NUMERO : 170

DATA : 03/10/2011

A P P U N T I

STUDENTE : Mesaglio

MATERIA : Termofluodinamica
Prof. Chiocchia

TERMOFLUIDODINAMICA (SCHEMA)

TRASPORTO MOLECOLARE

- DIFFUSIONE QUANTITÀ DI MOTO

$$\boxed{\tau = \mu \frac{\partial U}{\partial z}}$$

QUANTITÀ DI MOTO × UT. DI MASSA

VISCOSITÀ $[\mu] = Pa \cdot s = 10P$

$\mu = \mu(T)$ → LIQUIDI $\mu = A e^{-T/B}$

→ GAS (SUTHERLAND) $\mu = S \frac{T^{3/2}}{T + \chi}$

ν = VISCOSITÀ CINEMATICA $\doteq \frac{\mu}{\rho}$ → $\boxed{\tau = \nu \frac{\partial (\rho U)}{\partial z}}$ QUANTITÀ DI MOTO × UT. DI VOLUME

$[\nu] = m^2/s = 10^4 St.$

- DIFFUSIONE CALORE (LEGGE FOURIER) $\boxed{\dot{q} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial z}}$. $[\dot{q}] = \frac{W}{m^2}$

C_s = CALORE SPECIFICO × UNITÀ DI MASSA $\doteq \frac{dq}{dT}$ → $K \doteq \frac{\lambda}{C_s \cdot \rho}$ $\doteq$ DIFFUSIVITÀ TERMICA

$[C_s] = \frac{J}{Kg \cdot K}$

$[K] = m^2/s$

$$\boxed{\dot{q} = -K \frac{\partial (\rho C_s T)}{\partial z}}$$

ENERGIA TERMICA × UNITÀ DI VOLUME.

NOTA per i gas $C_s = C_p$ — ARIA A $T \sim 15°$ $C_p = 0{,}24\ Cal/(Kg \cdot K)$

Pr = N° DI PRANDL $= \frac{\nu}{K}$

- DIFFUSIONE SPECIE CHIMICA (LEGGE FICK) $\boxed{\dot{q}_s = -K_s \frac{\partial \rho_s}{\partial z}}$

$[\dot{q}_s] = \frac{Kg}{m^2 \cdot s}$ = FLUSSO DI SPECIE CHIMICA

ρ_s = CONCENTRAZIONE NEL CAMPO DI MOTO

K_s = COEFF. DI DIFFUSIONE $[K_s] = m^2/s$.

Sc = N° DI SCHMIDT $= \frac{\nu}{K_s}$

TRASFORMAZIONI TERMODINAMICHE e I PRINCIPIO

- ISOCORA → $\rho = \text{cost}$ $\quad \frac{dp}{p} = \frac{dT}{T}$
- ISOBARA → $p = \text{cost}$ $\quad \frac{d\rho}{\rho} = -\frac{dT}{T}$
- ISOTERMA → $T = \text{cost}$ $\quad \frac{dp}{p} = \frac{d\rho}{\rho}$

NOTA $\quad dv = d\left(\frac{1}{\rho}\right) = -\frac{d\rho}{\rho^2}$

I PRINCIPIO

$$\boxed{de = \delta L + \delta Q = \delta Q - \delta L^*}$$

LAVORO ESTERNO — CALORE ASSORBITO — LAVORO COMPIUTO DAL GAS.

→ è un diff. esatto ⇒ SCELGO UNA TRASF. REVERSIBILE TALE CHE

$$\delta Q_{rev} = T\,dS \quad \& \quad \delta L^* = p\,dV$$

$$\Rightarrow \boxed{de = T\,dS - p\,dv} \leftarrow \text{SOLO FUNZ. DI STATO.}$$

$dS = 0$ → ISOENTROPICA : $de = -p\,dv \Leftrightarrow c_v\,dT = p\frac{d\rho}{\rho^2}$

$$\Leftrightarrow c_v\,dT = \frac{p}{\rho}\frac{d\rho}{\rho} \to \frac{dT}{T} = \frac{R^*}{c_v}\frac{d\rho}{\rho}$$

$\frac{p}{\rho} = R^*T$

$\frac{c_p}{c_v} = \gamma$, $c_p - c_v = R^*$ → $\frac{dT}{T} = \frac{c_p - c_v}{c_v}\frac{d\rho}{\rho} = (\gamma - 1)\frac{d\rho}{\rho}$

1) $\boxed{\frac{dT}{T} = (\gamma-1)\frac{d\rho}{\rho}}$

2) $\frac{dp}{p} = \frac{dT}{T} + \frac{d\rho}{\rho} \Rightarrow \frac{dp}{p} = (\gamma-1)\frac{d\rho}{\rho} + \frac{d\rho}{\rho} \to \boxed{\frac{dp}{p} = \gamma\frac{d\rho}{\rho}}$

3) $\frac{dp}{p} = \gamma\left(\frac{1}{\gamma-1}\right)\frac{dT}{T} \Rightarrow \boxed{\frac{dp}{p} = \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{dT}{T}}$

POLITROPICA : $\delta Q = c\,dT = de + p\,dv = c_v\,dT - R^*T\frac{d\rho}{\rho}$

$$\Rightarrow c\,dT - c_v\,dT = -R^*T\frac{d\rho}{\rho} \leftrightarrow (c - c_v)\frac{dT}{T} = -(c_p - c_v)\frac{d\rho}{\rho}$$

$$\to \frac{dT}{T} = -\frac{c_p - c_v}{c - c_v}\frac{d\rho}{\rho} \overset{!}{=} (n-1)\frac{d\rho}{\rho}$$

DEFINENDO $n = \frac{c - c_p}{c - c_v}$

n = coeff. POLITROPICA.

	n	c
ISOBARA	0	c_p
ISOTERMA	1	∞
ISENTROPICA	γ	0
ISOCORA	∞	c_v

FUNZIONE ENTROPIA $\longrightarrow \oint \frac{\delta Q_{rev}}{T} = 0 \longrightarrow \int_A^B \left(\frac{\delta Q_{rev}}{T}\right)_{S1} \doteq \int_A^B \left(\frac{\delta Q_{rev}}{T}\right)_{S2}$

$\boxed{dS \doteq \frac{\delta Q_{rev}}{T}}$ — INTEGRANDO — $S_B - S_A = \int_A^B \left(\frac{\delta Q_{rev}}{T}\right)_\gamma \longrightarrow$ NON DIPENDE DA γ

— S È VARIABILE DI STATO $\longrightarrow \oint \left(\frac{\delta Q_{rev}}{T}\right) = \oint dS = 0$

$\hookrightarrow$ IL SALTO ENTROPICO VIENE VALUTATO SEMPRE SU UNA TRASF. REVERSIBILE

PRESENZA DI IRREVERSIBILITÀ: $\eta = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} < \frac{T_2 - T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} > \frac{T_2}{T_1}$

$\rightarrow \frac{Q_2}{T_2} < \frac{Q_1}{T_1} \rightarrow \frac{Q_2}{T_2} - \frac{Q_1}{T_1} < 0 \Rightarrow \boxed{\oint \frac{\delta Q_{irr}}{T} < 0}$ ← DISUGUAGLIANZA DI CLAUSIUS x CICLO DI CARNOT IRREVERSIBILE.

- Se S_1 è IRREV. e S_2 è REV: $\int_A^B \left(\frac{\delta Q_{irr}}{T}\right)_{S1} + \int_B^A \left(\frac{\delta Q_{rev}}{T}\right)_{S2} < 0$

$\hookrightarrow \int_A^B \left(\frac{\delta Q_{irr}}{T}\right)_{S1} < \int_A^B \left(\frac{\delta Q_{rev}}{T}\right)_{S2} = S(B) - S(A)$

$\rightarrow$ SCAMBIARE δQ IN MODO IRREVERSIBILE, PRODUCE UN ΔS MAGGIORE RISP. ALLO SCAMBIO REVERSIBILE.

IN UN SISTEMA ISOLATO*: $S(B) - S(A) > \int_A^B \left(\frac{\delta Q_{irr}}{T}\right) = 0 \longrightarrow S(B) > S(A)$

$\hookrightarrow$ PRINCIPIO AUMENTO ENTROPIA.

$\boxed{dS > 0}$

*si intende esternamente adiabatico, ma tale x cui avvengono evoluzioni interne $\longrightarrow$ REV. $\rightarrow dS = 0$

$\searrow$ IRREV $\longrightarrow dS > 0$

$\boxed{\text{ENTALPIA}}$

$h \doteq e + pv$ — x GAS. PERFETTO $h \doteq c_p T$

$dh = de + pdv + vdp = \delta Q - \cancel{\delta L^*} + \cancel{\delta L^*} + vdp = \delta Q + vdp$

$\hookrightarrow \boxed{dh = \delta Q - \delta L}$ ← LAVORO TECNICO $\boxed{\delta L = -vdp}$

← I PRINCIPIO

$\Rightarrow \boxed{dh = TdS - vdp}$ ← SOLO FUNZ. DI STATO.

c = VELOCITÀ DEL SUONO $\simeq \sqrt{\frac{\Delta p}{\Delta \rho}} = \sqrt{\frac{1}{\beta \rho}} \Rightarrow \beta = \frac{1}{\rho c^2}$

— NEI GAS ⟶ L'EVOLUZIONE TERMODINAM. CHE SI ACCOMPAGNA ALLA PROPAGAZ. DI ONDE SONORE È ISOENTROPICA (NON ISOTERMA).

$$\frac{\Delta p}{p} = \gamma \frac{\Delta \rho}{\rho} \rightarrow \beta = \frac{\Delta \rho / \rho}{\Delta p} = \frac{1}{\gamma p}$$

PER CUI $\quad c^2 = \frac{1}{\beta \rho} = \gamma \frac{p}{\rho} = \gamma R^* T \rightarrow c \simeq 20\sqrt{T}$

NOTA: EFFETTO DI COMPRESSIBILITÀ DOVUTO ALL'IMPATTO DI UNA CORRENTE.

$$\Delta p \propto \rho U^2 \longrightarrow \beta = \frac{\Delta \rho / \rho}{\Delta p} \propto \frac{\Delta \rho}{\rho^2 U^2} \rightarrow c^2 = \frac{1}{\beta \rho} \propto \frac{\rho^2 U^2}{\rho \Delta \rho} = \frac{\rho}{\Delta \rho} U^2$$

PER CUI SI HA CHE $\frac{\Delta \rho}{\rho} \propto \frac{U^2}{c^2} = M^2$

- DILATAZIONE TERMICA = VARIAZIONE DI DENSITÀ DOVUTA ALLA TEMPERATURA

  — X SOLIDI E LIQUIDI : α = coef dilat. termica $= -\frac{\Delta \rho / \rho}{\Delta T} = \frac{\Delta V / V}{\Delta T}$ $[K^{-1}]$

  — NEI GAS ⟶ L'EVOLUZIONE TERMODINAMICA DIPENDE DALLA TRASFORMAZIONE; LA PIÙ COMUNE È QUELLA ISOBARA.

