



**Corso Luigi Einaudi, 55 - Torino**

**Appunti universitari**

**Tesi di laurea**

**Cartoleria e cancelleria**

**Stampa file e fotocopie**

**Print on demand**

**Rilegature**

**NUMERO : 116**

**DATA : 01/07/2011**

# **A P P U N T I**

**STUDENTE : Piccione**

**MATERIA : Laboratorio di Tecnica Costruzioni Teoria+Esercizi  
Prof. Carbone**

Il presente lavoro nasce dall'impegno dell'autore ed è distribuito in accordo con il Centro Appunti.

Tutti i diritti sono riservati. È vietata qualsiasi riproduzione, copia totale o parziale, dei contenuti inseriti nel presente volume, ivi inclusa la memorizzazione, rielaborazione, diffusione o distribuzione dei contenuti stessi mediante qualunque supporto magnetico o cartaceo, piattaforma tecnologica o rete telematica, senza previa autorizzazione scritta dell'autore.

ATTENZIONE: QUESTI APPUNTI SONO FATTI DA STUDENTIE NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE.  
IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.

# Laboratorio di tecnica delle costruzioni

EUROCODICI = normative europee calcolo  
strutture

- eurocodice 0: principi di sicurezza delle strutture
- eurocodice 1 definizione delle azioni che agiscono sulle strutture
- eurocodice 2 e seguenti: si riferiscono a particolari tipi di strutture
  - 2 calcestruzzo
  - 3 acciaio
  - 4 acciaio-calcestruzzo
  - ecc.

eurocodici strutturali: regole e principi

Si combinano le azioni per ottenere lo stato di sollecitazione delle strutture (Tecnica delle costruzioni), su cui si fanno verifiche in base allo stato limite (Laboratorio di tecnica)

## MATERIALI

### ● CALCESTRUZZO (EN 206)

È specificato come miscela progettata con riferimento alle proprietà richieste

- a prestazione garantita
- a progettazione reale della miscela → in genere non è una via usata, se non per i grandi lavori

miscela progettata ≠ mix design

→ si richiedono certe prestazioni, non si entra nel merito di come è fatta la miscela

Una volta che il progettista fa la richiesta, è il produttore ad essere responsabile della creazione di un cls conforme



E) classe di contenuto in cloruri = essi danneggiano le armature, corrodendole

Ric nel dettaglio:

(A) CLASSE DI RESISTENZA (a compressione)

Si fa riferimento alla resistenza caratteristica a 28 giorni di

- cilindri  $h = 300 \text{ mm}$ ,  $d = 150 \text{ mm}$

→  $f_{ck}$  (resistenza cilindrica)

- cubi  $l = 150 \text{ mm}$

→  $R_{ck}$  (resistenza cubica)

classe di resistenza:  $C_{f_{ck}/R_{ck}}$

cubi: l'attrito fra pastre e provino genera forze trasversali → aumenta la resistenza

cilindri: l'attrito fa avvenire la rottura lontano dagli estremi → diminuisce la resistenza

$$f_{ck} = 0,83 R_{ck}$$

## Processi a rischio per la durabilità

- a) attacco chimico: ossidi (inquinamento industriale, traffico, ...), sali (cloruri, solfati, ...), acqua
- b) corrosione dell'armatura
- c) cicli di gelo e disgelo: azione disgregante

Ci sono 6 classi di esposizione con delle sottoclassi per differenziare l'intensità delle azioni di degrado.

X $\emptyset$   $\rightarrow$  assenza di rischio

XC  $\rightarrow$  carbonatazione

XD  $\rightarrow$  cloruri

XS  $\rightarrow$  cloruri dell'acqua di mare

XF  $\rightarrow$  cicli di gelo e disgelo

XA  $\rightarrow$  attacco chimico

Durabilità: dipende da:

- 1 - tipo e contenuto di cemento
  - 2 - rapporto acqua/cemento
  - 3 - ricoprimento dell'armatura
- responsabilità del produttore }  
responsabilità del progettista ←

$C_{min, dur}$  è funzione della classe di esposizione e della classe strutturale

classe strutturale = legata alla vita di progetto dell'edificio e alla natura del cls

Ci si riferisce a un edificio con vita di progetto 50 anni e a un cls con classe di resistenza conforme ai valori prima esposti → la classe strutturale è S4

$\Delta C_{dev}$  è funzione del processo realizzativo dell'opera. Valore raccomandato: 10mm

(es)

XC1

↳ C 25/30 (classe di resistenza)

armatura longitudinale  $5 \phi 20$

stiffe  $\phi 8/10$  mm

$d_g = 20$  mm ( $< 32$  mm) aggregato

vita utile: 50 anni

normale controllo di qualità in situ



classe strutturale S4

## ① CLASSE DI CONSISTENZA

Legata alla lavorabilità

Valutazione eseguita tramite l'abbassamento del cono.

In generale è proibita qualsiasi aggiunta d'acqua o di additivi alla consegna.

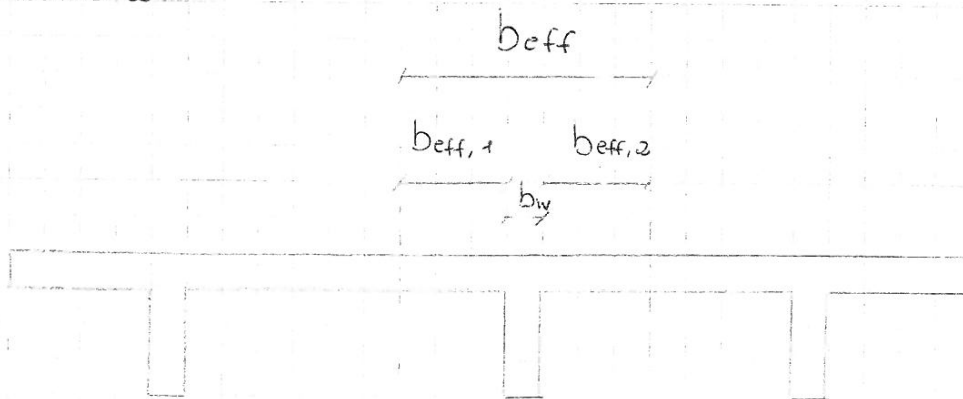
## OSSERVAZIONI

Calcestruzzi innovativi: materiali nuovi con nuove proprietà meccaniche e reologiche es. cls ad alta resistenza, autocompattanti, fibrorinforzati, leggeri, a ritiro compensato, proiettati, polimero - impregnati

## MODELLO STRUTTURALE

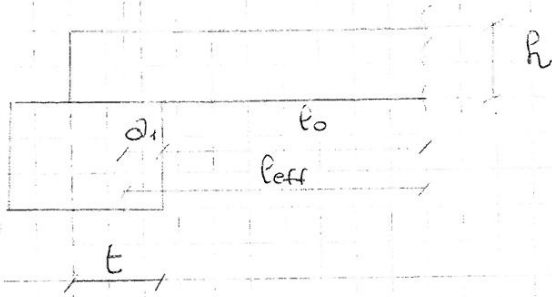
Gli elementi sono classificati in relazione alla loro natura e funzione

- TRAVE = elemento con luce non inferiore a 3 volte l'altezza della sezione (condizioni di Eulero-Bernoulli)
- COLONNA = elemento con altezza della sezione non superiore a 4 volte la base della sezione e altezza totale non inferiore a 3 volte quella della sezione.
- PIASTRA = elemento con luce minima non inferiore a 5 volte lo spessore totale



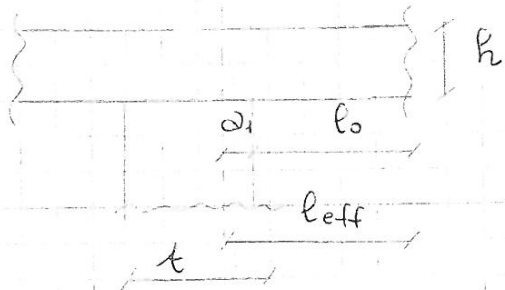
$b_{eff}$ : somma di 3 contributi = larghezza  
eff.

Trave continua:



$$a_1 = \min(1/2 h, 1/2 t)$$

Trave non continua:



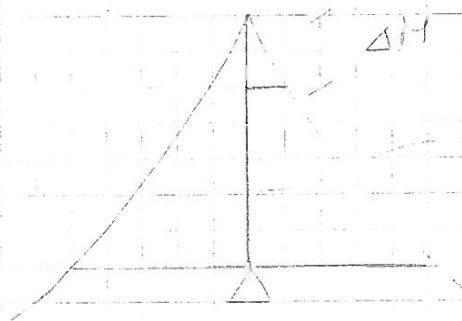
$$a_1 = \min(1/2 h, 1/2 t)$$

Definita così la geometria, si valutano le caratteristiche della sollecitazione sulla struttura.

- Trave monolitica (appartenente a un telaio) con l'appoggio: si può far riferimento al momento calcolato al filo dell'appoggio che non dev'essere minore del 65% del momento calcolato assumendo la condizione di incastro perfetto al filo degli appoggi.

- Trave continua su appoggio che permette la rotazione: si può ridurre il momento di appoggio di una quantità  $\Delta M$

$$\Delta M_{sd} = \underbrace{F_{sd, sup}}_{\text{reazione di appoggio}} \cdot \underbrace{(t/8)}_{\text{larghezza dell'appoggio}}$$



momento di calcolo  $M_{sd}$  può essere di  $\Delta M$

Per le strutture che studiamo deve valere  
la teoria del prim'ordine



Le carichi variabili dovranno essere disposti  
secondo schema a scacchiera

Per avere il max momento positivo in una  
campata, caricare la campata stessa e le  
altre alternate.

