases} \sigma_{MAX,3} = -45 \text{ MPa} \\ \sigma_{min,3} = -225 \text{ MPa} \end{cases}$

4) $\begin{cases} \sigma_{MAX,4} = 270 \text{ MPa} \\ \sigma_{min,4} = 0 \text{ MPa} \end{cases}$

5) $\begin{cases} \sigma_{MAX,5} = 225 \text{ MPa} \\ \sigma_{min,5} = 45 \text{ MPa} \end{cases}$

6) $\sigma_{MAX,6} = 315$ MPa
$\sigma_{min,6} = 135$ MPa

Calcolo tensioni medie

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$$

$\Rightarrow$

1) $\begin{cases} \sigma_{m,1} = 0 \text{ MPa} \\ \sigma_{a,1} = 360 \text{ MPa} \end{cases}$

2) $\begin{cases} \sigma_{m,2} = 225 \text{ MPa} \\ \sigma_{a,2} = 293 \text{ MPa} \end{cases}$

3) $\begin{cases} \sigma_{m,3} = -135 \text{ MPa} \\ \sigma_{a,3} = 90 \text{ MPa} \end{cases}$

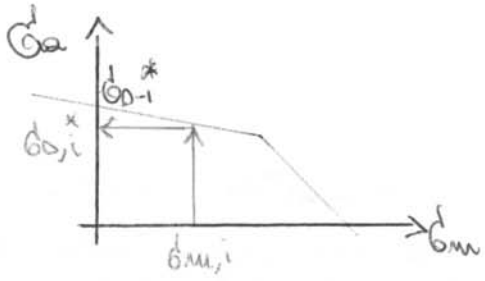
4) $\begin{cases} \sigma_{m,4} = 135 \text{ MPa} \\ \sigma_{a,4} = 135 \text{ MPa} \end{cases}$

5) $\begin{cases} \sigma_{m,5} = 135 \text{ MPa} \\ \sigma_{a,5} = 90 \text{ MPa} \end{cases}$

6) $\begin{cases} \sigma_{m,6} = 225 \text{ MPa} \\ \sigma_{a,6} = 90 \text{ MPa} \end{cases}$

Verifica $\sigma_{a,i} > \sigma_{D,i}^*$

$$\sigma_{D,i}^* = \sigma_{D-1}^* \left(1 - \frac{\sigma_{m,i}}{R_m}\right)$$



© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 33 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 35 di 160

01 KBMDL/FJ - Elementi di Costruzione di Macchine - a.a. 2009/2010
ESERCITAZIONE 2: Meccanica della Frattura Lineare Elastica

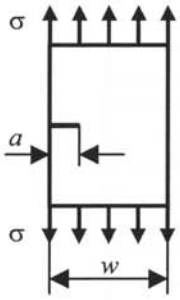
Esercizi

E.1

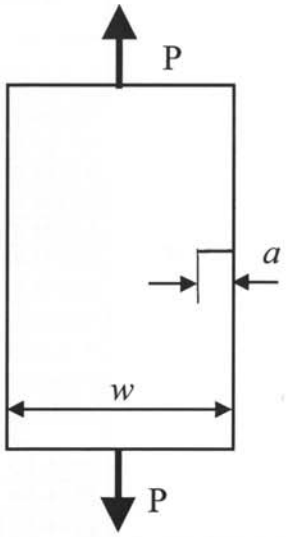
Stimare l'estensione della zona plastica in deformazione piana in due componenti soggetti allo stesso K_I applicato (30 $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$), uno costruito con un materiale che presenta un limite di snervamento di 700 MPa, l'altro costruito con un materiale avente limite di snervamento di 1450 MPa.

E.2

Una piastra in alluminio (7075-T6), di larghezza imposta $w = 100$ mm, deve sopportare un carico di trazione di 360 kN. Si determini lo spessore della piastra (approssimato al mm) necessario affinché si abbia un coefficiente di sicurezza CS=1.5 supponendo che vi sia una cricca laterale passante con dimensione caratteristica 3.5 mm.

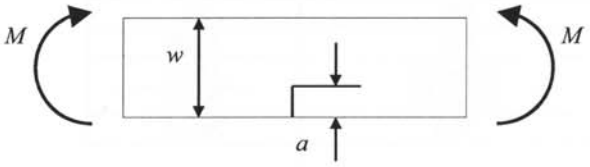


$$Y = 1.12\sqrt{\pi} - 0.41\left(\frac{a}{w}\right) + 18.70\left(\frac{a}{w}\right)^2 - 38.48\left(\frac{a}{w}\right)^3 + 53.85\left(\frac{a}{w}\right)^4$$



E.3

Data una trave in ghisa sferoidale con sezione rettangolare di altezza 100 mm, spessore 24 mm, soggetta ad un momento flettente di 4000 Nm che presenta un difetto laterale di lunghezza caratteristica 10 mm, calcolare il coefficiente di sicurezza a rottura fragile.



$$Y = 1.12\sqrt{\pi} - 2.47\left(\frac{a}{w}\right) + 12.97\left(\frac{a}{w}\right)^2 - 23.17\left(\frac{a}{w}\right)^3 + 24.80\left(\frac{a}{w}\right)^4$$

E.4

Una piastra di alluminio 7075-T6 di sezione rettangolare, larghezza $w = 400$ mm, spessore $B = 10$ mm è soggetta ad un carico normale alla sezione variabile P 100 ÷ 500 kN.
Durante una ispezione viene scoperta una cricca laterale passante di dimensione $a = 4$ mm.
Calcolare il numero di cicli sopportabile prima del cedimento della piastra, sapendo che nelle condizioni di funzionamento previste le caratteristiche dell'alluminio utilizzato sono le seguenti:

- Tensione di snervamento $\sigma_p = 560$ MPa
- Tenacità alla frattura $K_{Ic} = 32$ $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$.
- Costanti della legge di Paris n = 4.4 $C = 2.7 \cdot 10^{-11}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 35 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 37 di 160

Soluzioni esercizi

E.1

Stimare l'estensione della zona plastica in deformazione piana in due componenti soggetti allo stesso K_I applicato (30 $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$), uno costruito con un materiale che presenta un limite di snervamento di 700 MPa, l'altro costruito con un materiale avente limite di snervamento di 1450 MPa.

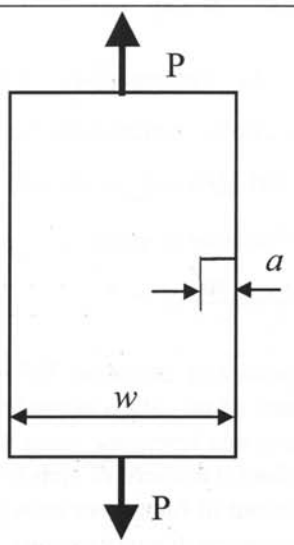
Soluzione:

Per il materiale con $\sigma_p = 700$ MPa $\quad r_p \approx \frac{1}{3\pi}\left(\frac{K_I}{\sigma_p}\right)^2 = \frac{1}{3\pi}\left(\frac{30}{700}\right)^2 \approx 1.9\cdot 10^{-4}\,\text{m} = 0.19\ \text{mm}$

Per il materiale con $\sigma_p = 1450$ MPa $\quad r_p \approx \frac{1}{3\pi}\left(\frac{K_I}{\sigma_p}\right)^2 = \frac{1}{3\pi}\left(\frac{30}{1450}\right)^2 \approx 4.5\cdot 10^{-5}\,\text{m} = 0.045\ \text{mm}$

E.2

Una piastra in alluminio (7075-T6), di larghezza imposta $w = 100$ mm, deve sopportare un carico di trazione di 360 kN. Si determini lo spessore della piastra (approssimato al mm) necessario affinché si abbia un coefficiente di sicurezza CS=1.5 supponendo che vi sia una cricca laterale passante con dimensione caratteristica 3.5 mm.



Soluzione:

Dalla tabella ricaviamo le seguenti caratteristiche per il materiale in esame:

$$\sigma_p = 560 \text{ MPa e } K_{Ic} = 32\ \text{MPa}\sqrt{\text{m}}\,.$$

Determinazione spessore considerando lo snervamento

$$\sigma_{net} = \frac{P}{B_{sn}(w-a)} = \frac{\sigma_p}{CS} \quad \Rightarrow \quad B_{sn} = CS\frac{P}{\sigma_p(w-a)} = 10\ \text{mm}$$

Determinazione spessore considerando la rottura fragile:

$$K_I = Y\sigma\sqrt{a} = Y\frac{P}{B_{fr}\cdot w}\sqrt{a} = \frac{K_{Ic}}{CS} \quad \Rightarrow \quad B_{fr} = CS\frac{Y\cdot P\cdot\sqrt{a}}{K_{Ic}\cdot w} = 20\ \text{mm}$$

essendo

$$Y = 1.12\sqrt{\pi} - 0.41\left(\frac{a}{w}\right) + 18.70\left(\frac{a}{w}\right)^2 - 38.48\left(\frac{a}{w}\right)^3 + 53.85\left(\frac{a}{w}\right)^4 = 1.99$$

Per avere un coefficiente di sicurezza 1.5 la piastra dovrà avere uno spessore di 20 mm.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 37 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 39 di 160

Questa ipotesi è convalidata dal fatto che si calcola Y in corrispondenza di a_{cr} si ottiene un valore circa uguale al precedente, infatti:

$$Y = 1.12\sqrt{\pi} - 0.41\left(\frac{a_{cr}}{w}\right) + 18.70\left(\frac{a_{cr}}{w}\right)^2 - 38.48\left(\frac{a_{cr}}{w}\right)^3 + 53.85\left(\frac{a_{cr}}{w}\right)^4 = 1.998$$

La dimensione critica che porta a collasso plastico viene calcolata considerando che in condizioni di collasso plastico per la geometria assegnata:

$$\sigma_{net} = \frac{P_{\max}}{B(w - a_{sn})} = \frac{\sigma_{\max} B w}{B(w - a_{sn})} = \sigma_p$$

da cui con semplici passaggi si ottiene

$$a_{sn} = w\left(1 - \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_p}\right) = 311\,\text{mm}$$

Essendo in questo caso $a_{\text{cr}} < a_{sn}$ la condizione di cedimento è la rottura fragile e la dimensione critica vale 16.7 mm.

– Calcolo della durata

Come visto in precedenza è possibile considerare il fattore geometrico costante durante la propagazione della cricca , per il calcolo della durata è quindi sufficiente integrare la legge di Paris:

$$N = \frac{a_f^{\left(1-\frac{n}{2}\right)} - a_0^{\left(1-\frac{n}{2}\right)}}{\left(1-\frac{n}{2}\right) C (Y\Delta\sigma)^n} = \frac{0.0167^{\left(1-\frac{4.4}{2}\right)} - 0.004^{\left(1-\frac{4.4}{2}\right)}}{\left(1-\frac{4.4}{2}\right) \cdot 2.7 \cdot 10^{-11} \cdot (1.983 \cdot 100)^{4.4}} = 1489$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 39 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 41 di 160

01 KBMDL/FJ - Elementi di Costruzione di Macchine - a.a. 2009/2010
ESERCITAZIONE 4: Solidi assialsimmetrici

Esercizi

E.1	Un tubo spesso in acciaio ($E = 2\cdot10^5$ MPa, $\rho = 7800$ kg/m^3, $\nu = 0.3$, $\alpha = 11\cdot10^{-6}$ °C^{-1}) con diametro interno $D_i = 300$ mm e diametro esterno $D_e = 400$ mm, ha entrambe le estremità incastrate. Il tubo è soggetto a una pressione interna $p_i = 100$ MPa e a un riscaldamento uniforme $\Delta T = 50$ °C. Calcolare la tensione ideale al bordo interno secondo l'ipotesi di cedimento di Von Mises. ***[σ_{id} = 422 MPa]***
E.2	Un tubo radialmente sottile in acciaio ($E = 2\cdot10^5$ MPa, $\nu = 0.3$) con raggio interno $r_i = 55$ mm e raggio esterno $r_e = 60$ mm è premuto dall'interno da una pressione $p_i = 10$ MPa. Considerando un tratto di tubo libero, calcolare lo spostamento radiale al bordo interno. ***[u_i =31.1 μm]***
E.3	Un anello sottile in acciaio ($E = 2\cdot10^5$ MPa, $\rho = 7800$ kg/m^3) con diametro interno $D_i = 300$ mm e spessore radiale $s = 10$ mm, ruota alla velocità $\omega = 15000$ giri/min. Calcolare lo spostamento al bordo esterno. ***[u_e = 0.39 mm]***
E.4	Un albero pieno in acciaio ($E = 2\cdot10^5$ MPa, $\nu = 0.3$) con $D_e = 300$ mm è caricato al bordo esterno da una tensione radiale di trazione e quindi presenta uno spostamento radiale del bordo esterno $u_e = 70$ μm. L'albero è assialmente libero e quindi $\sigma_z = 0$ MPa. Calcolare la tensione circonferenziale al centro dell'albero. ***[σ_{cc} = 133 MPa]***
E.5	Un recipiente sottile in acciaio ($R_{p0,2} = 285$ MPa), di raggio interno $r_i = 150$ mm, deve contenere un fluido alla pressione $p_i = 4$ MPa. Calcolare lo spessore necessario per garantire un fattore di sicurezza CS = 1.5 (adottare l'ipotesi di cedimento della tensione tangenziale massima o di Tresca). ***[s=3.23 mm]***
E.6	Un tubo spesso, cilindrico, in acciaio ($E = 2\cdot10^{11}$ Pa, $\nu = 0.3$), con estremi incastrati e raggi $r_e = 130$ mm, $r_i = 100$ mm, è soggetto a una pressione interna di 8 MPa. Calcolare la tensione assiale. ***[σ_z = 7 MPa]***
E.7	Calcolare la variazione di temperatura uniforme a cui deve essere sottoposto un tubo in acciaio ($E = 2\cdot10^5$ MPa, $\nu = 0.3$, $\alpha = 12\cdot10^{-6}$ °C^{-1}), con $D_i = 200$ mm e $D_e = 400$ mm, affinché il diametro interno aumenti di 0.1 mm. ***[ΔT = 42 °C]***
E.8	Un disco o un tubo abbiano: - d_e diametro esterno costante, - d_i diametro interno variabile, - d_i / d_e variabile tra 1 e 0.1 con intervalli di 0.1, - p_e pressione applicata al bordo esterno. Su un unico diagramma tracciare gli andamenti di σ_r e σ_c adimensionalizzati rispetto al valore della tensione radiale σ_{re} in funzione di d/d_e. Detta $\sigma_{c,m}=-p_e d_e/(d_e-d_i)$ la tensione circonferenziale media, tracciare gli andamenti di $\sigma_c/\sigma_{c,m}$ in un unico diagramma in funzione di d/d_e. Tracciare l'inviluppo del valore $\sigma_c/\sigma_{c,m}$ al raggio interno in funzione di d/d_e. E' possibile trovare analogie con quanto visto in presenza di intaglio?