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = -\frac{\Delta T}{T} \rightarrow \alpha = \frac{1}{T}$$

• ISOENTROPICHE:

$$\varphi = \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_D}{V_A}\right)^{\gamma} = \left(\frac{V_C}{V_B}\right)^{\gamma} \Rightarrow V_A \cdot V_C = V_B \cdot V_D$$

• ISOBARE

$$p = cost \Rightarrow \frac{T}{V} = cost \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{T_A}{V_A} = \dfrac{T_D}{V_D} \\ \dfrac{T_B}{V_B} = \dfrac{T_C}{V_C} \end{cases} \rightarrow \frac{T_A \cdot T_C}{\cancel{V_A \cdot V_C}} = \frac{T_B \cdot T_D}{\cancel{V_B \cdot V_D}} \rightarrow T_A T_C = T_B \cdot T_D$$

$$\downarrow$$

$$\frac{T_A}{T_B} = \frac{T_D}{T_C} \quad (*)$$

da cui
$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_B}\left(\frac{\cancel{1 - T_D/T_C}}{\cancel{1 - T_A/T_B}}\right)^{(*)} = 1 - \frac{T_C}{T_B} \overset{(*)}{=} 1 - \frac{T_D}{T_A}$$

esprimendolo in funzione di φ: ISOENTROPICHE $pV^{\gamma} = cost \Rightarrow p\left(\frac{T}{p}\right)^{\gamma} = cost$

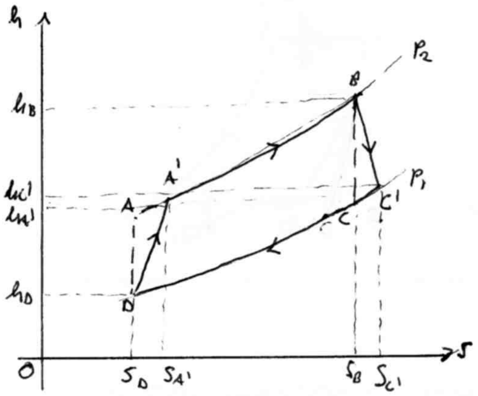
$$\Rightarrow \frac{T^{\gamma}}{p^{\gamma-1}} = cost \Rightarrow \frac{T}{p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = cost \Rightarrow \frac{T_B}{p_2^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = \frac{T_C}{p_1^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \Leftrightarrow \frac{T_C}{T_B} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$= \left(\frac{1}{\varphi}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \frac{1}{\varphi^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$ DA CUI $$\boxed{\eta = 1 - \frac{1}{\varphi^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = \frac{h_B - h_A - (h_C - h_D)}{h_B - h_A}}$$

CALCOLO RENDIMENTO REALE

Def: RENDIMENTO ISOENTROPICO

- → TURBINA: $\eta_T = \frac{l_T}{l_{T,id}} = \frac{h_B - h_{C'}}{h_B - h_C} < 1$
- → COMPRESSORE $= \eta_C = \frac{l_C}{l_{C,id}} = \frac{h_A - h_D}{h_{A'} - h_D} < 1$



$$\eta' = \frac{(h_B - h_{A'}) - (h_{C'} - h_D)}{h_B - h_{A'}}$$

$$= \frac{(h_B - h_{C'}) - (h_{A'} - h_D)}{h_B - h_{A'}} = \frac{l_T - l_C}{q_2} = \frac{\eta_T\, l_{T,id} - \eta_C\, l_{C,id}}{h_B - h_A + h_A - h_D - \frac{(h_{A'} - h_D)(h_A - h_D)}{(h_A - h_D)}}$$

$$= \frac{\eta_T (h_B - h_C) - \eta_C (h_A - h_D)}{(h_B - h_A) + \left(1 - \frac{1}{\eta_C}\right)(h_A - h_D)} < \eta$$

η'_G = RENDIMENTO GLOBALE $= \eta' \eta_B$ ← RENDIMENTO BRUCIATORE.

Sapendo che:

$$\begin{cases} h_G = h_{A'} + \mu_{R16}\,(h_{C'} - h_{A'}) = (h_A - h_D)\dfrac{1}{\mu_C} + h_D + \mu_{R16}\,(h_{C'} - h_{A'}) \\ h_{C'} - h_{A'} = -(h_{A'} - h_D + h_D - h_B + h_B - h_{C'}) = -\left(\mu_C\,(h_A - h_D) + h_D - h_B + \mu_T\,(h_B - h_C)\right) \end{cases}$$

si ottiene:

$$\eta'_G = \left(1 - \frac{\frac{1}{\mu_C}(h_A - h_D) - (1 + \mu_{R16})\left[\mu_C\,(h_A - h_D) + \mu_T\,(h_B - h_C) + h_D - h_B\right]}{h_B - \left[\frac{1}{\mu_C}(h_A - h_D) + h_D - \mu_{R16}\left(\mu_C\,(h_A - h_D) + \mu_T\,(h_B - h_C) + h_D - h_B\right)\right]}\right)\eta_B .$$

- $l_{T,ID} = h_B - h_C = 283 \ kJ/kg$ ← LAVORO IDEALE TURBINA.

$l_T = h_B - h_{C'} = \eta_T \cdot (h_B - h_C) = 263 \ kJ/kg$ ← LAVORO REALE TURBINA

A') $h_{A'} = h_D + \frac{1}{\eta_C}(h_A - h_D) = 408 \ kJ/kg$ → $T_{A'} = \frac{h_{A'}}{c_p} = 408 K$

C') $h_{C'} = h_B - \eta_T (h_B - h_C) = 787 \ kJ/kg$ → $T_{C'} = \frac{h_{C'}}{c_p} = 787 K$.

- q_2
  - IDEALE $= h_B - h_A = 1050 - 394 = 656 \ kJ/kg$
  - REALE $= h_B - h_{A'} = 1050 - 408 = 642 \ kJ/kg$.

- q_1
  - IDEALE $= h_C - h_D = 767 - 288 = 479 \ kJ/kg$.
  - REALE $= h_{C'} - h_D \quad 787 - 288 = 499 \ kJ/kg$

- $\eta_{ID} = \frac{l_{T_{ID}} - l_{C_{ID}}}{q_{2_{ID}}} = \frac{q_2 - q_1}{q_2} = 0{,}269$ ⟸ $\left(\text{ANALOG. } 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}\right)$

- $\eta_{RE} = \frac{l_T - l_C}{q_{2_{RE}}} = 0{,}223$

- $\eta_{TOT} = \eta_{RE} \cdot \eta_B = 0{,}205$

NON DOVREBBE ESSERE $(\dot{M} + \dot{M}_B)$

- PORTATA D'ARIA: $W_{TURBINA} = \dot{M} l_T \rightarrow \dot{M} = \frac{W}{l_T} = 57 \ kg/s$

- PORTATA COMBUSTIBILE: $\dot{M}_B \, H_i \, \eta_B = (h_B - h_A)(\dot{M} + \dot{M}_B)$ (BILANCIO POTENZA)

$\hookrightarrow \dot{M}_B = \frac{(h_B - h_A) \ \dot{M}}{\eta_B H_i - (h_B - h_A)} = 0{,}97 \ kg/s$.

- DOSATURA $\alpha = \frac{\dot{M}_C}{\dot{M}} = 0{,}017$

RIGENERAZIONE (IDEALE) $\varepsilon = 100\%$.

- $\eta_{ID} = 1 - \frac{T_D}{T_B} \beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 0{,}625$

RIGENERAZIONE (REALE)

$\varepsilon_{RR} = 0{,}8 \rightarrow \eta_{RE} = 1 - \frac{h_{A'} - h_D + (1-\varepsilon_r)(h_{C'} - h_{A'})}{h_B - h_E}$

$= 1 - \frac{T_{A'} - T_D + T_{C'} - T_E}{T_B - T_E} = 0{,}423$

- **CICLO A OTTO**

$$M + M_C = \eta_v \rho_M V \rightarrow M_C = \frac{\eta_v \rho_M V}{1+\alpha^*}$$

η_v = RENDIMENTO VOLUMETRICO
ρ_M = DENSITÀ MISCELA.

$$\Rightarrow p_{mi} = \frac{\mathcal{L}^*}{V} = \frac{\eta M_C H_i}{V} = \eta \eta_v \frac{\rho_M H_i}{1+\alpha^*}$$

- **CICLO A DIESEL**

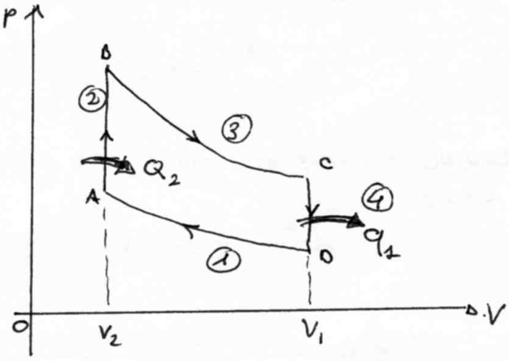
$$M = \eta_v \rho V \longrightarrow M_C = \frac{\eta_v \rho V}{\alpha^*}$$