Per avere il momento minimo (negativo, in  
valore assoluto) in una sezione di una certa  
campata, non caricarla, ma caricare quelle  
adiacenti e le altre alternate.

Per avere il momento minimo (negativo,  
in valore assoluto) in una sezione di appoggio,  
caricare le due campate adiacenti e le  
altre alternate.



Noi usiamo il calcolo elastico lineare.

Esso si può usare sia per analizzare lo stato limite ultimo che quello di esercizio.

Come si prendono gli elementi geometrici?

Bisogna considerare i momenti d'inerzia.

Ipotesi per condurre l'analisi lineare:

- si opera come se la sezione non si fessurasse mai  $\rightarrow$  omogenizzazione
- relazione  $\sigma - \epsilon$  lineare
- valore medio del modulo di elasticità lineare

Combinazioni di carico per ottenere risultati su cui svolgere le verifiche.

Evoluzione del rapporto  $f_{cm}(t) / f_{cm,28}$

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) \cdot f_{cm}$$

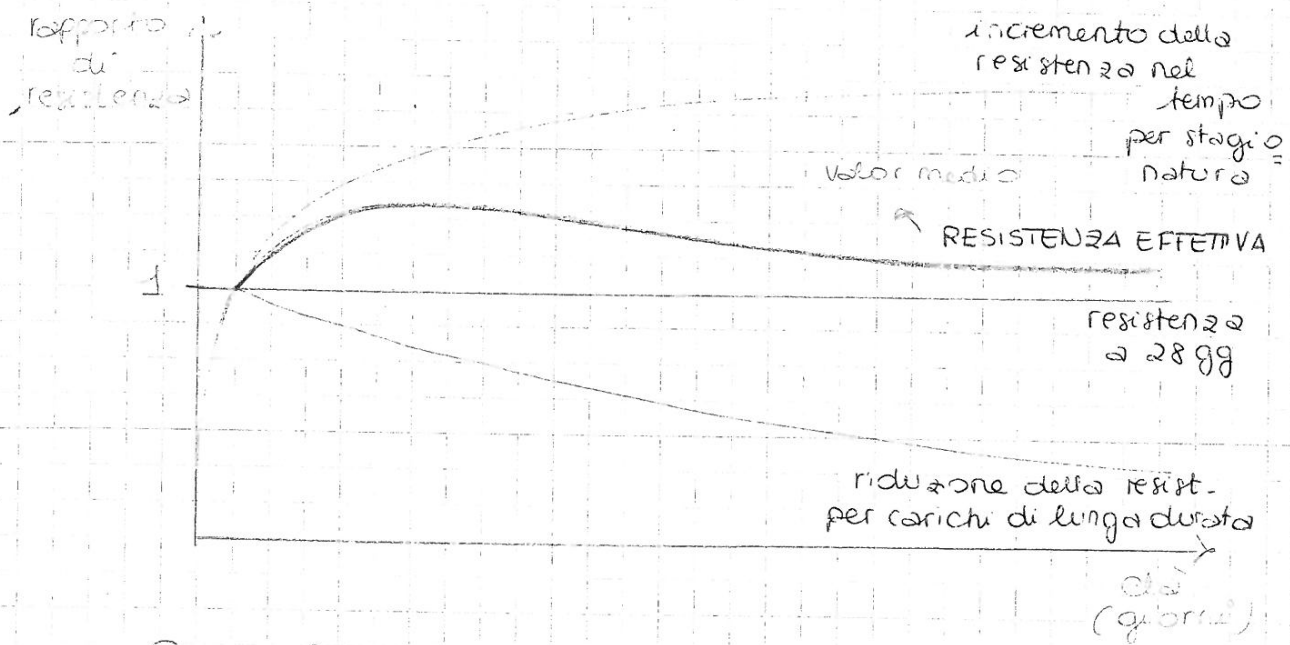
$$\beta_{cc}(t) = \exp \left\{ \underbrace{\bar{s}}_{\substack{\text{coeff.} \\ \text{funzione del} \\ \text{tipo di cemento}}} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{28}{t} \right)^{1/2} \right] \right\}$$

$\underbrace{28}_{\text{cls del}} \underbrace{1/2}_{\text{cls in giorni}}$

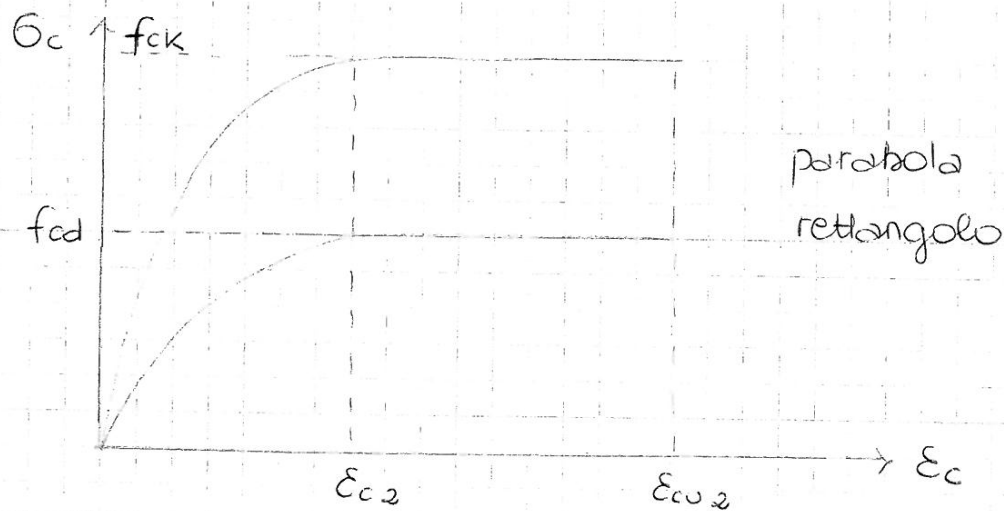
Al passare del 28° giorno,  $\beta$  diventa superiore ad 1

t	classe R	classe N	classe S
28	1,00	1,00	1,00
90	1,09	1,11	1,18
360	1,15	1,19	1,31

Supponiamo di avere una serie di provini dello stesso cls. Dopo 28 giorni ne portiamo uno a rottura, gli altri li carichiamo con  $G$  minore del valore a rottura e in modo che il carico rimanga fisso. Dopo un certo tempo anche tali provini arrivano a rottura.

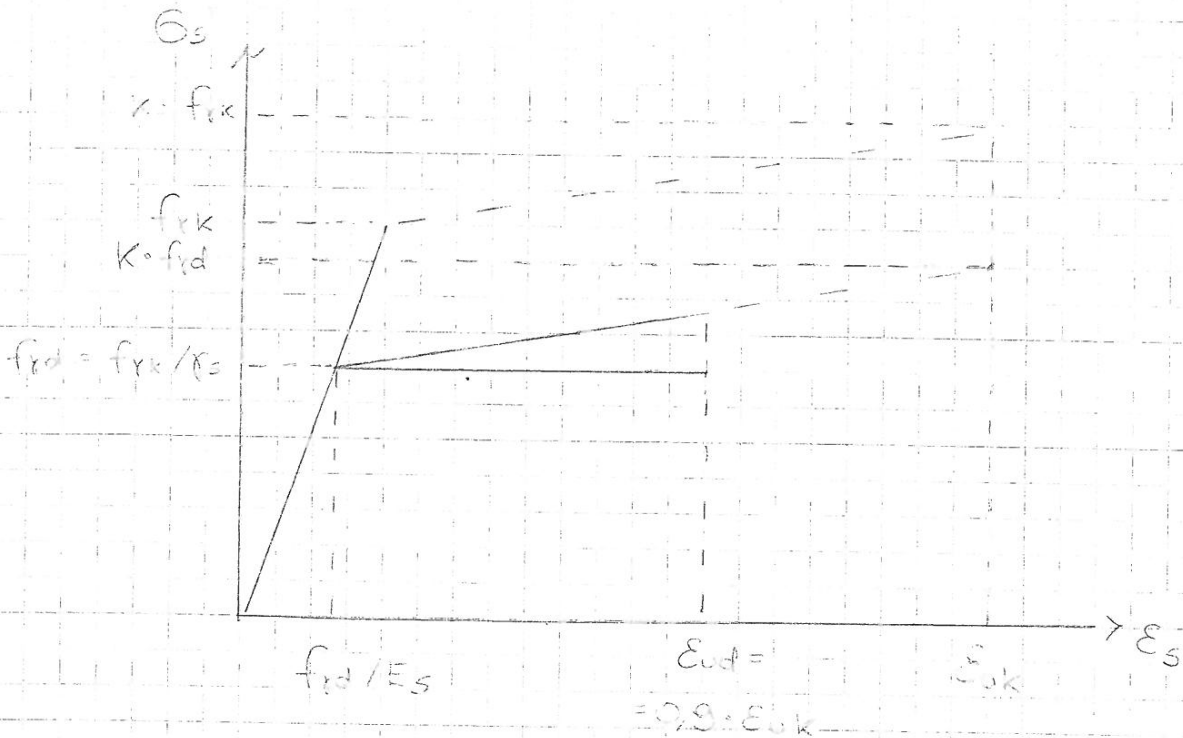


Semplificazione del legame costitutivo del c/s



$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_c = f_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad \epsilon_c \leq \epsilon_{c2} \\ \sigma_c = f_{cd} \quad \epsilon_c > \epsilon_{c2} \end{array} \right.$$