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 41 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 43 di 160

Soluzioni esercizi

E.1

Un tubo spesso in acciaio ($E = 2\cdot10^5$ MPa, $\rho = 7800$ kg/m^3, $\nu = 0.3$, $\alpha = 11\cdot10^{-6}$ °C^{-1}) con diametro interno $D_i = 300$ mm e diametro esterno $D_e = 400$ mm, ha entrambe le estremità incastrate. Il tubo è soggetto a una pressione interna $p_i = 100$ MPa e a un riscaldamento uniforme $\Delta T = 50$ °C. Calcolare la tensione ideale al bordo interno secondo l'ipotesi di cedimento di Von Mises.

Soluzione:

Per un tubo spesso

$$\begin{cases} \sigma_r = A - \dfrac{B}{r_i^2} \\ \sigma_c = A + \dfrac{B}{r_i^2} \end{cases}$$

Imponendo le condizioni al contorno (sul bordo interno e sul bordo esterno)

$$\begin{cases} \sigma_{ri} = -p_i = -100 = A - \dfrac{B}{r_i^2} \\ \sigma_{re} = 0 = A - \dfrac{B}{r_e^2} \end{cases} \quad \text{si ricavano} \quad A = 129 \text{ MPa} \quad \text{e} \quad B = 5 \text{ MN}$$

Al bordo interno quindi: $\begin{cases} \sigma_{ri} = -p_i = -100 \text{ MPa} \\ \sigma_{ci} = A + \dfrac{B}{r_i^2} = 358 \text{ MPa} \end{cases}$

Dalla condizione di vincolo (tubo incastrato) si ha $\varepsilon_z = 0 = \dfrac{1}{E}\left[\sigma_z - \nu\cdot(\sigma_c + \sigma_r)\right] + \alpha\cdot\Delta T$ da cui si calcola

$\sigma_z = \nu\cdot 2A - E\cdot\alpha\cdot\Delta T = -33$ MPa

La tensione ideale di Von Mises vale, al bordo interno,

$$\sigma_{id} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_{ci}-\sigma_{ri})^2 + (\sigma_{ci}-\sigma_{zi})^2 + (\sigma_{ri}-\sigma_{zi})^2} = 427 \text{ MPa}$$

E.2

Un tubo radialmente sottile in acciaio ($E = 2\cdot10^5$ MPa, $\nu = 0.3$) con raggio interno $r_i = 55$ mm e raggio esterno $r_e = 60$ mm è premuto dall'interno da una pressione $p_i = 10$ MPa. Considerando un tratto di tubo libero, calcolare lo spostamento radiale al bordo interno.

$$\sigma_r = -p_i = -10 MPa$$

$$\sigma_c = \frac{p_i r_i}{s} = 110 MPa$$

$$\sigma_z = 0 MPa$$

$$u_i = r_i \varepsilon_c = \frac{r_i}{E} p_i \left(\frac{r_i}{s} + \nu\right) = 31.1 \mu m$$

oppure $\frac{r_i}{E} p_i \left(\frac{D_i}{2s} + \nu\right)$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 43 di 160

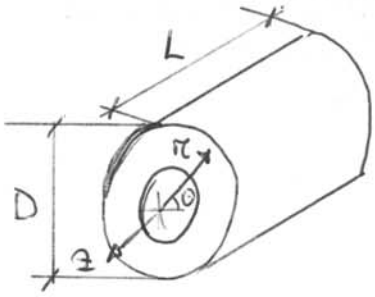
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 45 di 160

E.6	Un tubo spesso, cilindrico, in acciaio ($E = 2\cdot10^{11}$ Pa, $\nu = 0.3$), con estremi incastrati e raggi $r_e = 130$ mm, $r_i = 100$ mm, è soggetto a una pressione interna di 8 MPa. Calcolare la tensione assiale. ***Soluzione:*** c.c. $\begin{cases}\sigma_{re} = 0 = A - B/r_e^2 \\ \sigma_{ri} = -p = A - B/r_i^2\end{cases} \rightarrow A = p\dfrac{r_i^2}{r_e^2 - r_i^2} = 11{,}6MPa$ $\sigma_z = \nu(\sigma_r + \sigma_c) = 2\nu A = 7$ MPa
E.7	Calcolare la variazione di temperatura uniforme a cui deve essere sottoposto un tubo in acciaio ($E = 2\cdot10^5$ MPa, $\nu = 0.3$, $\alpha = 12\cdot10^{-6}$ °C^{-1}), con $D_i = 200$ mm e $D_e = 400$ mm e le estremità non vincolate, affinché il diametro interno aumenti di 0.1 mm. ***Soluzione:*** La deformazione dovuta alla variazione uniforme di temperatura è $\varepsilon^T = \alpha\cdot\Delta T$ e si riscrive in funzione della variazione di diametro interno come: $\alpha\cdot\Delta T = \dfrac{D_{i,finale} - D_{i,iniziale}}{D_{i,iniziale}} = \dfrac{\Delta D_i}{D_i}$ da cui si ricava $\Delta T = \dfrac{\Delta D_i}{\alpha\cdot D_i} = 42$ °C

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 45 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 47 di 160

ESERCITAZIONE 3
Solidi assialsimmetrici



Le coordinate che definiscono m.s. ass. sono
$\sigma_r, \sigma_c, \sigma_z \Rightarrow f(r)$
dove σ_c è legata all'anomalia θ
le tre tensioni sono TENSIONI PRINCIPALI

$L \ll D$ $\sigma_z = 0$ { DISCO $\Delta/R_i > 0{,}1$; ANELLO SOTTILE $\Delta/R_i \leq 0{,}1$

$L \gg D$ $\varepsilon_z = \text{cost}$ { TUBO SPESSO (LANE) $\Delta/R_i > 0{,}1$; TUBO SOTTILE (MARIOTTE) $\Delta/R_i \leq 0{,}1$

Tubo sottile: $\sigma_c, \sigma_r, \sigma_z$ costanti

dove $\sigma_c = p_i \frac{D}{2s}$

σ_z dipende dalle condizioni di vincolo { LIBERO $\sigma_z = p_i \frac{D_i}{4s}$ $\sigma_r = -p_i$; APERTO $\sigma_z = 0$; A ESTREMI VINCOLATI $\varepsilon_z = 0$

Per il tubo APERTO, o tratto di tubo libero cioè senza pareti al fondo non si ha tensioni assiale

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \nu(\sigma_r + \sigma_c)\right] + \alpha \Delta T = 0$$

$$\sigma_z = \nu(\sigma_r + \sigma_c) - E\alpha\Delta T$$

TUBO SPESSO

$$\begin{cases} \sigma_c = A + \frac{B}{r^2} \\ \sigma_r = A - \frac{B}{r^2} \end{cases}$$

i coeff. A e B vengono determinati con le condizioni al contorno di σ_r

Esempio
pressione interna p_i

$$\sigma_{r,i} = A - \frac{B}{r^2} = -p_i$$
$$\sigma_{r,e} = A - \frac{B}{r^2} = 0$$
$\Rightarrow$ Ricavo A, B

Ricordiamo che

σ_z: { LIBERO $\sigma_z = A$; APERTO $\sigma_z = 0$; A ESTREMI VINCOLATI $\varepsilon_z = 0 \Rightarrow \sigma_z = 2\nu A - E\alpha\Delta T$

$u = \varepsilon_c \cdot r$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 47 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 49 di 160

Esercizio 7

$E = 2 \cdot 10^5$ MPa
$\nu = 0{,}3$
$\alpha = 12 \cdot 10^{-6}$ °C^{-1}

$D_i = 200$ mm
$D_e = 400$ mm
$\Delta D_i = 0{,}1$ mm

Estremi non vincolati

Con variazioni diametrali corrispondenti a un aumento doppio

$$\Delta D_i = 2 u_i = 2\, \varepsilon_{c,i} \cdot r_i$$

spostamento radiale

$\frac{0{,}1}{2} =$ $\quad 0{,}05 = \varepsilon_c \cdot r$

$\varepsilon_c = \frac{0{,}05}{r_i} = 0{,}0005 = 5 \cdot 10^{-4}$ mm

$\varepsilon_c = \frac{1}{E}\left[\sigma_c - \nu\left(\sigma_r + \sigma_z\right)\right] + \alpha \Delta T$

$100 = \alpha \Delta T$

$$\varepsilon_{c,i} = \frac{1}{E}\left[\sigma_{c,i} - \nu\left(\sigma_{r,i} + \sigma_{z,i}\right)\right] + \alpha \Delta T$$

Verifica dello spessore

$$\begin{cases} S = \frac{400-200}{2} = 100 \text{ mm} \\ r_i = 100 \text{ mm} \end{cases} \Rightarrow \frac{S}{r_i} = 1 > 0{,}1 \quad \text{TUBO SPESSO}$$

Valgono

$$\begin{cases} \sigma_c = A + \frac{B}{r^2} \\ \sigma_r = A - \frac{B}{r^2} \end{cases}$$

condizione al contorno

$$\begin{cases} \sigma_{r,i} = 0 \text{ MPa} \\ \sigma_{r,e} = 0 \text{ MPa} \end{cases}$$

non ci sono pressioni

$\Downarrow$

$$A = B = 0 \Rightarrow \sigma_r = \sigma_c = 0$$

Sostituendo a $\varepsilon_{c,i}$ trovo $\varepsilon_c = \frac{1}{E}\left[\sigma_c - \nu\left(\sigma_r + \sigma_z\right)\right] + \alpha \Delta T = \frac{u_i}{2 r_i}$

ho sostituito a $\Delta D_i = 2 \varepsilon_{c,i} r_i$

$$\varepsilon_{c,i} = \alpha \Delta T \Rightarrow \Delta D_i = \cancel{2} \alpha \Delta T \cdot \frac{D_i}{\cancel{2}}$$

$\Downarrow$

$$\Delta T = \frac{\Delta D_i}{\alpha D_i} = \frac{0{,}1}{12 \cdot 10^{-6} \cdot 200} = 42\,°C$$

Esercizio 6

Tubo spesso estremi incastrati $\varepsilon_z = 0$

$E = 2 \cdot 10^{11}$ Pa, $\nu = 0{,}3$ $\quad r_e = 130$ mm $\quad r_i = 100$ mm $\quad p_i = 8$ MPa

ipotesi di Lamé

$$\begin{cases} \sigma_c = A + \frac{B^2}{r^2} \\ \sigma_r = A - \frac{B^2}{r^2} = -p_i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_{r_e} = A - \frac{B}{r_e^2} = 0 \\ \sigma_{r_i} = A - \frac{B}{r_i^2} = -p_i \end{cases} \Rightarrow B = \frac{p_i}{\left(\frac{1}{r_i^2} - \frac{1}{r_e^2}\right)} = 0{,}2 \cdot 10^6 \text{ N}$$

sostituisco a σ_{r_e}

$A = 11{,}8$ MPa

Allora $\sigma_z = 2\nu A - \cancel{E\alpha\Delta T} = 7{,}08$ MPa

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 49 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 51 di 160

Esercizio ①

TUBO SPESSO

$E = 2 \cdot 10^5 (MPa)$ $\quad D_i = 300 (mm)$ $\quad \Delta T = 50 (°C)$

$\rho = 7800 (kg/m^3)$ $\quad D_e = 400 (mm)$ $\quad \nu = 0{,}3$

$\alpha = 11 \cdot 10^{-6} (°C^{-1})$ $\quad p_i = 100 (MPa)$

$\sigma_{id,i}^{VM} = ?$

Scrivo la relazione

$$\sigma_{id,i}^{VM} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{c,i} - \sigma_{r,i})^2 + (\sigma_{c,i} - \sigma_{z,i})^2 + (\sigma_{r,i} - \sigma_{z,i})^2}$$