ρ = DENSITÀ ARIA.
(il combustibile viene iniettato dopo)

$$\Rightarrow p_{mi} = \frac{\mathcal{L}^*}{V} = \frac{\eta M_C H_i}{V} = \eta \eta_v \frac{\rho H_i}{\alpha^*}$$

CALCOLO RENDIMENTO TERMODINAMICO (IDEALE)

- **CICLO A OTTO**



① ≡ D–A = COMPRESSIONE ISOENTROPICA
② ≡ A–B = ISOCORA (COMBUST. IDEALE)
③ ≡ B–C = ESPANSIONE ISOENTROPICA
④ ≡ C–D = ISOCORA (ESPULSIONE GAS)

c_v = ASSUNTO COSTANTE DURANTE IL CICLO

ρ = RAPPORTO COMPRESSIONE VOLUMETRICO $= \frac{V_1}{V_2}$

$$\eta = \frac{l}{q_2} = \frac{q_2 - q_1}{q_2} = 1 - \frac{q_1}{q_2}$$

ISOCORA ②: $q_2 = c_v (T_B - T_A)$, $\frac{p_B}{p_A} = \frac{T_B}{T_A}$

ISOCORA ④: $q_1 = c_v (T_C - T_D)$, $\frac{p_C}{p_D} = \frac{T_C}{T_D}$

$$\rightarrow \eta = 1 - \frac{\cancel{c_v}(T_C - T_D)}{\cancel{c_v}(T_B - T_A)} = 1 - \frac{T_C}{T_B}\left(\frac{1 - \frac{T_D}{T_C}}{1 - \frac{T_A}{T_B}}\right)$$

ISOENTROPICA ①: $\frac{p_A}{p_D} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma = \rho^\gamma \Rightarrow \frac{T_A}{T_D} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \rho^{\gamma-1}$

ISOENTROPICA ③: $\frac{p_B}{p_C} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma = \rho^\gamma \Rightarrow \frac{T_B}{T_C} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \rho^{\gamma-1}$

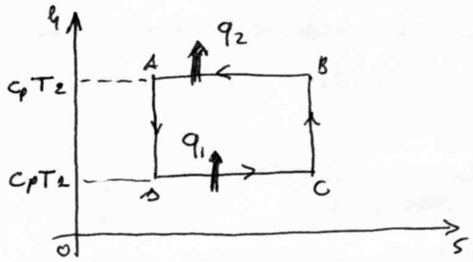
$$\rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{T_D}{T_C}$$

$$\Rightarrow \boxed{\eta = 1 - \frac{T_C}{T_B} = 1 - \frac{1}{\rho^{\gamma-1}}}$$

NOTA: $\gamma = 1,33$ (GAS POLIATOMICI)
$T_A < 370°C$ (420°C = AUTOACC.)
se $T_D = 288 K \rightarrow \rho \simeq 10$

CICLI INVERSI

• UN CICLO INVERSO ASSORBE LAVORO × TRASFERIRE CALORE DA UN CORPO A TEMPERATURA + BASSA AD UNO A T + ALTA.



1) POMPE DI CALORE:

FINALITÀ = RISCALDARE ULTERIORMENTE L'AMBIENTE A T_2

ε_t = FATTORE DI MOLTIPLICAZIONE TERMICA $= \frac{q_2}{L} = \frac{q_2}{q_2-q_1}$

2) MACCHINA FRIGORIFERA

FINALITÀ = SOTTRARRE ULTERIORMENTE CALORE ALL'AMBIENTE T_1

$\varepsilon_f = \frac{q_1}{L} = \frac{q_1}{q_2-q_1}$ = FATTORE DI EFFETTO FRIGORIFERO

$\varepsilon_t, \varepsilon_f \in [1, +\infty)$

1)+2) $\underbrace{\varepsilon_f+\varepsilon_t = \frac{q_1+q_2}{L}}_{\text{EFFETTO COMBINATO.}}$

NOTA per macchine di Carnot:

$$\varepsilon_t = \frac{T_2}{T_2-T_1}, \quad \varepsilon_f = \frac{T_1}{T_2-T_1}$$

PUNTO ①: → MOLLIER → $\begin{cases} h_1 = 3456 \text{ kJ/kg} \\ v_1 = 0{,}113 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases}$

PUNTO ②: → MOLLIER → $\begin{cases} h_2 = 2368 \text{ kJ/kg} \\ T_2 = 32°C \\ v_2 = 25 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases}$

→ $\Delta h_{TURBINA} = h_1 - h_2 = 1088 \text{ kJ/kg}$

↓

SE TURBINA FOSSE IDEALE (SEGMENTO VERTICALE)

$h_2' = 2208 \text{ kJ/kg}$; $x_2' = 0{,}854$

$\Delta h_{ISENTROP} = h_1 - h_2' = 1248 \text{ kJ/kg}$

$$\eta_t = \frac{\Delta h_T}{(\Delta h_T)_{isen}} = \frac{1088}{1248} = 0{,}871$$

NOTA se l'espansione fosse perfettamente isentropica $x_2' < x_2$ ⇒ avrei goccioline di H_2O nella turbina ⇒ il calore di irreversibilità mantiene alto il titolo x_2, ma si diminuisce η_t.

$$\dot{M}_v = \frac{W}{(\Delta h)_t} = \frac{10^5 \,[\text{kJ/s}]}{1088 \,[\text{kJ/kg}]} = 91{,}9 \text{ kg/s}.$$

NEL CONDENSATORE:

PUNTO ③: → $T_3 = 32°C$, $c = 4186 \text{ kJ/kg K}$ ⇒ $h_3 = cT_3 = 134 \text{ kJ/kg}$.

↓

$(\Delta h)_k = h_2 - h_3 = 2234 \text{ kJ/kg}$.

BILANCIO TERMICO: $\dot{M}_v (\Delta h_k) = c (T_u - T_i) \dot{M}_a$ ⇒ $\dot{M}_a = 4093 \text{ kg/s}$

NOTA: se $\dot{M}_{H_2O}$ non è sufficiente ⇒ è necessario aumentare p_1 ⇒ aumenta h_1 ⇒ aumenta $(\Delta h)_t$ ⇒ stessa potenza ma con $\dot{M}_v$ minore ⇒ $\dot{M}_a$ minore.

NELLE POMPE:

$\Delta p = 30 - 0{,}05 = 29{,}95 \text{ bar} = 29{,}95 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

$W_p = \dot{V}_a \Delta p = v_{H_2O} \dot{M}_v \Delta p = \frac{1}{1000} \cdot 91{,}9 \cdot 29{,}95 \cdot 10^5 = 275 \text{ kW}$ ← MOLTO MINORE DI W_t

PUNTO ④ → $h_4 - h_3 = v_{H_2O} \Delta p$ ⇒ $h_4 = h_3 + v_{H_2O} \Delta p = 13{,}4 + 3 = 137 \text{ kJ/kg}$.

NELLA CALDAIA

$(\Delta h)_B = h_1 - h_4 = 3456 - 137 = 3319 \text{ kJ/kg}$

BILANCIO: $\eta_B \dot{M}_c H_i = \dot{M}_v (\Delta h)_c$ ⇒ $\dot{M}_c = \frac{\dot{M}_v (\Delta h)_c}{\eta_B H_i} = 7{,}93 \text{ kg/s}$.

NOTA: la valvola di trafilamento viene sostituita dal motore idraulico × maggior semplicità meccanica, dato il poco lavoro ricavabile dal fluido.

la valvola è ISOENTALPICA perché

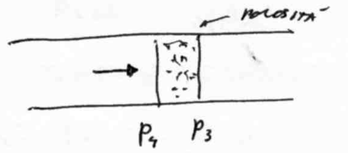
$dQ=0$ (isolamento), $v\,dp=0 \Rightarrow dh=0 \Rightarrow \underline{h=\text{cost}}$

⇓

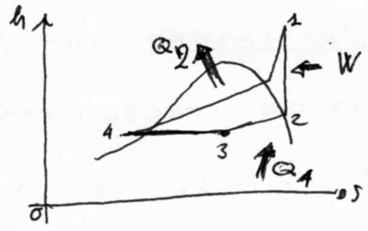
SEGMENTO ORIZZONTALE (4-3)

↳ 3 è dentro la campana.

⇒ allontanamento 3-2 ⇒ nuovo calore asportato dall'ambiente esterno. ⇒ ε + alto.



$P_4 > P_3$



$T_4 < T_3 = T_2$

↑ + FREDDA DELL'AMBIENTE DA REFRIGERARE

$T_1 > T_2$

↑ + CALDA DELLA TEMPERATURA AMBIENTE.

... PER UNITÀ DI MASSA:

$$\boxed{c_p = \frac{C_p}{m}} \; ; \quad \boxed{c_v = \frac{C_v}{m}} \; ; \quad \boxed{R^* = \frac{R}{m}}$$

$\left[\frac{J}{kg \cdot K}\right]$ $\left[\frac{J}{kg \cdot K}\right]$ $\left[\frac{J}{kg \cdot K}\right]$

COME PER m,

$$C_p = \sum C_{pi} x_i$$
$$C_v = \sum C_{vi} x_i$$

- CONCENTRAZIONE PONDERALE. $\boxed{c_i = \frac{M_i}{M}} \Longrightarrow \sum c_i = 1$

→ ESPRESSE IN P.P.M (PARTI × MILIONE)

$$p_i V = N_i R T$$

$$\sum p_i V = \sum \frac{M_i}{m_i} R T = \underbrace{\sum M_i R_i^* T}_{= M R^*}$$

$$R^* = \sum \frac{M_i}{M} R_i^* = \sum c_i R_i^*$$

CONVERSIONI

- $x_i \longrightarrow c_i$

$$x_i = \frac{N_i}{N} = \frac{M_i / m_i}{M / m} = c_i \frac{m}{m_i}$$

- $c_i \longrightarrow x_i$

$$c_i = \frac{M_i}{M} = \frac{N_i \cdot m_i}{N \cdot m} = x_i \frac{m_i}{m}$$

L'ARIA UMIDA

Def. TENSIONE DI VAPORE: PRESSIONE PARZIALE DI VAPORE NELL'ARIA UMIDA.

Def: UMIDITÀ: CONCENTRAZIONE DI VAPORE NELL'ARIA UMIDA.

