REPUBLIQUE ISLAMIQUE DE MAURITANIE — *Honneur – Fraternité – Justice*

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE ET DE LA FORMATION TECHNIQUE ET PROFESSIONNELLE

INSTITUT PEDAGOGIQUE NATIONAL

MATHÉMATIQUE

3ÈME AS

Manuel de l'élève

Les auteurs

Mohameden O/ Bah
Inspecteur de l'Enseignement Secondaire

Yesleck O/ Bamba O/ Tiyib
Professeur de l'Enseignement Secondaire

Meymoune / Med Salek / Heyine
Professeur de l'Enseignement Secondaire

Préface

Collègues Professeurs,

Chers élèves,

Dans le cadre des efforts visant à améliorer la qualité du système éducatif national et en accompagnement de la révision des programmes de l'Enseignement Secondaire opérée en 2016 et des innovations nationales et internationales , l'Institut Pédagogique National cherche à concrétiser cette tendance en élaborant et publiant un manuel scolaire de qualité occupant une place de choix dans l'amélioration des pratiques pédagogiques .

*Dans ce contexte, Nous sommes heureux de mettre entre les mains des élèves de la **3ème AS** du Secondaire, le manuel de Mathématique dans sa version expérimentale.*

Nous espérons que ce manuel constituera une aide précieuse pour améliorer l'efficacité de construction des savoirs chez les élèves.

Tout en souhaitant recevoir de la part des collègues Professers, toute observation, suggestion ou proposition de nature à améliorer la version finale de cet ouvrage, nous ne pouvons qu'adresser nos vifs remerciements aux concepteurs :

- ***Mohameden O/ Bah*** *Inspecteur de l'Enseignement Secondaire*
- ***Meymoune / Med Salek / Heyine*** *Professeur de l'Enseignement Secondaire*
- ***Yesleck O/ Bamba O/ Tiyib*** *Professeur de l'Enseignement Secondaire*

Directeur Général

Cheikh Ahmedou

AVANT-PROPOS

Chers collègues Professeurs,
Chers élèves,

C'est dans le cadre des énormes efforts que fournit l'Institut Pédagogique National pour mettre à votre disposition, dans les meilleurs délais, un outil pouvant vous aider à accomplir respectivement votre tâche que s'inscrit l'élaboration de ce manuel intitulé : ***Mathématiques 3ème AS*** *pour la première année du collège.*

Celui-ci est conçu conformément aux nouveaux programmes en vigueur. Il vise à offrir aussi bien au professeur qu'à l'élève une source d'information et de connaissances (Activités, Savoirs ; Savoir-faire,….) pour aider le premier à préparer son cours et le second à mieux assimiler le contenu son programme de l'année et même à élargir son horizon. Il importe cependant qu'il ne peut en aucun cas être le seul support, ni pour l'un, ni pour l'autre et doit être renforcé et enrichi à travers la recherche d'autres sources d'informations.

Le contenu de ce manuel est réparti en seize chapitres dont les intitulés sont mentionnés dans le tableau de matière et qui recouvrent les quatre domaines du programme à savoir : ***Nombres et calculs****,* ***Géométrie plane****,* ***Organisation et gestion de données*** *et* ***Géométrie dans l'espace****.*

Chaque chapitre renferme tous les savoirs et savoir-faire énoncés dans le programme dégagés à partir d'activités de découverte choisies pour leur adaptation à nos réalités
et d'exercices d'application pour faciliter leur appropriation par les élèves.

Chaque chapitre est sanctionné par une ***série d'exercices*** *dont le niveau de difficultés est progressif pour mettre à l'épreuve les capacités de l'élève afin d'évaluer le degré d'assimilation des notions fondamentales abordées.*

Nous attendons vos précieuses remarques et suggestions en vue d'améliorer ce manuel dans ces prochaines éditions.

Les auteurs
Mohameden O/ Bah
Inspecteur de l'Enseignement Secondaire

Yesleck O/ Bamba O/ Tiyib
Professeur de l'Enseignement Secondaire

Meymoune / Med Salek / Heyine
Professeur de l'Enseignement Secondaire

TABLE DES MATIÈRES

RÉVISION SUR LES RATIONNELS

I. Nature des nombres :

Activité 1:

En maternelle, on a appris à compter des objets, et on utilisait les nombres 1, 2 , 3 …., ces nombres sont les premiers qui sont utilisés « naturellement » , on les nomme les ***nombres entiers naturels.***

Depuis à l'école primaire et au collège, on a découvert d'autres nombres. Voici une liste de nombres :

$-27{,}2$; $\frac{371}{100}$; $\frac{31}{27}$; $\frac{13}{4}$; $-\frac{17}{9}$; $-\frac{231}{11}$; -12 ; $-\frac{23}{7}$; 0 ; 48.

Dans cette liste :

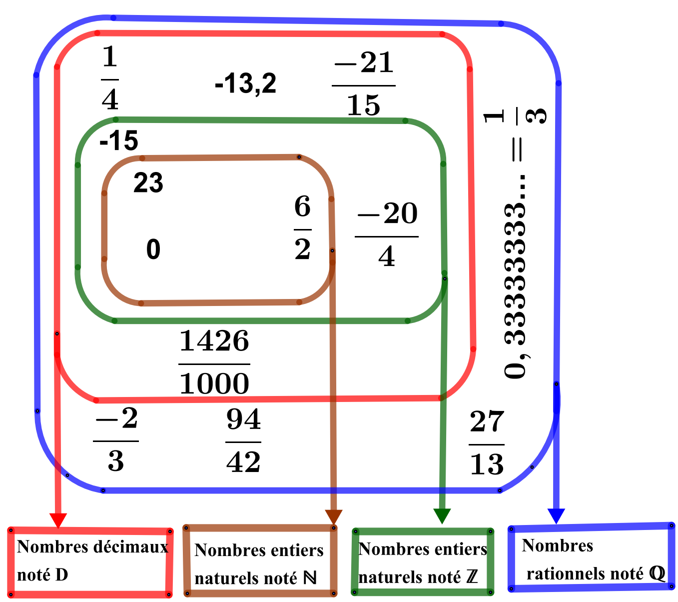
a. *Entoure en bleu les nombres entiers relatifs ;*
b. *Entoure en rouge les nombres entiers relatifs (certains nombres peuvent être entourés plusieurs fois) ;*
c. *Entoure en vert les nombres décimaux ;*
d. *Quels nombres reste-t-il ? Comment les appelle- on tous ces nombres?*

Définition 1: (rappels)

Un nombre rationnel est le quotient d'un entier relatif par un entier relatif non nul, il s'écrit donc sous la forme $\frac{a}{b}$ *; avec* $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}$ et $b \neq 0$

Remarque 1:

- *Un rationnel est donc une fraction d'entiers relatifs.*
- *L'ensemble des rationnels est noté* $\mathbb{Q}$.
- *Tous les entiers naturels, tous les entiers relatifs et tous décimaux relatifs peuvent s'écrire sous la forme* $\frac{a}{b}$. *Ce sont donc des rationnels et on écrit :* $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$



II. Fractions :

II.1. Égalité des fractions

Activité 2:

1. *Donne deux fractions égales à la fraction* $\frac{4}{15}$ *; puis calcule les produits en croix*
2. *Complète ce qui suit :*

$\frac{3}{11} = \frac{...}{...}$; $\frac{1}{7} = \frac{-7}{...}$; $\frac{5}{-13} = \frac{...}{39}$; $\frac{-16}{35} = \frac{...}{-280}$; $\frac{12}{...} = \frac{-5}{...}$; $\frac{...}{36} = \frac{...}{12}$; $\frac{16}{...} = \frac{...}{-34}$.

Règle 1 :

Deux fractions sont égales lorsqu'il y a égalité des produits en croix.
Autrement dit, pour tous entiers relatifs non nuls a, b, c et d, on a :
$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ *équivaut à ad= bc.*

Règle 2 :

On ne change pas un nombre relatif en écriture fractionnaire en multipliant(ou en divisant)son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.
Autrement dit, pour tous nombres relatifs a, b et k, b et k non nuls, on a :
$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$ *et* $\frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$.

Remarque 2:

Ceci nous permet d'obtenir différentes écritures fractionnaires d'un même nombre. On cherche alors la fraction la plus simple.

Exercice d'application 1 :

1. *Complète :* $\frac{-5}{3} = \frac{....}{-6} = \frac{20}{...} = \frac{....}{-3} = \frac{45}{....}$
2. *Quelle remarque fais-tu sur les signes du dénominateur et du numérateur ?*
3. *Montre de façon général que : Si* $\frac{a}{b} = \frac{-15}{3}$ *alors a et b n'ont pas le même signe.*

Remarque 3:

Le signe du quotient de deux entiers relatifs $\frac{a}{b}$ *est le même que le signe du produit* $a \times b$. *On obtient la règle des signes :*

- *Le quotient de deux entiers de même signe est positif*
- *Le quotient de deux entiers de signes contraires est négatif.*

II.2. Comparaison des fractions

Activité 3:

Compare les rationnels dans les cas suivants :

a. $\frac{12}{7}$ *et* $\frac{5}{7}$; $\frac{-8}{11}$ *et* $\frac{-14}{11}$; $\frac{6}{-13}$ *et* $\frac{17}{-13}$.

b. $\frac{8}{11}$ *et* $\frac{9}{13}$; $\frac{-5}{9}$ *et* $\frac{-4}{7}$; $\frac{5}{-9}$ *et* $\frac{3}{-7}$.

Règle 3 :

1. *Si deux fractions ont le même dénominateur positif, alors on les range dans le même ordre que leurs numérateurs. Autrement dit, pour tous nombres relatifs a et c et tout nombre relatif B > 0, on a :* $\frac{a}{B} > \frac{c}{B}$ *équivaut à a>c*
2. *Si deux fractions n'ont pas le même dénominateur positif, on cherche d'abord un dénominateur commun positif, puis on applique le 1.*

III. Opération sur les rationnels :

III.1. Addition et soustraction

Activité 4:

Calcule les sommes ou les différences dans les cas suivants :

a. $\frac{2}{13}+\frac{15}{13}$; $\frac{-11}{24}+\frac{9}{13}$; $\frac{17}{-6}+\frac{31}{-6}$; $\frac{21}{12}-\frac{13}{12}$; $\frac{23}{-49}-\frac{-17}{-49}$;

b. $\frac{-2}{5}+\frac{15}{7}$; $\frac{-11}{24}+\frac{9}{13}$; $\frac{17}{-4}+\frac{31}{6}$; $\frac{23}{9}-\frac{13}{8}$; $\frac{23}{-4}-\frac{-19}{7}$; $\frac{-23}{9}-\frac{13}{8}$;

Règle 4 :

On distingue deux cas :

1er cas : *Pour additionner (ou soustraire) deux fractions de même dénominateur, il faut additionner (ou soustraire) les numérateurs et conserver le dénominateur commun.*

$\frac{a}{B}+\frac{c}{B}=\frac{a+c}{B}$ *et* $\frac{a}{B}-\frac{c}{B}=\frac{a-c}{B}$

2ème cas : *Pour additionner (ou soustraire) deux fractions de dénominateurs différents, il faut chercher d'abord un dénominateur commun, puis appliquer le 1er cas.*

III.2. Multiplication des fractions :

Activité 5:

Calcule les produits dans les cas suivants :

$\frac{5}{7}\times\frac{-3}{4};\frac{-13}{4}\times\frac{5}{7};\frac{15}{-7}\times\frac{-3}{24};\frac{-5}{17}\times\frac{-51}{5}$ *et* $\frac{-9}{14}\times\frac{42}{-18}$.

Règle 6:

Pour multiplier deux nombres relatifs en écriture fractionnaire, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux, en respectant la règle des signes.

$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$.

Remarque 4:

Il est vivement conseillé de décomposer le numérateur et le dénominateur pour simplifier avant d'effectuer les calculs.

Exemple 1:

Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction simple : $A=\frac{-9}{35}\times\frac{14}{-27}$;

Réponse :

D'abord, il y a deux signes « moins », donc A est positif ; puis, on a :

$$A=\frac{9}{35}\times\frac{14}{27}=\frac{3\times3\times2\times7}{5\times7\times3\times3\times3}=\frac{2}{3\times5}=\frac{2}{15}.$$

Remarque 5:

Si a *et* b *deux entiers non nuls, on a :* $\frac{a}{b}\times\frac{b}{a}=\frac{a\times b}{b\times a}=1$.

On dit que $\frac{a}{b}$ *est l'inverse de* $\frac{b}{a}$. *Ainsi, on écrit* $\frac{1}{\frac{a}{b}}=\frac{b}{a}$

III.3. Division des fractions :

Activité 6:

Effectue les opérations suivantes:

$\frac{9}{4}\div 5=;\frac{-49}{9}\div 7;\frac{1}{2}\div\frac{2}{5};\frac{3}{2}\div\frac{2}{-5};\frac{-5}{9}\div\frac{3}{-8}$

Règle 7:

Diviser une fraction $\frac{a}{b}$, $(b \neq 0)$ *par un entier non nul c, c'est la multiplié par l'inverse de cet entier. On écrit :* $\frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{b} \times \frac{1}{c} = \frac{a}{bc}$

De façon générale, pour diviser une fraction $\frac{a}{b}$ *par une fraction* $\frac{c}{d}$ *non nulle, on multiplie la fraction* $\frac{a}{b}$ *par l'inverse de* $\frac{c}{d}$ *On écrit :*

$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$ *ou encore* $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$; a, b, c, d *des entiers relatifs et* b, c *et* d *non nuls.*

Remarque 6:

Attention à la position du « trait central de fraction » et à la place du signe égal.

Exemple2:

Calcule $A = \dfrac{\frac{3}{8} - \frac{7}{12}}{\frac{5}{7} + \frac{1}{2}}$.

Réponse :

On calcule d'abord le numérateur puis le dénominateur :

$$\frac{3}{8} - \frac{7}{12} = \frac{12 \times 3 - 7 \times 8}{8 \times 12} = \frac{36 - 56}{96} = \frac{20}{96} = \frac{5}{24} \ ;$$

$$\frac{5}{7} + \frac{1}{2} = \frac{5 \times 2 - 7 \times 1}{7 \times 2} = \frac{10 - 7}{14} = \frac{3}{14}$$

On multiplie en suite par l'inverse du dénominateur :

$$\frac{5}{24} \times \frac{14}{3} = \frac{70}{72} = \frac{35}{36}$$

Exercice d'application 2:

$$\frac{1}{2}\div\frac{-2}{5};\quad \frac{4}{3}\div\left(1+\frac{1}{2}\right);\quad \frac{-5}{9}\div\frac{3}{-25};\quad \frac{3+\frac{5}{7}-\frac{1}{2}}{3+\frac{5}{7}-\frac{1}{2}}\;;\quad \frac{12-\left(\frac{5}{4}\div\left(\frac{2}{3}+1\right)\right)}{\left(8-\frac{1}{2}\right)\times\left(8\div\frac{2}{5}\right)}$$

IV. Puissances :

IV.1. Puissances entières et propriétés:

Activité 7:

1. Calcule les puissances suivantes :

$(-5)^3$ =; 3^{-2} = ; $(-\frac{4}{3})^3$; $(\frac{4}{3})^{-2}$; $(\frac{-2}{3})^3$

2. Complète les égalités ci-dessous :

$(-2)^2 = (-2)^{-5}\times(-2)^{\cdots}$

$(4^3)^{-2} = \ldots^{-12}$

$\frac{34^{10}}{17^{10}} = (\frac{\cdots}{\cdots})^{10} = \ldots^{10}$

$(\frac{4}{3})^9(\frac{3}{16})^9 = (\frac{\cdots}{\cdots})^9 = \ldots$

Définition :

Soit a un nombre relatif non nul et n un entier naturel non nul. Alors, a^n se lit « a élevé à la puissance n » ou « a exposant n » et désigne le produit de n facteurs, tous égaux à a . L'entier n s'appelle « l'exposant ». a^{-n} désigne l'inverse de a^n :

D1 : $a^n = \underbrace{a\times a\times\ldots\times a}_{n\ facteurs}$

D2 : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

avec, par convention : $a^1=a$ et si $a\neq0$, alors $a^0=1$. Enfin, 0^0 n'est pas défini.