Calcolo $\sigma_{c,i}; \sigma_{r,i}; \sigma_{z,i}$

tubo aperto

$$\begin{cases} \sigma_c = A + \frac{B}{r^2} \\ \sigma_r = A - \frac{B}{r^2} \end{cases}$$

estremità incastrate $\Rightarrow \sigma_z = 2\nu A - E\alpha\Delta T$

condizioni contorno

$$\begin{cases} \sigma_{r,i} = -p_i = A - \frac{B}{r_i^2} \\ \sigma_{r,e} = 0 = A - \frac{B}{r_e^2} \end{cases} \qquad A = \frac{B}{r_e^2}$$

$\Rightarrow p_i = B\left(\frac{1}{r_i^2} - \frac{1}{r_e^2}\right)$

i segni sono tutti e due negativi occhio!!!

$$B = \frac{p_i}{\frac{1}{r_i^2} - \frac{1}{r_e^2}} = 5{,}14 \cdot 10^6 (N)$$

$$A = \frac{5{,}14 \cdot 10^6}{200^2} = 129 (MPa)$$

$$\begin{cases} \sigma_z = 2\nu A - E\alpha\Delta T = 2 \cdot 0{,}3 \cdot 129 - 2 \cdot 10^5 \cdot 11 \cdot 10^{-6} \cdot 50 = -33 (MPa) \\ \sigma_{r,i} = -p_i = -100 (MPa) \\ \sigma_{c,i} = 129 + \frac{5{,}14 \cdot 10^6}{150^2} = 357 (MPa) \end{cases}$$

Sostituendo a Von Mises

$$\sigma_{id,i}^{VM} = 427 (MPa)$$

Esercizio ②

TUBO SOTTILE

$E = 2 \cdot 10^5 (MPa)$ $\quad r_i = 55 mm$

$\nu = 0{,}3$ $\quad r_e = 60 mm$

$p_i = 10 (MPa)$ $\quad u_i = ?$

Aperto vuol dire $\sigma_z = 0 (MPa)$

essendo lo spessore trascurabile le tensioni sono costanti σ_c e σ_r

$u_i = \varepsilon_c \cdot r_i$

$$\varepsilon_c = \frac{1}{E}\left[\sigma_c - \nu(\sigma_r + \underbrace{\cancel{\sigma_z}}_{\to 0})\right] + \underbrace{\cancel{\alpha\Delta T}}_{\to 0 \text{ non è detto}} = \frac{\sigma_c - \nu\sigma_r}{E}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 51 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 53 di 160

01 KBMDL/FJ - Elementi di Costruzione di Macchine - a.a. 2009/2010
ESERCITAZIONE 5: Collegamenti mozzo – albero

Esercizi

E.1	Un collegamento forzato mozzo–albero ($D_c = 45$ mm) viene montato a caldo con interferenza nominale $i_{nom} = 35$ μm, temperatura iniziale $T_0 = 20$ °C e gioco di infilamento $S = 40$ μm. Il materiale è acciaio ($\alpha = 12 \cdot 10^{-6}$ °C^{-1}, $E = 2\ 10^5$ MPa, $\nu = 0.3$). Calcolare la temperatura di montaggio del mozzo. [T = 159 °C]
E.2	Un mozzo viene calettato su un albero ($D = 50$ mm) con interferenza nominale $i_{nom} = 25$ μm. Le rugosità e i coefficienti di deformabilità valgono rispettivamente $R_a = 5$ μm, $\delta_a = 4.8\ 10^{-6}$ mm^2/N e $R_m = 4$ μm, $\delta_m = 2.8 \cdot 10^{-5}$ mm^2/N. Calcolare la pressione di forzamento effettiva. [p = 11 MPa]
E.3	Una ruota dentata in acciaio ($E = 2\ 10^5$ MPa, $\nu = 0.3$) di modulo m=4 ha numero di denti z=30 e larghezza di fascia pari a 40 mm e deve trasmettere una coppia di 250 Nm a 2500 giri/min. Il diametro di calettamento D_c è pari a 30 mm. Il coefficiente d'attrito f da utilizzare è pari a 0,2. Calcolare l'interferenza necessaria con un coefficiente di sicurezza di 1,5. [Δi=10.4 μm]
E.4	Un cuscinetto ad alta velocità è montato con interferenza sull'anello interno su di un albero che ruota a 8000 giri/min. Sapendo che il montaggio avviene con accoppiamento H7/p6, che il diametro di calettamento D_c è di 100 mm e che il diametro esterno D_e dell'anello interno del cuscinetto vale 113 mm, valutare la perdita di interferenza dovuta all'effetto centrifugo e verificare se le condizioni di interferenza sussistano. In tal caso indicare quale accoppiamento è indicato. [Δi=8 μm]
E.5	Una puleggia di alluminio (E= $7 \cdot 10^4$ MPa, $\nu = 0.3$, $\alpha^* = 23 \cdot 10^{-6}$ °C^{-1}) è montata su un albero pieno in acciaio (E = $2 \cdot 10^5$ MPa, $\nu = 0.3$, $\alpha^* = 11 \cdot 10^{-6}$°C^{-1}) è caratterizzata dalla seguente geometria: $D = 50$ mm diametro di calettamento $d_e = 90$ mm diametro esterno mozzo $L = 100$ mm lunghezza assiale mozzo La finitura superficiale garantisce le seguenti rugosità: $R_a = R_m = 4$ μm (finitura di tornio). La coppia trasmessa è $M = 600$ Nm (assumere un coefficiente d'attrito $f = 0.2$). *1.* Calcolare l'interferenza effettiva i_{eff} che garantisce la trasmissione della coppia considerando per il momento trasmissibile un coefficiente di sicurezza $C = 1.5$; *2.* L'accoppiamento mozzo-albero è realizzato nel sistema foro base H7, la qualità di lavorazione dell'albero è 6; calcolare quali devono essere le tolleranze dell'accoppiamento affinché venga trasmesso il momento M (ricordarsi della perdita di interferenza dovuta alla rugosità); *3.* Calcolare la tensione equivalente nel punto di progetto della puleggia e scegliere nella tabella allegata la lega di alluminio da utilizzare assumendo un coefficiente di sicurezza $S = 1.5$; *4.* Calcolare la temperatura di trattamento t da assegnare al mozzo per il montaggio, assumendo un gioco di infilamento $g = 30$ μm e temperatura ambiente $t_0 = 20$ °C; *5.* Cosa succede se in esercizio si verifica un riscaldamento uniforme di 30 °C? Se necessario scegliere altre tolleranze, eventualmente cambiando anche la qualità di lavorazione e materiale del mozzo. [$i_{eff} = 20$ μm, t = 107°, $\Delta i_{30°} = 18$ μm]

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 53 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 55 di 160

Soluzioni esercizi

E.1	Un collegamento forzato mozzo–albero ($D_c = 45$ mm) viene montato a caldo con interferenza nominale $i_{nom} = 35$ μm, temperatura iniziale $T_0 = 20$ °C e gioco di infilamento $S = 40$ μm. Il materiale è acciaio ($\alpha = 12 \cdot 10^{-6}$ °C^{-1}, $E = 2\ 10^5$ MPa, $\nu = 0.3$). Calcolare la temperatura di montaggio del mozzo. [T = 159 °C]	La temperatura di montaggio a caldo del mozzo si calcola come $T = T_0 + \frac{i_{nom} + S}{\alpha \cdot D_c \cdot 10^3} = 159\ °C$
E.2	Un mozzo viene calettato su un albero ($D = 50$ mm) con interferenza nominale $i_{nom} = 25$ μm. Le rugosità e i coefficienti di deformabilità valgono rispettivamente $R_a = 5$ μm, $\delta_a = 4.8\ 10^{-6}$ mm^2/N e $R_m = 4$ μm, $\delta_m = 2.8 \cdot 10^{-5}$ mm^2/N. Calcolare la pressione di forzamento effettiva. [p = 11 MPa]	$i_{eff} = i_{nom} - 0.8 \cdot (R_a + R_m) = 17{,}8\,\mu m$ $p = \frac{i_{eff}}{D \cdot (\delta_a + \delta_m) \cdot 1000} = 11\ \text{MPa}$
E.3	Una ruota dentata in acciaio ($E = 2\ 10^5$ MPa, $\nu = 0.3$) di modulo m=4 ha numero di denti z=30 e larghezza l di fascia pari a 40 mm e deve trasmettere una coppia di 250 Nm @ 2500 giri/min. Il diametro di calettamento D_c è pari a 30 mm. Il coefficiente d'attrito f da utilizzare è pari a 0,2. Calcolare l'interferenza necessaria con un coefficiente di sicurezza di 1,5. [i=10.4 μm]	$p = CS\frac{M}{2\pi f l r^2} = 33\text{MPa}$ utilizzo queste xxx $p = \frac{i}{D_c(S_e+S_m)}$ andare bene? $d_p = m \cdot z = 120\text{mm}$ $\beta_m = \left(\frac{d_{mi}}{d_{me}}\right) = \left(\frac{30}{120}\right) = 0.25$ $u_{ae} = -p\left(\frac{D_c}{2}\frac{1-\nu}{E}\right) = -1.7\,\mu\text{m}$ $\delta_m = \frac{(1+\nu)+\beta_m^2(1-\nu)}{(1-\beta_m^2)E} = 7.16 \cdot 10^{-6}\left[\frac{\text{mm}^2}{\text{N}}\right]$ $u_{mi} = p\frac{D_c}{2}\delta_m = 3.5\,\mu\text{m}$ $\Delta i = 2(u_{mi} + \lvert u_{ae}\rvert) = 10.4\,\mu\text{m}$
E.4	Un cuscinetto ad alta velocità è montato con interferenza sull'anello interno su di un albero che ruota a 8000 giri/min. Sapendo che il montaggio avviene con accoppiamento H7/p6, che il diametro di calettamento D_c è di 100 mm e che il diametro esterno D_e dell'anello interno del cuscinetto vale 113 mm, valutare la perdita di interferenza dovuta all'effetto centrifugo e verificare se le condizioni di interferenza sussistano. In tal caso indicare quale accoppiamento è indicato. [Δi=8.7 μm]	$H7 \rightarrow 100^{+35}_{0}$ $\quad$ $p6 \rightarrow 100^{+59}_{+37}$ $i_{min} = 37\text{-}35 = 2\ \mu m$ $\Delta i^{\omega} = \frac{D_i \rho \omega^2 D_e^2}{4E} =$ ricorda di consegnare le trasformo tutti $= \frac{0{,}1m \cdot 7800\,kg/m^3 \cdot (8000 \cdot 2 \cdot \pi/60)^2 \cdot (0{,}113m)^2}{4 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot kg \cdot m/s^2 \cdot 1/m^2} = 8{,}7\,\mu m$ i_{min}=2 μm; data dall'accoppiamente H7/p6 è inferiore a 8.7, non va bene. Si sale di una categoria e si adotta H7/r6, $H7 \rightarrow 100^{+35}_{0}$ $\quad$ $r6 \rightarrow 100^{+73}_{+51}$ $i_{min} = 51\text{-}35 = 16\ \mu m > 8.7$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 55 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 57 di 160

E.5 (2)

2. L'accoppiamento mozzo-albero è realizzato nel sistema foro base H7, la qualità di lavorazione dell'albero è 6; calcolare quali devono essere le tolleranze dell'accoppiamento affinché venga trasmesso il momento M..

Si deve tenere in conto della perdita di interferenza dovuta alla rugosità, per cui andiamo a valutare un'interferenza nominale, utilizzando la formula fornita dalla normativa:

$$i_{nom} = i_{eff} + 2 \cdot 0{,}40 \cdot (R_a + R_m) = 20 + 0{,}80 \cdot (4+4) = 26{,}4\ \mu m$$

moto a

$i_{eff} = i_{nom} - \Delta i_{Ra}$

Dobbiamo a questo punto, sapendo che il foro ha una tolleranza H7, determinare la tolleranza dell'albero in modo da soddisfare il valore di interferenza ricavato, e la scelta cade su un accoppiamento H7-t6.

$$H7\ ^{+25}_{+0} \qquad t6\ ^{+70}_{+54}$$

20 arriva dalla ES (Δ)

$$i_{min} = 54 - 25 = 29\ \mu m$$

$$i_{max} = 70 - 0 = 70\ \mu m$$

verifica xke $i_{eff} = i_{min} - \Delta i_{(t)} = 29 - 20 = 9\ \mu m$

Si osserva che l'interferenza minima soddisfa la condizione da imporre. (Come lo puoi fare la verifica?)

E.5 (3)

3. Calcolare la tensione equivalente nel punto di progetto della puleggia e scegliere nella Tabella allegata la lega di alluminio da utilizzare assumendo un coefficiente di sicurezza $S = 1{,}5$.

Nota la massima interferenza, vado a valutare la corrispettiva pressione, sfruttando le formule con cui noi possiamo quantificare gli spostamenti:

in mm

$$|u_{ae}| = p \cdot K_a \cdot \frac{D}{2} \qquad K_a = \frac{2 \cdot |u_{ae}|}{p \cdot D} = \frac{2 \cdot 1 \cdot 10^{-3}}{11{,}46 \cdot 50} = 3{,}5 \cdot 10^{-6}\ \text{MPa}^{-1}$$

$$u_{mi} = p \cdot K_m \cdot \frac{D}{2} \qquad K_m = \frac{2 \cdot u_{mi}}{p \cdot D} = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^{-3}}{11{,}46 \cdot 50} = 31{,}4 \cdot 10^{-6}\ \text{MPa}^{-1}$$

interf. diametrale

$$i_{max} = 2 \cdot (u_{mi} + |u_{ae}|) = 2 \cdot p_{max} \cdot \frac{D}{2}(K_a + K_m)$$

ottenuto dalle toll. di lavorazione

Pressione di funzionamento

$$p_{max} = \frac{i_{max}}{(K_a + K_m) \cdot D} = \frac{70 \cdot 10^{-3}}{(3{,}5 + 31{,}4) \cdot 10^{-6} \cdot 50} = 40{,}1\ \text{MPa}$$

ma quando si ricava deg si utilizza sempre pmax e xke non ps?