$$(f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot f_{ck} / \gamma)$$

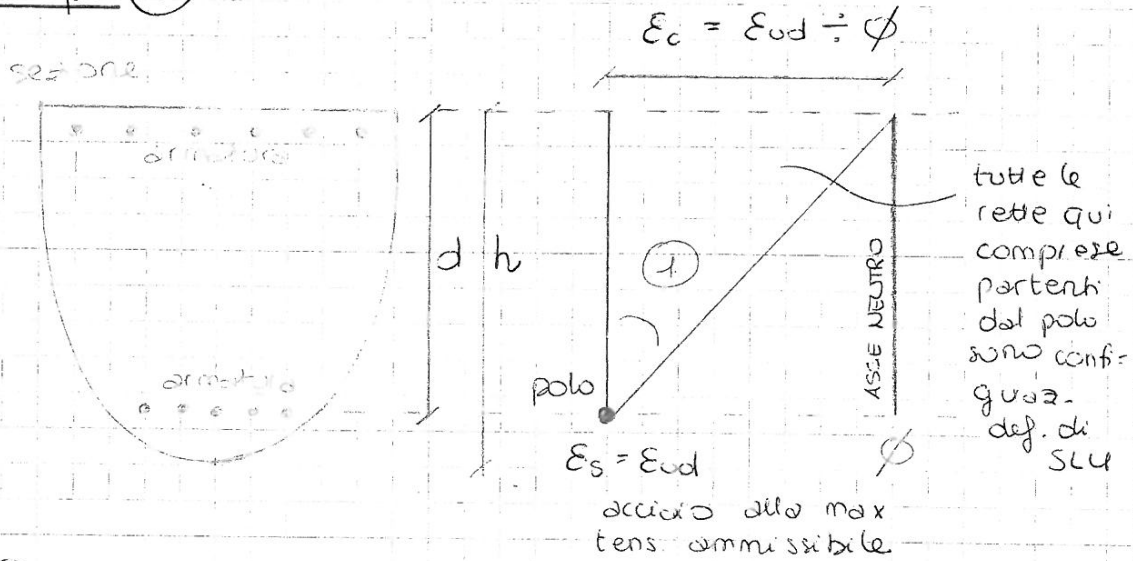


## STATO LIMITE ULTIMO PER FLESSIONE E SFORZO NORMALE

La configurazione deformata della sezione raggiunge certi valori  $\rightarrow$  stato limite ultimo. Uno almeno fra  $\sigma_{yk}$  e  $\epsilon_{sk}$  deve avere la massima deformazione ammessa  $\rightarrow$  configurazione deformata di stato limite ultimo.

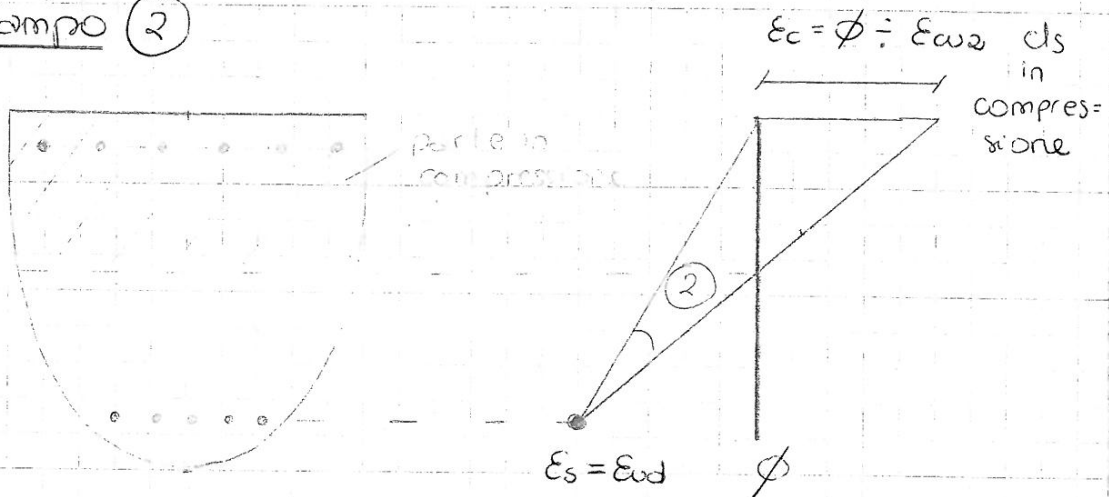
## DIAGRAMMA DEFORMAZIONI ALLO SLU

### Campo (1)



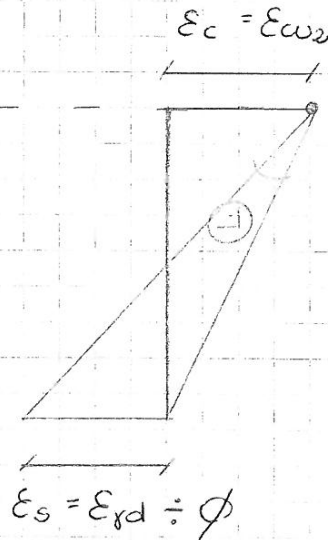
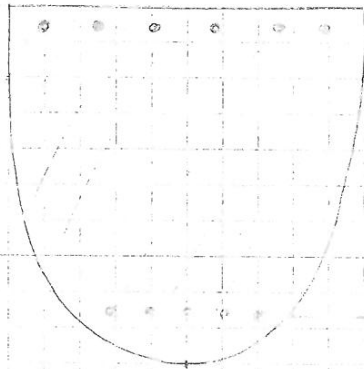
Solo tensione di trazione, asse neutro esterno alla sezione. SLU lato acciaio  $\rightarrow$  max sfruttamento acciaio

### Campo (2)



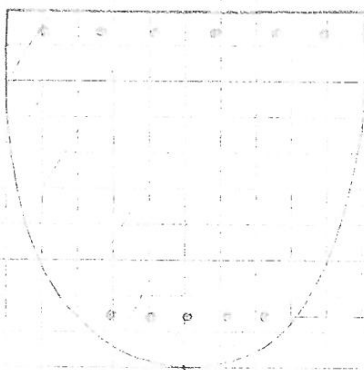
Asse neutro interno alla sezione (sforzo normale  $> \phi$ , flessione semplice).

Campo (4)



Sforzo normale  $< \phi$ . Max sfruttamento cls, acciaio non snervato.

Campo (4a)



tutta la sezione è compressa

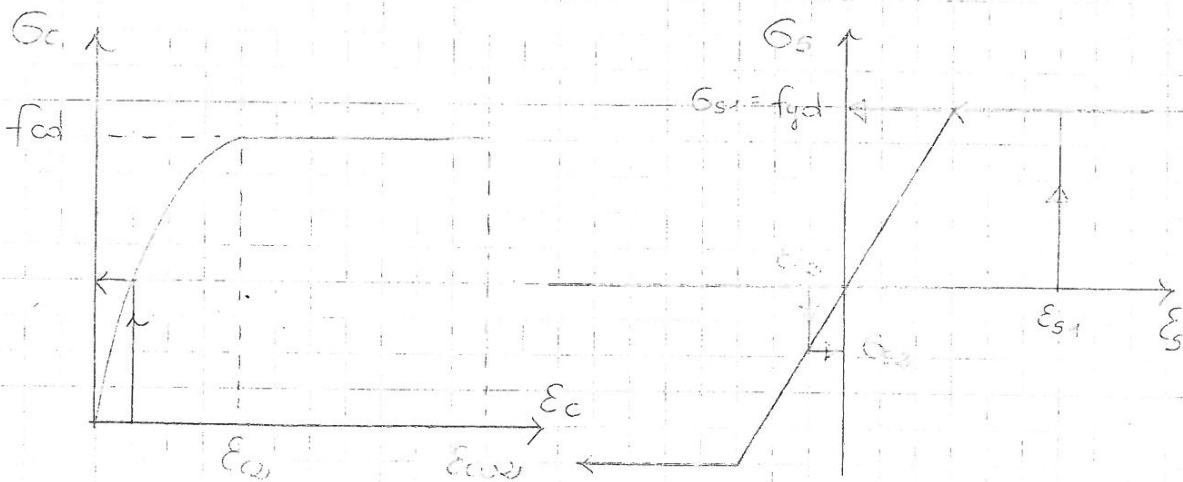
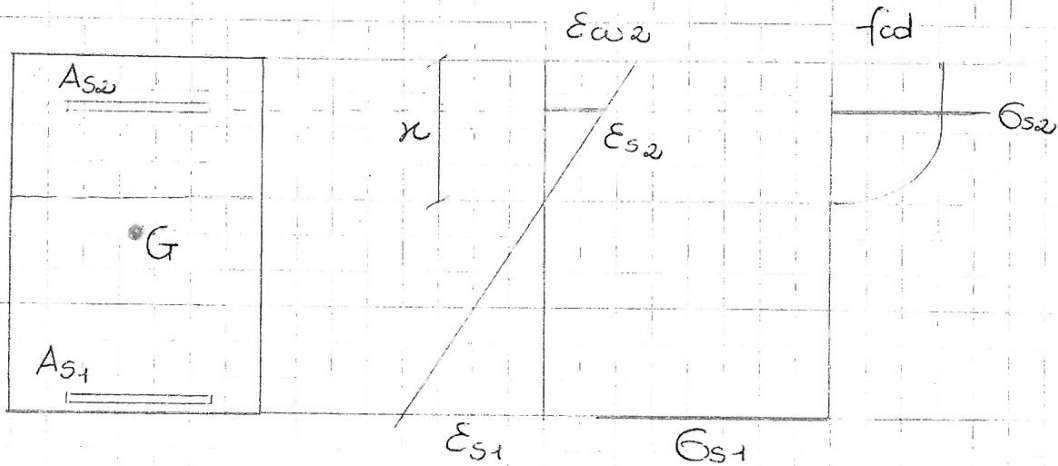
Asse neutro al di sotto delle armature (sforzo normale  $< \phi$ )