Exemple 3 :

$2^3 = 2\times2\times2 = 8$ et $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

Propriété 1:

Soient a et b deux nombres relatifs non nul et n et p deux entiers relatifs. Alors, on a les propriétés suivantes :

P1 : $a^{n+p}=a^n\times a^p$

P2 : $\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$

P3 : $(a^n)^p = a^{n\times p}$

P4 : $(a\times b)^n = a^n\times b^n$

P5 : $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Exemple 4:

Simplifie l'expression $A=\frac{6^4\times2^3}{4^3\times3^5}$

On décompose chaque puissance, puis on regroupe et on simplifie :

$N= 6^4\times2^3=(2\times3)^4\times2^3=2^4\times3^4\times2^3=2^{4+3}\times3^4=2^7\times3^4$

$D= 4^3\times3^5=(2\times2)^3\times3^5=2^3\times2^3\times3^5=2^{3+3}\times3^5=2^6\times3^5$

$A=\frac{2^7\times3^4}{2^6\times3^5}=2^{7-6}\times3^{4-5}=2^1\times3^{-1}=\frac{2}{3}$

Remarque 7:

Nous avons défini les puissances avec un exposant positif ou négatifs, donc on peut supposer dorénavant que les exposants n et p sont des entiers relatifs.

IV.2. Puissances de 10

Définition : *(On applique les mêmes définitions et propriétés que ci-dessus avec a=10) .*

Soit n un entier naturel non nul. Alors, 10^n *se lit « 10 élevé à la puissance n » ou « 10 exposant n » et on a :*

D1 : $10^n=\underbrace{10\times10\times\ldots\times10}_{n\text{ facteurs}}=\underbrace{1000\ldots0}_{n\text{ zéros}}$ **D2:** $10^{-n}=\frac{1}{10^n}=\underbrace{0,00\ldots01}_{n-1\text{ zéros après la virgule}}$

avec, par convention : $10^1=10$ *et* $10^0=1$.

Exemple 5:

$10^2 = 100$; $10^{-3} = 0,001$.

Propriété 2:

Tout nombre décimal positif N s'écrit d'une infinité de manière sous la forme $N=a\times10^n$ *où a est un(autre) nombre décimal et n un entier relatif.*

Exemple 6:

3500 $= 350 \times 10^1 = 35 \times 10^2 = 3,5 \times 10^3 = 0,35 \times 10^4 = \ldots$

0,00085 $= 85 \times 10^{-5} = 8,5 \times 10^{-4} = 850 \times 10^{-6} = \ldots$

Propriété3 et définition:

Tout nombre décimal strictement positif N s'écrit d'une manière unique sous la forme $N = a\times10^n$ *où a est un nombre décimal compris strictement entre 0 et 10 et n un entier relatif.*

Le nombre a s'écrit avec un seul chiffre différent de 0 avant la virgule.

Cette dernière écriture s'appelle la ***notation scientifique****.*

Exemple 7:

$3500 = 3{,}5 \times 10^{3}$

$0{,}00085 = 8{,}5 \times 10^{-4}$.

$357 \times 10^{-8} = 3{,}57 \times 10^{2} \times 10^{-8} = 3{,}57 \times 10^{-6}$.

V. Priorités opératoires :

Activité 8:

Calcule les expressions suivantes :

$A = \frac{7}{15} + \left(\frac{2}{7} - \frac{7}{5} \times \frac{3}{4}\right)$; $B = \left(\frac{2}{5}\right)^{3} \times \frac{5}{7} - \frac{1}{4}$ et $C = 3 - \frac{\frac{3}{11} - \frac{2}{7}}{\frac{5}{3} - \frac{9}{4}}$

Règle 8:

En l'absence de parenthèses, on effectue les opérations dans l'ordre suivant :

- *Les puissances*
- *Les multiplications et les divisions*
- *Les additions et les soustractions.*

Exercices divers

Exercice 1: fractions égales

Modifie l'écriture du rationnel :

- $\frac{15}{20}$ *pour que son numérateur soit 24 ;*
- $\frac{25}{35}$ *pour que son dénominateur soit 56 ;*
- $\frac{56}{48}$ *pour que la somme de son numérateur et de son dénominateur soit 65 ;*
- $\frac{39}{27}$ *pour que son numérateur soit compris entre 100 et 110 ;*

Exercice 2:

Dans une classe, les $\frac{2}{3}$ *des élèves ont plus de la moyenne à leur devoir de Mathématiques et* $\frac{1}{4}$ *des élèves seulement ont une note supérieure à 15.*

Quelle fraction des élèves ont une note comprise entre 10 et 15 ? 0 et 9 ?

Exercice 3:

Un flacon rempli d'eau aux $\frac{2}{3}$ *pèse 370g. Si on le rempli aux* $\frac{3}{4}$ *il pèse 580g.*

Peux-tu dire quelle est la contenance de ce flacon.

Exercice 4:

Trois frères se partagent une propriété. Le premier en a les $\frac{3}{10}$ *plus 11ha, le deuxième en a les* $\frac{5}{12}$ *plus 9ha et le troisième en a le* $\frac{1}{10}$ *plus 18 ha.*

1. *Quelle est l'aire totale de la propriété ?*
2. *Quelle est l'aire de chacune des parts.*

Exercice 5:

1. *Calcule :*

   $(\frac{2}{7})^{-3}$; $(-\frac{3}{5})^{4}$; $((\frac{5}{3})^{2})^{2}$; $((-\frac{4}{7})^{2})^{-1}$; $((-\frac{2}{3})^{-4})^{-2}$.

2. *Simplifie les expressions ci-dessous :*

   $A= ((-\frac{2}{3})^{-4})^{-2} \times (\frac{2}{3})^{-3}$ $B= ((-\frac{3}{7})^{5})^{3} \times (\frac{2}{5})^{-3}$;

   $C= ((-\frac{3}{5})^{2})^{-3} \times ((-\frac{5}{11})^{-3})^{-2}$.

Exercice 6:

3. *Quel est le signe de chacune des puissances*

$(\frac{-2}{7})^{-4}$; $(-\frac{1}{5})^{3}$; $((\frac{-5}{3})^{2})^{2}$; $((-\frac{4}{7})^{-3})^{-1}$; $((-\frac{2}{3})^{-4})^{2}$.

4. *Quel est le signe de chacune des expressions ci-dessous :*

$A= ((-\frac{2}{3})^{-4})^{-2} \times (\frac{2}{3})^{-3}$; $B= ((-\frac{3}{7})^{5})^{3} \times (\frac{2}{5})^{-3}$;

$C= ((-\frac{3}{5})^{2})^{-3} \times ((-\frac{5}{11})^{-3})^{-2}$.

Exercice 7:

a, b sont deux entiers naturels non nuls ; simplifie les expressions ci-dessous :

$(-\frac{1}{a}) \times \frac{1}{2a} \times \frac{1}{a}$; $(\frac{2}{b})(-\frac{5b}{4})(-\frac{8}{15b^2})$; $(-\frac{3}{2b})^2 \times (-\frac{1}{3b^2})^3$.

Exercice 8:

1. *Compare les deux rationnels dans les cas suivants :*

   a. $\frac{19}{13}$ *et* $\frac{15}{11}$; *b.* $-\frac{7}{3}$ *et* $-\frac{11}{5}$; *c.* $\frac{-27}{35}$ *et* $\frac{31}{-38}$

2. *Range suivant l'ordre croissant les rationnels cités à la question 1.*

3. *Range suivant l'ordre décroissant les opposés des rationnels cités à la question 1.*

Exercice 9:

Etant donnés deux entiers naturels x, y non nuls.

a. *Montre que si* $x > y$; *alors* $\frac{x-1}{x} > \frac{y-1}{y}$.

b. *Montre que si* $\frac{x-1}{x} > \frac{y-1}{y}$; *alors* $x > y$.

c. *Soit n un entier naturel. Montre que si* $x > y$; *alors* $\frac{x+n}{x} < \frac{y+n}{y}$.

Exercice 10:

Aminata doit écrire une suite de rationnels tels que chacun d'entre eux soit égal au précédent multiplié par $\frac{5}{7}$. *Elle a oublié d'écrire le premier nombre mais sa camarade lui dit que le troisième nombre est* $\frac{1\,875}{1\,813}$.

1. *Quel est le premier nombre de cette liste.*
2. *Ecris les six premiers nombres de cette liste.*

Exercice 11:

a, b, c et d sont des entiers naturels non nuls ; simplifie les expressions ci-dessous :

$\frac{3a^2}{16b} \times \frac{5b^2}{8a^2} \times \frac{7a^5}{15b^6}$; $\frac{3a^5}{2b^2} \times \frac{7c^2b^3}{5da^2} \times \frac{7d^2}{15ca^2}$; $\frac{3ba^5}{2cd^2} \times \frac{7d^2b^3}{5ac^2} \times \frac{7bc^4}{15da^2}$.

Exercice 12:

a étant un entier relatif non nul. Simplifie les expressions ci-dessous :

$\frac{2a}{3} \div \frac{4a}{5}$; $\frac{7a}{2} \div \frac{5a}{16}$; $\frac{5a^2}{3} \div \frac{4a}{2}$; $\frac{8a^3}{9} \div \frac{32a^2}{12}$; $\frac{9a^5}{14} \div \frac{3a^2}{2}$

Exercice 13:

1. *Ecris sous la forme* $a.10^n$ *(avec* $a \in \mathbb{N}$ *et* $n \in \mathbb{Z}$*) les rationnels suivants* *0,501 ; 2700 ; 0,64 ; 0, 308 ; 0,009*
2. *Calcule les produits suivants :* $35 .10^{4} \times 7 .10^{-9}$; $-3 .10^{4} \times 9 .10^{2}$; $7 .10^{-4} \times 3 .10^{-9}$; $45 .10^{-3} \times 8 .10^{5}$.
3. *Donne l'écriture scientifique de chaque produit.*

Exercice 14:

a et b étant deux entiers relatifs non nuls. Simplifie les expressions ci-dessous :

$\frac{8b}{3a} \div \frac{24b}{5a}$; $\frac{8a^2b}{15} \div \frac{4a}{3b}$; $\frac{5a^4}{12b} \div \frac{9a^3}{5b}$; $\frac{16a^5}{3b^4} \div \frac{20a}{9b^2}$.

Exercice 15:

a et b sont deux entiers naturels non nuls, dans chaque cas trouve un rationnel $\frac{a}{b}$ *sachant que :*

- $\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{25}{4}$ *. Indique toutes les solutions*
- $\left(\frac{a}{b}\right)^3 = \frac{8}{27}$ *. Y a-t-il plusieurs solutions ;*
- $\left(\frac{a}{b}\right)^3 = -\frac{27}{125}$ *. Y a-t-il plusieurs solutions ;*

Exercice 16:

Calcule les expressions suivantes :

$A = \frac{6}{7} + \frac{2}{3} - \frac{2}{5} \times \frac{5}{9} \div \frac{4}{11} + \frac{8}{27}$.

$B = \frac{3}{7} \times \frac{2}{3} - \frac{4}{5} + \frac{15}{8} \div \frac{2}{9} + \frac{14}{27}$.

Exercice 17:

Donne l'écriture décimale de chaque nombre

$5{,}8\,.\,10^5 - 3{,}4\,.\,10^6$; $7{,}2.\,10^{-3} + 0{,}8\,.\,10^{-2}$; $\dfrac{2.10^{-5}\times 45\,.10^9}{8\times 10^8}$;

$\dfrac{3{,}5\times(10^{-3})^2\times 8\times 10^{-1}}{7\times 10^{-9}}$.

Exercice 18:

a. *Recopie et complète :*

$14^2 = \ldots^2 \times \ldots^2$; $15^2 = \ldots^2 \times \ldots^2$

b. *On donne* $E = \dfrac{2^8\times 3^2\times 5^7}{2^3\times 15^2}$ *et* $F = \dfrac{7^5\times 5^3}{5^2\times 2^{-1}\times 14^2}$. *Calcule E et F.*

c. *En s'inspirant de la méthode adoptée pour calculer E et F,*

calcule $G = \dfrac{3^7\times 4^8\times 5^4}{2^5\times 5^{-7}\times 9^2}$.

Exercice 19:

On donne l'expression numérique : $A = 2.\,10^2 + 10^1 + 10^{-1} + 2\,.\,10^{-2}$.

a. *Donne l'écriture décimale de A.*

b. *Donne l'écriture scientifique de A.*

c. *Ecris A sous forme d'un produit d'un nombre entier par une puissance de 10.*

d. *Ecris A sous forme d'une somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à 1.*

Exercice 20:

1. *Soient les ensembles suivants :*

$A = \left\{x \in \mathbb{Q} \text{ tels que } \frac{5}{3} \leq x \leq \frac{11}{3}\right\}$ *et* $B = \left\{x \in \mathbb{Q} \text{ tels que } -\frac{2}{3} \leq x \leq \frac{7}{3}\right\}$

   a. *Donne plusieurs rationnels appartenant à A et plusieurs appartenant à B*
   b. *Peux-tu trouver des rationnels appartenant à A et à B ?*
   c. *Donne plusieurs éléments appartenant à A et n'appartenant pas à B*
   d. *Donne plusieurs éléments appartenant à B et n'appartenant pas à A*

2. *Reprends les questions précédentes avec les deux ensembles :*

$A = \left\{x \in \mathbb{Q} \text{ tels que } -\frac{2}{5} \leq x \leq \frac{7}{5}\right\}$ *et* $B = \left\{x \in \mathbb{Q} \text{ tels que } -\frac{4}{3} \leq x \leq \frac{8}{3}\right\}$.

SYMÉTRIES CENTRALE ET AXIALE

I. Symétrie centrale:

I.1. Symétrique d'un point, d'une figure (Rappels) :

Activité 1 :

On donne un point O du plan.

1- *Choisis un A, construis le point A' tel que O est le milieu de [AA']. A' est appelé symétrique de A par rapport à O.*

2- *Reprends la question 1 en choisissant un autre point B.*

3- *On note S_O la symétrie centrale de centre O. Complète :*

$A \xrightarrow{S_O} \dots$, $\dots \xrightarrow{S_O} B'$ $[AB] \xrightarrow{S_O} \dots$ $(AB) \xrightarrow{S_O} \dots$

4- *Choisis un troisième point C pour que ABC soit un triangle isocèle, construis l'image de ABC.*

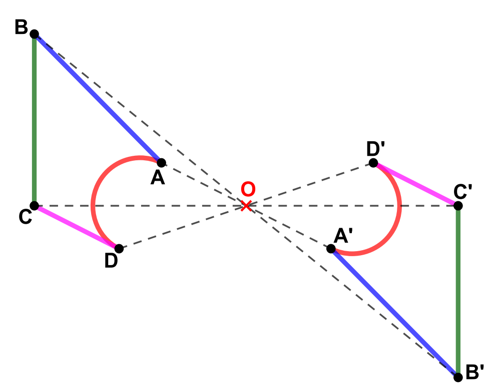
Propriété 1:(Resumé)

- *Un point et son image sont alignes avec le centre de symétrie ;*
- *L'image d'un segment est un segment parallèle et de même longueur.*
- *Une figure et son image sont superposables.*

Règle de construction :

- *Pour construire le symétrique A' d'un point A dans la symétrie de centre O :*
  - *On trace, en pointillés, la demi-droite [AO) ;*
  - *On prend la mesure OA et on la reporte sur [AO), à partir de O ;*
  - *On efface les traits de construction ;*
  - *On code les segments égaux.*
- *Pour construire la symétrie d'une figure dans une symétrie centrale*
  - *On construit le symétrique de chaque sommet*
  - *On relie les images de la même façon que les points de la figure initiale*

Exemple 1:

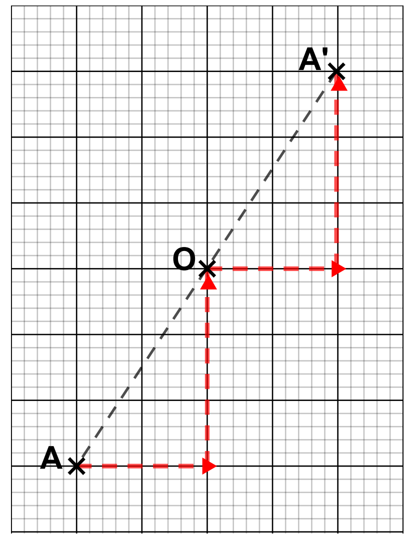


Remarque 1: Utilisation d'un quadrillage

Sur le dessin ci-contre on décrit la façon de chercher le symétrique A' du point A dans la symétrie de centre O.
Pour aller de A à O, on se déplace :
- *horizontalement de 2 carreaux ;*
- *verticalement de 3 carreaux.*

On se place en O et on effectue le déplacement précédent :
- *horizontalement de 2 carreaux ;*
- *verticalement de 3 carreaux.*

La position finale est le point A'.