Utilizzando il criterio di Tresca, nel caso del mozzo, potremo ricavarci la tensione equivalente:

$$\sigma_{eq} = p_{max} \cdot \frac{2}{1 - \left(\frac{D_{mi}}{D_{me}}\right)^2} = 40{,}1 \cdot \frac{2}{1 - \left(\frac{50}{90}\right)^2} = 116\ \text{MPa}$$

Tenendo conto del coefficiente di sicurezza, otteniamo:

$$R_{e,min} = \sigma_{eq} \cdot S = 116 \cdot 1{,}5 = 174\ \text{MPa}$$

Dalle Tabelle allegate, considerando un fucinato e stampato, sceglieremo il materiale da utilizzare:

P-Al-Si 1 Mg Mn UNI 3571 T A 16 (Come lo si legge)

E.5 (4)

4. Calcolare la temperatura di trattamento T da assegnare al mozzo per il montaggio, assumendo un gioco di infilamento $g = 30\ \mu m$ e una temperatura ambiente $T_0 = 20°C$.

Si parta valutando l'interferenza da imporre per garantire un certo gioco di infilamento:

$$i_T = i_{max} + g = 70 + 30 = 100\ \mu m$$

Esprimiamo quella che è la deformazione dovuta ad una variazione di temperatura:

$$\varepsilon = \alpha \cdot \Delta T \quad \Rightarrow i_T = 2 \cdot \varepsilon \cdot r = 2 \cdot r \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

$$\Delta T = \frac{i_T}{2 \cdot r \cdot \alpha} = \frac{100 \cdot 10^{-3}}{50 \cdot 23 \cdot 10^{-6}} = 87°C$$

$$\Delta T = \frac{i_{max} + g}{D \alpha\ 10^3}$$

In conclusione ricaviamo la temperatura di trattamento:

$$T = T_0 + \Delta T = 20 + 87 = 107°C$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 57 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 59 di 160

ESERCITAZIONE 5
collegamenti mozzo - albero

per la trasmissione di un momento torcente

il momento torcente è una forza tangenziale

$$M_t = T \cdot r_c = f \cdot N \cdot r_c = f \cdot p \cdot A \cdot r_c$$

r_c: raggio di collaboramento

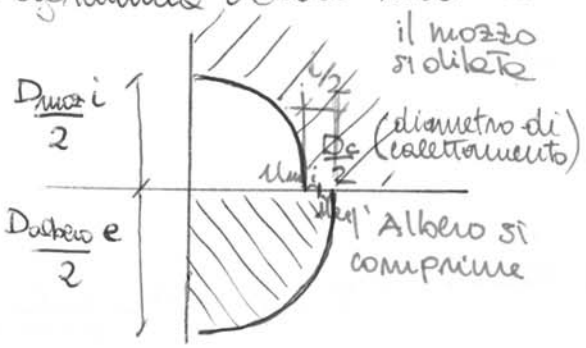
N: dipende dalle pressioni mozzo albero

A = è la circonferenza descritta da $2\pi r_c \quad b r_c$

esplicitando l'area

$$M_t = f \cdot 2\pi r_c^2 \cdot b r_c$$

Diagramma albero - mozzo



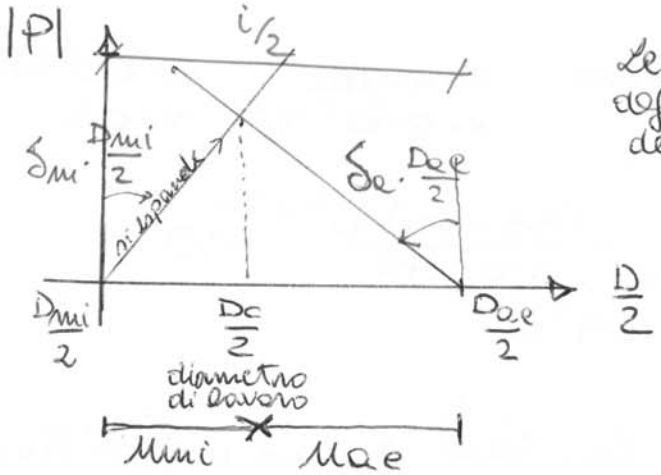
D_c = diametro di funzionamento

Tra albero e mozzo c'è l'interferenza che è un'interferenza diametrale ziale per spostamenti radiali dell'albero e del mozzo

L'albero si comprime di u_{ae} esterno

il mozzo si espande u_{mi} interno

$$i = 2(u_{mi} - u_{ae})$$



Le pendenze sono legate alla deformabilità dell'albero e del mozzo

Dal diagramma di funzionamento

$$\begin{cases} u_{mi} = p \cdot \delta_m \cdot \frac{D_{mi}}{2} \\ u_{ae} = -p \cdot \delta_a \cdot \frac{D_{ae}}{2} \end{cases}$$

$$i = 2(u_{mi} - u_{ae}) = p(\delta_m D_{mi} - \delta_a D_{ae})$$ con $D_{mi} \simeq D_{ae} \simeq D_c$

$$i = p \cdot D_c (\delta_m + \delta_a)$$

Calcolo di $\delta_m + \delta_a$, si calcolano con la teoria di Lamé xké sono degli assialsimmetrici.

$$\begin{cases} \sigma_c = A + \frac{B}{r^2} \\ \sigma_r = A - \frac{B}{r^2} \end{cases}$$

sul mozzo $\begin{cases} \sigma_{R,i}^{m} = -p \\ \sigma_{R,e}^{m} = 0 \end{cases}$ oppure

Albero $\begin{cases} \sigma_{R,e}^{a} = -p \\ \sigma_{R,i}^{a} = 0 \end{cases}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 59 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 61 di 160

ESERCIZIO 4

$n = 8000 \frac{giri}{min}$ $D_c = 100\,mm$ $D_e = 113\,mm$ $H7/p6$ $\Delta_i^{\omega} = ?$ interf. ?

Calcolo

$$\Delta_i^{\omega} = 2\frac{D_i \cdot \rho \cdot \omega^2 D_e^2}{8E} = \text{dove } D_i = D_c = \frac{\overset{\text{in metri}}{100 \cdot 10^{-3}} \cdot 7800 \cdot \left(8000 \cdot \frac{\pi}{30}\right)^2 \cdot (113 \cdot 10^{-3})^2}{4 \cdot 2 \cdot 10^{11}} =$$

$\rightarrow$ Acciaio $2 \cdot 10^5 \rightarrow 14\,Pa = 2 \cdot 10^{11}$

$$= 8{,}7\,(\mu m)$$

H7/p6 accoppiamento con interferenza

$H7: \begin{cases} +35\,\mu m \\ 0\,\mu m \end{cases}$ $p6: \begin{cases} +59\,\mu m \\ +37\,\mu m \end{cases}$

se voglio che continui a verificare l'interferenza con rotazione voglio sapere l'interferenza minima come inter. nom. di partenza

$i_{min} = \text{max valore dell'albero} - \text{min valore dell'albero} = 37 - 35 = 2\,(\mu m)$

$i_{max} = 59 - 0 = 59\,(\mu m)$ Funzionalità (condizione peggiore)

verifico le tensioni che si creano nell'interazione e quindi le capp. di sicurezza del materiale SICUREZZA

Allora

$i_{eff} = i_{min} - \Delta_i^{\omega} = 2 - 8{,}7 = -6{,}7\,\mu m$ sono entrato nelle condizioni di gioco per quella rotazione

MODIFICO LE TOLLERANZE

$H7/r6$ $r6: \begin{cases} +73\,\mu m \\ +51\,\mu m \end{cases}$ $i_{min} = 51 - 35 = 16\,(\mu m) > 8{,}7\,(\mu m)$ devo far crescere i_{min}

ESERCIZIO 3

$E = 2 \cdot 10^5\,(MPa)$ $m = 4$ $z = 30$ $b = 40\,mm$ $M_t = 250\,Nm$ $n = 2500$ giri/min $D_c = 30\,mm$ $f = 0{,}2$

$i_{mec} = ?$ con $C_s = 1{,}5$

Calcolo

$$M_{t,s} = M_t \cdot C_s = 250 \cdot 1{,}5 = 375\,(N \cdot m)$$

a M_t è legato una certa p supponiamo

$$M_{t,s} = f \cdot 2\pi r_c^2 b \cdot \underset{\text{pressione di sicurezza}}{p_s} \Rightarrow p_s = \frac{M_{t,s}}{f \cdot 2\pi \left(\frac{D_c}{4}\right)^2 \cdot b} = \frac{375 \cdot 10^3}{0{,}2 \cdot \pi \frac{30^2}{2} \cdot b} =$$

$$= 33\,(MPa)$$

calcolo ora i_s

$i_s \cong p_s \cdot D_c (\delta_e + \delta_m)$ (sicurezza) non metto le perdite di interferenza causate dalla velocità in quanto l'albero è fermo e quindi posso trascurare le interf. regressive

incognite: δ_e e δ_m

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 61 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 63 di 160

01 KBMDL/FJ - Elementi di Costruzione di Macchine - a.a. 2009/2010
ESERCITAZIONE 6: contatto hertziano e cuscinetti volventi

Esercizi

E.1	Dato un cuscinetto a rulli della serie N310 EC ($E = 2\cdot10^5$ MPa, $\nu = 0.3$), ricavare i diametri delle piste e le dimensioni dei rulli (trascurando i necessari giochi) da catalogo SKF (si assuma la lunghezza assiale dei rulli pari a 21mm). Calcolare le tensioni massime di contatto sulla pista interna e sulla pista esterna, la dimensione dell'impronta e la pressione di riferimento quando: 1. nel contatto più sollecitato si giunge al limite di proporzionalità del materiale ($R_{p0.2}$ = 1500 MPa); 2. il carico applicato è la metà rispetto al caso precedente. [**Caso1**. $p_{max,int}$ = 2500 MPa, $p_{max,est}$ = 2045 MPa, b_{int}= 0,291 mm, b_{est}= 0,359 mm, p_{rif}= 72.92 MPa] [**Caso2**. $p'_{max,int}$ = 1768 MPa, $p'_{max,est}$ = 1446 MPa, b'_{int}= 0,206 mm, b'_{est}= 0,254 mm, p'_{rif}= 36.46 MPa]
E.2	Si consideri un cuscinetto radiale rigido a sfere avente gli stessi diametri ricavati per il cuscinetto a rulli dell'esercizio ES. 1. Si consideri inoltre il raggio delle gole di rotolamento (in sezione assiale) pari a $r = 0.52\cdot d_S$ (d_S = diametro della sfera). Calcolare il massimo carico al limite di proporzionalità che la singola sfera può sopportare e le pressioni massime di contatto sulla pista interna e sulla pista esterna sotto tale carico. Paragonare i risultati con quelli del contatto cilindrico. Si ricorda la formula: $f = \sqrt[3]{\frac{3}{2}\frac{F}{2(\alpha_1+\alpha_2+\beta_1+\beta_2)}\left(\frac{1-\upsilon_\alpha^2}{E_\alpha}+\frac{1-\upsilon_\beta^2}{E_\beta}\right)}$ [F=3.41 kN, $p_{max,int}$ = 2419 MPa, $p_{max,est}$ = 2065 MPa]
E.3	Un cuscinetto a sfere (acciaio, E = 2e5 MPa, $\nu = 0.33$) ha le sfere di diametro 10 mm, la pista interna ha diametri principali rispettivamente 10.4 mm e 95 mm, la pista esterna ha diametri principali 10.4 mm e 115 mm (sono dati qui i valori ma non i segni!). Sapendo che per: pista interna: a*= 3.6 b*= 0.42 pista esterna: a*= 3.4 b*= 0.44 trovare la ampiezza del semiasse maggiore di contatto alla pista interna per un carico F= 102 N [a = 0.657mm]
E.4	Un cuscinetto orientabile a rulli è sottoposto a un carico statico con componente radiale F_r = 4300 N e componente assiale F_a = 1500 N; i fattori relativi ai carichi sul cuscinetto sono X_0 = 1 e Y_0 = 2.2. Calcolare il coefficiente di carico statico necessario per garantire un coefficiente di sicurezza s_0= 4. [C_0=30400 N]
E.5	Un cuscinetto a rulli conici con coefficiente di carico statico C_0=137000 N è soggetto a un carico radiale F_r=80000 N e un carico assiale F_a= 55000 N. Noti X_0=0.5 e Y_0=0.4, calcolare il coefficiente s_0. [s_0=1.71]
E.6	Calcolare il coefficiente s_0 e le durate di funzionamento L_{10} e L_{10h} di un cuscinetto a rulli cilindrici soggetto al carico radiale F_r = 18000 N e che ruota alla velocità di 5000 giri/min. Dati: C_0= 36500 N, C = 40200 N, (assumere i coefficienti a_1=1 e a_{23}=1). [s_0=2.03; L_{10}=14.5 (milioni di cicli); L_{10h} = 48 h 32']
E.7	Un cuscinetto a rulli funziona: per il 45% della sua durata totale a 2500 giri/min con carico P=20000 N, per il 40% del tempo a 3000 giri/min con carico P=15000 N, per il 15% del tempo a 2000 giri/min con carico P=5000 N. Calcolare: a) il carico radiale equivalente che produrrebbe lo stesso danno se applicato per il tempo totale, b) il coefficiente di carico dinamico minimo C_{min} che sotto il carico P_{eq} garantisca una durata di $30\cdot10^6$ cicli. [P=17200 N; C_{min}=47700 N]

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 63 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 65 di 160

E.8

Un cuscinetto radiale a sfere singolo, appellativo 6012 catalogo SKF, è soggetto a sollecitazione radiale e assiale tali per cui $F_r = 3 \cdot F_a$. La tabella riporta, per un ciclo di carico della durata di 1 ora, la forza assiale F_a e la velocità angolare ω del cuscinetto. Calcolare la durata del cuscinetto L_{10} e L_{10h}.
[L_{10}=54·(milioni di cicli); L_{10h}=532 h]

Ciclo di carico completo (durata 1 h)

F_a [N]	tempo [%]	rpm
4000	20	1000
3000	40	1500
2000	20	2000
1000	20	2500

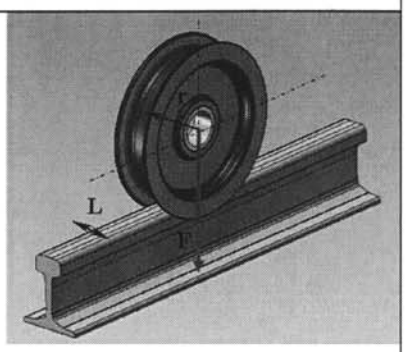
E.9

Dato lo schema in figura, determinare l'area di contatto tra ruota e rotaia (acciaio, E = 2*105 MPa, ν = 0,28) e la pressione p_{max} causata dalla forza F.