1) CONCENTRAZIONE ASSOLUTA (UMIDITÀ ASSOLUTA) $\boxed{\rho_{vap} \doteq \frac{M_v}{V}}$

2) CONCENTRAZIONE PONDERALE (UMIDITÀ SPECIFICA) $\boxed{c_{vap} \doteq \frac{M_v}{M_{au}}}$ ← MASSA TOTALE ARIA UMIDA

3) TITOLO DELL'ARIA UMIDA $\boxed{x = \frac{M_v}{M_{as}} = \frac{M_v}{M - M_v}}$ ← MASSA ARIA SECCA PRESENTE.

$\longrightarrow c_{vap} = \frac{x}{1+x}$

4) UMIDITÀ RELATIVA $\boxed{\varphi = \frac{M_v}{M_{sat}} = \frac{\rho_{vap}}{\rho_{sat}}}$

M_{sat} = MASSA VAPORE CHE RENDEREBBE SATURO IL VOLUME V

- IL CALORE DI EVAPORAZIONE r È COSTITUITO DA 2 CONTRIBUTI:
  1) ESPANSIONE LIQUIDO DA v_l A v_s
  2) EVAPORAZIONE LIQUIDO (VINCERE ATTRAZIONI MOLECOLARI)

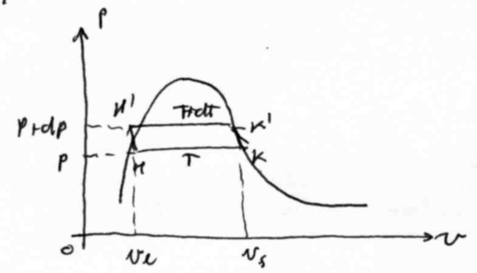
↳ $\boxed{r = r_d + (v_s - v_l)p}$

E DIPENDE DALLA TEMPERATURA ($\overline{HK}$ SI RIDUCE ALL'AUMENTARE DI T)

⇓

EQUAZIONE DI CLAPEYRON: $\boxed{\dfrac{dp}{dT} = \dfrac{r}{T(v_s - v_l)}}$ *

DIMOSTRAZIONE



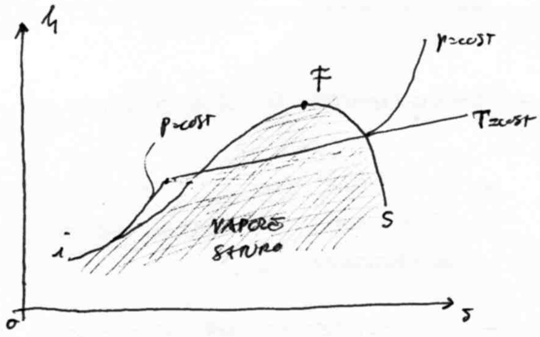
CICLO INFINITESIMO DI CARNOT TRA T e $(T+dT)$: $\overline{HH'}$, $\overline{KK'}$ = ADIABATICHE

⇓

TEO. CLAUSIUS: $\dfrac{Q_2 - Q_1}{Q_2} = \dfrac{T_2 - T_1}{T_2}$

MA:
- $Q_2 - Q_1 = L = dp(v_s - v_l)$ ← LAVORO CONTRO FLUIDO.
- $Q_2 = r$
- $T_2 - T_1 = dT$ ⇒ $\dfrac{dp(v_s - v_l)}{r} = \dfrac{dT}{T}$

DIAGRAMMA DI MOLLIER: ⟶ RAPPRESENTAZIONE CAMBIAMENTO DI STATO NEL DIAGRAMMA $h-s$.



- LE ISOBARE FUORI DALLA REGIONE DI VAPORE SATURO SONO RAMI DI ESPONENZIALE
- LE ISOTERME SI INCURVANO FUORI DA TALE REGIONE.
- ALL'INTERNO DELLA REGIONE DI VAP. SATURO, ISOTERME E ISOBARE SONO RETTE TALI CHE L'INCLINAZIONE LOCALE = TEMPERATURA.

---

* IPOTESI X L'INTEGRAZIONE
- r INDIPENDENTE DA T (ΔT LIMITATO e LONTANO DA T CRITICA)
- $v_l \ll v_s$
- VAPORE = GAS PERFETTO $p v_s = R^* T$

⇒ $\dfrac{dp}{dT} = \dfrac{r}{T v_s} = \dfrac{r}{R^*}\dfrac{p}{T^2}$, $R^* = \dfrac{R}{M}$

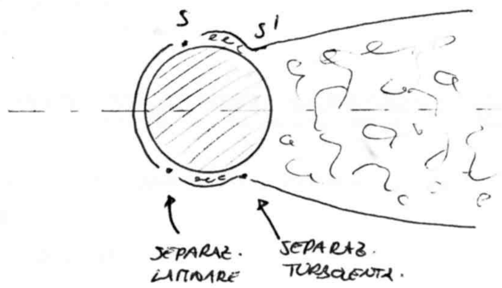
↕

$\dfrac{dp}{p} = \dfrac{r}{R^*}\dfrac{dT}{T^2}$

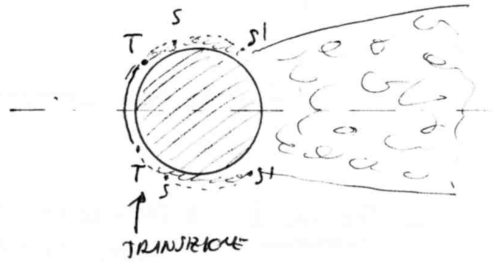
↓ INTEGRO

$$\boxed{p = p_{ref}\, e^{\frac{r}{R^*}\left(\frac{1}{T_{ref}} - \frac{1}{T}\right)}}$$

- $Re \sim 3\cdot10^5$ → SEPARAZIONE TURBOLENTA: la corrente turbolenta a valle si riattacca e si ristacca di moto.
↓
il flusso si mantiene attaccato al cilindro + a lungo
La scia + stretta.

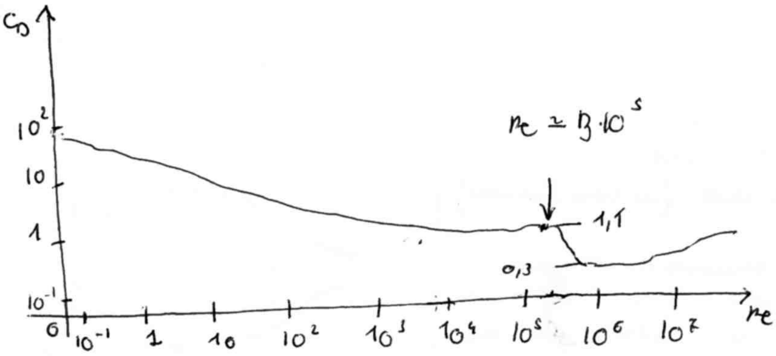


- $Re \sim 3\cdot10^6$ → TRANSIZIONE: lo strato limite diventa turbolento prima di raggiungere la separazione laminare



- Se D = RESISTENZA OFFERTA DAL CILINDRO si ha:

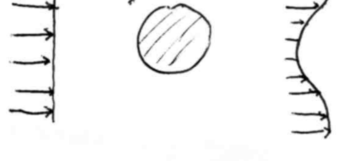
C_D = Coeff. RESISTENZA = $\frac{D}{\frac{1}{2}\rho U^2 S}$ → BIDIMENSIONALITÀ → $C_D = \frac{D\ [N/m]}{\frac{1}{2}\rho U^2 d}$



- per $Re < 10$ → STAZIONARIETÀ
$C_D \propto \frac{1}{Re}$ → $D \propto U$ (*)
- per $Re > 10^2$ → INSTAZIONARIETÀ
C_D = cost = 1,1 → $D \propto U^2$ (**)
- per $Re \simeq 10^5$ → SEPARAZ. TURBOLENTA
↳ CROLLO C_D DOVUTO ALLA RIDUZ. DEL DIAM. DELLA SCIA.

(*) SFORZI VISCOSI $F \propto U$ (legge di Newton)

(**) TURBOLENZA → SCAMBIO QUANTITÀ DI MOTO

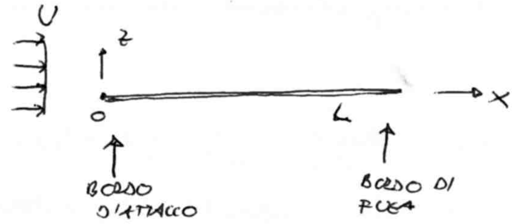


$(U-U')\,dM$ → DERIVANDO RISP. A t $(\propto U^{-1})$
$\simeq K U\, dM$
↓
$F \propto U^2$

(3) STRATO LIMITE SU UNA LAMINA PIANA

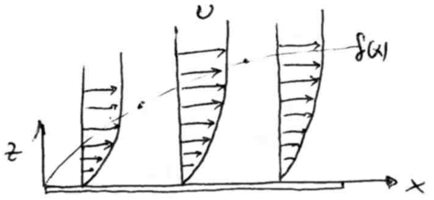
- Spessore = TRASCURABILE, larghezza = UNITARIA
- comportamento descritto da

$$\boxed{Re = \frac{\rho U L}{\mu} = \frac{UL}{\nu}} \leftarrow \text{N° DI REYNOLDS}$$



– per $Re = 1 \div 10^4$, la lamina è avvolta da un'ampia regione entro la quale il profilo di velocità evolve con estrema gradualità

↳ PREVALENZA EFFETTI VISCOSI



- per $Re \simeq 10^4$ → FORMAZ. STRATO LIMITE LAMINARE (raccordo ≃ 1 % CORDA)

fuori dal limite tratteggiato → ZONA NON VISCOSA

– $Re \in (10^4 \div 10^5)$ → STRATO LIMITE LAMINARE SU TUTTA LA CORDA.

$$\tau = \mu \frac{\partial U}{\partial z} \qquad \delta(x) \propto \sqrt{x} = \text{valore di } z \text{ al quale quello di } u = 0{,}99U.$$

$$\tau_w(x) = \tau_w(x,0) = \mu \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)_{z=0} \leftarrow \text{SFORZO A PARETE}$$

- COEFF. LOCALE SFORZO D'ATTRITO: $c_f = \dfrac{\tau_w(x)}{\frac{1}{2}\rho U^2}$

- RESISTENZA D'ATTRITO DELLA LAMINA $D_f = \int_0^L \tau_w(x)\,dx$ (× UNITÀ DI LARGHEZZA)

- COEFF. DI RESISTENZA D'ATTRITO → $C_f = \dfrac{D_f}{\frac{1}{2}\rho U^2 S} = \dfrac{\int_S \tau_w(x)\,dx}{\frac{1}{2}\rho U^2 S}$

$$\rightarrow C_f = \frac{D_f}{\frac{1}{2}\rho U^2 L} = \int_0^1 c_f(\varepsilon)\,d\varepsilon \qquad \varepsilon = \frac{x}{L}$$

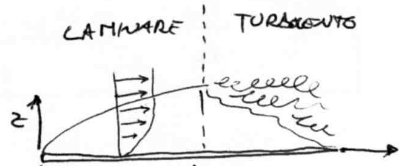
(× UNITÀ DI LARGHEZZA)

- STR. LIMITE LAMINARE

↳ $\boxed{C_f = \dfrac{1{,}328}{\sqrt{Re}}}$ ← LEGGE DI CLAUSIUS.