Exercice d'application 1:

Trace un triangle ABC tel que AC = 8 cm ; $A\hat{B}C$ = 50° et BC = 10 cm. Place le point M du segment [BC] tel que CM = 3 cm. O est le milieu du segment [AM].

1. *Construis les points G et H, les symétriques respectifs des points B et C par rapport à O.*
2. *Démontre que les longueurs GH et BC sont égales.*
3. *Démontre que les droites (AB) et (MG) sont parallèles.*
4. *Démontre que les points A, G et H sont alignés.*

I.1.B. Centre de symétrie :

Activité 2 :

Pour chaque figure, dis si oui ou non elle possède un centre de symétrie. Si oui indique ce centre.

Définition 1:

Un point O est centre de symétrie d'une figure lorsque cette figure est sa propre symétrique par rapport à O.

Exercice d'application 2:

Sans chercher à reproduire les figures ci- dessous, pour chacune explique comment marquer d'une croix son éventuel centre de symétrie

II. Symétrie axiale :

I.1. Symétrique d'un point (rappels)

Activité 3 :

On donne une droite (Δ)

1. *Choisis un point M, construis le point M' tel que* (Δ) *est la médiatrice de [MM']. M' est appelé symétrique de M par rapport à droite* (Δ).
2. *Reprends la question précédente en choisissant un point N.*
3. *On note* S_Δ *la symétrie axiale d'axe* Δ *, complète :*

   $[MN] \xrightarrow{S_\Delta} \ldots,\quad (MN) \xrightarrow{S_\Delta} \ldots\ .$

4. *Choisis un troisième point P pour que (MNP) soit un triangle rectangle isocèle, construis l'image de ce triangle par la symétrie* S_Δ *. Que peux-tu-dire ?*

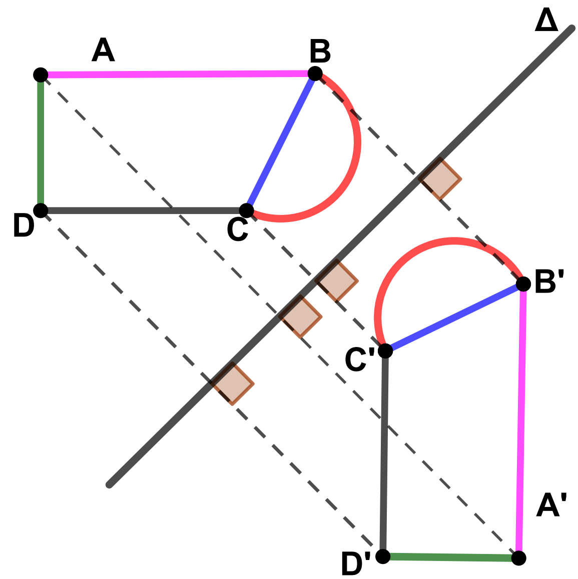
Propriété 2 :(Résumé)

- *L'image d'un segment est un segment de même longueur mais en général non parallèle au segment initial.*
- *Une figure et son image sont superposables ;*

Règle de construction d'un point et d'une figure :

- *Pour construire le symétrique M' d'un point M dans la symétrie d'axe* Δ
  - *On trace un arc de cercle de centre M qui coupe l'axe en deux points E et F ne pas les nommer sur la figure.*
  - *On trace deux nouveaux arc de même rayon que l'arc initial de centre E et F. les deux arcs se coupent en M'.*
  - *On efface les traits de constructions.*
  - *On code les segments égaux et l'angle droit.*
- *Pour construire le symétrique d'une figure dans une symétrie centrale*
  - *On construit le symétrique de chaque sommet*
  - *On relie les images de la même façon que les points de la figure initiale*

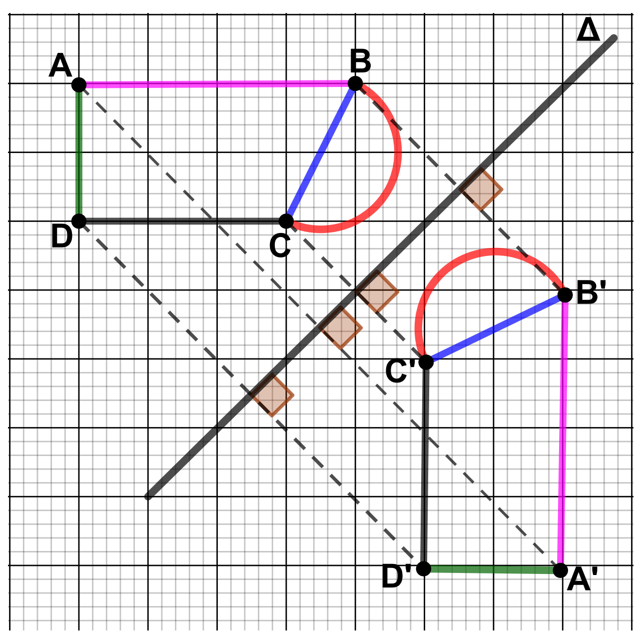
Exemple 2 : ***Symétrique d'une figure : ABCD***



Remarque 2: ***Utilisation d'un quadrillage***

Dans cet exemple, l'axe Δ est une diagonale du quadrillage.
Toute perpendiculaire à l'axe sera sur l'autre diagonale du quadrillage.
Ainsi, de A à l'axe Δ, on compte trois carreaux et demi en diagonale; de même de l'axe Δ à A'.

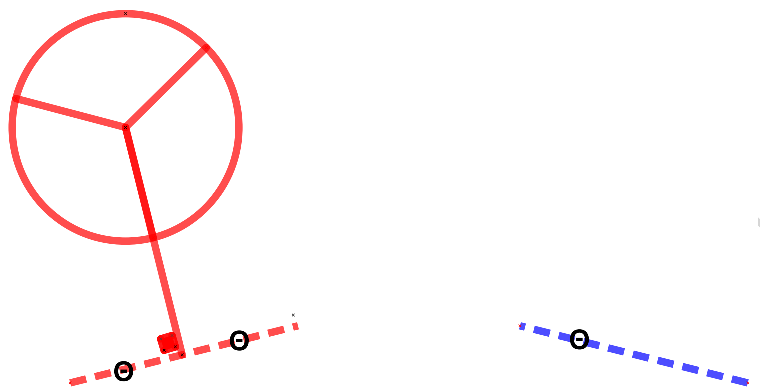
De façon générale la méthode de construction avec un quadrillage dépend de la position de l'axe par rapport aux traits de ce quadrillage.



Exercice d'application 3:

Medhi a commencé à tracer le symétrique de la figure ci- dessous par rapport à la droite d. Malheureusement, il a gommé la droite d.

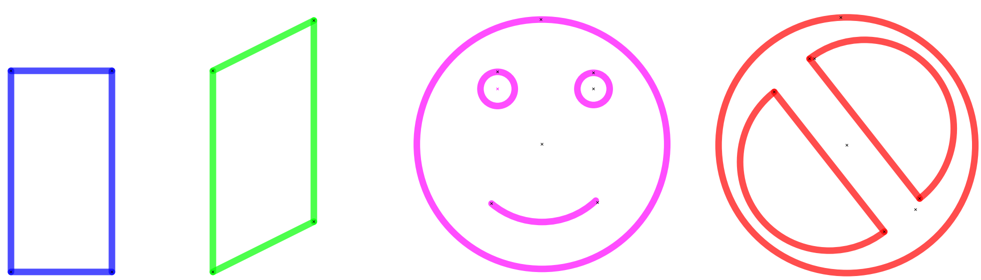
1. *Aide-le à trouver la droite d. Explique ta démarche.*
2. *Termine la figure symétrique.*



II.2. Axe de symétrie :

Activité 4:

1. *Reproduis chacune des figures ci- dessous, puis trace son (ou ses) axe(s) de symétrie éventuel(s).*



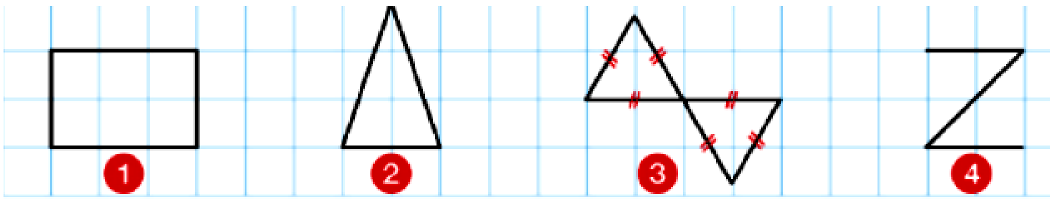
2. *Sans chercher à reproduire les figures de l'activité 2, quel est le nombre d'axes de chacune de ces figures ?*

Définition 2:

Une droite Δ est un axe de symétrie d'une figure lorsque cette figure est sa propre symétrique dans la symétrie d'axe Δ.

Exercice d'application 4:

1. *Reproduis sur papier quadrillé et construis, s'il(s) existent ses axes de symétrie*



2. *Trace à main levée les polygones réguliers puis complète le tableau suivant :*

Polygone régulier	*Nombre de côtés*	*Nombre d'axes de symétrie*
Triangle équilatéral		
	4	
	5	
	6	

Exercices divers

Exercice 1:

ABC est un triangle quelconque et O un point sur le côté [BC].
Les points A et M sont symétriques par rapport à O. Le point B' est le symétrique de B par rapport à O.
Prouve que les longueurs MB et AB' sont égales.

Exercice 2:

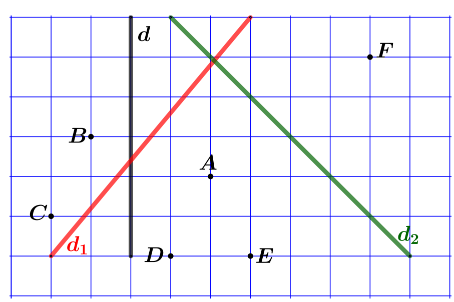
a. Trace un triangle EFG tel que EF = 4,5 cm, FG = 8 cm et $\widehat{EFG}$ *= 40°.*
b. Place un point I à l'extérieur du triangle.
c. Construis le symétrique E'F'G' du triangle EFG par rapport au point I.
d. Combien mesure l'angle $\widehat{E'F'G'}$ *? Justifie la réponse.*

Exercice 3:

a. Trace un cercle $\mathscr{C}$ *de centre P et rayon PQ = 4,2 cm.*
b. Place le pointR, symétrique de Qpar rapport à P et un point I tel que PI =6cm.
c. Construis les points P',Q' et R' symétriques respectifs de P, Q et R par rapport à I.
Démontre que les points P', Q' et R' sont alignés et que le cercle $\mathscr{C}'$ *de centre P' et rayon P'Q' est le cercle symétrique de* $\mathscr{C}$*.*

Exercice 4:

Sur la figure ci-contre
a. Construis les points A' et B' symétriques des points A et B par rapport à d ;
b. Construis les points C' et D' symétriques des points C et D par rapport à d_1 *;*
c. Construis les points E' et F' symétriques des points E et F par rapport à d_2*.*

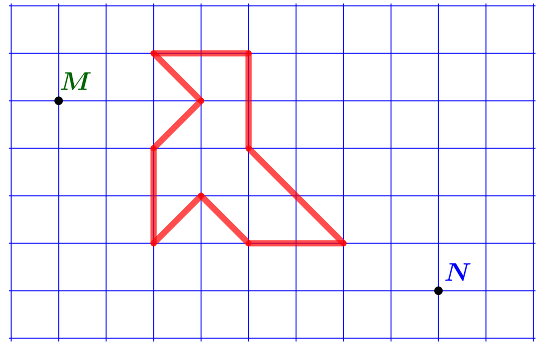


Exercice 5:

On considère le triangle ABC tel que AB=4,5 cm, AC=6 cm et BC=4 cm.
a. Construis ce triangle.
b. Trace les symétriques A' et C' de A et C par rapport à B.
c. Construis le triangle A'BC'.
d. Que peut-on dire des segments $[AC]$ *et* $[A'C']$ *? Justifie.*
e. Quel angle a la même mesure que l'angle $\widehat{BAC}$ *? Justifie.*

Exercice 6:

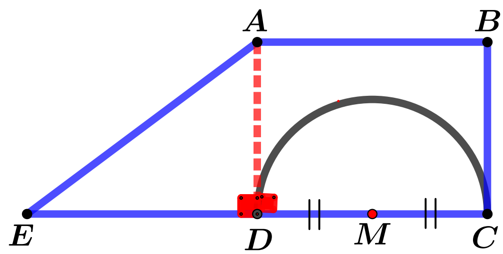
Voici une cocotte sur papier quadrillé. Reproduis cette figure, et construis sa symétrique par rapport à M, puis sa symétrique par rapport à N.



Exercice 7:

a. Construis cette figure où le demi-cercle a pour diamètre CD.
On donne AB=DE=3cm et BC=2 cm.
ABCD est un rectangle.

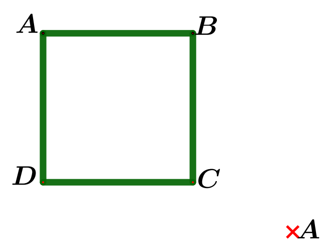
b. Construis le symétrique de cette figure par rapport au point M.



Exercice 8:

a. Construis cette figure où ABCD est un carré de côté 2,5cm.
Place un point A' à l'extérieur du carré.

b. A' est le symétrique de A par rapport à un point O effacé. Retrouve ce point O et termine la construction du symétrique du carré par rapport au point O.



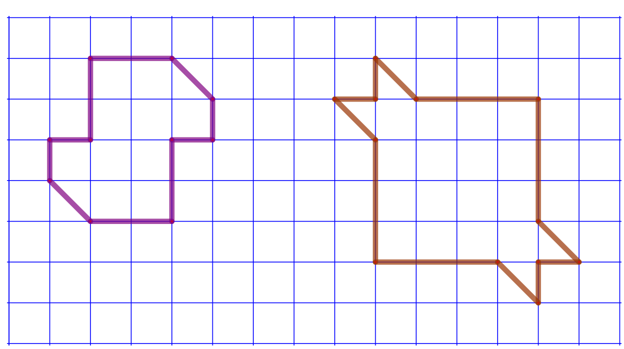
Exercice 10:

Indique le centre et/ou le nombre d'axes de symétrie de chaque figure :

a. Un rectangle.
b. Un losange
c. Un carré
d. Un triangle isocèle
e. Un triangle équilatéral
f. Un cercle.

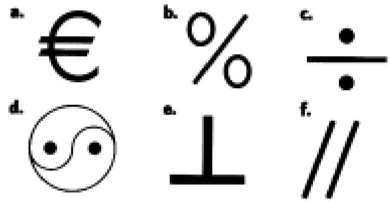
Exercice 9:

Reproduis ces deux figures, et trace, s'ils existent, les axes et le centre de symétrie de chaque figure.



Exercice 11:

1. *Indique si les figures suivantes admettent un centre de symétrie et / ou des axes de symétrie.*



2. *Même travail :*

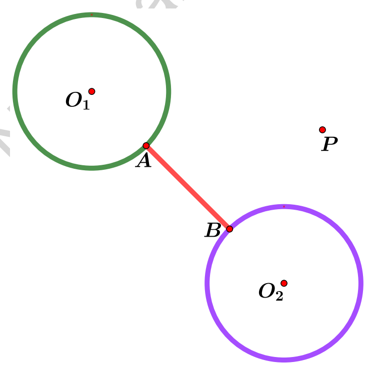




Exercice 12:

a. *Construis la figure ci-dessous, en suivant les instructions suivantes :*

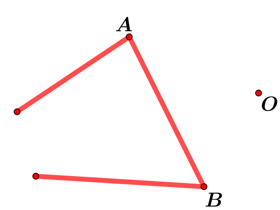
- *O_1 , A, B et O_2 sont alignés dans cet ordre.*
- *O_1O_2 =7 cm.*
- *Les cercles $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$, de centres respectifs O_1 et O_2 ont pour rayon 2 cm.*
- *$A \in \mathscr{C}_1$ et $B \in \mathscr{C}_2$.*
- *O_1P=7 cm et O_2P=5cm.*



b. *Construis le symétrique de la figure complète par rapport au point P, en utilisant les propriétés de la symétrie centrale.*

Exercice 13:

Le triangle ABC a été effacé. Es-tu capable de construire son symétrique A'B'C' par rapport au point O sans prolonger le tracé du triangle ABC ?