Siano noti i seguenti dati:

- raggio della superficie cilindrica a contatto con il binario r = 150 mm,
- spessore della superficie a contatto L = 20 mm.
- forza applicata sul baricentro della ruota F = 20 kN.

[b=1,327mm; P_{max}=480MPa]



E.10

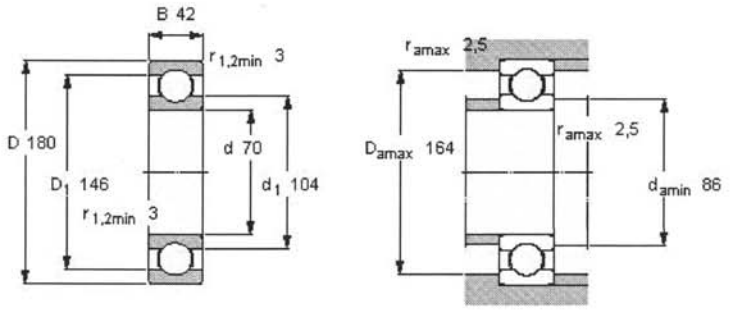
Dato il cuscinetto radiale a sfere SKF 6414 (Catalogo 2008, acciaio E = 2*10^5 MPa, ν = 0,33), determinare il carico F a cui è sottoposto, conoscendo l'ampiezza del semiasse maggiore di contatto sulla pista interna a = 0,769 mm. (Si consideri inoltre il raggio delle gole di rotolamento [in sezione assiale] pari a $r_g = 0{,}52\, d_s$ [d_s = diametro della sfera]).

Una volta calcolato il carico, determinare l'ampiezza del semiasse minore di contatto sulla pista esterna.

Cuscinetti radiali a sfere, ad una corona, senza tenute

Tolleranze , consultare anche
Gioco radiale interno , consultare anche
Accoppiamenti consigliati
Tolleranze per alberi e sopporti

Dimensioni d'ingombro			Coeff. di carico dinamico	Coeff. di carico statico	Carico limite di fatica	Velocità di base Velocità di riferimento	Velocità di base Velocità limite	Massa	Appellativo
d	D	B	C	C_0	P_u				
mm			kN		kN	giri/min		kg	-
70	180	42	143	104	3,9	8500	5300	4,85	**6414**

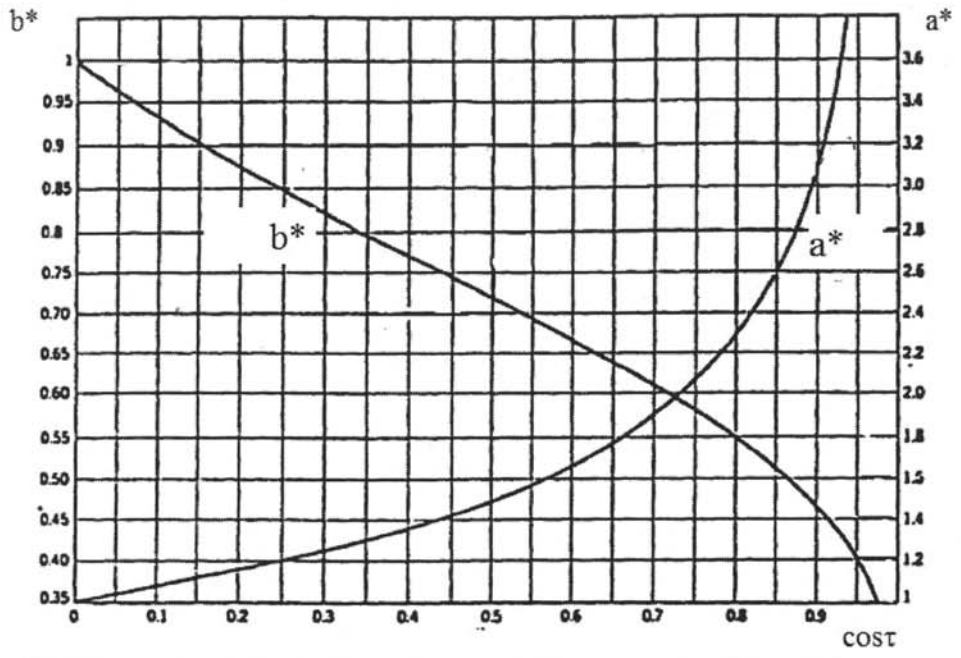


[b = 0,1021 mm]

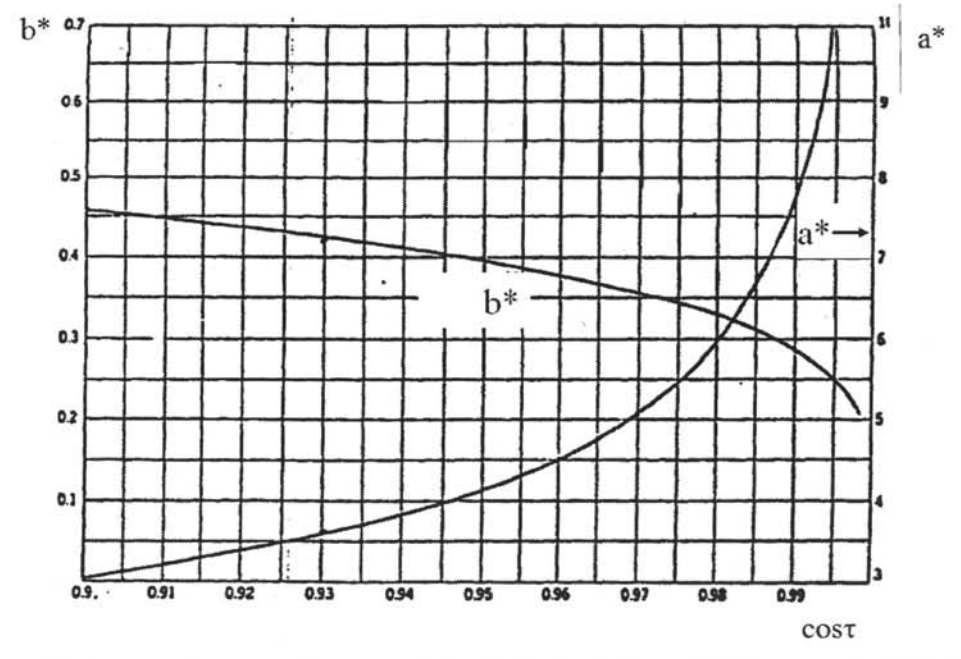
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 65 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 67 di 160

Coefficienti a^* e b^* in funzione di cosτ



Coefficienti a^* e b^* in funzione di cosτ: particolare tra 0.9 e 1



© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 67 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 69 di 160

E.1

Soluzione Caso2:

$$F' = \frac{F}{2} = 12026kN \Rightarrow p'_{rif} = \frac{F'}{l_r d_r} = \frac{p_{rif}}{2} = \frac{71.58}{2} = 35.79MPa$$

$$p_{\max} \propto \sqrt{p_{rif}} \Rightarrow p'_{\max,\text{int}} = p_{\max,\text{int}}\left(\sqrt{\frac{p'_{rif}}{p_{rif}}}\right) = p_{\max,\text{int}}\sqrt{1/2} = 1768MPa\,;\; p'_{\max,est} = p_{\max,est}\sqrt{\frac{1}{2}} = 1446\text{MPa}$$

e sfruttando la proporzionalità tra b e F analogamente si trova b'_i=0.206mm e b'_e=0.254mm

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 69 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 71 di 160

E.3

Un cuscinetto a sfere (acciaio, E = 2e5 MPa, ν = 0.33) ha le sfere di diametro 10 mm, la pista interna ha diametri principali rispettivamente 10.4 mm e 95 mm, la pista esterna ha diametri principali 10.4 mm e 115 mm (sono dati qui i valori ma non i segni!).
Sapendo che per:
pista interna: a*= 3.6 b*= 0.42
pista esterna: a*= 3.4 b*= 0.44
trovare la ampiezza del semiasse maggiore di contatto alla pista interna per un carico F= 102 N

[a = ~~0.4846~~mm] 0,675 mm

Soluzione:

$$f = \sqrt[3]{\frac{3}{2\,2(\alpha_x+\alpha_y+\beta_x+\beta_y)}\frac{F}{}\left(\frac{1-\upsilon_\alpha^2}{E_\alpha}+\frac{1-\upsilon_\beta^2}{E_\beta}\right)}$$

nell'ipotesi di materiali uguali:

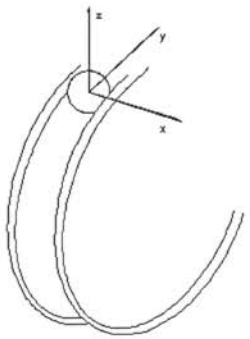
$$f = \sqrt[3]{\frac{3}{2\,(\alpha_x+\alpha_y+\beta_x+\beta_y)}\frac{F}{}\left(\frac{1-\upsilon^2}{E}\right)}$$

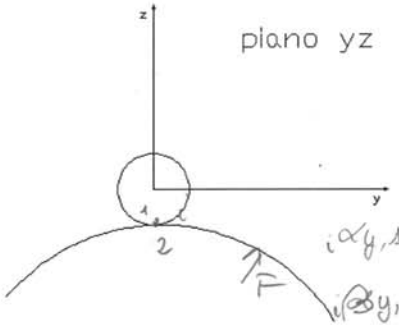
come faccio

La larghezza dell'impronta richiesta è quella misurabile sulla pista interna, ove il contatto avviene secondo queste modalità:

$d_s = \frac{115-95}{2} = 10\,mm$ $r_s = \frac{d_s}{2} = 5\,mm$

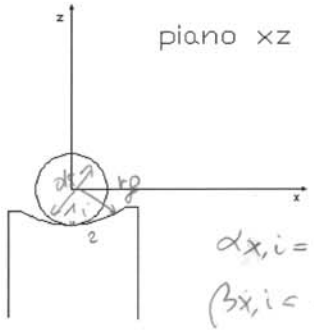
$\frac{1}{10} = 0{,}1$





$\alpha_{y,1} = +\frac{1}{d_s} > 0$ α_1

$\beta_{y,1} = +\frac{1}{F} > 0$



$\alpha_{x,i} = +\frac{1}{d_s} > 0$ α_2

$\beta_{x,i} = -\frac{1}{2r_g} < 0$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 71 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 73 di 160

E.6

Calcolare il coefficiente s_0 e le durate di funzionamento L_{10} e L_{10h} di un cuscinetto a rulli cilindrici soggetto al carico radiale F_r = 18000 N e che ruota alla velocità di 5000 giri/min. Dati: C_0= 36500 N, C = 40200 N, (assumere i coefficienti a_1=1 e a_{23}=1).

Soluzione:

$P=F_r=18000$ N $\qquad s_0 = \frac{C_0}{P} = \frac{36500}{18000} = 2.03$

$$L_{10} = a_1 \cdot a_{23} \cdot \left(\frac{C}{P}\right)^p = 1 \cdot 1 \cdot \left(\frac{40200}{18000}\right)^{10/3} = 14.56 \text{ milioni di cicli}$$

$$L_{10h} = \frac{10^6}{60 \cdot n}\left(\frac{C}{P}\right)^p = \frac{10^6}{60 \cdot n} L_{10} = 48h\ 32'$$

rulli 10/3
sfere 3

E.7

Un cuscinetto a rulli funziona: per il 45% della sua durata totale a 2500 giri/min con carico P=20000 N, per il 40% del tempo a 3000 giri/min con carico P=15000 N, per il 15% del tempo a 2000 giri/min con carico P=5000 N. Calcolare: a) il carico radiale equivalente che produrrebbe lo stesso danno se applicato per il tempo totale, b) il coefficiente di carico dinamico minimo C_{min} che sotto il carico P_{eq} garantisca una durata di $30 \cdot 10^6$ cicli.