SLU lato cls. Max sfruttamento cls, acciaio compresso

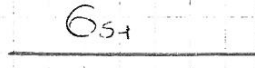
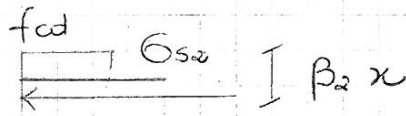
## TRACCIAMENTO DOMINI DI RESISTENZA M-R

(caso piano)

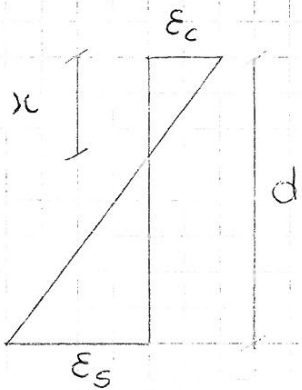
- Nota:
- forma sezione
  - posizione armature
  - caratteristiche materiale







Si individua subito la posizione dell'asse neutro: per ogni valore di  $\epsilon_c$  si ha un solo valore di  $x$ .



triangoli simili

$$\frac{\epsilon_c + \epsilon_s}{d} = \frac{\epsilon_c}{x}$$

$$(\epsilon_c + \epsilon_s) : d = \epsilon_c : x$$

Controllare se il punto di coordinate  $N_{Rd}$ ,  $M_{Rd}$  appartiene alla frontiera del dominio di resistenza ovvero alla curva di iterazione  $\rightarrow x$  varia da  $-\infty$  (inizio campo 1) a  $+\infty$  (fine campo 5)



È possibile effettuare i calcoli non per sezioni specifiche, ma per famiglie di sezioni (ad es. sezioni rettangolari)  
 → forma adimensionale, svincolamento dalle dimensioni delle sezioni, dalla posizione delle armature, dalle caratteristiche del materiale

$$N_{Rd} = - f_{cd} \cdot b \cdot x \cdot \beta_1 + \sigma_{s1} \cdot A_{s1} + \sigma_{s2} \cdot A_{s2}$$

dividendo tutto per  $(b \cdot h \cdot f_{cd})$ :

$$\frac{N_{Rd}}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = - \frac{f_{cd} \cdot b \cdot x \cdot \beta_1}{b \cdot h \cdot f_{cd}} + \frac{\sigma_{s1} \cdot A_{s1} \cdot f_{yd}}{b \cdot h \cdot f_{cd} \cdot f_{yd}} + \frac{\sigma_{s2} \cdot A_{s2} \cdot f_{yd}}{b \cdot h \cdot f_{cd} \cdot f_{yd}}$$

$$\nu = - \frac{x}{h} \cdot \beta_1 + \frac{\sigma_{s1}}{f_{yd}} \cdot \omega_{s1} + \frac{\sigma_{s2}}{f_{yd}} \cdot \omega_{s2}$$

SFORZO NORMALE RIDOTTO

percentuale meccanica di armatura

riferito alla sezione di riferimento

$$M_{Rd} = f_{cd} \cdot b \cdot x \cdot \beta_1 (d - \beta_2 x) + |\sigma_{s2}| A_{s2} (d - d_2)$$

dividendo tutto per  $(b \cdot h^3 \cdot f_{cd})$ :

$$\mu = \frac{x}{h} \cdot \beta_1 \left( \frac{d}{h} - \beta_2 \frac{x}{h} \right) + \frac{|\sigma_{s2}|}{f_{yd}} \omega_{s2} \frac{d}{h} (1 - \delta)$$

MOMENTO RIDOTTO

$\delta = d_2/d$

principali, senza tener conto della flessione biassiale, solo se:

$$1) \lambda_y / \lambda_z \leq 2 \quad \text{e} \quad \lambda_z / \lambda_y \leq 2$$

$$2) \frac{e_y / h_{eq}}{e_z / b_{eq}} \leq 0,2 \quad \frac{e_z / b_{eq}}{e_y / h_{eq}} \leq 0,2$$

Il problema si riduce a 2 pressoflessioni rette. Effetti indotti dalle imperfezioni strutturali: si tengono conto solo nella direzione in cui provocano l'effetto più sfavorevole nel calcolo di  $N_{sd}$ .

### FLESSIONE SEMPLICE

Sezione rettangolare con solo armature tese.

Config. deformata di SLU nei campi 2/3

$$\int \sigma dA + \sigma_s \cdot A_{s0} = 0$$

$f_{cd} \cdot b \cdot \beta_1$

$$N_{sd} = 0 \left\{ \begin{array}{l} f_{cd} \cdot x \cdot b \cdot \beta_1 = \sigma_s \cdot A_{s0} \\ \text{armature indifferente:} \\ \frac{f_{cd} \cdot b \cdot x \cdot \beta_1}{b \cdot d \cdot f_{cd}} = \frac{f_{yd} \cdot A_{s0}}{b \cdot d \cdot f_{cd}} \rightarrow \beta_1 \cdot \xi = \omega_0 \end{array} \right.$$

Tabelle di Montoya: utilizzabili sia per il calcolo che per la verifica. Prima di usarle bisogna capire come è stato calcolato  $f_{cd}$  (poiché dipende da  $\alpha_{cc}$ , che è diverso per ogni stato)

$$f_{cd} = \frac{\alpha_{cc} \cdot f_{ck}}{\gamma_c}$$

● USO IN PROGETTO

Nota:  $M_{sd}$ ,  $(b, d)$ ,  $(f_{cd}, f_{yd})$   
 caratteristiche materiale  
 dimensioni sezione

bisogna calcolare  $A_{so}$  (armatura)

1. Calcolo il momento sollecitante ridotto

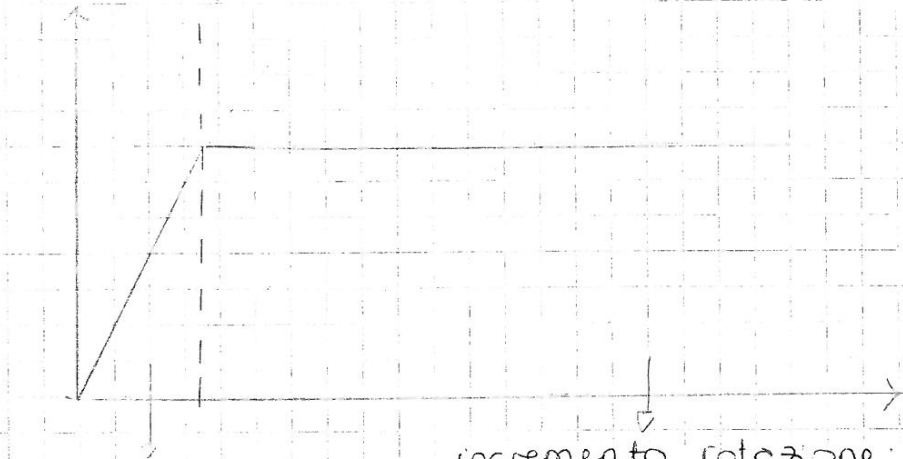
$M_{sd}$

$$M_{sd} = \frac{M_{rd}}{b \cdot d^3 \cdot f_{cd}}$$

2. Entro nella tabella e ricavo  $\omega_0$  (percentuale di armatura necessaria)

3. Nota  $\omega_0$  si può calcolare la sezione dell'armatura  $A_{so}$

si limita l'approfondimento dell'asse  
neutro  $\xi \leq \xi_{lim}$



campo 4 :  
variazioni  $\theta$   
→ variazioni  
notevoli di  
momento

incremento rotazione:  
allungamento acciaio →  
no modifica della forza  
nell'armatura

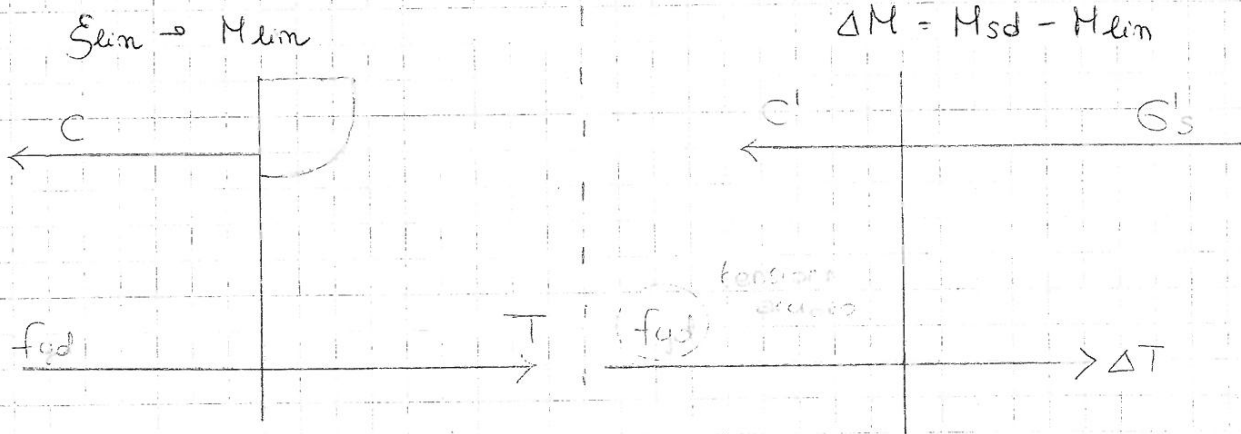
↓  
acciaio snervato → garanzia  
di duttilità

La duttilità va considerata se si ricerca  
la capacità di adattamento della  
struttura a particolari eventi (piccoli  
cedimenti, variazioni di temperatura, ...)  
→ importante per le strutture ipersta-  
tiche

## DOPPIA. ARMATURA

Si fissa come posizione dell'asse neutro quella relativa a  $\xi_{lim}$  a cui corrisponde un certo valore di  $M_{lim}$ .