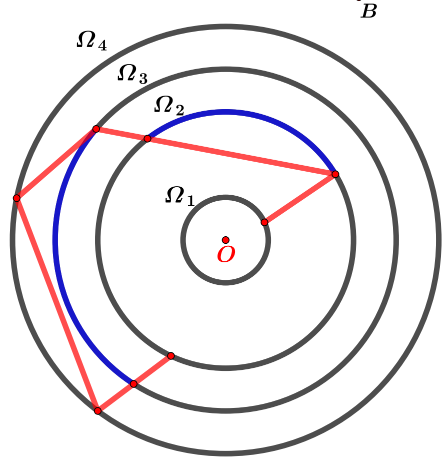


Exercice 14:

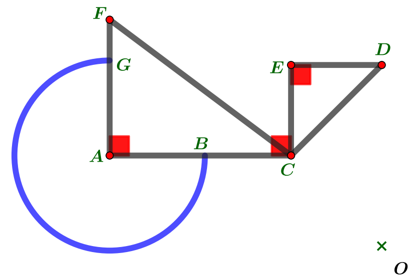
Reproduis la figure, puis construis en vert le symétrique de la figure noire par rapport au point O.

Consigne : on n'utilise que la règle non graduée.

Les cercles $\boldsymbol{\Omega}_1$, $\boldsymbol{\Omega}_2$, $\boldsymbol{\Omega}_3$ et $\boldsymbol{\Omega}_4$ sont concentriques, ce qui signifie qu'ils ont le même centre : le point O.



Exercice 15:



1. *Reproduis la figure ci-contre sachant que :*
   - *B est le milieu de [AC] ;*
   - *G∈[AF] .*
2. *Construis le symétrique de la figure par rapport à O.*

Exercice 16:

1. *Construis un triangle ABC tel que : AC = 3,5 cm, BC = 8 cm et $\widehat{BCA}$= 36°. Trace la droite (d), perpendiculaire à la droite (BC) passant par A. cette droite (d) coupe le segment $[BC]$ au point H.*
2. *Soit D, E et F, les symétriques respectifs de B, H et C par rapport à A.*
   a. *Les points D, E et F.*
   b. *Prouve que les points D, E et F sont alignes*
   c. *Prouve que $\widehat{AED}$= 90°*

Exercice 17:

On donne un segment $[BC]$ quelconque.

1. *Construis un triangle ABC sachant que :*
   - *A est au dessus du segment $[BC]$;*
   - *$\widehat{ABC}$= 74° et $\widehat{ACB}$= 58°.*
2. *a. Place M est un point du segment $[BC]$.*
   b. Construis le point O, milieu du segment $[AM]$
   c. Construis les points N et P, symétriques respectifs des points B et C par rapport au point O.
3. *a. Quelle est la longueur du segment $[NP]$? Justifie ta réponse.*
   b. Que peut-on dire des droites (AB) et (MN)? Justifie ta réponse.
   c. Que peut-on dire des points A, P et N? Justifie ta réponse.
4. *a. Construis le cercle $\mathscr{C}$ de diamètre $[AB]$. Appelle S, son centre.*
   b. Construis le symétrique du cercle $\mathscr{C}$ par rapport à O

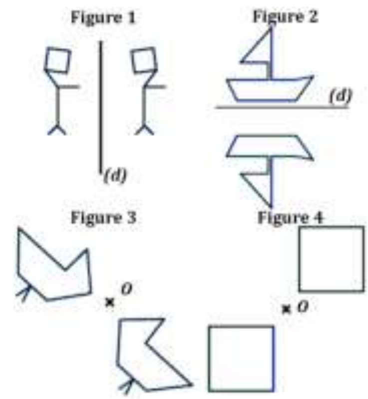
Exercice 18:

- *Si A est le milieu de [BC],alorsB et C sont symétriques par rapport au point A.*
- *Si A et B sont symétriques par rapport à la droite (d) , alors (d) est la médiatrice du segment[AB].*
- *Si les segments [AB] et [CD] sont symétriques par rapport à une droite, alors les droites(AB) et (CD) sont parallèles.*
- *Un cercle possède une infinité de centres de symétrie.*

Exercice 19:

Coche, pour chaque question, les phrases vraies.

- *(d) est un axe de symétrie de la figure 1.*
- *(d) est un axe de symétrie de la figure 2 .*
- *est un centre de symétrie de la figure 3 .*
- *est un centre de symétrie de la figure 4 .*



Exercice 20:

Deux figures F et F 'sont symétriques par rapport à une droite (Δ) .

a. *Quel est le symétrique du symétrique de F par rapport à (Δ) ?*
   - *F.*
   - *F '.*
   - *On ne peut pas savoir.*

b. *Quel est le symétrique du symétrique de F par rapport à O ?*
   - *F.*
   - *F '.*
   - *On ne peut pas savoir.*

Exercice 21:

1. *Par une symétrie centrale :*
   - *Le symétrique d'une droite est une droite parallèle.*
   - *Le symétrique d'un cercle est un cercle de même rayon.*
   - *Le symétrique d'un angle est un angle de même mesure.*
   - *Le symétrique d'un carré est un carré.*
2. *Quelle propriété ci-dessous n'est pas vérifiée à la fois par la symétrie centrale et la symétrie axiale ?*
   - *La conservation des angles.*
   - *La conservation des longueurs.*
   - *La conservation du parallélisme.*
   - *Le symétrique d'une droite est une droite parallèle.*

Exercice 22:

1. *Le centre de symétrie d'un rectangle est :*
   - *L'un des sommets de ce rectangle*
   - *Le point d'intersection de ses diagonales.*
   - *Le point d'intersection des médiatrices de deux de ses côtés consécutifs.*

2. *Le centre de symétrie d'un triangle équilatéral est :*
   - *Le centre du cercle circonscrit au triangle.*
   - *Un de ses sommets de ce triangle.*
   - *Le point d'intersection des médiatrices de deux de ses côtés consécutifs.*

Exercice 23:

1. *Un cercle $\mathscr{C}$ de rayon 5 cm a pour symétrique par rapport à un point un cercle $\mathscr{C}'$. Le cercle $\mathscr{C}'$ a environ pour périmètre :*
   - *3,14 cm.*
   - *10 cm.*
   - *5 cm.*
   - *31,4 cm.*

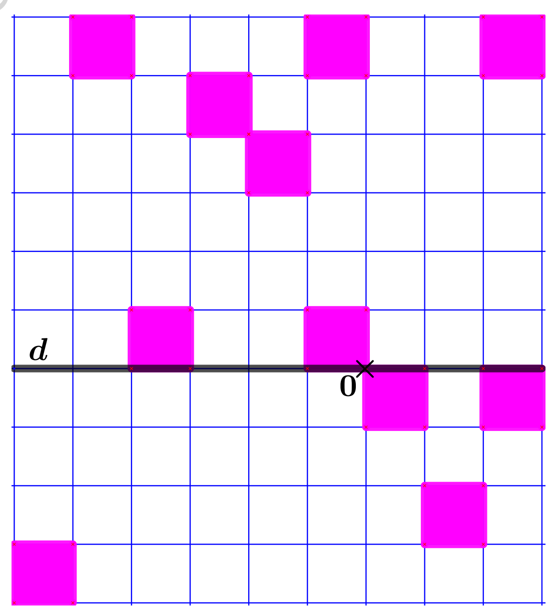
2. *ABC est un triangle équilatéral dont l'aire est de 10 cm². D et E sont les symétriques respectifs de B et A par rapport à C. F et G sont les symétriques respectifs de D et C par rapport à E. Quelle est l'aire du triangle FEG ?*
   - *2 90 cm .*
   - *2 10 cm .*
   - *2 30 cm .*
   - *2 29,97 cm*

Exercice 24:

a. *Colorie le minimum de cases afin que la figure soit symétrique par rapport au point O.*

b. *Colorie le minimum de cases afin que la figure soit symétrique par rapport à la droite d.*

c. *Colorie le minimum de cases afin que la figure soit symétrique par rapport au point O et à la droite.*



ARITHMÉTIQUE

I. Division euclidienne :

Activité 1 :

Effectue dans IN les divisions suivantes: $89 \div 7$; $157 \div 9$; $2024 \div 16$

Définition 1:

Etant donnés a et b deux naturels, avec $b \neq 0$. Effectuer la division euclidienne de a par b c'est trouver le quotient q et le reste r tels que : $a = b \times q + r$ et $0 \leq r < q$

II. Divisibilité, Multiple et diviseur :

II.1. Multiple et diviseur :

Activité 2 :

Ahmed dispose de douze jetons portant les nombres de 1 à 12. Il souhaite les disposer en rangées parallèles contenant un même nombre de jetons.

a- Sur une rangée Ahmed peut-il disposer 3 jetons ? 4 jetons ? 5 jetons ? si oui combien y a-t-il de rangés ?

b- Ahmed affirme :

- *Le nombre de jetons sur chaque rangée un ……… de 12. Quel mot manque- t-il ?*
- *12 est …………du nombre de jetons sur chaque rangée. Quel mot manque- t-il ?*

c- Détermine toutes les dispositions en utilisant les diviseurs de 12.

Définition 2:

a et b désignent deux entiers et $b \neq 0$. Dire que b est un diviseur de a (ou a est un multiple de b) signifie que le reste de la division euclidienne de a par b est nul c'est-à-dire que $a = b \times q$, avec q entier naturel.

Conséquence :

- *1 divise tout entier naturel;*
- *0 est multiple de tout entier naturel;*
- *Tout entier naturel divise lui même ;*
- *Tout entier naturel est multiple de lui-même.*

***Activité 3:* (Multiples, diviseurs et somme et différence)**

1. *Cite dans l'ordre croissant trois multiples de 5(ou nombres divisibles par 5) que l'on note a, b et c.*
2. *Calcule a+b , a+c, b+c , b−a , c−a et c−b. Que peux-tu conclure?*
3. *Les entiers r et s sont deux multiples de 7(ou nombres divisibles par 7) (r<s) Ecris r et s sous forme littérale, puis démontre que r + s est un multiple de 7*
4. *la démonstration générale pourra être envisagée ?*

Règle 1:

La somme et la différence de deux multiples d'un entier(ou nombres divisibles par cet entier) sont aussi des multiples (ou divisibles par cet entier).

II.2. Critères de divisibilité (rappels et complément):

Activité 4:

1. *Les nombres suivants sont–ils divisibles par 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ;7; 8; 9 et 10 : 5834, 3100, 2915,6701.*
2. *Critère de divisibilité par 11 :*
   a. *Ces nombres sont-ils divisibles par 11*
   b. *Calcule la différence entre la somme des chiffres des positions paires et celle des positions impaires. Que constates-tu?*

Propriété 1:

- *Si un entier naturel a pour chiffre des unités 0, 2, 4, 6 ou 8 alors il est divisible par 2 ;*
- *Si la somme des chiffres d'un entier naturel est divisible par 3 alors il est divisible par 3 ;*
- *Si le nombre formé des deux derniers chiffres d'un entier naturel est divisible par 4 alors cet entier est divisible par 4 ;*
- *Si un entier naturel a pour chiffre des unités 0 ou 5 alors il est divisible par 5 ;*
- *Si la somme des chiffres d'un entier naturel est divisible par 9 alors il est divisible par 9 ;*
- *Si un entier naturel a pour chiffre des unités 0 alors il est divisible par 10 ;*
- *Si la différence entre la somme des chiffres des positions paires et celle des positions impaires est divisible par 11 alors il est divisible par 11.*

Exercice d'application 1:

En utilisant, les entiers de divisibilité, coche les bonnes cases

L'entier est divisible par	2	3	4	5	9	10	11
561							
1 408							
12 947							
32 490							

II.3. Nombres premiers :

Activité 5:

On donne les nombre suivants : 7 ; 16 ; 18 ; 19 ; 35 ; 60 ; 72.

Pour chacun de ces nombre détermine tous les diviseurs, puis reproduis et complète le tableau suivant :

Nombre	Liste des diviseurs	Nombre de diviseurs
7		
16	1 ;2 ;4 ;8 ;16	5
18		

Définition 3:

Un entier est un nombre premier s'il n'est divisible que par 1 et lui-même.

Remarque 1:

L'entier 1 n'est pas un nombre premier.

Activité 6: Reconnaissance des nombres premiers

On donne le nombre 173.

a. Est –il divisible par 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ?

b. L'entier 173 peut- il avoir un diviseur, nombre premier supérieur à 13 ?

Peux-tu conclure ?

Règle 1:

Un entier naturel p est nombre premier s'il n'est divisible par aucun nombre premier inferieur à n tel que n^2 inférieur ou égal à p.

Exercice d'application 2:(Recherche des nombres premiers inferieurs à 100)

Reproduis et complète le tableau suivant en mettant une barre sur les entiers inferieurs à 100 qui ne sont pas premiers.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Activité 7: ***Décomposition en facteurs premiers***

On donne le nombre 1296 et 840.

1. *En utilisant les critères de divisibilité, écris chacun de ces nombres sous la forme d'un produit d'un nombre par un nombre premier ;*
2. *Ecris chacun de ces nombres sous la forme d'un produit de facteurs faisant intervenir seulement des puissances de nombres premiers.*

Remarque 2:

- *L'écriture* $840 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7$ *est appelée décomposition en facteurs premiers du nombre 840.*
- *Pour obtenir la décomposition en facteurs premiers, on adopte la disposition dite pratique en faisant usage des critères de divisibilité .*

Règle 2:

Tout entier naturel se décompose en facteurs premiers

III. Diviseurs communs , PGCD, Multiples communs, PPCM:

III.1. Diviseurs communs à deux entiers , PGCD :

Activité 8:

Une association dispose de 84 cahiers et 48 livres et souhaite les repartir en lots identiques.

a- Peut-elle faire 3 lots ? 4 lots ? 6 lots ? 7 lots ? si oui quelles est la composition de chaque lot ;

b- Écris la liste des diviseurs de 48 puis celle des diviseurs de 84 ;

c- En déduis les nombres possibles de lots que cette association peut faire ;

d- En fait elle veut distribuer le nombre maximal de lots identiques. Quel est ce nombre ? Quelle est sa composition ?

Définition 4:

x, y et k désignent des nombres entiers et $k \neq o$*, dire que k est un diviseur commun à x et y signifie que k divise à la fois x et y.*

Exemple 1:

3 divise à la fois 15 et 24 ;

7 divise à la fois 14 et 21 ;

9 divise à la fois 81 et 54

Définition 5:

a et b désignent des entiers naturels non nuls. Le plus grand diviseur commun à a et b est appelé PGCD de a et b et on le note PGCD(a ;b).

Exemple 2:

Détermine le PGCD(18 ; 42).

Réponse :

Les diviseurs de 18 sont 1 ;2 ; 3 ; 6 ; 9 et 18.
Les diviseurs de 42 sont 1 ; 2 ; 3 ; 6 ;7 ; 14 ; 21 et 42.
Les diviseurs communs à 18 et 24 sont 1 ;2 ; 3 ; 6. Donc : PGCD(18 ; 42)= 6.

Exercice application 3:

Détermine les diviseurs de 1470, puis ceux de 1386.
En déduis le PGCD(1386 ; 1470).

Définition 6:

Dire que deux entiers naturels sont premiers entre eux signifie que 1 est le seul diviseur commun.

Remarque 3:

En d'autre terme Dire que deux nombres entiers a et b sont premiers entre eux revient à dire que pgcd (a ; b) = 1.

Exemple 3:

Les diviseurs de 40 sont : 1 ; 2 ; 4 ; 5 ; 8 ; 10 ; 20 et 40.
Les diviseurs de 81 sont :1 ; 3 ; 9 ; 27 et 81.
1 est le seul diviseur commun à 40 et 81, donc ces nombres sont premiers entre eux.

Exercices d'application 4:

On donne la fraction $\frac{504}{720}$

1. *Écris les diviseurs de 504 ;*
2. *Écris les diviseurs de 720 ;*
3. *Donne plusieurs fractions égales à* $\frac{504}{720}$;
4. *Rendre la fraction irréductible.*

Remarque 4:

Une fraction $\frac{a}{b}$ *(où a et b entiers naturels et b ≠ 0) est dite irréductible si PGCD(a , b)= 1*

III.2. Multiples communs à deux entiers , PPCM :

Activité 9:

Ahmed achète une boite de crayons de couleur à 30 UM quand à Marième, elle achète une boite de style à 36 UM.

1. *Quelles sommes doivent avoir Ahmed et Marième pour achète 1 ; 2 ; 3 et 4 boites de crayons ou de styles ?*
2. *Marième et Ahmed possède chacun 200 UM. Sachant qu'ils ont dépensé la même somme. Quel est le nombre de boites achetées par chacun ?*

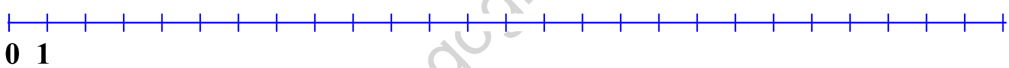
Définition 7:

a, b et c désignent des nombres entiers naturels et c ≠ o dire que c est un multiple commun de a et b signifie que c multiple à la fois a et b.