– $Re \in (10^5 \div \infty)$ → STRATO LIMITE PARZIALMENTE (e TOTALM.) TURBOLENTO

x_{TR} = PUNTO DI TRANSIZIONE



definendo f = COEFF. DI PERDITA DI CARICO $= -\dfrac{dP/dx}{\rho \frac{U^2}{2}} d_i$ e introducendo il n° di Reynolds $\boxed{Re = \dfrac{\rho U d_i}{\mu}}$

si ricava $f = \dfrac{8\tau_w}{\rho U^2}$.

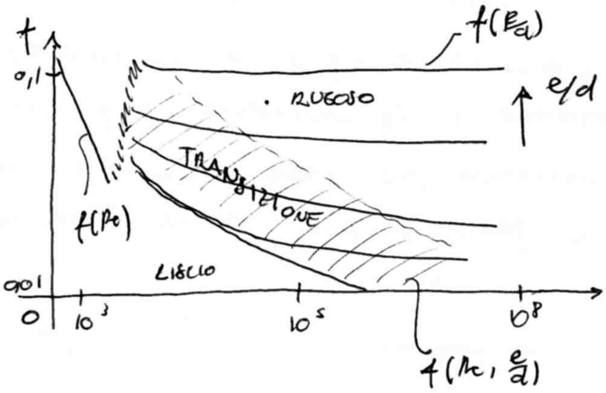
- PER TUBI LISCI IN REGIME LAMINARE ($Re < 2300$) $\boxed{f = \dfrac{64}{Re}}$ ✱
- PER TUBI LISCI IN REGIME TURBOLENTO ($Re > 2300$) $\boxed{f = \dfrac{0{,}32}{Re^{0{,}25}}}$
- PER TUBI IN CUI È PRESENTE UNA RUGOSITÀ RELATIVA $\dfrac{e}{d}$

→ FORMULA DI COLEBROOK: $\dfrac{1}{\sqrt{f}} = -2\log_{10}\left(\dfrac{e}{3{,}7d} + \dfrac{2{,}51}{\sqrt{f}\,Re}\right)$

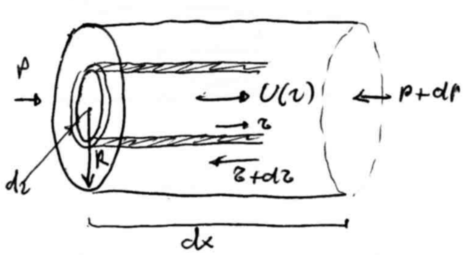
↓

DIAGRAMMA DI $\boxed{\text{MOODY}}$

All'aumentare di $\frac{e}{d}$ diventa la Re-indipendenza del flusso.



— ✱ DIM



EQUILIBRIO SFORZI DI PUNTA E DI TAGLIO:

$$d(2\pi r\,dr\,p) = d(2\pi r\,dx\,\tau)$$

$$\frac{d(2\pi r\,dr\,p)}{dx}\cdot dx = \frac{d(2\pi r\,dx\,\tau)}{dr}\,dr \qquad \begin{matrix} p = p(x) \\ \tau = \tau(r) \end{matrix}$$

$$\leftrightarrow \cancel{2\pi} r\,\cancel{dr}\frac{dp}{dx}\cancel{dx} = \frac{\cancel{2\pi}\,\cancel{dx}\,d(r\tau)}{dr}\cancel{dr}$$

$$\to r\frac{dp}{dx} = \frac{d(r\tau)}{dr} \xrightarrow{\text{LEGGE NEWTON}} \tau = \mu\frac{dU}{dr} \to r\frac{dp}{dx} = \mu\frac{d}{dr}\left(r\frac{dU}{dr}\right) \to \text{INTEGRO}$$

$$\mu\int d\left(r\frac{dU}{dr}\right) = \frac{dp}{dx}\int r\,dr \to \mu\, r\frac{dU}{dr} = \frac{dp}{dx}\frac{r^2}{2} + C \xrightarrow{\text{DIVIDO} \times r \text{ e INTEGRO}}$$

$$\int\mu\,dU = \int\left(\frac{dp}{dx}\cdot\frac{r}{2} + \frac{C}{r}\right)dr \to U(r) = \frac{1}{4\mu}\frac{dp}{dx}r^2 + C_1\ln r + C_2$$

CONDIZ. AL CONTORNO $U(r=0) = U \qquad U(r=R) = 0 \to U(r) = -\dfrac{1}{4\mu}\dfrac{dp}{dx}(R^2 - r^2)$

PROPRIETÀ

1) LA PORTATA IN MASSA DEL FLUIDO CONVOLTO NEL GETTO AUMENTA VERSO VALLE:

$$\frac{d}{dx}\int_0^{+\infty} \rho U(x,r)\cdot 2\pi r dr = \frac{d}{dx}\int_S \rho U \cdot S dS > 0$$

2) IL FLUSSO DI QUANTITÀ DI MOTO È COSTANTE. (NON CI SONO FORZE EXT)

$$\frac{d}{dx}\int_0^{+\infty} \rho U^2(x,r)\cdot 2\pi r dr = \frac{d}{dx}\int_S \rho U^2 S dS = 0$$

3) IL FLUSSO DI ENERGIA CINETICA DECRESCE VERSO VALLE:

$$\frac{d}{dx}\int_0^{+\infty} \frac{1}{2}\rho U^3(x,r)\, 2\pi r dr = \frac{d}{dx}\int_S \rho U^3 S dS < 0$$

$\downarrow$

DISSIPAZIONE

$$\Rightarrow I_k(x) = \int \rho U^k 2\pi r dr = 2\pi\rho\delta^2 U_{max}^k \int \left(\frac{U}{U_{max}}\right)^k \frac{r}{\delta}\cdot d\left(\frac{r}{\delta}\right) = A\delta^2 U_{max}^k$$

$\uparrow$ cost(k)

$$I_1 \propto \delta^2 U_{max} \sim x^2\cdot\frac{1}{x} = x \Rightarrow \frac{dI_1}{dx} > 0$$

$$I_2 \propto \delta^2 U_{max}^2 \sim x^2\cdot\frac{1}{x^2} = 0 \Rightarrow \frac{dI_2}{dx} = 0$$

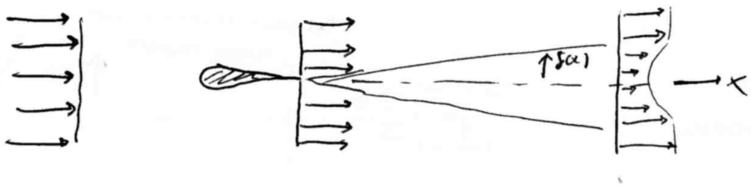
$$I_3 \propto \delta^2 U_{max}^3 \sim x^2\cdot\frac{1}{x^3} = \frac{1}{x} \rightarrow \frac{dI_3}{dx} < 0$$

SCIE

- DESCRIZ. COMPLEMENTARE DEI GETTI

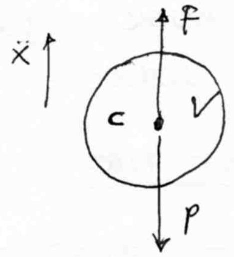
PROFILO DI SELF SIMILARITY:

$$\frac{U - U(x,\frac{r}{\delta})}{U - U_{min}(x)} = g\left(\frac{r}{\delta}\right)$$



SPINTA AEROSTATICA / IDROSTATICA

$$\left.\begin{aligned} F_z &= \int_S p\,dS_z = \rho g V \\ P &= mg = \rho_c g V \end{aligned}\right\} F_{c,z} = F_z - P = gV(\rho - \rho_c)$$



• per ottenere la spinta aerostatica/idrostatica

1) DIMINUZIONE MM

$$\frac{p}{\rho} = \frac{R}{MM}T \Leftrightarrow \rho = \frac{p\,MM}{RT}$$

se $\rho_c < \rho \Rightarrow F_{c,z} > 0$

ma $\rho_c < \rho \Leftrightarrow \underline{MM_c < MM}$ ← DIRIGIBILI

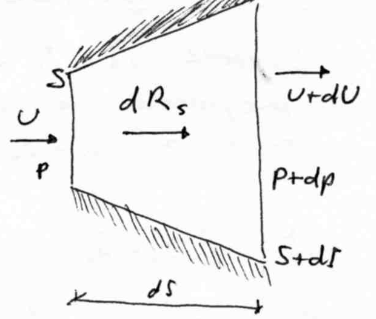
$$\boxed{F_{c,z} = gV\rho\left(1 - \frac{MM_c}{MM}\right)}$$

2) AUMENTO T

$$F_{cz} = \rho g V\left(1 - \frac{\rho_c}{\rho}\right) = \rho g V\left(1 - \frac{T}{T_c}\right)$$ ← MONGOLFIERE

TEOREMA DI BERNOULLI

IPOTESI:
- FLUSSO STAZIONARIO
- LE PARETI NON SVILUPPANO ATTRITO.
- INCOMPRESSIBILITÀ



BILANCIO MASSA: $(\rho+d\rho)(U+dU)(S+dS) = \rho U S$

$\leftrightarrow \cancel{\rho U S} + d(\rho U S) = \cancel{\rho U S}$

$\Rightarrow \boxed{d(\rho U S) = 0}$

BILANCIO QT. MOTO: $\cancel{\rho U^2 S} + d(\rho U^2 S) - \cancel{\rho U^2 S} - \cancel{pS} + dR_s - (\cancel{pS} + d(pS))$

$\Rightarrow \boxed{d[(p+\rho U^2)S] = dR_s}$

- $dR_s \doteq \bar{p}\, dS = \left(p + \frac{dp}{2}\right) dS = p\,dS + \cancel{\frac{dp\,dS}{2}} = p\,dS.$

$\bar{p}$ = PRESSIONE MEDIA SULLA SUP. INTERNA DEL TRATTO ELEM. DEL CONDOTTO.