Si calcola  $A_{s0}$  (considerando la sezione semplicemente armata) in grado di assorbire  $M_{lim}$ . La quota  $\Delta M = M_{sd} - M_{lim}$  viene assorbita da una ulteriore coppia formata dalle risultanti delle tensioni di armature aggiuntive sia compresse che tese (non devono alterare la conf. ultima di  $\xi_{lim}$ )



$$C' = \Delta T = \Delta M / (d - d')$$

$$A_s = A_{s0} + \Delta T / f_{yd}$$

so qual è la  $\xi'_s$  a quel livello e leggo  $\xi'_s$  sul grafico

armatura super.  $(A'_s) = C' / (\sigma'_s)$  tens. acciaio a quel livello

## PREVALENTE TRAZIONE NEL PIANO DI SIMMETRIA



1.  $e = M_{sd} / N_{sd} > y_s \rightarrow$  zona compressa  
(prevalente flessione)
2.  $e < y_s \rightarrow$  sezione interamente tesa

$$A_{s1} = \frac{N_{sd}}{f_{yd}} \frac{y_{s2} + e}{y_{s1} + y_{s2}}$$

$$A_{s2} = \frac{N_{sd}}{f_{yd}} \frac{y_{s1} - e}{y_{s1} + y_{s2}}$$

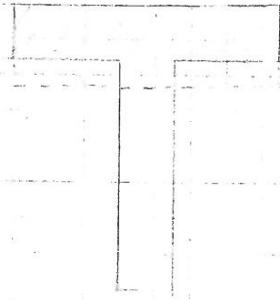
$$\rightarrow S_1 + S_2 = N \quad (\text{traslazione})$$

$$\hookrightarrow S_2 (y_{s2} + e) - S_1 (y_{s1} - e) \quad (\text{rotazione rispetto all'asse } x-x)$$

$$S_1 = A_{s1} \cdot f_{yd}$$

$$S_2 = A_{s2} \cdot f_{yd}$$

valido per  $x > h_f$



riferito all'area rossa:

$$\int_{A_c} \sigma_c dA = \underbrace{f_{cd} \cdot b \cdot x \cdot \beta_1(\epsilon_{c1})}_{\text{rettangolo totale}} +$$

$$- f_{cd} \cdot (b - b_w) \cdot (x - x_f) \cdot \beta_1(\epsilon_{c2})$$

## DIAGRAMMA MOMENTO - CURVATURA

Fin'ora abbiamo visto come si gestisce una sezione allo stato limite ultimo, sia in caso di flessione che di pressoflessione.

Un altro strumento importante è il diagramma momento - curvatura, che per ogni curvatura e sforzo assiale assegnati dice qual è il massimo momento resistente della sezione (capacità



Risposta della sezione in termini di momento flettente e curvature via via crescenti e forza assiale data ( $N_{sd}$ )

Note: forma sezione, posizione armatura, caratteristiche materiali ( $f_{cd}$ ,  $f_{yd}$ ) e  $N_{sd}$

Si assegna una curvatura  $\frac{1}{r}$ , scelta fra le infinite possibili purché sia compatibile con le deformazioni ultime dei materiali.

La deformata è di tipo lineare

$$\varepsilon = \lambda + \mu y$$

deformazione nel baricentro: si calcola in modo che la risultante dello stato tensionale  $\sigma$  coincida con  $N$ ,

ovvero

$$\int_A \sigma dA = N_{sd}$$

(ricerca  $\lambda$  tramite processo iterativo)



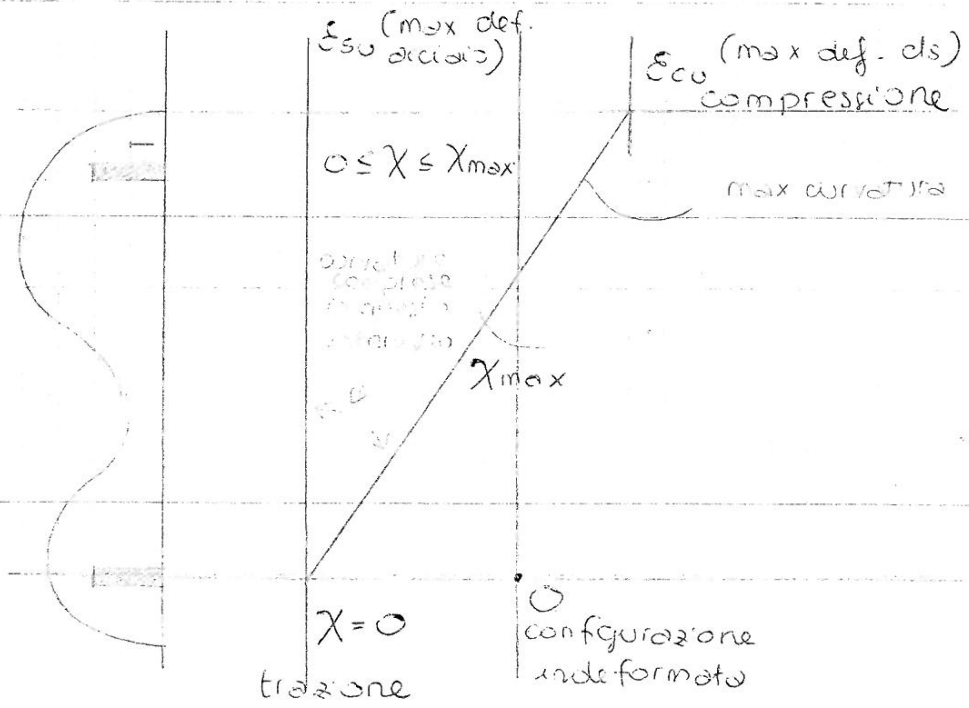
$$N(\lambda, \chi) = \int_A \sigma dA = \int_0^h \sigma_c[\epsilon_c(y)] \cdot b(y) dy +$$

si può usare  
 un costitutivo  
 parabola-rettangolo o  
 bilineare (con un'area  
 di plastica finita)

$$+ \sum \sigma_s[\epsilon_s(y)] A_s \stackrel{!}{=} N_{sd}$$

se è uguale,  $\lambda$  è  
 la deformata ricercata

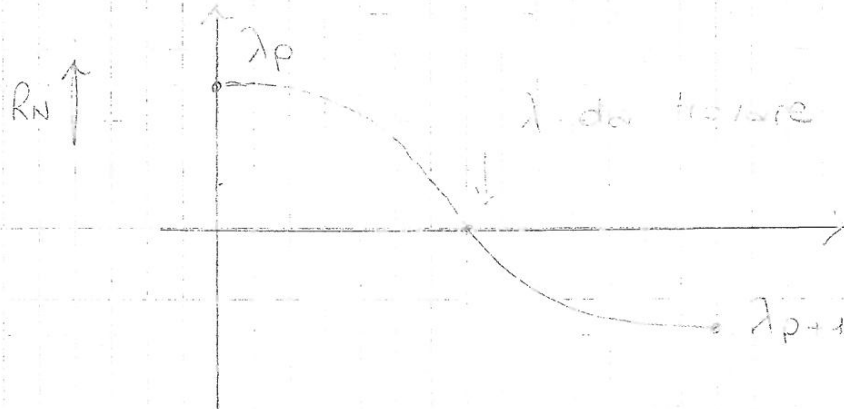
Ricapitolando, stabilita la configurazione  $\mu$ , noto  $\lambda$  (configurazione deformata), si calcola lo stato tensionale  $\sigma$ , da cui si può ricavare la risultante dello stato tensionale  $N(\lambda, \chi)$