Le plus petit multiple commun non nul à deux nombres entiers naturels non nuls x et y est appelé PPCM on le note PPCM(x ; y).

Exercice d'application 5:

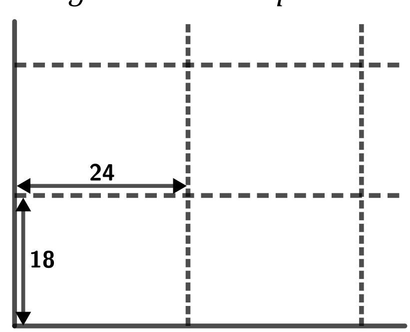
1. a. *Place sur la demi-droite graduée ci-dessous, en rouge les premiers multiples de 6 et en vert les premiers multiples de 9.*



   b. *Écris la liste des premiers multiples communs à 6 et 9 obtenus, grâce au schéma ci-dessus. En déduis le PPCM (6 ; 9).*

   c. *Complète la liste pour obtenir les quatre premiers multiples communs à 6 et 9.*

2. *Sidi dispose d'une feuille rectangulaire de papier réglé dont on a reproduit un morceau sur le dessin ci-contre.*
   Sidi souhaite découper un carré dans cette feuille en suivant les lignes pointillées.
   Sachant que les dimensions de la feuille sont (en mm) 216 et 168, détermine :
   - la longueur du côté du « plus petit carré »,
   - puis la longueur du côté du «plus grand carré»
   que Sidi peut ainsi découper dans la feuille.



Remarque 5:

Si a divise b, alors PGCD(a; a)=a, PPCM(a; a)=a, PGCD(a; b)=a et PPCM(a; b)=b.

IV. Algorithme de calcul du PGCD :

IV.1. Algorithmes des soustractions successives :

Activité 10:

Dans chaque cas écris la liste des diviseurs de a, la liste des diviseurs de b puis celle de a–b. En suite compare pgcd (a; b) et pgcd (a ; a–b)

1. a =18 et b=12; 2. a =24 et b =32 ; 3. a=25 et b= 18 ; 4. a = 124 et b=48.

Propriété 2:

a et b étant deux entiers non nuls et a >b, on a: PGCD (a ; b) = PGCD (a ; a−b)

Activité 11: Découverte de l'algorithme des soustractions successives

On se propose de calculer le PGCD en utilisant la propriété précédente

a- Recopie et complète ce qui suit en utilisant

Étape 1 : 14964 − 11 220 = 3744

Étape 2 : 11220 − 3744 = …donc PGCD (a ; b) =

Étape 3 : … − 37 44 = ….

Étape 4 : …− 37 44 = ….

……………………………………………

b- Conclus en déterminant le PGCD de 14 964 et 11220.

Remarque 6:

Ce procédé de calcul d'un PGCD est appelé algorithme des soustractions successives.

Exemple 3:

Calcul du pgcd (60 ; 90)

On applique la propriété ci-dessous en utilisant de soustraire le plus petit des plus grand

96 − 60 = 36

60 − 36=24

36 −24=24

24 − 12=12

12 − 12 = 0

Le PGCD est la dernière différence non nulle, donc PGCD (60,96) =12.

IV.2. Algorithme d'Euclide ou des divisions successives :

Propriété 3:

a et b désignent des entiers non nuls et a > b.

PGCD (a ; b) = PGCD (b ; r)ou r est le reste de la division euclidienne de a par b.

Exemple 4 : Calcul du *PGCD (48 ; 60)*

On se propose de calculer le PGCD en utilisant la propriété précédente

Dividende	Diviseur	Reste	Traduction	Conclusion
60	42	18	$60 = 1\times42 + 18$	Le PGCD est le dernier reste
42	18	6	$42 = 2\times18 + 6$	non nul.
18	6	0	$18 = 3\times6 + 0$	Donc PGCD (42 ; 60) = 6.

Remarque 7:

Ce procédé de calcul d'un PGCD est appelé algorithme des divisions successives.

Exercice d'application 6:

Détermine PGCD (9165 ; 2745) par les méthodes des soustractions et par l'algorithme d'Euclide. Rendre irréductible la fraction $\frac{9165}{2745}$.

V. Systèmes de numération décimal et binaire :

V.1. Système de numération décimal :

Activité 12: Compter en base 10

Aissata est mère d'un enfant en 1°AF, à la maison elle décide de lui explique réellement le mode comptage.

- *Peux-tu l'aider à visualiser les dix chiffres 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9 avec les doigts ?*
- *Pour aller au delà de 9, elle utilise des bâtonnets, que doit-elle expliquer à son enfant pour aller à 17 et 20.*

Remarque 8:

Pour compter jusqu'à 9 on utilise les dix chiffres et pour aller au delà de 9 le rang des unités est plein on dit qu'on change de range et on parle alors de rang des dizaines, des centaines,…

Un rang est égal au précédent multiplié 10.On peut dire que chaque rang est à une puissance de 10 supérieure au précédente. Mathématiquement on peut écrire $1965 = 1\times 10^3 + 9\times 10^2 + 6\times 10^1 + 5\times 10^0$ *, en réalité on fait une décomposition du nombre 1965 suivant les puissances de 10.*

Exercice d'application 7:

Donne la décomposition des entiers naturels suivants : 77 ; 408 ; 3694 et 220501.

Conclusion :

Dans le monde, le système numérique fonctionne réellement sur la base des dix chiffres déjà cités ; on parle donc de base 10. Avec ce système de numération, il est souvent question de :

- *Changer de rang dès que la précédente est à 9.*
- *Pouvoir décomposer tout nombre en une somme de puissances de 10.*

On comprend ainsi que chaque chiffre représente une puissance de 10.

Remarque 9:

Il existe, dans le monde, d'autres modes de comptage dont le plus important est en base 2 appelé système de comptage binaire. Il est utilisé par les ordinateurs et autres appareils électroniques, car les machines ne peuvent comparer que deux valeurs : des 1 et des 0.

V.2. Système de numération binaire :

Activité 13: Compter en base 2

1. *On donne l'entier naturel 17.*
   a. *Divise ce nombre par 2 et note le reste de division*
   b. *Refais la même chose avec le quotient précédent et mets le reste de coté ;*
   c. *Recommence la division, et ce jusqu'à ce que le quotient soit nul (égal à 0)*
   d. *Ecris les restes des divisions : le premier à placer est le dernier reste non nul. Ensuite, à droite, on remonte en plaçant, à droite dans l'ordre, les restes que tu avais mis de coté. L'écriture ainsi obtenue est appelée écriture binaire de l'entier 17.*
2. *Reprends les mêmes questions pour obtenir l'écriture binaire de 26.*

Remarque 10:

Dans le mode de comptage en base 10, on avait parlé des rangs (unités, dizaines, centaines…), alors qu'en binaire on emploie le mot « bit » (contraction de « binary-digit », signifiant simplement « rang binaire »).
Par exemple, le nombre en base 2 « 10011 » s'étale sur 5 bit.

Là où cela se complique, c'est qu'en binaire chaque rang ne peut prendre que deux valeurs 0 ou 1(il pouvait en prendre dix en décimal). Donc, dès que le rang atteint sa deuxième – la plus haute – valeur on change de rang. En binaire, un rang commence à 0 et se termine à 1.

Exemple 6:

Pour commencer et tenter d'y voir un peu plus clair, on va compter en binaire jusqu'à dix :

valeur en décimal :	**équivalent en binaire :**	**explications :**
0	0	logique !
1	1	simple !
2	10	Le premier rang a atteint le maximum autorisé ! Qu'à cela ne tienne, on passe au rang suivant. On met le second à 1 et on remet le premier à 0.
3	11	On re-remplit le rang 1.
4	100	Le rang 1 est plein, mais le 2 aussi ! On passe donc au troisième et on remet les précédents à 0 (comme on le fait lorsque l'on passe de 0999 à 1000, par exemple).
5	101	On procède de même.
6	110	
7	111	
8	1000	On entame le quatrième rang.
9	1001	On recommence au premier…
10	1010	On rempli les rangs.

Remarque 11:

- *Il faut en comprendre que chaque bit('chiffre en binaire') représente une puissance de 2, tout comme chaque rang en base 10 est une puissance de 10.*
- *Les systèmes décimal et binaire utilisent deux chiffres dans les écritures de nombres, par conséquent, il est nécessaire parfois de préciser la base dans laquelle sont écris ces nombres.*

V.3. Conversion entre les systèmes décimal et binaire :

V.3.A. Conversion du décimal en binaire :

***Activité 14:* Méthode des puissances de 2.**

1. On donne l'entier naturel 17.

a. Décompose ce nombre en une somme de puissances de 2 rangées dans l'ordre décroissant.(on pourra écrire d'abord : 17= 16+1)

b. Ecris les coefficients des puissances en ajoutant les coefficients des puissances de 2 manquantes.

2. Reprends les deux questions précédentes avec le nombre 26.

Remarque 12:

Pour arriver à décomposer notre nombre en puissances de 2. C'est le même principe que la décomposition en puissances de dix, sauf que l'on ne décompose pas en milliers, centaines et dizaines, mais en puissances de deux ; qui sont : 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64 …, 512, 1024, etc (une valeur est égale à la précédente multipliée par 2).

Ainsi, si l'on prend les deux nombres donnés dans l'activité précédente, on obtient les décompositions suivantes : 17 = 16 + 1 et 26 = 16 + 8 + 2. Il suffit ensuite de remplacer ces nombres par les puissances : $17 = 2^4 + 2^0$ et $26 = 2^4 + 2^3 + 2^1$ puis d'écrire les coefficients des puissances et d'ajouter les puissances de 2 manquantes en mettant 0 devant :

$17 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$ et $26 = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$

Finalement, pour obtenir les nombres 17 et 26 en binaire, il suffit de mettre les coefficients qui sont devant les puissances de 2 à la suite. On obtient : 10001 et 11010. On écrit :

- $(17)_{dec} = (10001)_{bin}$ ou $\overline{17}_{10} = \overline{10001}_2$ ou également : $(17)_{10} = (10001)_2$.
- $(26)_{dec} = (11010)_{bin}$ ou $\overline{26}_{10} = \overline{11010}_2$ ou également : $(26)_{10} = (11010)_2$.

Attention :

Il est important de ne pas oublier les puissances dont les coefficients sont zéro.

Remarque 13:

Les divisions euclidiennes successives par 2 évoquées dans l'activité donnent les mêmes résultats. Tout aussi simple à comprendre, cette méthode est mieux adapter pour des grands nombres (il est facile d'en faire un algorithme).

V.3.B. Conversion du binaire en décimal :

Activité 15: Convertir un nombre en base 2 en un nombre en base 10.

1. *On considère le nombre n dont l'écriture en binaire est : 101 1010.*
   a. *Ce nombre s'étale sur combien de rangs ?*
   b. *Donne le développement suivant les puissances de 2*
   c. *Calcule la valeur de ce nombre dans le mode de numération décimal.*
   Complète : $(101\ 1010)_{bin} = (\dots)_{dec}$
2. *Reprends les questions précédentes en choisissant un entier naturel en écriture binaire.*

Exercice d'application 8:

1. *Convertis du décimal en binaire les nombres suivants:*
   45 ; 78 ; 125 ; 473 ; 1 001.
2. *Convertis du binaire en décimal les nombres suivants:*
   $(1011)_2$; $(11010)_2$; $(100011)_2$; $(10110110)_2$.

V.4. Opération les nombres écrits en binaire et en décimal :

Activité 16:

On sait additionner et multiplier des nombres en base 10 depuis l'école primaire. Au fil du temps, c'est devenu naturel, donc encore une fois, revenons aux sources : pour additionner et multiplier en base dix à l'école primaire on pose l'opération.

1. *En appliquant aux mêmes règles pour effectuer des additions et des multiplications de nombres écris en binaire, calcule les sommes et produits suivants :*
   $(10001)_2 + (1011010)_2$; $(11010)_2 + (1011010)_2$; $(11010)_2 \times (10001)_2$; $(11010)_2 \times (1011)_2$.
2. *Convertis les résultats des opérations obtenues en base 10.*
3. *Vérifie ces résultats par des calculs en base 10.*

Règle 3:

- *Additionner en binaire n'est pas compliqué : c'est le même principe que dans la base 10. Il suffit de poser l'opération et de faire attention aux retenues. Après, il est aussi possible de convertir en base 10, de faire l'opération de tête, puis de revenir en base 2, mais c'est mieux de savoir faire l'opération directement en binaire.*

- *Multiplier deux nombres en binaire: C'est le même principe que dans la base 10, chaque bit de la ligne du bas sera distribué à la ligne du haut. Ensuite, chaque colonne sera sommée (ne pas oublier les retenues à ce moment là) et le résultat sera alors obtenu. Après, il est aussi possible de convertir en base 10, de faire l'opération de tête, puis de revenir en base 2.*

Exemple 7:

Additionner deux nombres en binaire			
10 + 10 100	*Sur la 2ème opération, 1+1 en binaire donne 10, donc 0 et une retenue.*	10110 + 10 11000	*Voici un autre exemple, avec des nombres un peu plus grands. La difficulté n'est pas plus grande, mais il faut parfois faire attention aux retenues qui se propagent.*

Multiplier deux nombres en binaire			
101 × 10 000 + 1010 = 1010	*Aucune une retenue à signaler dans le calcul en binaire pour effectuer cette multiplication.*	10110 + 110 00000 + 101100 + 1011000 10000100	*Voici un autre exemple, avec des nombres un peu plus grands. La difficulté n'est pas plus grande, mais il faut parfois faire attention aux retenues qui se propagent.*

Remarque 14:

On n'a pas envisagé d'introduire la notion soustraction et d'énoncer ses règles de calcul, il est donc conseillé de convertir en base 10, de faire l'opération de tête, puis de revenir en base 2.

Exercice d'application 9:

Réalise les opérations suivantes :

a.

$$\begin{array}{r} 101011 \\ +\ 100110 \\ \hline = \end{array} ;$$

b.

$$\begin{array}{r} 1011101 \\ +\ 101010 \\ \hline = \end{array} ;$$

c.

$$\begin{array}{rrrrrrr} & & & 1 & 0 & 1 & 0 \\ & \times & & & 1 & 0 & 1 \\ \hline + & & & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ + & & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & 0 \\ & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & 0 & 0 \\ \hline = & & & & & & \end{array}$$

d.

$$\begin{array}{rrrrrrrrr} & & & & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ & & & \times & & 1 & 1 & 0 & 1 \\ \hline + & & & & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ + & & & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & 0 \\ + & & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & 0 & 0 \\ & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & 0 & 0 & 0 \\ \hline = & & & & & & & & \end{array}$$

Exercices divers

Exercice 1:

Détermine mentalement le quotient et le reste de la division de :

a. 45 par 7 ;
b. 60 par 8 ;
c. 78 par 12 ;
d. 125 par 23.

Exercice 2:

Les égalités suivantes traduisent des divisions euclidiennes. Dans chaque cas donne le diviseur et le quotient .s'il y a plusieurs possibilités donne- les toutes. Vérifie les calculs

a. $942 = 58\times16 + 14$;
b. $361= 10\times35 + 11$;
c. $1804 = 49\times36 + 40$.

Exercice 3:

On cherche un nombre entier inférieur à 8 000 multiple à la fois de 3 et 5 mais non multiple de 2. Y a-t-il un tel nombre (ou plusieurs) dans la liste ci- dessous ? Si oui lequel (ou lesquels)?

3 335 ; 5 664 ; 6 270 ; 553 ; 3 125 ;1 765 ; 9555 ; 2045.

Exercice 4:

Réécris chaque phrase en utilisant le mot multiple :

a. 4 est un diviseur de 8 ;
b. 18 est divisible par 3 ;
c. 1 divise 20 ;
d. 30 a pour diviseur 5.

Exercice 5:

Réécris chaque phrase en utilisant le mot diviseur :

a. 24 est divisible par 6 ;
b. b. 9 est divise 36 ;
c. c. 143 est multiple de 11;
d. d. 15 divise 180.

Exercice 6:

Traduis chacune des affirmations suivantes par une égalité :

a. 132 est multiple de 11; b. 6 divise 36 ; c. 24 est divisible par 3 ; d. 5a pour diviseur25.