- $d(\rho U^2 S) = \rho U S\, dU + U\, \cancel{d(\rho U S)} = \rho U S\, dU$

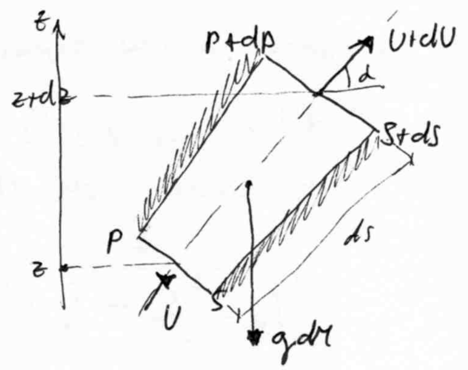
× MASSA

↳ QT. MOTO $\Rightarrow d(pS) + d(\rho U^2 S) = p\,dS \leftrightarrow dp\,S + \cancel{p\,dS} + \rho U S\, dU = \cancel{p\,dS}$

$\rightarrow dp\cancel{S} + \rho U \cancel{S} dU = 0 \leftrightarrow \rho U dU = -dp$

$\rightarrow$ INTEGRANDO $\boxed{\rho_1 \frac{U_1^2}{2} + P_1 = \rho_2 \frac{U_2^2}{2} + P_2}$ ← B. MOTO DI BERNOULLI

EFFETTO GRAVITAZIONALE:



BILANCIO QT. MOTO:

$\cancel{\rho U^2 S} + d(\rho U^2 S) - \cancel{\rho U^2 S} = \cancel{pS} - dR_s - \rho g S dz - \cancel{pS} - d(pS)$

$\leftrightarrow d[(p+\rho U^2)S] = dR_s - g\rho S dz$

↓ STESSI CALCOLI

$\rho U dU = -dp - g\rho dz$

$\rightarrow$ INTEGRANDO $\boxed{p_1 + \rho_1 \frac{U_1^2}{2} + \rho g z_1 = p_2 + \rho_2 \frac{U_2^2}{2} + \rho g z_2}$

PRESSIONE PIEZOMETRICA — PRESSIONE CINETICA — PRESSIONE GRAVITAZIONALE.

$\rightarrow$ RIPORTANDO TUTTO ALLE ALTEZZE: $\boxed{H = \frac{p}{\rho g} + \frac{U^2}{2g} + z}$

ALTEZZA PIEZOMETRICA — ALTEZZA CINETICA — ALTEZZA GEOMETRICA (TOPOGRAFICA).

© Proprietà riservata dell'autore - Digitalizzazione e distribuzione a cura del CENTRO APPUNTI - Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino / Pagina 39 di 55

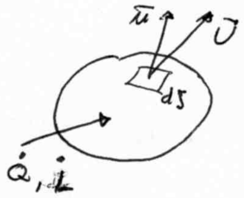
BILANCIO DI ENERGIA (SISTEMI APERTI O VOLUMI DI CONTROLLO)

$$\boxed{\frac{\partial E_{TOT}}{\partial t} = \dot{\mathcal{E}} + \dot{Q} + \dot{\mathcal{L}}}$$

- $E_{TOT} = \int_V \rho\, e_{TOT}\, dV = \int_V \rho \left(e + \frac{U^2}{2} + gz\right) dV$

e_{TOT} = SOMMA DI ENERGIA INTERNA + ENERGIA CINETICA + POTENZIALE x UNITÀ DI MASSA.

- $\dot{\mathcal{E}}$ = PORTATA ENERGETICA dovuta al trasporto della massa fluida, che attraversa il contorno S del volume permeabile di controllo portando con sé la sua energia totale.



$$\dot{\mathcal{E}} = -\int_S \rho\, e_{TOT}\, \bar{U} \cdot \bar{n}\, dS$$

- $\dot{Q}$ = ASSORBIMENTO DI CALORE PER UNITÀ DI TEMPO

$= \dot{Q}_{COND} + \dot{Q}_{ENDO}$

- $\dot{Q}_{COND}$ = Calore che penetra la superficie S per scambi diffusivi (CONDUZIONE) non compreso in $\dot{\mathcal{E}}$ perché non causato dal trasporto molecolare.

- $\dot{Q}_{ENDO}$ = Calore generato all'interno del volume da combustioni o altri processi termici endogeni.

- $\dot{L}$ = ASSORBIMENTO DI LAVORO PER UNITÀ DI TEMPO

$= \dot{L}_p + \dot{L}_t + \dot{L}_M$

- $\dot{L}_p$ = potenza sviluppata reversibilmente dagli sforzi normali di pressione

$= \dot{L}_p = -\int_S \bar{U} \cdot d\bar{F} = -\int_S p\, \bar{U} \cdot \bar{n}\, dS \qquad d\bar{F} = p\,\bar{n}\, dS$

- $\dot{L}_t$ = potenza sviluppata irrev. dagli sforzi viscosi di taglio agenti su S.

- $\dot{L}_M$ = potenza scambiata tra il volume di controllo e il mondo esterno per mezzo di organi interni (rotori, pistoni ...)

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho\, e_{TOT}\, dV + \int_S \rho \underbrace{\left(e_{TOT} + \frac{p}{\rho}\right)}_{= h_{TOT}} \bar{U} \cdot \bar{n}\, dS = \dot{L}_t + \dot{L}_M + \dot{Q}_{COND} + \dot{Q}_{ENDO}$$

$= h_{TOT} = e_{TOT} + \frac{p}{\rho} = e + \frac{p}{\rho} + \frac{U^2}{2} + gz$

$= h + \frac{U^2}{2} + gz.$

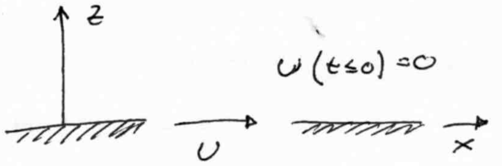
e_{TOT} e h_{TOT} NON SONO GRANDEZZE DI STATO!

STRATI LIMITE CINEMATICO e TERMICO

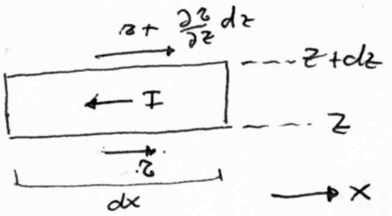
1° PROBLEMA DI STOKES

- una parete che acquisisce improvvisamente una velocità U.
- La velocità U impone la sua direzione anche alle particelle di fluido $u = U(z,t)$

$\frac{\partial}{\partial x} = 0$, $\frac{\partial}{\partial y} = 0$



BILANCIO FORZE:



I = FORZA D'INERZIA = $-\rho\, dx\, dy\, dz \frac{\partial U}{\partial t}$

EQUILIBRIO $\Leftrightarrow$ $-\rho\, \cancel{dx\, dy}\, dz \frac{\partial U}{\partial t} - \tau\, \cancel{dx\, dy} + \left(\tau + \frac{\partial \tau}{\partial z} dz\right) \cancel{dx\, dy} = 0$

$\Leftrightarrow -\rho\, \cancel{dz} \frac{\partial U}{\partial t} - \cancel{\tau} + \cancel{\tau} + \frac{\partial \tau}{\partial z} \cancel{dz} = 0$

$\rightarrow \rho \frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial \tau}{\partial z}$

- Applicando la legge di NEWTON:

$\tau = \mu \frac{\partial U}{\partial z}$ si ottiene $\boxed{\frac{\partial U}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}}$ ← EQUAZIONE DELLA DIFFUSIONE

- Imponendo le C.C.

$\begin{cases} U(z,0) = 0 \\ U(0,t) = U \end{cases}$ si ottiene $\boxed{U(z,t) = U[1 - \mathrm{erf}(\eta)]}$

$\mathrm{erf}(\eta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\eta} e^{-\eta^2} d\eta$ ← FATTORE NORMALIZZANTE

$\boxed{\eta = \frac{z}{2\sqrt{\nu t}}}$

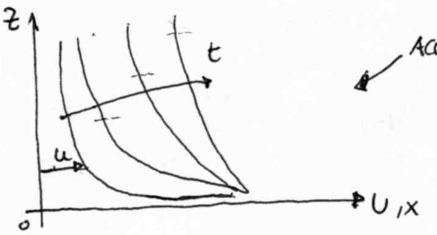
- x valori costanti di $\frac{U(z,t)}{U}$ corrispondono valori costanti di $\eta \longrightarrow z \propto \sqrt{\nu t}$ ← se z è piccolo si chiama PROFONDITÀ DEL DISTURBO DIFFUSIVO ($u/U \geq 0{,}01$)

↓

$z = \boxed{\delta \approx 4\sqrt{\nu t}}$

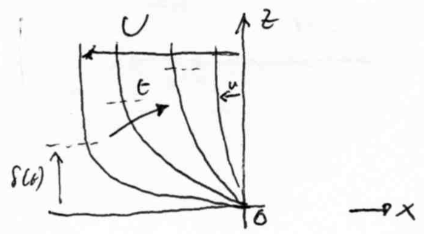
$\frac{d\delta}{dt} = \boxed{2\sqrt{\frac{\nu}{t}} = V_d}$ = VELOCITÀ DI PENETRAZIONE