$$\lambda_p \rightarrow \underbrace{[\int \epsilon - N_{sd}]}_{R_N} = 0$$

$$\lambda_p \rightarrow R_N > 0$$

$$\lambda_{p+1} \rightarrow R_N < 0$$

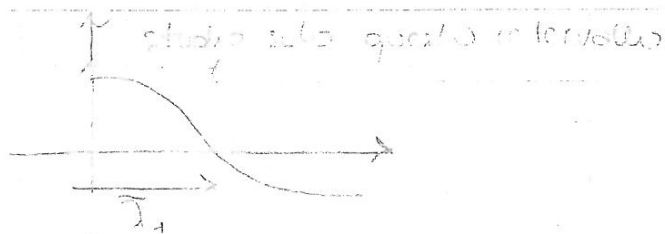


Processo dicotomico per la ricerca di  $\lambda$

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda_p + \lambda_{p+1}}{2}$$

→  $R_N(\bar{\lambda})$

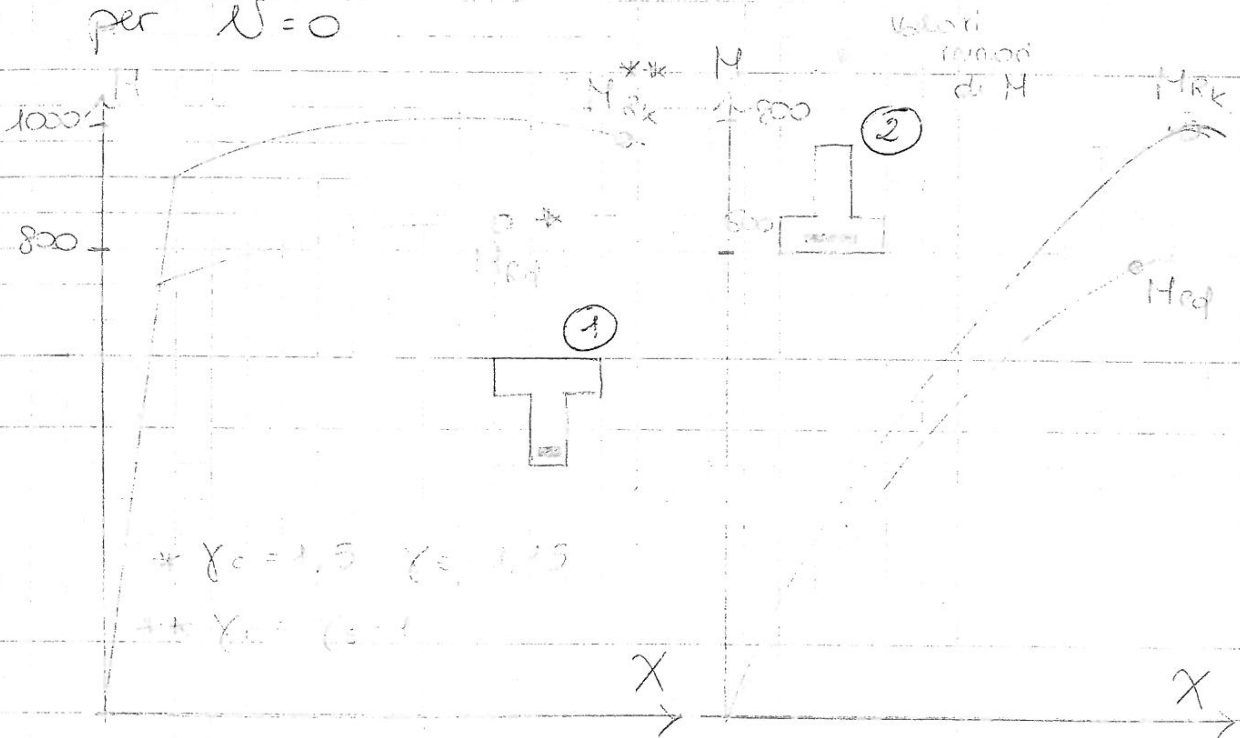
se è negativo →  $\lambda_{p+1} = \bar{\lambda}$



Si prende un altro  $\bar{\lambda}$  riferito a quell'intervallo, finché  $\lambda_i$  è

## Influenza dei coefficienti di sicurezza

Due sezioni uguali, ma una volta l'ala è superiore, l'altra è inferiore. Diagrammi per  $N=0$



\* si usano i parametri di calcolo

\*\* si usano i parametri caratteristici

①  $M_{Rk} / M_{Rd} = 1,17$

②  $M_{Rk} / M_{Rd} = 1,37$

Configurazione per cui sono soddisfatti i limiti di deformabilità della sezione

$$|\varepsilon_c| \leq \varepsilon_{cw}$$

$$|\varepsilon_s| \leq \varepsilon_{sd}$$

$$|\varepsilon_c| \leq \varepsilon_{cw}$$

Non è SLU

### IL DIAGRAMMA MOMENTO - CURVATURA SEMPLIFICATO

Il diagramma si può approssimare con una trilatera

3 punti caratteristici

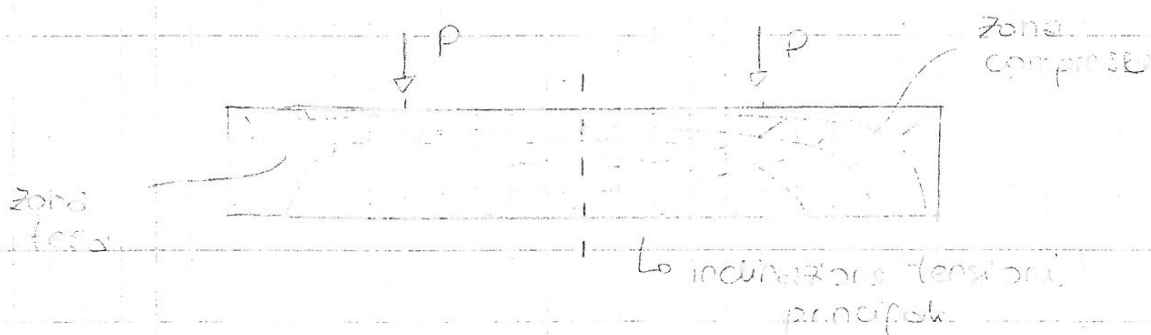
- 1) curvatura sezione con riferimento alla prima fessurazione del cls
- 2) primo snervamento dell'armatura
- 3) collasso della sezione

## STATO LIMITE ULTIMO PER TAGLIO

Non si può fare uno studio sezione per sezione, bisogna riferirsi a un tratto finito di trave.

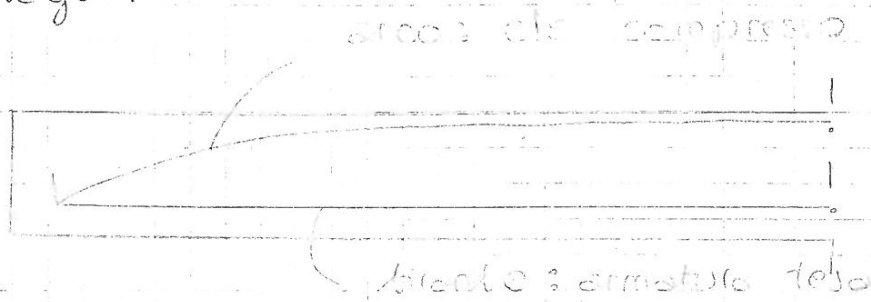
Il comportamento è influenzato da molti parametri: armature longitudinali e trasversali (forma e disposizione), natura e disposizione dei carichi, eccellenza cls - acciaio, ...

Effetto combinato flessione - taglio: le  $\tau$  hanno come risultato l'inclinazione delle  $\sigma$  principali.



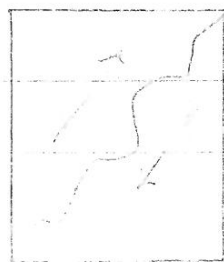
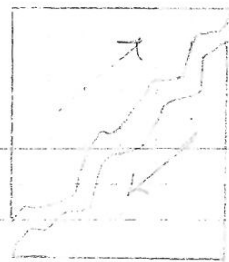
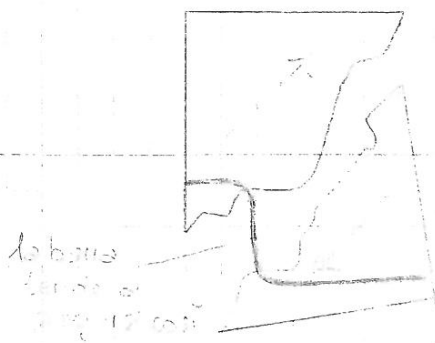
Il nostro materiale non resiste a trazione. Bisogna talvolta intervenire nelle zone tese con un materiale che assorba la trazione  $\rightarrow$  armatura

Se la struttura è fessurata non è detto che non resista a sollecitazioni di taglio.



### MODELLO ARCO - TRANTE

Fessurazione → le sezioni cercano di scorrere le une rispetto alle altre: ciò è contrastato dall'effetto di ingranamento degli aggregati fra le varie sezioni + effetto spunto



In ogni caso si deve comunque avere:

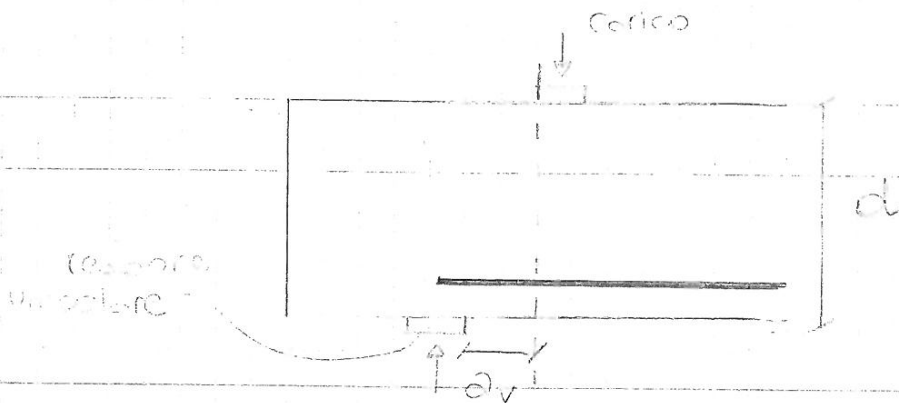
taglio sollecitante

$$V_{sd} \leq 0,5 \cdot b_w \cdot d \cdot V \cdot f_{cd}$$

e' una G

$V$  = fattore di riduzione delle tensioni  
nei cls fessurato a taglio

$f_{cd}$  = rappresentativo di uno stato di  
tensione monoassiale, ma in tal caso  
si ha uno stato pluriassiale, per  
questo si inserisce  $V$