Exercice 7:

Traduis chaque égalité par trois phrases en utilisant les mots : multiple, diviseur et divisible :

a. $144 = 9\times16$;

b. $56\times18 = 1\ 008$;

c. $\frac{972}{27} = 36$.

Exercice 8:

Je suis un entier naturel de 4 chiffres, multiple de 9 et de 10. Mon chiffre des dizaines est le même que mon chiffre des centaines. Mon chiffre des unités de mille divise tous les nombres. Qui suis-je ?

Exercice 9:

Détermine le plus petit entier naturel non nul, divisible par tous les entiers inférieurs à 10.

Exercice 10:

Réponds par vrai ou faux en justifiant ta réponse.

2503 est divisible par 3 ;

6924est divisible par 4 ;

2530 est divisible par 4 et 11 ;

4 410 est divisible par 9 et 10 ;

17 281 est divisible par 11 ;

37 480 est divisible par 2, 4 et 10 ;

27 280 est divisible par 4, 5 et 11.

Exercice 11:

Après avoir écrit les diviseurs de chacun des deux nombres, donne leur(s) diviseurs(s) commun(s).

a. 42 et 60 ; b. 48 et 77 ; c. 72 par 120 ; d. 135 et 90.

Exercice 12:

Après avoir écrit les diviseurs de chacun des deux nombres, donne leur PGCD.

a. 24 et 56 ; b. 42 et 72 ; c. 60 par 84 ; d. 96 et 150.

Exercice 13:

Ahmed et Fatma ont écrit les listes des diviseurs de 100, 125, 200 et 225.
Ahmed affirme :«Le PGCD de100 et 225 est le même quele PGCD de 125 et 200.»
Fatma ajoute : « Et c'est aussi le PGCD de 125 et 225 ! »
Ont-ils raison ? Explique.

Exercice 14:

a. Ecris la liste des diviseurs de 24 et la liste des diviseurs de 84.
b. Ecris la liste des diviseurs communs à 24 et à 84, puis le PGCD de 24 et 84.
c. Ecris la liste des diviseurs de ce PGCD. Que constates-tu ?

Exercice 15:

Après avoir effectué la division euclidienne de 13 160 par 235, donne le PGCD de 13 160 et 235. Quel autre PGCD peux-tu en déduire ?

Exercice 16:

Explique pourquoi :
a. 14 ne peut pas être le PGCD 70 et 214 ;
b. 3 ne peut pas être le PGCD 24 et 42.

Exercice 17:

Un professeur d'EPS constitue des équipes avec les élèves de deux classes. En 3°AS_1il y a 18 filles et 8 garçons et 3°AS_2 il y a 12 filles et 6 garçons. Tous les élèves doivent jouer avec la même composition en filles et garçons.
a. Peut-il y avoir 3 équipes ?4 équipes ?6 équipes ?
b. Le professeur souhaite avoir le plus grand nombre possible d'équipes. Combien d'équipes peut-il constituer ? Quelle est la composition de chaque équipe ?

Exercice 18:

Samba affirme : «7 est le PGCD de 154 et 3 780 ».
Dis si cette affirmation est vraie ou fausse sans utiliser la calculatrice.

Exercice 19:

Dans chaque cas, explique à l'aide des critères de divisibilité pourquoi les deux entiers ne sont pas premiers entre eux.

a. 128 et 24 ;

b. 396 et 54 ;

c. 95 et 130 ;

d. 3 135 et 1936.

Exercice 20:

Détermine le PGCD des deux entiers avec l'algorithme des soustractions successives.

a. 2 120 et 2 342 ;

b. 372 et 177 ;

c. 657 et 527 ;

d. 3 047 et 1639.

Exercice 21:

Raki a calculé le PGCD des nombres a et b en utilisant la méthode des soustractions successives.

Voici une partie des deux premières lignes de son travail.

a. Recopie et complète ces lignes

b. Termine la recherche. En déduis a et b et leur PGCD.

Exercice 22:

Détermine le PGCD des deux entiers avec l'algorithme d'Euclide.

a. 120 et342 ;

b. 372 et 77 ;

c. 657 et 126 ;

d. 4 026 et 1639.

Exercice 23:

Dans les cas suivants, détermine le PGCD des deux entiers avec la méthode de ton choix puis calcule le PPCM:

a. 60 et 48 ; b. 575 et 1 288 ; c. 552 et 696 ; d. 6578 et 926.

Exercice 24:

1. *Détermine le PGCD de 1 394 et 255*
2. *Un artisan dispose de 1 394 grains d'açai et 255 grains de palmes de pêche, il veut réaliser des colliers identiques contenant chacun le même nombre de graines d'açai et le même nombre de grains de palmes de pêche.*

   a. Combien peut-il réaliser au maximum de colliers en utilisant toutes les graines ?

   b. Dans ce cas, combien chaque collier contient-il de graines d'açaï et de grains de palmes de pêche.

Exercice 25:

Les phrases suivantes sont-elles vraies ou fasses ? justifie ta réponse.

a. *La différence de deux multiples de 3 est multiples de 3 ;*
b. *La somme de deux multiples de 7 est un multiple de14 ;*
c. *Le produit de deux multiples de 2 est un multiple de 4 ;*
d. *La somme de cinq nombres consécutifs est un multiple de 5 ;*
e. *Si 2 et 5 sont deux diviseur d'un entier, leur produit 10est aussi un diviseur de ce nombre.*

Exercice 26:

Khaled devait écrire la liste des diviseurs d'un nombre.
Voici sa réponse : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 10 ; 12 ; 15 ; 20 ; 30.
Amina : «Tu as oublié deux! »
Si Amina a raison, quel était le nombre dont Khaled devrait donner les diviseurs ? Quels nombres a-t-il oubliés ?

... – 87= ...

116 – 87=...

Exercice 27:

Indique dans le tableau le bonne réponse :

Énoncé	*Réponse A*	*Réponse B*	*Réponse C*
124 est un…	*multiple de24*	*multiple de6*	*diviseur de 6*
Les diviseurs de75 sont	*1 ; 5 ; 15 ; 25 ; 75*	*1 ; 3 ; 15 ; 25 ; 75*	*1 ; 3 ; 5 ;15 ; 25 ; 75*
Un diviseur commun à 60 et 75 est…	*4*	*10*	*15*
Le nombre de diviseurs communs à 48 et 72est…	*4*	*8*	*10*
Le PGCD de 180 et 252 est …	*18*	*24*	*36*
Avec l'algorithme d'Euclide, le PGCD de deux nombres est …	*le premier reste non nul*	*dernier reste non nul*	*dernier quotient non nul*
Lors du calcul du PGCD de 209 et 266par l'algorithme des soustractions successives les différences sont…	*57 ; 209 ; 152 ; 95 ; 38 ; 19 ; 0*	*57 ; 152 ; 95 ; 38 ; 19 ; 19 ; 0*	*57 ; 152 ; 95 ; 38 ; 19 ; 0*
Des nombres premiers entre eux sont…	*774 et 1 035*	*1760 et 2103*	*3 641 et 1430*
La fraction irréductible égale à $\frac{630}{350}$*est…*	$\frac{126}{70}$	$\frac{63}{35}$	$\frac{9}{5}$
Pour rendre la fraction $\frac{756}{441}$ *irréductible on simplifie par..*	*7*	*9*	*63*

Exercice 28:

1. *Détermine le PGCD de 120 et 144par la méthode de ton choix en faisant apparaitre les calculs intermédiaires.*
2. *Un vendeur possède un stock de 120 flacons de parfum au tiare et de 144 savonnettes au monoï. Il veut écouler tout ce stock en confectionnant le plus grand nombre de coffrets « souvenirs de Polynésie » de sorte*

- *Le nombre de flacons de parfum de tiare soit le même dans chaque coffret ;*
- *Le nombre de savonnettes au monoï soit le même dans chaque coffret ;*
- *Tous les flacons et savonnettes soient utilisés.*

Trouve le nombre de coffrets à préparer et la composition de chacun d'entre eux.

Exercice 29:

Mohamed a effectué deux divisions euclidiennes par un même nombre, supérieur à 100. Malheureusement des taches ont fait disparaitre certains nombres

29 687	?
?	?
47	

32 312	?
?	?
32	

a. *Quel est le diviseur de ces deux divisions euclidiennes ?*
b. *Donne les deux quotients obtenus.*

Exercice 30:

On cherche deux entiers dont le produit est 16 875 et tels que 15 est un de leurs diviseurs communs. Donne toutes les solutions

Exercice 31:

« Je suis un entier compris entre 100 et 400. Je suis pair. Je suis divisible par 11. J'ai aussi 3 et 5 comme diviseurs». Qui suis-je ? Explique la démarche.

Exercice 32:

Voici deux nombres xety écrits sous forme de produits: $x = 2 \times 3 \times 5$ *et* $y = 2^2 \times 5 \times 7$ *Réponds aux questions suivantes sans chercher à calculer x et y :*

- *2 est un diviseur de y ;*
- *6 et 7 sont des diviseurs de x ;*

  Quel est le PGCD de x et y ?

Exercice 33:

1. *Deux nombres a et b sont premiers entre eux et leur somme est 24. Détermine tous les couples (a, b) possibles.*
2. *Déterminer tous les couples (x; y) d'entiers naturels tels quex+ y = 96 et pgcd(x; y) = 4.*

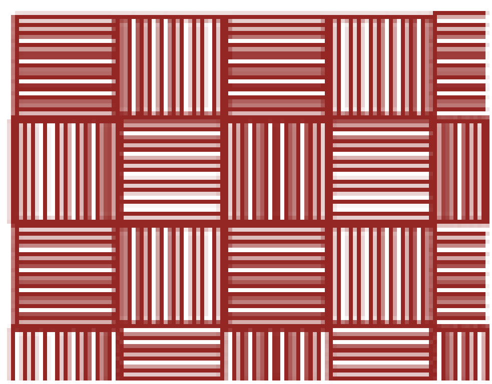
Exercice 34:

Deux voitures partent en même temps de la ligne de départ et font plusieurs tours d'un même circuit. La voiture A fait le tour du circuit en 36 minutes et la voiture B en 30 minutes.

1. *Y-a-t-il des moments (autres que le départ !) où les voitures se croisent sur la ligne de départ ?*
2. *Précise le nombre de déplacement par laps de temps .*

Exercice 35:

Dans une maison nouvellement construite, on veut carreler les sols de certaines pièces.



1. *Le sol de la salle à manger est un rectangle de longueur 4,54 m et de largeur 3,75m. On veut carreler cette pièce avec des carreaux carrés de 33 cm de côté.*
   On commence la pose par un coin de la pièce comme le suggère la figure ci-contre.
   Calcule le nombre de carreaux non découpés qui auront été posés.
2. *Le sol de la cuisine est un rectangle de longueur 4,55 m et de largeur 3,85 m. On veut carreler cette pièce avec un nombre entier de carreaux carrées, sans aucune découpe.*
   a. *Donne la liste des diviseurs de 455 puis la liste des diviseurs de 385.*
   b. *Donne la liste des diviseurs communs à 455 et 385.*
   c. *Quel est alors le plus grand côté possible des carreaux carrées à utiliser pour carreler cette cuisine?*
3. *On dispose de carreaux rectangulaires de longueur 24cm et de largeur 15cm.*

a- Donner la liste des multiples de 24 inférieurs à 400, puis la liste des multiples de 15 inférieurs à 400.

b- Donne la liste des multiples communs à 24 et 15, inférieurs à 400.

c- Quelle serait la longueur du côté de la plus petite pièce carrée qui pourrait être carrelée avec un nombre entier de carreaux de ce type, sans aucune découpe?

Exercice 36:

On veut recouvrir une surface rectangulaire de 4,75 m sur 3,61 m avec des dalles carrées dont le côté mesure un nombre entier de centimètres. Quelle est la taille maximale de ces dalles ?

Exercice 37:

On dispose d'une feuille de papier. On découpe dans cette feuille le plus grand carré possible. Dans le morceau restant, on découpe encore le plus grand carré possible, et ainsi de suite... On continue à découper le plus grand carré possible jusqu'à ce que le morceau restant soit lui-même un carré. Quelle est la taille du dernier carré si les dimensions de la feuille initiale sont 192 cm sur 84 cm ?

Exercice 38: Une démonstration

a et b désignent deux nombres entiers positifs avec a> b.

1. *d désigne un diviseur commun à a et b. On note k et k' les nombres entiers tels que :*

   $a = k \times d$ et $b = k' \times d$.

   a. *En déduis que $a - b = (k - k') \times d$.*

   b. *Recopie et complète : « si d divise a et b, alors .... »*

2. *Réciproquement, si d est diviseur commun à b et a-b, montre en procédant comme précédemment et en écrivant a sous la forme $a = a-b+b$, qu'alors d divise à la fois a et b.*

3. *a. Que peux-tu dire des diviseurs communs à a et b et des diviseurscommuns de b et $a-b$?*

   b. Qu'en déduis –tu pour PGCD (a ; b) et PGCD ($a-b$; b) ?

Exercice 39:

1. a. Effectue la décomposition en facteurs premiers des entiers 2 622 et 2 530.

b. En déduis le plus grand diviseur commun de 2 622 et 2 530.

c. Rendre irréductible la fraction $\frac{2\ 622}{2\ 530}$.

2. Un petit problème

Un chocolatier vient de fabriquer 2 622 œufs pour le nouvel an et 2 530 poissons en chocolat.

Il souhaite vendre des assortiments d'œufs et de poissons de façon que :

• tous les paquets aient la même composition ;

• après mise en paquet, il reste ni œufs, ni poissons.

a. Le chocolatier peut-il faire 19 paquets ? Justifie.

b. Quel est le plus grand nombre de paquets qu'il peut réaliser ?

Exercice 40:

Donne la représentation binaire de chacun des nombres 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 12 et 16.

Exercice 41:

Complète

$2019_{10} = \overline{\ldots\ldots}_2$;

$2653_{10} = \overline{\ldots\ldots}_2$;

$\ldots\ldots_{10} = \overline{11111011101}_2$;

$\ldots\ldots_{10} = \overline{110101}_2$

$\ldots\ldots_{10} = \overline{101010110}_2$

Exercice 42:

Donne un entier qui peut être exprimé avec 4 chiffres dans la base 2

Donne un entier qui peut être exprimé avec 4 chiffres dans la base 10.

Exercice 43:

Donne un nombre entier qui peut être représenté par 7 chiffres dans la base 2 et trois chiffres non tous nuls dans la base 10.

Exercice 44:

Donne un nombre impair qui est représente 10 chiffres en base 2 et 4 chiffres en base 10.

Exercice 45:

Donne un nombre pair qui est représente par 6 chiffres en binaire et 2 chiffres en décimal

Exercice 46:

Donne un nombre multiple de 4 qui sont représente par 7 chiffres en binaires et 3 chiffres en décimal.

Exercice 47:

En utilisant les divisions successives, complète :

$(68)_{10}=(\ldots)_2$; $(105)_{10}=(\ldots)_2$; $(145)_{10}=(\ldots)_2$; $(207)_{10}=(\ldots)_2$

Exercice 48:

Choisis la bonne réponse parmi les trois réponses proposées:

Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1960 est égal à	$(11110101000)_2$	$(11101011000)_2$	$(1111111000)_2$
1992 est égal à	$(11111010100)_2$	$(11110110010)_2$	$(11111001000)_2$.
2013 est égal à	$(11111011011)_2$	$(11111011101)_2$	$(11111001000)_2$
2019 est égal à	$(11111010111)_2$	$(10111110011)_2$	$(11111100011)_2$

Exercice 49:

Réalise les opérations suivantes :

$\begin{array}{r} 10011 \\ +\ 10110 \\ \hline = \end{array}$; $\begin{array}{r} 10111 \\ +\ 1011 \\ \hline = \end{array}$; $\begin{array}{r} 1100101 \\ -\ 101110 \\ \hline = \end{array}$.

Exercice 50:

Réalise les opérations suivantes :

$$\begin{array}{rrrrrrrr}
 & & & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
\times & & & & & 1 & 0 & 1 \\
\hline
 & & & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\
+ & & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & 0 \\
+ & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & 0 & 0 \\
\hline
= & & & & & & &
\end{array} \;;
\qquad
\begin{array}{rrrrrrrrrr}
 & & & & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
\times & & & & & & 1 & 1 & 0 & 1 \\
\hline
 & & & & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\
+ & & & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & 0 \\
+ & & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & 0 & 0 \\
+ & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & 0 & 0 & 0 \\
\hline
= & & & & & & & & &
\end{array} \;.$$

Exercice 51:

Un entier A écrit en binaire par 8 chiffres vérifie l'une des conditions suivantes. La quelle ?