- Il caso simmetrico è quello della frenata della parete → INSORGENZA IMMEDIATA DI FENOMENI TURBOLENTI



ACCELERAZIONE

FRENATA



$\hookrightarrow \frac{\delta(x)}{x} = \frac{1}{\sqrt{Re_x}} = \frac{1}{\sqrt{Re}}\sqrt{\frac{x}{L}} \Rightarrow$ MAX PROFONDITÀ: $\delta(L) = \frac{L}{\sqrt{Re}}$

- $\delta_T(t) \simeq \sqrt{\frac{Kx}{U}} = \delta_T(x) = x\sqrt{\frac{K}{Ux}} \longrightarrow \frac{\delta(x)}{x} = \frac{1}{\sqrt{Pe_x}} = \frac{1}{\sqrt{Pe}}\cdot\sqrt{\frac{x}{L}} \Rightarrow$ MAX PROFONDITÀ: $\delta_T(L) = \frac{L}{\sqrt{Pe}}$

n° PECLET $= \frac{UL}{K}$

$\Downarrow$

$\frac{\delta(t)}{\delta_T(t)} = \sqrt{Pr} \Rightarrow \boxed{Pe = Re \cdot Pr}$

ANALOGIA DI REYNOLDS E CONVEZIONE FORZATA

Se nei sistemi studiati il fluido non era in quiete ma in moto con velocità u, allora

STAZIONARIETÀ

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \nu\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \longrightarrow \frac{Du}{Dt} = \nu\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \Leftrightarrow U\frac{\partial u}{\partial x} = \nu\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \\ \frac{\partial T}{\partial t} = k\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \longrightarrow \frac{DT}{Dt} = k\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \Leftrightarrow U\frac{\partial T}{\partial x} = k\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \end{cases}$$

C. CONDIZIONI AL CONTORNO

$z=0 \quad | \quad u=0, \; T=T_p$

$z \to +\infty \quad | \quad u=U, \; T=T_\infty$

$\hookrightarrow$ NORMALIZZAZIONE: $U^* = \frac{u}{U}$; $T^* = \frac{T-T_p}{T_\infty - T_p}$

$\hookrightarrow z=0 \quad | \quad U^*=0 \quad T^*=0$

$z=+\infty \quad | \quad U^*=1 \quad T^*=1$

SE $\boxed{Pr=1} \Leftrightarrow \boxed{\nu = k} \Rightarrow U^*(x,z) = T^*(x,z) \Leftrightarrow \boxed{\frac{u}{U} = \frac{T-T_p}{T_\infty - T_p}}$

$\Downarrow$

CONSEGUENZE

1) ANALOGIA DERIVATE A PARETE: $\frac{(\partial u/\partial z)|_{z=0}}{U} = \frac{(\partial T/\partial z)|_{z=0}}{T_\infty - T_p}$

2) ANALOGIA DI REYNOLDS: $\boxed{\frac{\tau_w}{U} = \underbrace{\frac{\dot q_w}{c_p(T_\infty - T_p)}}_{\text{salto di entalpia}}}$ $\quad \left| \begin{array}{l} \tau_w = \mu\frac{\partial u}{\partial z}\big|_{z=0} \\ \dot q_w = \lambda\left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)_{z=0} \end{array}\right.$

PER AVERE FORTI SCAMBI TERMICI BISOGNA ACCETTARE FORTI ATTRITI

$\rightarrow$ integrando, si ottiene $\frac{D_f}{U} = \frac{\dot Q_w}{c_p(T_\infty - T_p)}$ $\quad \left| \begin{array}{l} D_f = \int_0^L \tau_w(x)\,dx \\ \dot Q_w = \int_0^L \dot q_w(x)\,dx \end{array}\right.$

Sapendo che $\begin{cases} Nu = \frac{\dot q}{\dot q_{cond}} = \frac{hL}{\lambda} = \frac{h(T_\infty - T_p)}{\frac{\lambda}{L}(T_\infty - T_p)} = \frac{\dot Q_w}{\dot Q_{cond}} \\ \dot Q_{cond} = \frac{\lambda}{L}(T_\infty - T_p)\cdot L = \lambda(T_\infty - T_p) \end{cases}$ si ottiene

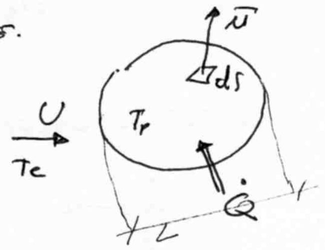
SCAMBIO TERMICO

EQUAZIONE BILANCIO DI ENERGIA: $\frac{\partial E_{TOT}}{\partial t} = \dot{\mathcal{E}} + \dot{Q} + \dot{\mathcal{L}}$

IPOTESI: $\begin{cases} \dot{\mathcal{E}}, \dot{\mathcal{L}} = 0 \\ \frac{U^2}{2}, gz \text{ TRASCURABILI} \end{cases} \Longrightarrow \frac{\partial E}{\partial t} = \dot{Q}$ con $E = \int_V \rho e \, dV = \int_V \rho c_v T \, dV$

↓

CASO DI UN CORPO RISCALDATO/RAFFREDDATO DA UNA CORRENTE FLUIDA CHE LO LAMBISCE.



$$\boxed{\dot{Q} = \dot{Q}_{COND} + \dot{Q}_{RAD} + \dot{Q}_{CONV}}$$

1) SCAMBIO TERMICO CONDUTTIVO

$$\dot{Q}_{COND} = -\int_S \vec{q}_{cond} \cdot \vec{n} \, dS \quad \text{con} \quad \vec{q}_{cond} = -\lambda \vec{\nabla} T$$

$$= \int_S \lambda \frac{dT}{dn} dS = \int_S \lambda \vec{\nabla} T \cdot \vec{n} \, dS$$

2) SCAMBIO TERMICO CONVETTIVO

$$\dot{Q}_{CONV} = h (T_e - T_p) S = \frac{\lambda}{d_{conv}} (T_e - T_p) S$$

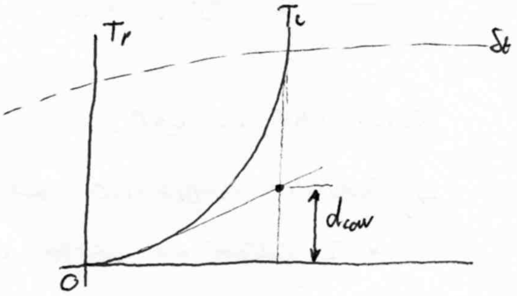
↑ TERMINE EMPIRICO CHE DIPENDE DA λ, GEOM. DEL CORPO E REGIME DI MOTO DEL FLUIDO.

h = COEFF. DI SCAMBIO TERMICO CONVETTIVO $[W/(m^2 \cdot K)]$

$T_e = T_\infty$, T_p = TEMP. A PARETE

- PER STIMARE d_{conv} SI ESPRIME LA DERIVATA A PARETE COME RAPPORTO INCREMENTALE ($T_e - T_p$ = cost. su tutta la parete)

$$\left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)_{z=0} \approx \frac{T_e - T_p}{d_{conv}}$$

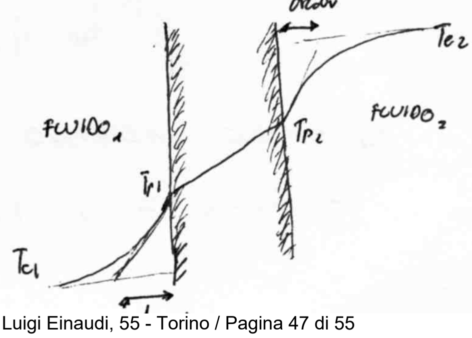


↳ IN QUESTO CASO SI PUÒ INTERPRETARE LA CONVEZIONE COME UNA CONDUZIONE ATTRAVERSO UNO SPESSORE EFFETTIVO d_{conv}

$$\dot{Q}_{cond} = \lambda \frac{(T_e - T_p) S}{d} \longleftrightarrow \dot{Q}_{conv} = \lambda \frac{(T_e - T_p) S}{d_{conv}}$$

- ESPRIMENDO LA RELAZIONE IN MODO ADIMENSIONALE

$$Nu = \frac{\dot{Q}_{conv}}{\frac{\lambda (T_e - T_p)}{L}} = \frac{h L}{\lambda} = \frac{L}{d_{conv}}$$



$$\begin{cases} h \sim 10 \, W/m^2K & \text{CONV. NATURALE} \\ h \sim 10^2 \, W/m^2K & \text{CONV FORZATA (GAS)} \\ h \sim 10^3 \, W/m^2K & \text{CONV FORZATA (LIQUIDI)} \\ h \sim 10^4 \, W/m^2K & \text{CAMBIO STATO} \end{cases}$$

- PROPRIETÀ: $F_{e\to e} + F_{e\to i} = 1 \Rightarrow F_{e\to e} = 1 - \left(\frac{r_i}{r_e}\right)^2$

- PER CORPI NERI: $\dot{q}_{i\to e} = \sigma T_i^4 \left(\frac{r_i}{r_e}\right)^2$ per unità di superficie di (e)

$$\dot{Q}_e = \dot{Q}_{i\to e} - \dot{Q}_{e\to i} = S_i \sigma T_i^4 F_{i\to e} - S_e \sigma T_e^4 F_{e\to i}$$

$$= S_i \sigma T_i^4 \cdot 1 - \cancel{S_e} \sigma T_e^4 \frac{S_i}{\cancel{S_e}} = S_i \sigma (T_i^4 - T_e^4) \rightarrow \boxed{\dot{q}_e = \frac{\dot{Q}_e}{S_e} = \left(\frac{r_i}{r_e}\right)^2 \sigma (T_i^4 - T_e^4)}$$

$$\dot{Q}_i = \dot{Q}_{e\to i} - \dot{Q}_{i\to e} = S_e \sigma T_e^4 F_{e\to i} - S_i \sigma T_i^4 F_{i\to e}$$

$$= \cancel{S_e} \sigma T_e^4 \frac{S_i}{\cancel{S_e}} - S_i \sigma T_i^4 = S_i \sigma (T_e^4 - T_i^4) \Rightarrow \boxed{\dot{q}_i = \frac{\dot{Q}_i}{S_i} = \sigma (T_e^4 - T_i^4)}$$