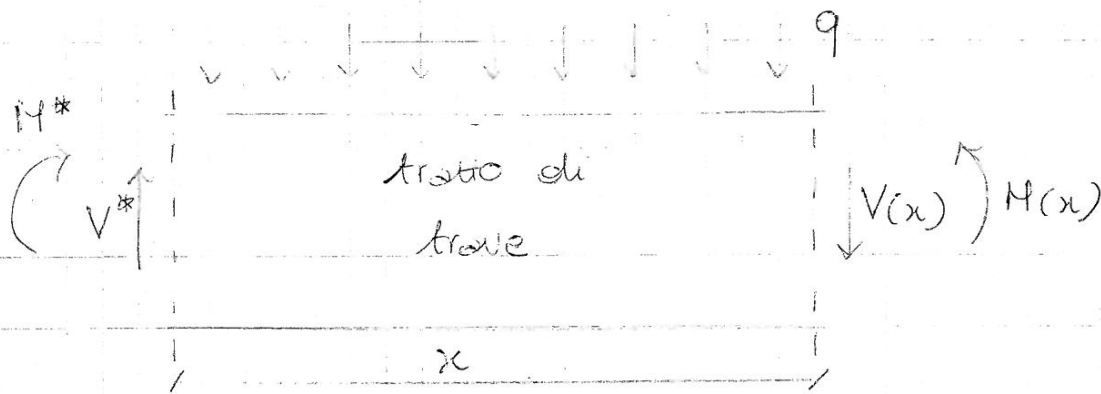
Per carico applicato superiormente e ad  
una distanza  $0,5 \leq a_v \leq 2d$ , il contri-  
buto della forza al taglio deve essere  
ridotto in quanto una parte si scarica  
nel vincolo  $\rightarrow$  bisogna moltiplicare

Tale angolo  $\theta$  è una scelta libera del progettista; l'unico vincolo dato dall'eurocodice è:

$$1 \leq \cotg \theta \leq 2,5$$

→ MODELLO RESISTENTE: TRALICCIO ISOSTATICO

Modello resistente solo ed esclusivamente con l'equilibrio (lower bound solution)



$$M(x) = M^* + V^* x - q \frac{x^2}{2}$$

$$V(x) = V^* - qx$$



$$V_{Rd, max} = \alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot V_1 \cdot f_{cd} (\cotg \vartheta + \cotg \alpha) /$$

$$1 + \cotg^2 \vartheta \geq V_{sd}$$

capacità

portante lato ds

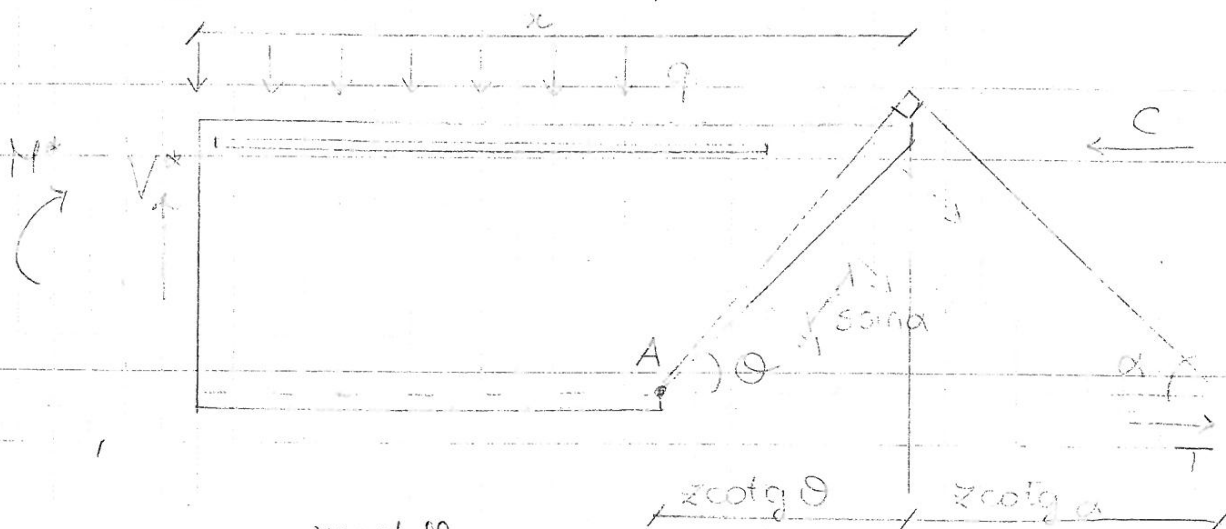
Coefficiente di adimensionalizzazione

$$\alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot V_1 \cdot f_{cd}$$

$$V_{Rd, max} = (\cotg \vartheta + \cotg \alpha) \sin^2 \vartheta \geq V_{sd}$$

(ridotto) (ridotto)

Taglio riferito a un piano inclinato di  $\vartheta$



$$V_{Rd, s} = \frac{A_{sw}}{s \cdot \sin \alpha} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot (\cotg \vartheta + \cotg \alpha) \cdot \sin^2 \alpha \geq V_{sd}$$

area staffo

la resistenza taglio lato armatura

$$\epsilon_s \cdot A_{sw} \cdot \sin \alpha = \underbrace{(\epsilon_c \cdot b_w \cdot s \cdot \sin \theta)}_{\sin \alpha \cdot \theta = 1 / (1 + \cot^2 \theta)}$$

componente biello  
compressa

$z \cos \theta \cdot b_w$  area su cui insiste  $\epsilon_{cw}$

$\frac{z \cos \theta}{2}$  braccio

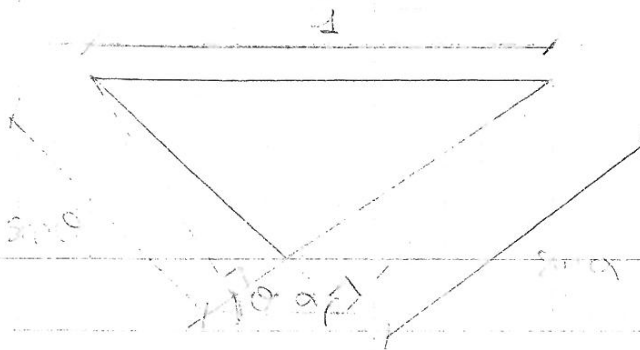
$$\textcircled{A} \quad C_D^+ \quad M_{sd} = T \cdot z - \epsilon_{cw} \cdot z \cos \theta \cdot b_w \frac{z \cos \theta}{2} +$$

$$+ A_{sw} \cdot \epsilon_{sw} \frac{z \cos \alpha}{s \sin \alpha} \frac{z \cos \alpha}{2}$$

$$M_{sd} = T \cdot z - \frac{1}{2} \epsilon_{cw} b_w z^2 \cos^2 \theta +$$

$$+ \frac{1}{2} \frac{A_{sw}}{s} \epsilon_{sw} \cdot \frac{z^2 \cos^2 \alpha}{\sin \alpha}$$

Concavo di lunghezza unitaria



Studiamo l'effetto di  $\vartheta$

$$(*) \quad V_{Rd, max} = (\cotg \vartheta + \cotg \alpha) \sin^2 \vartheta \geq V_{sd}$$

$$(**) \quad V_{Rd, s} = \omega_w (\cotg \vartheta + \cotg \alpha) \sin^2 \alpha \geq V_{sd}$$

parametri  
 di progetto

Fissato  $\alpha$ , (\*) è solo funzione di  $\vartheta$ ;

(\*\*) è anche funzione di  $\omega_w$

$\alpha = 90^\circ$       $0,1 < \omega_w < 0,3$  → altrimenti

c'è diminuzione della capacità

portante

Armature inclinate  $\nearrow \alpha = 90^\circ$  → aumento capacità  
 portante, ma bisogna avere la certezza  
 che le  $\tau$  non cambino di segno.

In zona sismica, infatti, si è obbli-  
 gati a lavorare per  $\alpha = 90^\circ$

$$V_{sd} = (\Delta F_d) / (h_f \cdot \Delta x)$$

variazione  
forza  
normale

spessore flangia

Sezione dell'armatura:

$$(A_{sf} \cdot f_{yd} / (s_f)) \geq V_{sd} \cdot h_f / \cot \theta_f$$

passo  
dell'  
armatura

inclinazione  
bielle compresse  
nella flangia

- longitudinal bar anchored beyond  
the projected part

Noi studiamo le torsioni di equilibrio (è necessario il progetto allo SLU e allo SLE); per quelle di compatibilità non è richiesta la verifica allo SLU ma solo accorgimenti costruttivi.

Meccanismo resistente ultimo per torsione:  
 formazione di una sezione chiusa a pareti sottili anche per sezioni massicce  
 No differenza fra sezioni vuote e piene  
 → la resistenza si ha solo nel materiale più esterno (periferia della sezione)

Si definisce  $t_{ef}$ : lo spessore effettivo (fittizio) della parete tramite la relazione:

$$t_{ef} \leq A/u \leq t_{reale} \quad \begin{array}{l} \text{ovviamente se } t_{reale} \\ \geq A/u, \text{ si prende} \\ t_{reale} \end{array}$$

$$t_{ef} \geq 2c$$

$A$  = area totale sezione

$u$  = perimetro effettivo sezione

$c$  = ricoprimento

$A_k$  = area racchiusa dalla linea media

In tal modo si sa valutare su ogni parete il flusso di tensioni ( $\tau$ ) e la risultante di tale flusso.