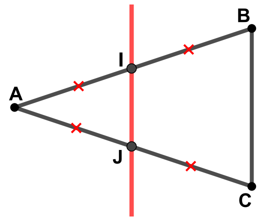
a . $0 \leq A \leq 2^7$; *b.* $0 \leq A \leq 2^7 - 1$; c. $0 \leq A \leq 2^8$; *d.* $0 \leq A \leq 2^8 - 1$.

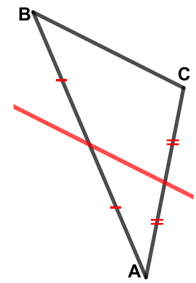
DROITES PARTICULIÈRES

I. Droites des milieux : (rappels et compléments)

Activité 1:

On trace à main levée deux triangles comme indiqué ci–dessous

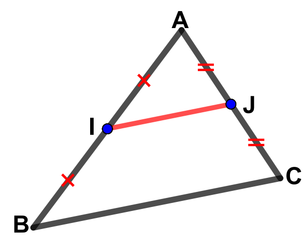




1- Quels rôles jouent les points I et J ?
2- Sur chaque figure qu'y a-t-il de remarquable pour le droite (IJ) ?
Pour les deux longueurs BC et IJ ?

Propriété 1:

- Dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, elle est parallèle au troisièmes côté.
- Dans un triangle, le segment joignant les milieux de deux côtés a pour longueur la moitie de celle du troisième.



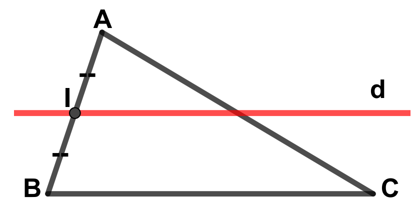
Exercice d'application 1: **De l'observation à la démonstration**

1. Construis un triangle ABC tel que AB = 6 cm , AC = 5 cm et BC = 7 cm
   Construis I et J les milieux respectifs des côtés [AB] et [AC]. La droite qui passe par A et perpendiculaire à (BC) coupe (BC) en H.
   On appelle M le point symétrique du point H par rapport à I et N le point symétrique du point H par rapport à J, construis M et N.
2. Explique pourquoi, on peut affirmer que les quadrilatères AMBH et ANCH sont des rectangles.
3. En déduis que les points I et J sont sur la médiatrice du segment [AH]
4. Qu'a-t-on démontré :
   a. Pour les droites (IJ) et (AH)
   b. Pour les droites (IJ) et (BC)

Activité 2:

Dans un triangle ABC le point I est le milieu du côté [AB] et d est la droite parallèle à (BC) passant par I.

1. *Reproduis la figure ci-contre et complète-la par :*
   - *Le point D tel que ABCD est un parallélogramme.*
   - *K le point d'intersection des droites d et (CD).*

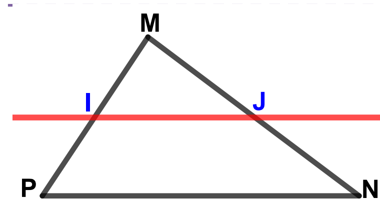


2. *Démontre que IBCK et AIKD sont des parallélogrammes*
   En déduis que le point K est le milieu de [CD].
3. *On appelle O le centre de symétrie du parallélogramme ABCD*
   a. *Place le point O sur le segment [AC]. On veut démontrer que O est sur d.*
   b. *Quel est le symétrique du segment [AB] par rapport à O ? En déduis que le symétrique du point I par rapport à O.*
   c. *En déduis que O est le milieu de [IK].*
   d. *Explique comment on peut conclure que la droite d coupe le coté [AC] en son milieu.*

Ainsi, on a montré la propriété suivante.

Propriété 2 :

Dans un triangle si une droite passe par le milieu d'un côté et si elle est parallèle à un second, alors elle coupe le troisième côté en son milieu.



Exercice d'application 2:

ABC est un triangle, D un point du côté [BC], I est le milieu de [BD] et J le milieu de [DC]. La droite passant par I et parallèle à (AD) coupe (AB) en H.
La droite parallèle à (AD) passant par J coupe (AC) en K.

1. *Démontre que H est le milieu de [AB].*
2. *Démontre que K est le milieu de [AC].*
3. *Démontre que les droites (HK) et (BC) sont parallèles.*
4. *Quelle est la nature du quadrilatère HIJK ? justifie ta réponse.*

II. Médiatrice d'un triangle (rappels et compléments)

Activité 3:

Partie A :

Soit [AB] un segment de longueur 6 cm, trace la médiatrice (Δ) de ce segment.

1. *Choisis un point M sur cette droite, compare les distances AM et BM ;*
2. *Reprends la question précédente en choisissant un autre point N sur Δ.*

Partie B :

On donne deux points A et B du plan tels queAB=8cm. Δ la médiatrice de $[AB]$.
Construis si c'est possible, les points : C, D, E, F,G et H tels que :
CA= 4cm et CB= 5cm ; EA= 4cm et EB= 4cm ; GA= 5cm et GB= 5cm ; DA= 4cm et DB= 3,5cm ; FA= 4,5cm et FB= 3,5cm ; HA= 4,5cm et HB= 4,5cm.
Lesquels de ces points sont sur la médiatrice du segment $[AB]$.

Définition 1:

La médiatrice d'un segment est la droite qui coupe ce segment en son milieu et elle est perpendiculaire à son support.

Propriété 3:

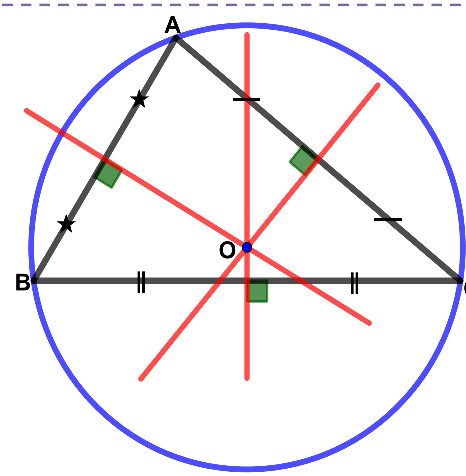
- *Un point de la médiatrice d'un segment est équidistant de deux extrémités de ce segment ;*
- *Tout point équidistant de deux extrémistes d'un segment est sur la médiatrice de ce segment ;*
- *En résumé, la médiatrice d'un segment est l'ensemble des points à égale distance de ces extrémités.*

Activité 4 : Propriété des médiatrices d'un triangle

1. *Place trois points M, N et P non alignés et trace les droits d_1 et d_2 médiatrices respectives des segments [MN] et [NP] . Elles se coupent en O.*
2. *Trace d_3 la perpendiculaire au support du segment [MP] passant par O.*
3. *Que représente d_3 pour le triangle MNP. Comment justifier que d_3 coupe [MP] en son milieu ?*
4. *Vérifier que O est le centre du cercle circonscrit au triangle MNP.*

Propriété 4:

Les médiatrices d'un triangle sont concourantes. Leur point d'intersection O est à égale distance des sommets du triangle il est donc le centre du cercle circonscrit au triangle.



Exercices d'application 3:

Soit un segment [TS] et sa médiatrice d. Sur la droite d, place un point R qui ne soit pas un point de[TS].
Construis le point M, symétrique du point T par rapport au point R.

a. *Vérifie que le point R est un point de la médiatrice du segment [TM] et en déduis que R est le centre du cercle circonscrit au triangle MTS.*
b. *On appelle I le milieu du segment [MS]. Montre que la droite (RI) est la médiatrice du segment [MS].*
c. *Montre que les droites (RI) et (TS) sont parallèles. En déduire la nature du triangle MTS.*
d. *Existe-t-il une autre méthode pour déterminer la nature du triangle MTS ?*

III. Les médianes d'un triangle :

Activité 5:

1. *Trace un triangle ABC, marque A' le milieu de [BC] ;*
2. *Trace le segment [AA']. Que peut–on dire du segment [AA'] et de la droite (AA') ?*

Définition 2:

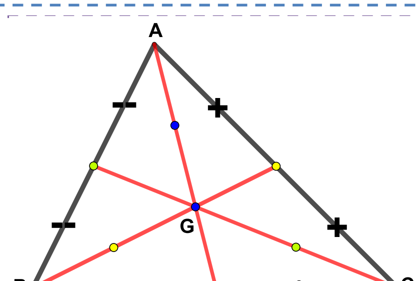
Dans un triangle une médiane est une droite qui passe par un sommet et par le milieu du côté opposé à ce sommet.

Activité 6:

1. a. *Trace un triangle RST et place I le milieu de [RS] et J le milieu de [RT]*
   b. *La droite (TI) est la médiane relative au côté [RS], (SJ) est la médiane relative au côté [RT]. Place G le point d'intersection de (TI) et (SJ).*
2. *La droite(RG) coupe (ST) en K, construis R' le symétrique R par rapport à G.*
   a. *Dans le triangle RSR' démontre que (IG) est parallèle a (SR') ;*
   b. *Dans le triangle RTR', démontre que (GJ) est parallèle a (TR') ;*
3. a. *En déduits la nature du quadrilatère SGTR' et que K est le milieu de [ST]. Que représente la droite (RG) par le triangle RST ;*
   b. *Démontre que* $RG = \frac{2}{3}AK$.

Propriété 5:

Les trois médianes d'un triangle sont concourantes. Leur point d'intersection G s'appelle le centre de gravite du triangle, il se situe aux $\frac{2}{3}$ *de chaque médiane à partir du sommet.*



Exercice d'application 4:

Soit ABCD un parallélogramme de centre O soit E le symétrique du point D par rapport à B. Soit G le point d'intersection des droites (AB) et (CE).

1. *Que représente le point G pour le triangle AEC,*
2. *En déduis que la droite (CG) coupe le segment en son milieu*

IV. Les hauteurs d'un triangle :

Activité 7:

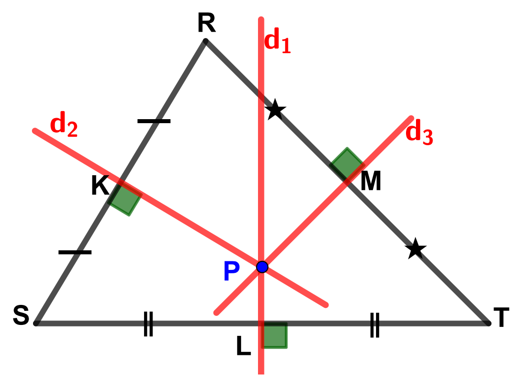
Construis un triangle ABC

1. *Trace en pointilles la droites perpendiculaire à (BC) en H passant par A ;*
2. *Trace le segment [AH].Que représente la droite (AH) et le segment [AH] ?*

Définition 3:

Une hauteur d'un triangle est une droite passant par le sommet et perpendiculaire au support du côté opposé à ce sommet.

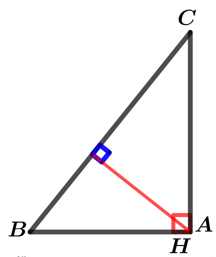
Activité 8: Propriété des hauteurs d'un triangle



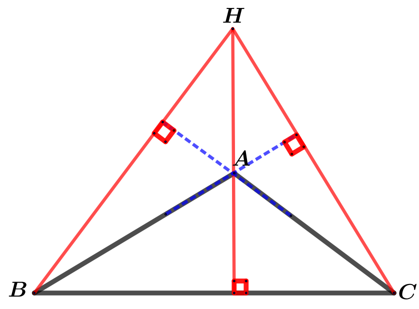
1. *Ahmed fait le schéma ci – contre et dit :*
   « Jai trouve le centre du cercle circonscrit au triangle RST ; c'est le point P ? » Quelle propriété justifie cette affirmation ?
2. *Fatima regard ce schéma et dit :*
   « Je peux démontrer que les droites (KM) et (ST) sont parallèles, de même que les droites (ML) et (RS) les sont et aussi les droites (KL) et (RT) ». Quelle propriété utilise Fatima à trois reprises successivement.
   J'affirme donc, dit Fatma que les droites d_1, d_2 et d_3 sont les hauteurs du triangle KLM. A-t-elle raison ? Pourquoi ?
3. *Explique pourquoi on a aussi démontré que les hauteurs du triangle KLM sont concourantes.*
4. *Est-il possible de construire un triangle RST lorsqu'on connait le triangle KLM .*

Propriété 6:

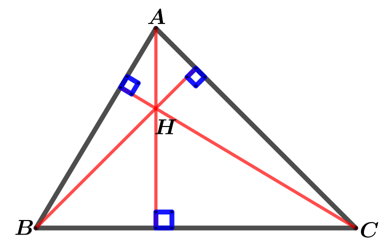
Dans un triangle les hauteurs sont concourantes en un point H appelé orthocentre. Voici les trois cas de figure :



1^{er} Cas : H coïncide avec A

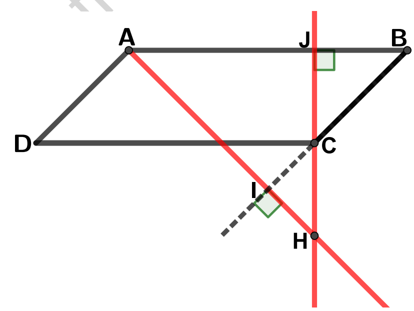


$2^{ème}$ Cas : H à l'extérieur du triangle



$3^{ème}$ Cas : H à l'intérieur du triangle

Exercice d'application 5:



Soit ABCD un parallélogramme
Les droites (AI) et (BC) sont perpendiculaires.
Les droites (CJ) et (AB) sont perpendiculaires.
Soit H le point d'intersection de (AI) et (CJ).
Démontre que la droite (BH) est perpendiculaire à la droite (AC).

V. Les bissectrices d'un triangle :

Activité 9:

Construis à l'aide d'un rapporteur un angle $x\hat{O}y$ dont la mesure 80°.

1. *Trace un arc de cercle de centre O ;*
2. *Marque les points A et B où cet arc coupe les deux côtes de cet angle ;*
3. *Trace un arc de cercle de centre A en gardant la même ouverture du compas ;*
4. *Trace un arc de cercle de centre B en gardant la même ouverture du compas ;*
5. *Marque C le point commun entre ces deux arcs puis trace la demi-droite [OC]*
6. *Vérifie que les deux angles $A\hat{O}C$ et $B\hat{O}C$ la même mesure.*
7. *Que represente la demi-droite [OC) pour l'angle $x\hat{O}y$.*

Définition 4:

La bissectrice d'un angle est une demi-droite partageant un angle en deux angles adjacents de même mesure.

Remarque :

- *La droite (OC) support de la demi-droite [OC) est appelle aussi bissectrice de l'angle $\widehat{xOy}$.*
- *La bissectrice (OC) est l'axe de symétrie de cet angle $x\hat{O}y$ en effet on a :*
  AO = OB et AC = BC, donc (OC) est la médiatrice de [AB].

Propriété 7:

Si un point est sur la bissectrice d'un angle alors ce point est à égale distance de ses côtes.

Activité 10: Propriété bissectrices d'un triangle

1. *Construis K ,L et M tel que $K\hat{L}M = 30°$ KL =10 cm et LM = 7,5 m*
2. *Construis le point M', symétrique de M par rapport à la droite (LK) sur la demi-droite [LM'), place le point N tel que : LN = 11 cm*
3. *Que peut-on en déduire pour les angles $K\hat{L}M$ et $K\hat{L}N$ et donc pour la droite (LK) ?*
4. *Trace la bissectrice de l'angle $\widehat{LNM}$. Elle coupe la droite (LK) en S.*
5. *Trace la droite (MS) compare les angles $\widehat{LMS}$ et $\widehat{NMS}$.*
   Que peut-on en déduire pour la droite (MS)?
6. *Qu'obtient-on pour les trois bissectrices ?*

Propriété 8:

Dans un triangle les bissectrices sont concourantes. Leur point de concours est à égale distance des trois côtés du triangle c'est le centre du cercle tangente aux trois côtes du triangle, appelé cercle inscrit.

Exercice d'application 6:

Sur un cercle de centre O, de 4 cm de rayon, place deux points A et B distants de 5 cm. On appelle I le milieu du segment [AB].
La bissectrice de l'angle $\widehat{OAB}$ coupe le segment [OI] en J.
Démontre que la droite (BJ) est bissectrice de l'angle $\widehat{ABO}$.

VI. Triangles particuliers :

VI.1. Triangle isocèle :

Activité 11:

Construis un triangle BIC isocèle en I, construis la médiatrice du segment [BC].
Que constate-tu ?