Soluzione:

GLI α CHE BISOGNO UTILIZZARE PER OTTENERE IL RISULTATO NON SONO CORRETTI TENENDO CONTO DEL NUMERO DI GIRI

Dopo la correzione risulterà:

45% → 43%
40% → 46%
15% → 11%

uso queste xké parla di cicli

$$P_{eq} = \sqrt[10/3]{\sum \alpha_i \cdot P_i^{10/3}} = 17220 \text{ N}$$

$$30 \cdot 10^6 = L = a_1 \cdot a_{23} \cdot \left(\frac{C}{P}\right)^p \rightarrow C = P_{eq} \sqrt[10/3]{30} \approx 47780 \text{ N}$$

inserito nella formula 10^6 ok !! lo fa vedere

$\alpha = \frac{n_i}{N_{TOT}} = \frac{2500}{7500} = 0{,}33 \quad \alpha_2 = 0{,}4 \quad \alpha_3 = 0{,}26$

$P_{EQ} = \sqrt[10/3]{0{,}33 \cdot 20'000^{10/3} + \ldots} = 16'103$ (N)

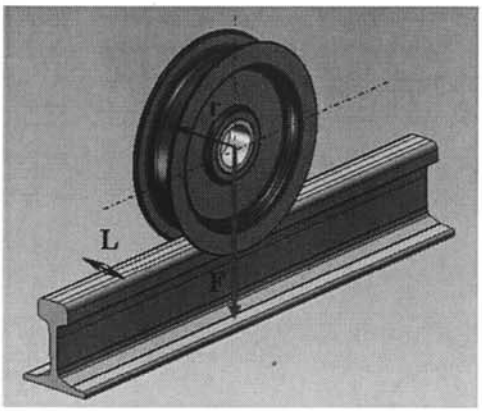
$7{,}16^{13}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 73 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 75 di 160

E.9

Dato lo schema in figura, determinare l'area di contatto tra ruota e rotaia (acciaio, $E = 2*10^5$ MPa, $\nu = 0{,}28$) e lo stato di tensione (p_{max}) causato dalla forza F.
Siano noti i seguenti dati:



- Raggio della superficie cilindrica a contatto con il binario r = 150 mm.
- Spessore della superficie a contatto L = 20 mm.
- Forza applicata sul baricentro della ruota F = 20 kN.

$\alpha_y = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{r}$

$\beta_y = \frac{1}{2} \frac{1}{\infty}$

Contatto cilindro-piano.

$$\alpha_y = \frac{1}{2}\frac{1}{r} = \frac{1}{2}\frac{1}{150} = 0{,}00333\, mm^{-1}$$

$$\beta_y = \frac{1}{2}\frac{1}{r_{b_{binario}}} = \frac{1}{2}\frac{1}{\infty} = 0\, mm^{-1}$$

$$b = \sqrt{\frac{4F}{\pi L \cancel{2}(\alpha_y+\beta_y)} \underbrace{\left(\frac{(1-\nu_1)^2}{E_\alpha} + \frac{(1-\nu_2)^2}{E_\beta}\right)}_{\left(\frac{1-\nu^2}{E}\right)\cdot 2}}$$

$$b = \sqrt{\frac{4F}{\pi L\, 2\,(\alpha_y+\beta_y)} 2\left(\frac{1-\upsilon^2}{E}\right)} = \sqrt{\frac{4\cdot 20\cdot 10^3}{\pi\cdot 20\cdot 0{,}00333}\cdot\left(\frac{1-0{,}28^2}{2\cdot 10^5}\right)} = 1{,}327\, mm$$

$$p_{max} = \frac{2F}{\pi L b} = \frac{2\cdot 20\cdot 10^3}{\pi\cdot 20\cdot 1{,}327} = 480 \text{ MPa}$$

$$p_{max} = \frac{2F}{\pi L b}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 75 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 77 di 160

(per α e β costituiti da materiali con caratteristiche identiche)

Si ricava:

$$F = \frac{2}{3} f^3 (\alpha_x + \alpha_y + \beta_x + \beta_y) \left(\frac{E}{1-\nu^2} \right) =$$

$$= \frac{2}{3} \cdot 0{,}208^3 \cdot (0{,}0476 + 0{,}0476 - 0{,}0458 + 0{,}0096) \left(\frac{2 \cdot 10^5}{1 - 0{,}33^2} \right) = 79{,}44\ N$$

<u>Pista esterna:</u>

Per la sfera: $\alpha_x = \alpha_y = \frac{1}{D_s} = \frac{1}{21} = 0{,}0476\ mm^{-1}$

Per la pista esterna: $\beta_x = -\frac{1}{2}\frac{1}{r_g} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10{,}92} = -0{,}0458\ mm^{-1}$

$$\beta_y = -\frac{1}{D_1} = -\frac{1}{146} = -0{,}0068\ mm^{-1}$$

E.10

$$\cos\tau = \frac{|(\alpha_x - \alpha_y) + (\beta_x - \beta_y)|}{(\alpha_x + \alpha_y + \beta_x + \beta_y)} = \frac{|(0{,}0476 - 0{,}0476) + (-0{,}0458 + 0{,}0068)|}{(0{,}0476 + 0{,}0476 - 0{,}0458 - 0{,}0068)} = 0{,}915$$

non cambia il risultato

esterni $\alpha_{x,e} = -\frac{1}{2r_g}$ $\alpha_{y,e} = -\frac{1}{F}$

$\beta_{x,e} = \frac{1}{d_0}$ $\beta_{y,e} = \frac{1}{d_0}$

$a^* = 3{,}3$
$b^* = 0{,}44$

Nota la relazione: $b = b^* f$, si calcola il nuovo f:

$$f = \sqrt[3]{\frac{3}{2} \frac{F}{2(\alpha_x + \alpha_y + \beta_x + \beta_y)} \left(2 \frac{1-\upsilon^2}{E} \right)} =$$

$$= \sqrt[3]{\frac{3}{2} \frac{79{,}44}{2 \cdot (0{,}0476 + 0{,}0476 - 0{,}0458 - 0{,}0068)} \left(2 \cdot \frac{1 - 0{,}33^2}{2 \cdot 10^5} \right)} = 0{,}232$$

$b = b^* f = 0{,}44 \cdot 0{,}232 = 0{,}1021$ mm

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 77 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 79 di 160

E.12

Un cuscinetto radiale a sfere SKF 61813 (gioco normale), montato su un albero di diametro 65 mm, ruota alla velocità di 600 giri/min. Il cuscinetto è sottoposto a carichi radiali e assiali entrambi variabili.
In tabella sono indicati i cicli di carico che subisce:

pg 278
$f_0 = 17$

Ciclo	α_i	F_r *[N]*	F_a *[N]*
1	0,2	3500	1500
2	0,3	5000	2500
3	0,4	7500	3500
4	0,1	10000	6000

Si calcolino le durate L_{10} e L_{10h}.

Da catalogo SKF (pag 278) si ricavano:
$C = 12400\ N$; $C_0 = 12700\ N$; $f_0 = 17$;

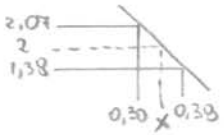
<u>Ciclo 1</u>

Da catalogo (pag. 267):

$$\frac{f_0 F_a}{C_0} = \frac{17 \cdot 1500}{12700} = 2$$

I valori di e e Y sono ottenuti per interpolazione

interpolazione



$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

$$\frac{x - 0{,}30}{(0{,}39 - 0{,}30)} = \frac{2 - 1{,}38}{2{,}07 - 1{,}38} = 0{,}335$$

$e = 0{,}33$

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{1500}{3500} = 0{,}429$$

$$\frac{F_a}{F_r} > e \quad \Rightarrow \quad P = XF_r + YF_a = 0{,}56 \cdot 3500 + 1{,}32 \cdot 1500 = 3940\ N$$

Con $X = 0{,}56$ e $Y = 1{,}32$

$$L_{10_i} = \left(\frac{C}{P}\right)^p = \left(\frac{12400}{3940}\right)^3 = 31{,}17 \cdot 10^6\ cicli$$ con $p = 3$ per cuscinetti a sfere.

Si procede allo stesso modo per gli altri cicli. I risultati ottenuti per sono riassunti in tabella:

Ciclo	α_i	F_r *[N]*	F_a *[N]*	$f_0 F_a/C_0$	F_a/F_r	e	X	Y	P	L_{10i}
1	0,2	3500	1500	2,00	0,429	0,33	0,56	1,34 ~~2,40~~	5555	11,12
2	0,3	5000	2500	3,35	0,500	0,37	0,56	1,18 ~~2,26~~	8438	3,17
3	0,4	7500	3500	4,69	0,467	0,40	0,56	1,08 ~~2,11~~	11598	1,22
4	0,1	10000	6000	8,02	0,600	0,46	0,56	~~1,89~~	16920	0,39

Per calcolare la durata totale si utilizza la formula Miner:

Leggo abaqueti.

$$L_{10_{tot}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{4} \frac{\alpha_i}{L_{10_i}}} = \frac{1}{\left(\frac{0{,}2}{11{,}12} + \frac{0{,}3}{3{,}17} + \frac{0{,}4}{1{,}22} + \frac{0{,}1}{0{,}39}\right)} = 1{,}44 \cdot 10^6 \text{ cicli}$$

$$L_{10h_{tot}} = \frac{10^6}{60\,n} L_{10_{tot}} = \frac{10^6}{60 \cdot 600} \cdot 1{,}44 = 40\ h$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 79 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 81 di 160

Da $\sigma_{c,i}^{m} = A - \frac{B}{l_{m,i}^2} = 2,2 + \frac{7920}{15^2} = 37,4 \, (MPa)$

Allora $\sigma_{R,i}^{m} = -p_s = -33 \, (MPa)$

quindi

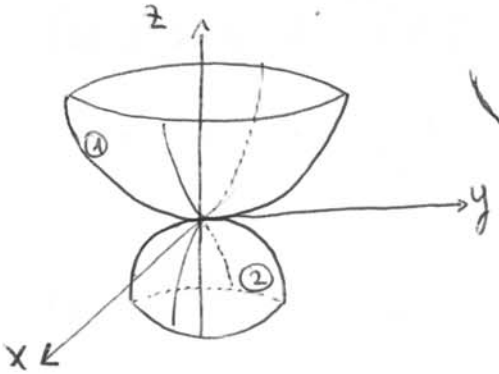
$$\varepsilon_{c,i}^{m} = \frac{37,4 + 0,3\,(+33)}{2 \cdot 10^5} = 2,365 \cdot 10^{-4}$$

Interferenza

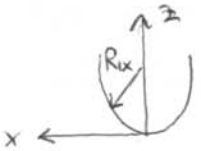
$$i_s = p_s D_c (\delta_a + \delta_m) = 33 \cdot 30 \left(3,5 \cdot 10^{-6} + 7,166 \cdot 10^{-6}\right) = 10,6 \, (\mu m)$$

CONTATTO HERTZIANO (la parte fondamentale è per ricavare la curvatura)

zy individuiamo le curvature principali



$$\alpha_y = \frac{1}{2 R_{1y}}$$



$$\alpha_x = \frac{1}{2 R_{1x}}$$

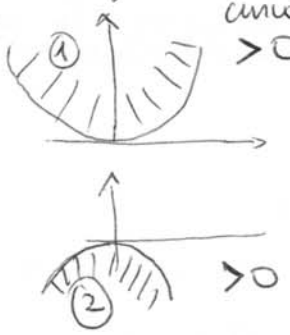
Per il secondo corpo

$$\beta_y = \frac{1}{2 R_{2y}}$$

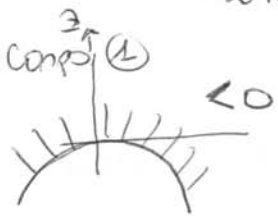
$$\beta_x = \frac{1}{2 R_{2x}}$$

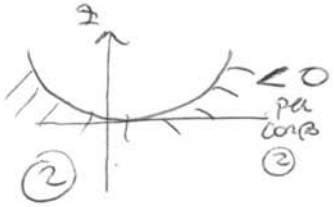
Convenzioni di segno

Lo corpo 1



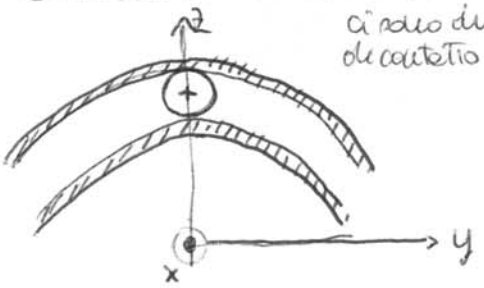
curvatura



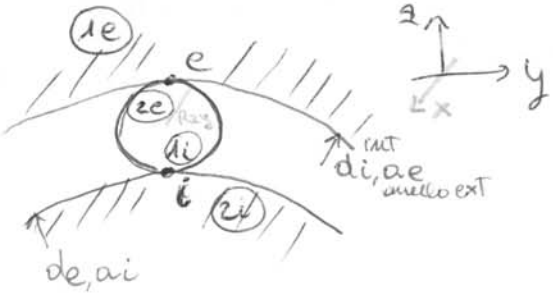


CUSCINETTI A SFERE

ci sono due punti di contatto



PIANO



$$\alpha_{y,i} = \frac{1}{2 R_{1y}} = \frac{1}{d_{s_{int}}} > 0$$

$$\beta_{y,i} = \frac{1}{2 R_{2y}} = \frac{1}{d_{e,ai}} > 0$$

$$\alpha_{y,e} = \frac{1}{2 R_{1y}} = -\frac{1}{d_{i,ae}} < 0$$

$$\beta_{y,e} = \frac{1}{2 R_{2y}} = \frac{1}{d_s} > 0$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 81 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 83 di 160