Se era già presente un taglio nella sezione, per cui si aveva un' inclinazione delle bielle compresse  $\theta$ ; allora si mantiene tale valore di  $\theta$  anche per lo studio della torsione.

$$\underbrace{\tau_{t,i} \cdot t_{ef,i}}_{\text{flusso sulla parete } i\text{-esima}} \stackrel{\text{Elast}}{=} \frac{T_{sd}}{2 \cdot A_k}$$

corrispondente valore della forza di taglio:

$$V_{sd,i} = \tau_{t,i} \cdot t_{ef,i} \cdot \underbrace{z_i}_{\text{altezza parete}} = \frac{T_{sd} \cdot z_i}{2 \cdot A_k}$$

Analizzando un nodo, si nota la presenza anche di forze orizzontali: c'è bisogno di armatura longitudinale per rarcogliere tali forze.

Su ogni parete si ha dunque un taglio sollecitante

$$V_{sd,i} = \frac{T_{sd} \cdot z_i}{2 \cdot A_k} \quad \text{che deve essere } \leq \text{ di}$$

$(\alpha_{cw} \cdot \eta_{ef,i} \cdot z_i \cdot V_1 \cdot f_{cd} \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta)$   
 ovvero la capacità portante lato cls con ipotesi  $\alpha = 90^\circ$

$$T_{sd} \leq 2 \cdot A_k \cdot \alpha_{cw} \cdot V_1 \cdot f_{cd} \cdot \eta_{ef,i} \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta = T_{Rd,max}$$

Lo stesso vale per le staffe (ricordiamo che  $\alpha = 90^\circ$ )

$$V_{sd,i} = \frac{T_{sd} \cdot z_i}{2 \cdot A_k} \leq f_{yd} \cdot \frac{A_{sw}}{s} \cdot z_i \cdot \cotg \vartheta$$

capacità portante lato acciaio

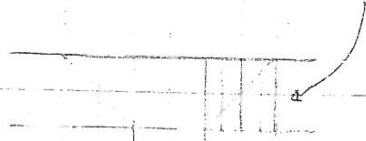
$$T_{sd} \leq 2 \cdot A_k \cdot f_{yd} \cdot \frac{A_{sw}}{s} \cdot \cotg \vartheta$$

In caso di contemporanei taglio-torsione, bisogna effettuare una ulteriore verifica

$$\frac{T_{sd}}{T_{Rd,max}} + \frac{V_{sd}}{V_{Rd,max}} \leq 1$$

$$\frac{2 \cdot A_k \cdot V_1 \cdot f_{cd} / (\cotg \vartheta + \tan \vartheta)}$$

Se il cls non è in grado di sopportare da solo tale carico, bisogna inserire delle armature di cucitura



Per sezioni diverse da quella circolare, l'eurocodice dà il modo per individuare  $U_1$  (larghezza)



È con riferimento ad  $U_1$  che si effettua la verifica per vedere se il cls è in grado di resistere agli sforzi. Se non è così, si definisce un altro perimetro all'interno del quale disporre l'armatura di cucitura.

Il problema del punzonamento si ha anche per i plinti di fondazione, oltre che per i solai.



$U_{sd}$  va confrontato col valore di:

$$U_{Rd,c} = \left[ C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_e \cdot f_{ck})^{1/3} + k_{tr} \cdot \sigma_{cp} \right]$$

$$\rho_e = \sqrt{\rho_{ly} \cdot \rho_{lz}} \leq 0,02$$

$$\geq V_{min} + k_{tr} \cdot \sigma_{cp}$$

Se  $U_{sd} > U_{Rd,c}$ , si dispongono armature di trazione

$$U_{Rd,cs} = 0,75 \cdot U_{Rd,c} + 1,5 \left( \frac{d}{s_r} \right) \cdot A_{sw} \cdot f_{ywd,ef} \cdot \left( \frac{1}{U_{rd}} \right) \cdot \sin \alpha$$

contributo delle armature di trazione

contributo delle armature

contributo delle armature

$s_r$  = interasse radiale fra le circonferenze di armatura

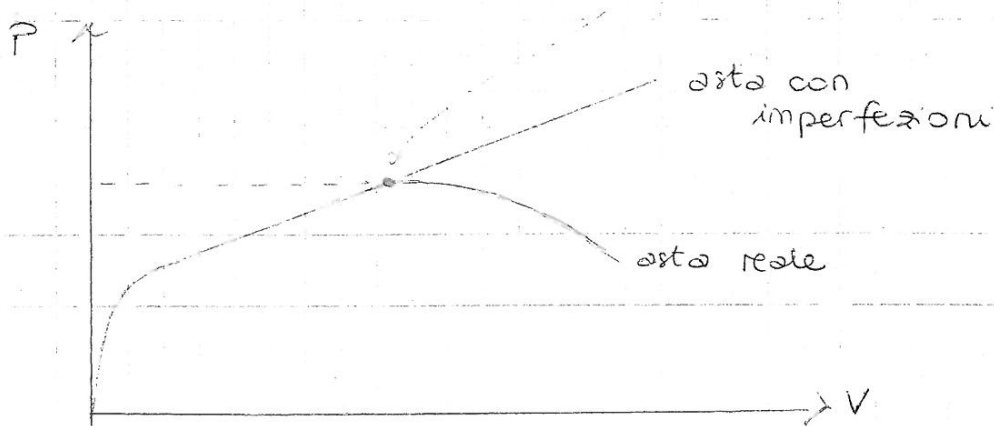
$A_{sw}$  = area armatura per punzonamento disposta lungo una circonferenza.

## STATO LIMITE ULTIMO DI INSTABILITÀ

Richiami di Scienza delle Costruzioni:  
carico critico euleriano.

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

Occorre considerare anche l'influenza delle imperfezioni  $\rightarrow$  lo sforzo normale massimo è inferiore al carico critico di Eulero



Bisogna tener conto degli effetti del 2° ordine (indotti dalla deformazione strutturale), ma solo se essi non sono inferiori al 10% dei corrispondenti effetti del prim'ordine, altrimenti possono essere trascurati.

$$\theta_i = \theta_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m$$

$$\theta_0 = \frac{1}{200} \quad (\text{costante})$$

$$\alpha_h = 2 / \sqrt{e} \quad ; \quad 2/3 \leq \alpha_h \leq 1$$

$$\alpha_m = \sqrt{0,5(1 + 1/m)} \quad m = \text{numero elementi}$$

Per gli elementi isolati si può procedere con due metodi:

a) si considera un 'eccentricità'  $(e_i)$

$$e_i = \theta_i \cdot \underbrace{(l_0)}_{\text{lunghezza libera di inflessione}} / 2$$

b) si considera una forza orizzontale aggiuntiva  $H_i$  posizionata in modo da generare il massimo momento

$$\text{unbraced} \rightarrow H_i = \theta_i \cdot N$$

$$\text{braced} \rightarrow H_i = 2\theta_i \cdot N$$

- $(n) =$  forza assiale ridotta (adimensionalizzata  $\rightarrow V$ )

Se  $\lambda > \lambda_{lim}$ , si ha:

$$M_{sd} = N_{sd} (e_1 + e_2) = N_{sd} (e_e + e_i + e_2)$$

$$(e_1) = (e_e) + (e_i)$$

eccentricità 1° ordine      eccentricità "equivalente" data da momenti applicati alle estremità

tiene conto delle imperfezioni: può essere calcolata

$$(e_2) \rightarrow \text{non lo si conosce}$$

eccentricità 2° ordine

Per il calcolo di  $e_2$  l'EC2 propone

3 metodi:

- generale
- della rigidezza nominale
- della curvatura nominale (colonna modello)

Noi studiamo quest'ultimo, che vale con  $N_{sd}$  costante, sezioni trasversali con piani di simmetria (anche le

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\pi}{L_0} e_2 \sin \frac{\pi x}{L_0}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\pi^2}{L_0^2} e_2 \cos\left(\frac{\pi x}{L_0}\right) \rightarrow \text{la derivata 2}^\circ \text{ approssima bene la curvatura}$$

curvatura max per  $x=0$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\pi^2}{L_0^2} e_2 = \left(\frac{1}{r}\right) \text{ curvatura}$$

↳  $e_2$  è proporzionale alla curvatura, quindi anche il momento del II° ordine lo è.

$$M^I = HL + F(e_i + e_c)$$

$$M^{II} = Nsd e_2$$

## Edifici :

si possono trascurare gli effetti del secondo ordine se

$$F_{V,Ed} \leq k_1 \cdot \frac{n_s}{n_s + 1,6} \cdot \frac{\sum E_d I_c}{L^2}$$

carico verticale totale  
 numero piani  
 mom. inerzia dell'area degli elementi di controvento  
 altezza tot. edificio

$$k_1 = 0,31 \quad \text{oppure}$$

0,62 se gli elementi dei controventi non sono fessurati allo SLU

Valido se:

- instabilità torsionale non rilevante
- deformazioni per taglio trascurabili
- elementi di controvento fissati rigidamente alla base (incastri)
- elementi di controvento con rigidità costante lungo l'altezza
- il carico verticale aumenta approssimativamente dello stesso quantile per ogni piano