- EQUILIBRIO RAGGIANTE (STAZIONARIETÀ): se nella cavità tra le sfere è contenuto un fluido che scambia calore x convezione. (opp. se un corpo è lambito da un fluido)

$$\dot{q}_{TOT} = (\dot{q}_{IRR})_i + \dot{q}_{conv} = \sigma (T_e^4 - T_i^4) + h (T_f - T_i) = 0$$

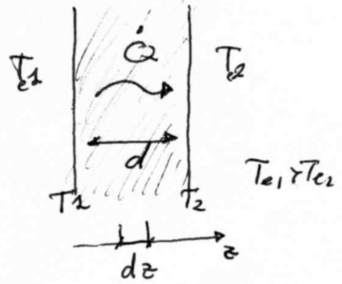
← CONDIZ. STAZIONARIE

T_f ← DEL FLUIDO.

$$\hookrightarrow \boxed{T_f = T_i + \frac{\sigma}{h}(T_i^4 - T_e^4)}$$

SCAMBIO TERMICO TRA AMBIENTI

1) PARETI PIANE



- SCAMBIO INTERNO ALLA PARETE (CONDUTTIVO)

$$\dot{q} = -\lambda \frac{dT}{dz} \Rightarrow \frac{dT}{dz} = -\frac{\dot{q}}{\lambda}$$

$$\Rightarrow T(z) = -\frac{\dot{q}}{\lambda} z + \text{cost}$$

$$\begin{cases} T(0) = \text{cost} = T_1 \\ T(d) = \text{cost} = T_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} T(z) = T_1 + \lambda \frac{(T_2 - T_1) z}{d} \\ \dot{q} = \frac{(T_1 - T_2)\lambda}{d} \end{cases}$$

← PROFILO TERMICO.

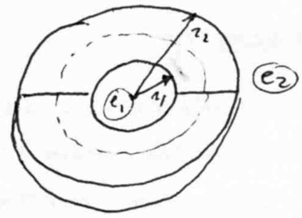
- SCAMBIO PER CONVEZIONE NEL FLUIDO:

$$\dot{q} = h_1 (T_{e1} - T_1)$$
$$\dot{q} = h_2 (T_2 - T_{e2})$$

- $\dot{q} = \text{cost} \Rightarrow \begin{cases} T_1 - T_2 = \dot{q} \frac{d}{\lambda} \\ T_{e1} - T_1 = \dot{q}/h_1 \\ T_2 - T_{e2} = \dot{q}/h_2 \end{cases} \Rightarrow T_{e1} - T_{e2} = \dot{q}/h_1 + \dot{q}\frac{d}{\lambda} + \dot{q}/h_2$

$$\hookrightarrow \boxed{\dot{q} = (T_{e1} - T_{e2}) \Big/ \left(\frac{1}{h_1} + \frac{d}{\lambda} + \frac{1}{h_2}\right)}$$

3) PARETI SFERICHE



- ALL'INTERNO DELLE PARETI

$$\dot{Q} = \dot{q}S(r) = \dot{q}\,4\pi r^2 = -\lambda \frac{dT}{dr}\cdot 4\pi r^2$$

$$\Rightarrow T(r) = +\frac{\dot{Q}}{4\pi\lambda}\left(\frac{1}{r}\right) + \text{cost}$$

c.c. $\begin{cases} T(r_1) = T_1 \\ T(r_2) = T_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T(r) = T_2 - \dfrac{\dot{Q}}{4\pi\lambda}\left(\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{1}{r}\right) \\ \dot{Q} = 4\pi \dfrac{r_1 r_2}{r_1 - r_2}\lambda\,(T_1 - T_2) \end{cases}$

- APPLICANDO LO STESSO RAGIONAMENTO:

$$R = \frac{1}{4\pi r_1^2 h_1} + \frac{1}{4\pi\lambda}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) + \frac{1}{4\pi r_2^2 h_2} \quad , \quad \dot{Q} = \frac{T_{e1} - T_{e2}}{R}$$

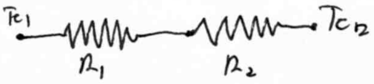
NOTA: approssimando come nel caso cilindrico, si ottiene:

$$R = \frac{1}{4\pi R_1^2}\left(\frac{1}{h_1} + \frac{d}{\lambda} + \frac{1}{h_2}\right) \leftarrow \text{ANALOGO AL CASO DI PARETI PIANE}$$

4) PARETI PIANE AFFIANCATE / SOVRAPPOSTE. (STAZIONARIETÀ)

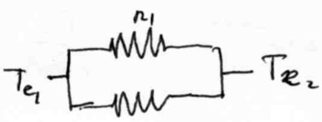
- Se le pareti sono sovrapposte, si conserva il flusso di calore: $\dot{Q} = \text{cost}$

↳ $R_{eq} = \sum R_i$



- Se le pareti sono affiancate, si conserva il salto di temperatura

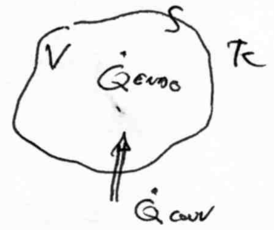
↳ $R_{eq} = \dfrac{1}{\sum \frac{1}{R_i}}$



- la resistenza conduttiva è $R_{con} \simeq \dfrac{1}{S}\cdot\dfrac{d}{\lambda}$ $\quad S$ = SUPERFICIE DI SCAMBIO.
- la resistenza convettiva è $R_{conv} = \dfrac{1}{S}\cdot\dfrac{1}{h}$

TRANSITORIO TERMICO

CORPO RISCALDATO / RAFFREDDATO × CONVEZIONE.



IPOTESI: $\dot{Q}_{conv}$ che raffredda / riscalda il corpo è $<<$ $\dot{Q}_{cond}$ all'interno del corpo $\Rightarrow$ riscaldare / raffreddare a $T \simeq$ UNIFORME.

VERIFICA: calcolo del n° di Biot:

$$Bi = \frac{\dot{Q}_{conv}}{\dot{Q}_{cond}} = \frac{h\cancel{(T_e-T)S}}{\lambda_c \frac{\cancel{(T_e-T)S}}{L}} = \frac{hL}{\lambda_c} \ll 1$$

STUDIO:

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \dot{Q}_{conv} + \dot{Q}_{endo}$$

$$Bi \ll 1 \Rightarrow T \simeq \text{unif} \Rightarrow E = \rho V c T$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{d(T-T_e)}{d\theta} = -\alpha(T-T_e) + \beta}$$

$$\alpha = \frac{hS}{\rho V c} \; ; \; \beta = \frac{\dot{Q}_{endo}}{\rho V c} \qquad \alpha\,[s^{-1}] \; , \; \beta\,[K/s]$$

SOLUZIONE:

$$T - T_e = c_1 e^{-\alpha t} + \frac{\beta}{\alpha}$$

$$CC: \; T(0) = T_0$$

$$\rightarrow \boxed{T - T_e = \left(T_0 - T_e - \frac{\beta}{\alpha}\right) e^{-\alpha t} + \frac{\beta}{\alpha}}$$

- per $t \to +\infty$, $T = T_f = T_e + \frac{\beta}{\alpha}$

  ↳ se non c'è $\dot{Q}_{endo}$, allora $T_f \equiv T_e$, $\beta = 0$ $\Rightarrow$ $\boxed{\frac{T-T_0}{T_f-T_0} = 1 - e^{-\alpha t}}$

- $Q = -\int_0^t \dot{Q}_{conv}\, dt = hS\int_0^t (T-T_e)\, dt = hS\int_0^t (T-T_f) + (T_f-T_e)\, dt$

$$= \frac{h(T_0-T_f)}{\alpha} S (1-e^{-\alpha t}) + h(T_f-T_e)St = \rho V c (T_0-T_f) + h(T_f-T_e)St$$

SCAMBIATORI DI CALORE

PARAMETRI:

- T_{hi}, T_{ho}, T_{ci}, T_{co} = TEMPERATURE INGRESSO/USCITA.
- $\dot{m}_h$, $\dot{m}_c$ = PORTATE IN CALDO / FREDDO
- c_h, c_c = CALORI SPECIFICI A PRESSIONE COSTANTE
- h, S, $\dot{Q}$ = coeff. SCAMBIO TERMICO MEDIO, SUPERFICIE DI SCAMBIO, PORTATA TERMICA SCAMBIATA.
- EQUICORRENTE / CONTROCORRENTE.

c = COLD
h = HOT
i = INGRESSO
o = USCITA

3) ε = EFFICIENZA:

- Se $\min(\dot{M}_h c_h, \dot{M}_c c_c) = \dot{M}_c c_c \Rightarrow \varepsilon \doteq \frac{T_{co} - T_{ci}}{T_{hi} - T_{ci}}$; $\dot{Q}_{max} = \dot{M}_c c_c (T_{hi} - T_{ci})$

- Se $\min(\dot{M}_h c_h, \dot{M}_c c_c) = \dot{M}_h c_h \Rightarrow \varepsilon \doteq \frac{T_{hi} - T_{ho}}{T_{hi} - T_{ci}}$; $\dot{Q}_{max} = \dot{M}_h c_h (T_{hi} - T_{ci})$

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{max}}$$

– EQUICORRENTE: $\varepsilon = \dfrac{1 - e^{-NTU(1-C_R)}}{1 + C_R}$

– CONTROCORRENTE: $\varepsilon = \dfrac{1 - e^{-NTU(1-C_R)}}{1 - C_R\, e^{-NTU(1-C_R)}}$

NOTA: METODO NTU:

$\dot{M}_c, \dot{M}_f \Rightarrow NTU, C_R \rightarrow \varepsilon$

$T_{hi}, T_{ci}, \varepsilon \rightarrow T_{ho}$ opp. $T_{co} \Rightarrow \dot{Q} \rightarrow T_{ho}$ opp T_{co}.