ESERCIZIO 1

N 310 ECP $\quad E = 210^5 (MPa) \quad L = 21 (mm)$ $\quad p_{max,i} = ? \quad p_{max,e} = ?$ $\quad F/\sigma_{id}^{MAX} = R_{eH}$

$\nu = 0{,}3$

siamo nel caso di contatto di linea perché ho la lunghezza

$$p_{RIF} = \frac{F}{Ld} \qquad \left(\text{cfr. } p_{RIF} = \frac{F}{\frac{\pi d^2}{4}}\right)$$

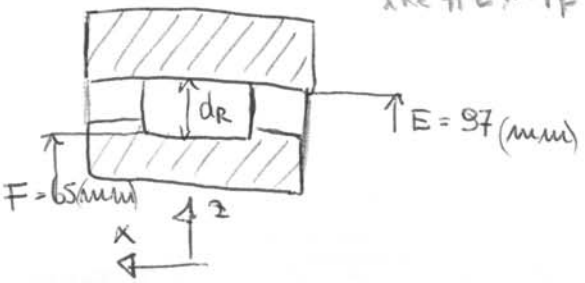
Abbiamo

$R_{p0,2} = 1500 (MPa)$ $\qquad p_{MAX,i} = \frac{R_{eH}}{0{,}6} = 2500 (MPa)$ è del punto interno

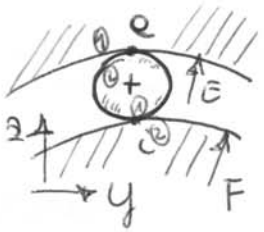
abbiamo che $p_{MAX,i} = \frac{2F}{\pi \cdot L \cdot b_i}$ $\qquad$ ma $b_i = \sqrt{k_i F}$ forza di contatto che è calcolata di cui la p_{MAX}

allora $p_{MAX,i} = \frac{2\sqrt{F}}{\pi L \sqrt{k_i}}$ (1.1) con relazione fornita $\qquad k_i = \frac{2}{\pi L(\alpha_i + \beta_i)}\left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}\right)$

$\approx \frac{2F}{\pi L |F| \sqrt{\frac{k_i}{F}}}$



$$d_R = \frac{97-65}{2} = 16 (mm)$$



Trovati i piani posso riconoscere le curvature (z,y)

$$k_i = \frac{2}{\pi L(\alpha_{yi} + \beta_{yi})}\left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}\right) = \qquad \alpha_{y,i} = \frac{1}{d_R} > 0 \quad \beta_{y,i} = \frac{1}{F} > 0$$

(1.2)

$=$

Trovo F dalla (1.1)

$$F = \frac{p_{MAX,i}^2 \cdot \pi^2 \cdot L^2 \cdot k_i}{4} = \frac{2500^2 \cdot \pi \cdot 21 \cdot (1-0{,}3^2)}{2 \cdot 10^5 \cdot (0{,}0625 + 0{,}0156)} = 24088 (N)$$

mentre

$$b_i = \sqrt{k_i \cdot F} = 0{,}292 (mm)$$

$$b_e = \sqrt{k_e \cdot F} = 0{,}357 (mm)$$

dalla (1.2) metto $\alpha_{ye} + \beta_{ye}$

$$\alpha_{ye} = -\frac{1}{E} < 0$$

$$\beta_{ye} = \frac{1}{d_R} > 0$$

$$p_{MAX,e} = \frac{2F}{\pi \cdot L \cdot b_e}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 83 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 85 di 160

Per caso di carichi a blocchi si utilizza Miner

$$N_{TOT} = \frac{1}{\sum \frac{\alpha_{i,n}}{N_i}}$$

α = rapporto percentuale in cicli cioè in tempo, per questo ho messo un secondo pedice n

trasmuta in milioni di cicli

$$L10_{TOT} = \frac{1}{\sum \frac{\alpha_{i,n}}{L10_{,i}}}$$

$\forall$ singolo blocco di funzionamento

dove $L10_{,i} = a_1 a_{23} \left(\frac{C_i}{P}\right)^p$

se viene richiesto $L10$ $a_1 = 1$ dove affidabilità è posta 90%

a_{23} se non fornito lo pongo $= 1$

$L10,i = 1 \cdot 1 \cdot C^p \cdot P^{-p}$ allora $L10 = \frac{C^p}{\sum \alpha_{i,n} \cdot P_i^p}$

riferito a P_{eq}

$$L10 = a_1 a_{23} \left(\frac{C}{P_{eq}}\right)^p = \frac{C^p}{\sum \alpha_{i,n} \cdot P_i^p} \Rightarrow P_{eq} = \left(\sum_i \alpha_{i,n} \cdot P_i^p\right)^{1/p}$$

le ho uguagliate

con $p = 10/3$

$$\alpha_{i,n} = \frac{\alpha_{i,t} \cdot n_i \cdot 1}{\sum \alpha_{i,t} \cdot n_i \cdot 1}$$

1 → 1 minuto

numero di cicli che si compiono nell'unità di tempo m1

$\sum \alpha_{i,t} \cdot n_i = \bar{n}$ velocità di rotazione media. Allora $\alpha_{i,n} = \frac{\alpha_{i,t} \cdot n_i}{\bar{n}}$

$$\sum \alpha_{i,t} \cdot n_i = \bar{n}$$

$$\bar{n} = \alpha_{i,t} \cdot n_1 + \alpha_{2,t} \cdot n_2 + \alpha_{3,t} \cdot n_3 = 0{,}45 \cdot 2500 + 0{,}4 \cdot 3000 + 0{,}15 \cdot 2000 = 2625 \ \frac{giri}{min}$$

$$\alpha_{i,n} = \frac{0{,}45 \cdot 2500}{2625} = 0{,}43$$

$$\alpha_{2,n} = \frac{0{,}4 \cdot 3000}{2625} = 0{,}46$$

$$\alpha_{3,n} = \frac{0{,}15 \cdot 2000}{2625} = 0{,}11$$

$$P_{eq} = \left(0{,}43 \cdot 20^{10/3} + 0{,}46 \cdot 15^{10/3} + 0{,}11 \cdot 5^{10/3}\right)^{\overbrace{1/10/3}^{3/10}} = 17{,}2 \text{ kN}$$

b) $L10 = \underbrace{a_1}_{\to 1} \underbrace{a_{23}}_{\to 1} \left(\frac{C_i}{P}\right)^p = 30 \Rightarrow C_i = P_{eq} \cdot 30^{3/10} = 47775 \text{ N}$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 85 di 160

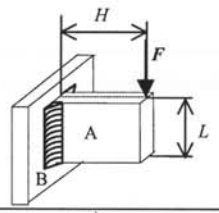
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 87 di 160

01 KBMDL/FJ - Elementi Costruttivi delle Macchine - a.a. 2010/2011
ESERCITAZIONE 7: collegamenti saldati

Esercizi

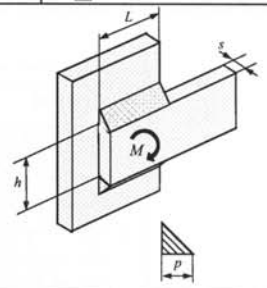
E.1 Si abbia un giunto saldato con due cordoni d'angolo con le seguenti caratteristiche:
piede $p = 12$ mm
spessore $t = 12$ mm
dimensioni piastra A: $H = 300$ mm e $L = 250$ mm, materiale S235.
Verificare il giunto, se una forza $F=50000\ N$ è applicata sulla mezzeria della piastra A.

[$\sigma_{id} = 122$ MPa]



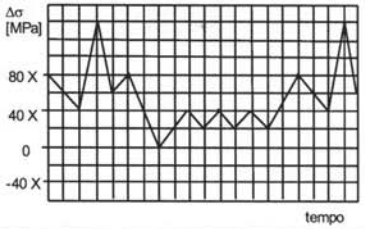
E.2 Una piattabanda alta $h = 100$ mm e spessa $s = 12$ mm viene accostata di piatto ad una parete metallica e saldata ad essa con due cordoni d'angolo, longitudinali e paralleli, aventi piede $p = s$ e lunghezza $L = 80$ mm. Materiale S235. La piattabanda riceve un momento puro M che tende a farla ruotare nel piano di appoggio con la parete. Calcolare il massimo valore di M compatibile con la resistenza statica.

[M = 14109 Nm]



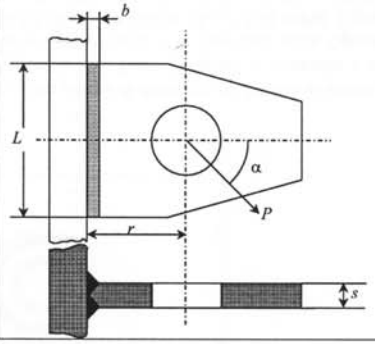
E.3 Un giunto saldato di categoria 63 è sollecitato da cicli di sollecitazione di varia ampiezza secondo il rilievo sperimentale in figura relativo a un periodo ciclico di funzionamento. Sull'asse delle ordinate ogni divisione è pari a 20 MPa. Ricavare i valori delle escursioni $\Delta\sigma$ da considerare per la verifica a fatica del giunto.

[$\Delta\sigma_1 = 140$ MPa n=1,
$\Delta\sigma_2 = 40$ MPa n=1,
$\Delta\sigma_3 = 20$ MPa n=4]



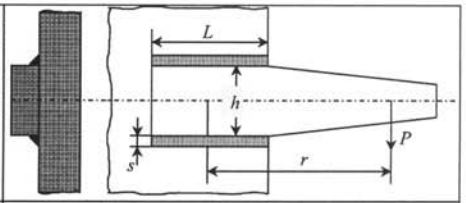
E.4 Una staffa per l'aggancio di un motore al banco di prova è realizzata in acciaio S355. La forza P applicata all'occhiello è inclinata di $\alpha = 45°$ e le dimensioni di interesse sono: $r = 40$ mm, $L = 80$ mm, $b = 5$ mm, $s = 10$ mm. Calcolare il valore massimo della forza a rottura statica nel caso di giunto a T a completa penetrazione.

[$P_{max} \cong 61.43$ kN se $R = R_{p0.2}$
$P_{max} = 88.25$ kN se $R = R_m$]



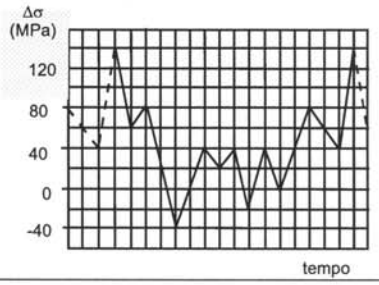
E.5 Una staffa in acciaio S275 è saldata tramite due cordoni d'angolo a un supporto; le dimensioni d'interesse sono: $r = 500$ mm, $h = 180$ mm, $L = 240$ mm, $s = 18$ mm (piede cordone di saldatura). Calcolare la forza verticale massima che il giunto può sopportare staticamente.

[$P_{max} = 253{,}2$ kN]



E.6 Un giunto saldato di categoria 63 è sollecitato da cicli di carico di varia ampiezza secondo il rilievo sperimentale in figura, relativo a un ciclo di funzionamento. Sull'asse delle ordinate ogni divisione è pari a 20 MPa. Calcolare il numero di cicli totale. Si usi un metodo di verifica del tipo *Safe life* con conseguenze del cedimento lievi.

[N_{TOT}= 319520cicli]



© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 87 di 160

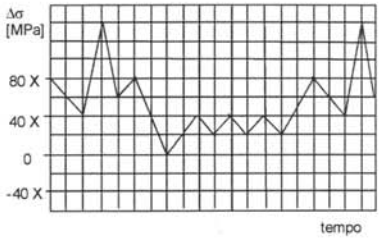
© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 89 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 89 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 91 di 160

E.3

Un giunto saldato di categoria 63 è sollecitato da cicli di sollecitazione di varia ampiezza secondo il rilievo sperimentale in figura relativo a un periodo ciclico di funzionamento. Sull'asse delle ordinate ogni divisione è pari a 20 Mpa. Ricavare i valori delle escursioni $\Delta\sigma$ da considerare per la verifica a fatica del giunto.



Soluzione:

$\Delta\sigma_1 = 140 \quad n = 1$

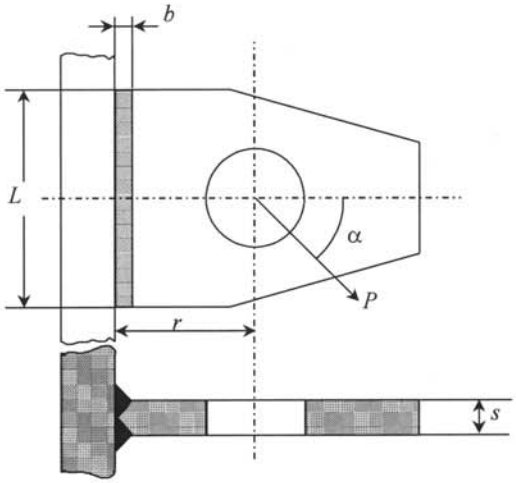
$\Delta\sigma_2 = 40 \quad n = 1$

$\Delta\sigma_3 = 20 \quad n = 4$

E.4

Una staffa per l'aggancio di un motore al banco di prova è realizzata in acciaio S355. La forza P applicata all'occhiello è inclinata di $\alpha = 45°$ e le dimensioni di interesse sono: $r = 40$ mm, $L = 80$ mm, $b = 5$ mm, $s = 10$ mm. Calcolare il valore massimo della forza a rottura statica nel caso di giunto a T a completa penetrazione.

[$P_{max} \cong 61.43$ kN se $R = R_{p0.2}$]



Per la verifica di resistenza si assume $R = R_{p0.2}$ o R_m (in dipendenza dal tipo di applicazione) e $S = 1.5$. La verifica prevede

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma_\perp^{\,2} + \sigma_{//}^{\,2} - \sigma_\perp \sigma_{//} + 3\tau_{//}^{\,2}} \le \frac{R}{S}$$

La forza di carico P applicata all'occhiello ha componenti: $P\cos(\alpha)$ orizzontale e $P\,\mathrm{sen}(\alpha)$ verticale che vengono equilibrate dalle seguenti azioni sviluppate dal cordone di saldatura:

÷: $\quad F_\perp = P\cos(\alpha)$

•: $\quad F_{//} = P\,\mathrm{sen}(\alpha)$

⇑: $\quad M_\perp = P\,\mathrm{sen}(\alpha)\cdot r$

Il giunto è a T a completa penetrazione quindi la sezione resistente è larga $s = 10$ mm (spessore della staffa) e lunga $L = 80$ mm (lunghezza del cordone).

Ribaltando la sezione resistente sL sul supporto si ha:

$$\sigma_\perp = \frac{F_\perp}{sL} = \frac{P\cos(\alpha)}{sL}, \quad \sigma_\perp = \frac{M_\perp}{sL^2/6} = \frac{6\cdot P\,\mathrm{sen}(\alpha)\cdot r}{sL^2}, \quad \tau_{//} = \frac{F_{//}}{sL} = \frac{P\,\mathrm{sen}(\alpha)}{sL}$$

La verifica statica si riscrive come:

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma_\perp^{\,2} + 3\tau_{//}^{\,2}} = P\sqrt{\left(\frac{\cos(\alpha)}{sL} + \frac{6\cdot \mathrm{sen}(\alpha)\cdot r}{sL^2}\right)^2 + 3\left(\frac{\mathrm{sen}(\alpha)}{sL}\right)^2} \le \frac{R}{S}$$

da cui

$$P = \frac{\frac{R}{S}}{\sqrt{\left(\frac{\cos(\alpha)}{sL} + \frac{6\cdot \mathrm{sen}(\alpha)\cdot r}{sL^2}\right)^2 + 3\left(\frac{\mathrm{sen}(\alpha)}{sL}\right)^2}} = \frac{\frac{355}{1.5}}{\sqrt{\left(\frac{\cos(45)}{800} + \frac{6\cdot \mathrm{sen}(45)\cdot 40}{64000}\right)^2 + 3\left(\frac{\mathrm{sen}(45)}{800}\right)^2}} \cong 61.43\ \mathrm{kN}$$

63,96 kN

0,00088 0,00265 0,00088

0,000011902

0,000014225

0,0037

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 91 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 93 di 160

Soluzione:

Applicando il metodo della "vasca da bagno" all'oscillogramma delle tensioni che agisce sul giunto in esame si ricava:

$\Delta\sigma_1 = 180\text{MPa} \qquad n_1 = 1 \qquad \Rightarrow \alpha_1 = 1/6$

$\Delta\sigma_2 = 60\text{MPa} \qquad n_2 = 1 \qquad \Rightarrow \alpha_2 = 1/6$

$\Delta\sigma_3 = 40\text{MPa} \qquad n_3 = 2 \qquad \Rightarrow \alpha_3 = 2/6$

$\Delta\sigma_4 = 20\text{MPa} \qquad n_4 = 2 \qquad \Rightarrow \alpha_4 = 2/6$

Dati:

$\Delta\sigma_C = 63$ MPa per $2\cdot10^6$ cicli;

$$\Delta\sigma_D = \sqrt[3]{\frac{\Delta\sigma_C{}^3 \cdot 2\cdot10^6}{5\cdot10^6}} = 46.4\text{MPa} \text{ per } 5\cdot10^6 \text{ cicli;}$$

$$\Delta\sigma_L = \sqrt[5]{\frac{\Delta\sigma_D{}^5 \cdot 5\cdot10^6}{10^8}} = 25.5\text{MPa} \text{ per } 10^8 \text{ cicli.}$$

VERIFICA SECONDO LA LEGGE DI MINER: $D_d = \sum \frac{\alpha_i N_{tot}}{N^*_{Ri}} \le 1$

Conseguenza del metodo di verifica e del tipo di cedimento $\gamma_{Mf} = 1.15$:

$$\overline{\Delta\sigma_C} = \frac{\Delta\sigma_C}{\gamma_{Mf}} = 54.78MPa$$

$$\overline{\Delta\sigma_D} = \frac{\Delta\sigma_D}{\gamma_{Mf}} = 40.36MPa$$

$$\overline{\Delta\sigma_L} = \frac{\Delta\sigma_L}{\gamma_{Mf}} = 22.17MPa$$

Prendiamo come coefficiente correttivo $\gamma_{Ff} = 1$ quindi le $\Delta\sigma_i$ corrette saranno:

$$\overline{\Delta\sigma_i} = \gamma_{Ff} \times \Delta\sigma_i = \Delta\sigma_i$$

Da cui:

$\overline{\Delta\sigma_1} = 180\text{MPa} > \overline{\Delta\sigma_D} \qquad n_1 = 1 \qquad \Rightarrow \alpha_1 = 1/6$

$\overline{\Delta\sigma_2} = 60\text{MPa} > \overline{\Delta\sigma_D} \qquad n_2 = 1 \qquad \Rightarrow \alpha_2 = 1/6$

$\overline{\Delta\sigma_3} = 40\text{MPa} < \overline{\Delta\sigma_D} \qquad n_3 = 2 \qquad \Rightarrow \alpha_3 = 2/6$

$\overline{\Delta\sigma_4} = 20\text{MPa} < \overline{\Delta\sigma_L} \qquad \Rightarrow N^*_{R_4} = \infty$

Con N^*_{Ri} si intende il numero di cicli che sul diagramma SN corrisponde al $\overline{\Delta\sigma_i}$ in esame.

Per $\Delta\sigma_1$ e $\Delta\sigma_2$ la pendenza da considerare è $m = 3$, mentre per $\Delta\sigma_3$ la pendenza è $m = 5$.

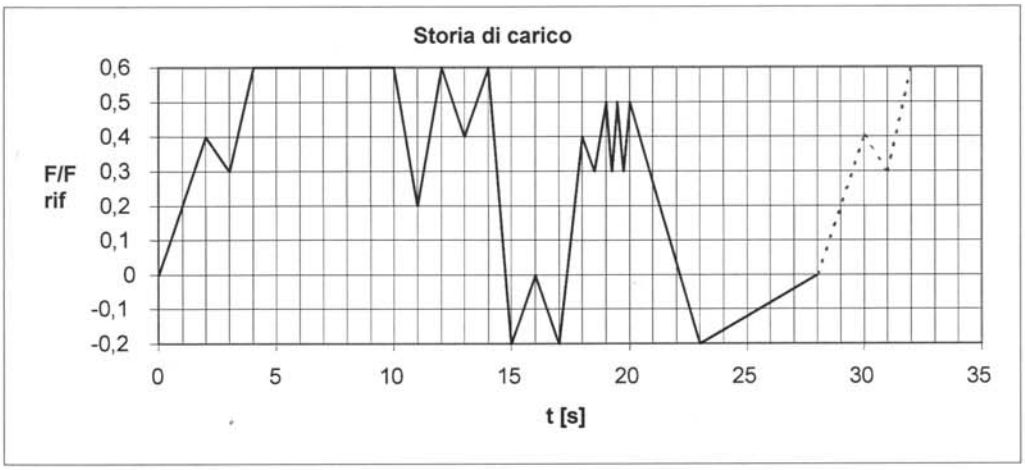
Il numero di cicli a totale compatibile con la resistenza a fatica del giunto risulta quindi:

$$N_{TOT} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{3} \frac{\alpha_i}{N^*_{R_i}}} = \frac{1}{\frac{180^3 + 60^3}{6\cdot54.78^3\cdot2\cdot10^6} + \frac{40^5}{3\cdot40.36^5\cdot5\cdot10^6}} = 319520\text{cicli}$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 93 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 95 di 160

Per il calcolo dello spettro di carico si applica il metodo della vasca da bagno:



Si utilizza un giunto di categoria 80, soggetto a sforzi tangenziali con i seguenti valori caratteristici:

$\Delta\tau_C = 80\text{MPa}$

$$\Delta\tau_L = \sqrt[5]{\frac{\Delta\tau_C{}^5 \cdot 2 \cdot 10^6}{10^8}} = 36.58\text{MPa}$$

Ipotizzando come coefficiente correttivo $\gamma_{Mf} = 1$, si avrà:

$$\overline{\Delta\tau_C} = \frac{\Delta\tau_C}{\gamma_{Mf}} = \Delta\tau_C = 80MPa$$

$$\overline{\Delta\tau_L} = \frac{\Delta\tau_L}{\gamma_{Mf}} = \Delta\tau_L = 36.58MPa$$

Svuotando il bacino dal punto corrispondente al 23° secondo si ottiene lo spettro di carico :

in riferimento ai secondi

Δ(F/Frif) (32;23)	0,8
Δ(F/Frif) (12;11)	0,4
Δ(F/Frif) (14;13)	0,2
Δ(F/Frif) (19;15)	0,7
Δ(F/Frif) (16;17)	0,2
Δ(F/Frif) (18;18.5)	0,1
Δ(F/Frif) (19;19.25)	0,2
Δ(F/Frif) (19.5;19.75)	0,2
Δ(F/Frif) (30;31)	0,1

	ΔF [N]	Ni
F (0.8)	23893,33	1
F (0.4)	11946,67	1
F (0.2)	5973,33	4
F (0.7)	20906,67	1
F (0.1)	2986,67	2

Si ricavano i valori di Δτ:

$$\Delta\tau\left(a \cdot 2\pi\frac{d}{2}\right)\left(\frac{d}{2}\right) = \frac{\Delta F \cdot 2b}{2}$$

	[MPa]
Δτ(0.8)	84,07
Δτ(0.4)	42,04
Δτ(0.2)	21,02
Δτ(0.7)	73,56
Δτ(0.1)	10,51

Ipotizzando come coefficiente correttivo $\gamma_{Ff} = 1$, si avrà $\overline{\Delta\tau_i} = \gamma_{Ff}\Delta\tau_i = \Delta\tau_i$.

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 95 di 160

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 97 di 160

Secondo quanto riportato sull'Eurocodice è necessario verificare che $\Delta\tau \leq \frac{1,5 f_y}{\sqrt{3}}$ per ogni livello di carico, dove f_y è la tensione di snervamento del materiale.

$$\frac{1,5 f_y}{\sqrt{3}} = 303,1\,\text{MPa};$$

Si osserva quindi che ad ogni livello di carico la variazione di tensione $\Delta\tau$ è al di sotto del limite stabilito dall'Eurocodice.

Miner:

$$\overline{\Delta\tau_1} = 84.07\text{MPa} > \overline{\Delta\tau_{L^*}} \qquad n_1 = 1 \qquad \Rightarrow \alpha_1 = 1/9$$
$$\overline{\Delta\tau_2} = 42.04\text{MPa} > \overline{\Delta\tau_L} \qquad n_2 = 1 \qquad \Rightarrow \alpha_2 = 1/9$$
$$\overline{\Delta\tau_3} = 21.02\text{MPa} < \overline{\Delta\tau_L} \qquad n_3 = 4 \qquad \Rightarrow N^*_{R_3} = \infty$$
$$\overline{\Delta\tau_4} = 73.56\text{MPa} > \overline{\Delta\tau_L} \qquad n_3 = 1 \qquad \Rightarrow \alpha_2 = 1/9$$
$$\overline{\Delta\tau_3} = 10.51\text{MPa} < \overline{\Delta\tau_L} \qquad n_3 = 2 \qquad \Rightarrow N^*_{R_5} = \infty$$

Da cui:

$$N_{R_i} = \frac{\overline{\Delta\tau_C^5}}{\overline{\Delta\tau_i^5}} \cdot 2 \cdot 10^6, \quad i = 1,2,4\,.$$

Il numero totale di cicli risulta quindi:

$$N_{TOT} = \frac{1}{\frac{\alpha_1}{N^*_{R1}} + \frac{\alpha_2}{N^*_{R2}} + \frac{\alpha_4}{N^*_{R4}}} = \frac{\overline{\Delta\tau_C^5} \cdot 2 \cdot 10^6}{\alpha_1 \cdot \overline{\Delta\tau_1^5} + \alpha_2 \cdot \overline{\Delta\tau_2^5} + \alpha_4 \cdot \overline{\Delta\tau_4^5}} = 9095618 cicli$$

Dalla storia di carico si ricavano:

- $N_{random} = 9 \frac{\text{cicli}}{\text{sequenza}}$, ossia il numero di cicli compiuti in una singola sequenza casuale;
- $T_{sequenza} = 32 - 4 = 28 \frac{\text{s}}{\text{sequenza}}$, ossia la durata della singola sequenza casuale.

Da cui:

$$N_{sequenza} = \frac{N_{TOT}}{N_{random}} = 1010624 \text{ sequenze},$$

e

$$L_{h,TOT} = \frac{N_{sequenza} \cdot T_{sequenza}}{3600} = 7860h$$

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 97 di 160