Propriété 9:

Dans un triangle isocèle, la hauteur issue du sommet principale est aussi une médiatrice et une bissectrice de ce triangle.

VI.2. Triangle équilatéral

Activité 12:

Construis un triangle équilatéral IPN. Construis les trois bissectrices. Que constates-tu ?

Propriété 10:

Dans un triangle équilatéral, les médianes sont aussi les médiatrices, les hauteurs et les bissectrices de ce triangle.

Exercice d'application 7:

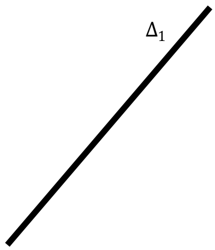
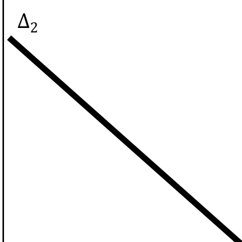
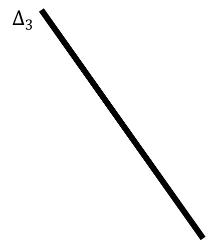
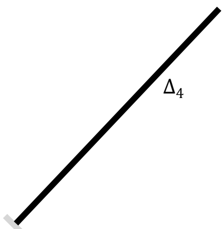
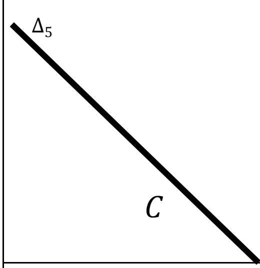
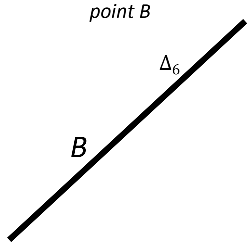
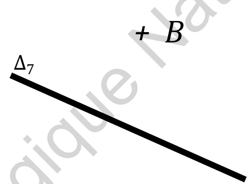
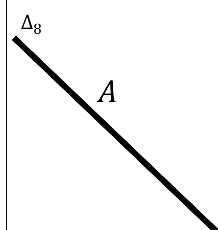
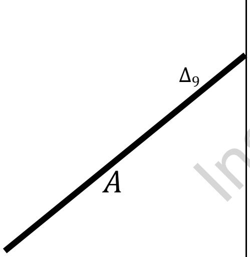
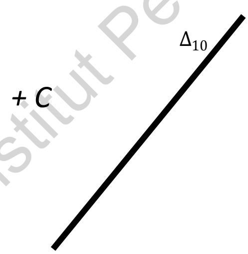
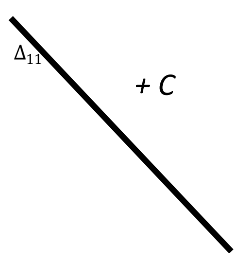
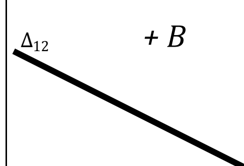
Raye les réponses qui ne conviennent pas.

Dans un triangle, une ... passe forcément par un sommet.	bissectrice	hauteur	médiane	médiatrice
Dans un triangle, une ... passe forcément par le milieu d'un côté.	bissectrice	hauteur	médiane	médiatrice
Les trois ... d'un triangle se coupent en son orthocentre	bissectrices	hauteurs	médianes	médiatrices
L'intersection des ... est le centre d'un cercle lié au triangle.	bissectrices	hauteurs	médianes	médiatrices
Une ... ne peut exister que dans un triangle.	bissectrice	hauteur	médiane	médiatrice
L'axe de symétrie d'un triangle isocèle est une ... du triangle.	bissectrice	hauteur	médiane	médiatrice

Exercices divers

Exercice 1:

Dessine dans chacun des cas suivants un triangle ABC tel que :

Δ_1 est une hauteur de ABC  	Δ_2 est une médiane de ABC  	Δ_3 est une médiatrice de ABC  	Δ_4 est une bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$ 
Δ_5 est la hauteur relative au côté [AB]  	Δ_6 est la médiane issue du point B  	Δ_7 est la médiatrice de [AB]  	Δ_8 est la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$ 
Δ_9 est la hauteur relative au côté [AB]  	Δ_{10} est la médiane issue du point A  	Δ_{11} est la médiatrice de [AB]  	Δ_{12} est la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$ 

Exercice 2:

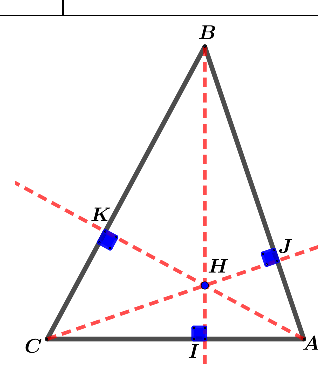
Les points I, J et K sont les pieds des hauteurs tracées dans le triangle ABC. Quel est l'orthocentre du triangle :

1°) CKH? Justifier.

2°) BCH? Justifier.

3°) ABH? Justifier.

4°) ACH? Justifier.



Exercice 3:

ABCD est un parallélogramme de centre O. et J le milieu du côté $[AB]$.
Démontre que (OI) et (BC) sont parallèles.

Exercice 4:

Sur une droite d, place trois points distincts dans cet ordre A, B et C. Place un point O à l'extérieur de la droite d. Construis I, J et K les milieux respectifs des segments $[OA]$ *,* $[OB]$ *et* $[OC]$.

1. *Démontre que les points I, J et K sont alignés*
2. *Quelle donnée faudrait-il ajouter à l'exercice pour que J soit le milieu de* $[IK]$

Exercice 5:

Construis un triangle ABC tel que : BC=7 cm, AC=8 cm et $\widehat{BCA} = 50°$. *Place le point I, milieu de* $[AC]$. *Trace la droite passant par I, qui coupe* (AB) *en M tel que :* $\widehat{AIM} = 50°$

1. *Explique pourquoi M est le milieu du côté* $[AB]$.
2. *Calcule IM.*

Exercice 6:

Dans un triangle MPR, L et K sont les milieux respectifs des côtés $[MR]$ *et* $[RP]$.
S le point symétrique de K par rapport au point P. La droite (LS) coupe le côté $[MP]$ *en O.*

1. *Prouve l'égalité : MP=2xLK.*
2. *a. Démontre que les droites (LK) et (MP) sont parallèles.*
   b. Prouve l'égalité : LK=2xOP.
3. *Déduis que MP = 4 × OP.*

Exercice 7:

ABC est un triangle, D est un point du côté $[BC]$ *. I est le milieu du segment* $[BD]$ *et J celui de* $[DC]$. *La droite passant par I et parallèle à (AD) coupe (AB) en H. la droite passant par J et parallèle à (AD) coupe (AC) en K.*

1. *Démontre que H est le milieu de* $[AB]$.
2. *Démontre que K est le milieu de* $[AC]$.
3. *Démontre que les droites (HK) et (BC) sont parallèles.*
4. *Quelle est la nature du quadrilatère HIJK ? Justifie ta réponse.*

Exercice 8: Avec les parallélogrammes

Trace un triangle ABC et M le milieu du côté $[BC]$. *Construis le point R symétrique de A par rapport à M.*

1. *Démontre que ABRC est un parallélogramme.*
2. *Construis le point S symétrique de R par rapport à C.*
   Démontre que ABCS est un parallélogramme.
3. *Note T le centre du parallélogramme ABCS.*
   Démontre que(MT) et (AB) sont parallèles.

Exercice 9: Avec les rectangles

Trace un cercle de centre O et de diamètre $[AA']$. *Place un point B sur ce cercle. La droite (AB) coupe le cercle de diamètre* $[AO]$ *en M.*

1. *Quel rôle semble jouer le point M pour le segment* $[AB]$ *?*
2. *On appelle I le milieu de* $[AO]$.*M' est le point symétrique de M par rapport à I. B' est le point symétrique de B par rapport à O.*
   a. *Démontre que AMOM' et ABA'B' sont des rectangles ;*
   b. *En déduis que les droites (OM) et (A'B) sont parallèles ;*
   c. *Démontre que M est le milieu de* $[AB]$.

Exercice 10:

ISO est un triangle isocèle tel que IS= SO= 7cm et OI=6cm.
Le point M est le milieu du segment $[IS]$. *La parallèle passant par M à la droite (IO) coupe le côté* $[OS]$ *en N.*

1. a. *Faire la figure*
   b. *Explique pourquoi MI= NO*
2. a. *Complète la figure en plaçant les A, B, C et D milieux respectifs des segments* $[MN]$, $[IN]$, $[IO]$ *et* $[OM]$.
   b. *Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifie ta réponse.*
   c. *Calcule le périmètre de ABCD.*
3. a. *Refais la figure avec un triangle isocèle rectangle en S tel que : IS= SO = 7cm.*
   Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifie ta réponse.

Exercice 11:

1. *Construis le triangle ABC tel que AB= 6cm, BC= 8cm et AC= 10cm, puis ses médiatrices*
2. *Construis un triangle ABC et son cercle circonscrit sachant que AB= 8,4cm ;* $\widehat{BAC}=35°$ *et* $\widehat{ABC}=25°$.

Exercice 12:

1. *Trace deux droites d_1 et d_2 perpendiculaires en O.*
2. *Place sur d_1 les points I et J distincts tels que : OI= OJ =5cm.*
3. *Trace une droite d_3 sécante à d_1 et d_2 respectivement en K et L. Place le point M symétrique de I par rapport à d_3.que représente L pour le triangle IJM ? justifie ta réponse*

Exercice 13:

ABCD est un quadrilatère dont les sommets sont sur un cercle de centre O. démontre que :

1. *Les médiatrices de ses côtés sont concourantes en O ;*
2. *Les médiatrices de ses diagonales se coupent en O.*

Exercice 14:

1. *R, S et T sont trois points distincts d'un cercle de centre O. le point U est le milieu de $[RT]$. Que représente la droite (OU) pour le segment $[RT]$.*
2. *a. Trace un triangle RST et construis le centre I de son cercle circonscrit. Place le point K symétrique de I par rapport au milieu de $[RS]$.*
   b. Quelle est la nature du quadrilatère RKSI ? Quelles propriétés permettent de justifier la réponse ?

Exercice 15:

On considère un parallélogramme ABCD non rectangle de centre O, les médiatrices de $[AB]$ et $[AD]$ se coupent au point R.

Démontre que les droites (OR) et (BD) sont perpendiculaires.

Exercice 16:

1. *Trace un triangle ABC et construis le centre O de son cercle circonscrit. On note I le milieu du côté $[AC]$.*
2. *Construis le point M, symétrique de O par rapport à I.*
3. *Démontre que le quadrilatère AMCO est un losange.*

Exercice 17:

1. *Construis un triangle ABC tel que AB= 10 cm, BC= 8 cm et AC= 6,4 cm, puis ses médianes.*
2. *Construis un triangle PQR tel que PQ= 7,2 cm, QR= 8 cm et $\widehat{PQR}$= 35°, puis ses médianes.*
3. *Construis le triangle LMN tel que LM= 6cm, $\widehat{LMN}$= 45° et $\widehat{MLN}$= 60° puis ses médianes.*

Exercice 18:

1. *Construis un triangle AOC tel que : AO= 5cm, OC=4,5cm et $\widehat{AOC}$= 120°.*
2. *Construis un triangle ABC dont (OA) est une médiane et tel que B est un point de (OC).*

Exercice 19:

Soit $\mathscr{C}$ un cercle de centre O. Soient trois points A, B etC appartenant au cercle C.
La droite perpendiculaire à (BC) passant par O coupe (BC) en I.

a. *Démontre que (OI) est la médiatrice de [BC].*
b. *Vérifie que [AI] est la médiane issue de A du triangle ABC.*

Exercice 20:

Soit ABCD un parallélogramme.
Soit O le point d'intersection des diagonales de ABCD et soit M un point extérieur à ce parallélogramme.
Démontre que la droite (MO) est médiane du triangle MAC.
Montre que les triangles MAC et MBD ont même centre de gravité.

Exercice 21:

LAC est un triangle isocèle en L. Les médianes issues de A et de C se coupent en U. Démontre que la droite (LU) est perpendiculaire à (AC).

Exercice 22 : Comment démontrer que les médianes sont concourantes ?

Soit ABC un triangle. Soient J et K les milieux respectifs de [AC] et [AB].
Les droites (CK) et (BJ) se coupent en G. Soit A' le symétrique de A par rapport au point G.

a. *Démontre que les droites (BJ) et (A'C) sont parallèles (considérer pour cela le triangle AA'C).*
b. *Démontre, de même, que les droites (CK) et (A'B) sont parallèles.*
c. *Démontre que le quadrilatère BGCA' est un parallélogramme.*
d. *Démontrer que (AG) est une médiane du triangle ABC.*
e. *Conclus.*

Exercice 23:

1. *Construis un triangle ABC tel que AB= 4,8cm, BC=6,1cm et AC= 5,3cm, puis ses hauteurs.*
2. *Construis un triangle PQR tel que PQ= 7,2cm, QR= 8cm et $\widehat{PQR}$= 35°, puis ses hauteurs.*
3. *Construis le triangle LMN tel que LM= 6cm, $\widehat{LMN}$= 45° et $\widehat{MLN}$= 60°, puis ses hauteurs.*

Exercice 24:

1. *Construis un triangle RSK tel que RS= 7cm, RK=2,5cm et SK= 6cm.*
2. *Complète la figure pour obtenir un triangle TRK sachant que K est le point d'intersection des hauteurs de TRK.*

Exercice 25: **Triangle isocèle**

Soit ABC un triangle tel que la médiane issue de A est aussi hauteur.
Démontre que ABC est isocèle en A.

Exercice 26: **Comment démontrer que les hauteurs sont concourantes ?**

Soit ABC un triangle. Soit D_1 la droite passant par A et parallèle à (BC). Soit D_2 la droite passant par B et parallèle à (AC). Elle coupe la droite D_1 en C'. Soit D_3 la droite passant par C et parallèle à (AB). Elle coupe D_1 en B' et D_2 en A'.
Soit (AH) la hauteur issue de A au triangle ABC (Le point H est un point de [BC])

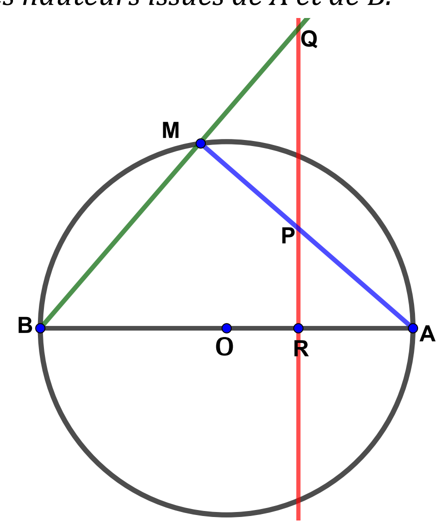
a. *Démontre que AB'CB et AC'BC sont des parallélogrammes.*
b. *En déduis que A est le milieu de [B'C'].*
c. *Démontre que (AH) est perpendiculaire à (B'C').*
d. *En déduis que (AH) est la médiatrice de [B'C'] .*
   En appelant (BH') et (CH") les deux autres hauteurs du triangle ABC et en procédant comme ci-dessus, on démontre que (BH') et (CH") sont respectivement les médiatrices de [A'C'] et de [A'B'].
e. *Que peut-on dire des droites (AH) , (BH') et (CH") pour le triangle A'B'C' ?*
f. *En utilisant une propriété des médiatrices d'un triangle, en déduis que les hauteurs d'un triangle sont concourantes.*

Exercice 27:

Soit ABC un triangle. Soient H et K les pieds des hauteurs issues de A et de B. Démontre que les points A, B, H et K sont sur un même cercle, et précise son centre.

Exercice 28:

Soit $\mathscr{C}$ un cercle de centre O et de diamètre [AB]. Soit M un point du cercle $\mathscr{C}$ distinct de A et de B. Soit R un point de [AB] distinct de A et de B.
Soit d la perpendiculaire en R au segment [AB]. La droite d coupe la droite (MA) en P et la droite (MB) en Q.



a. *Démontre que les droites (AM) et (MB) sont perpendiculaires.*

b. *Démontre que le point P est l'orthocentre du triangle ABQ.*
c. *Démontre que les droites (PB) et (AQ) sont perpendiculaires.*
d. *Démontre que le point d'intersection I des droites (PB) et (AQ) est sur le cercle $\mathscr{C}$.*

Exercice 29:

1) *Construis un triangle ABC tel que AB= 4cm, BC=7cm et AC= 8cm, puis ses bissectrices.*
2) *Construis un triangle PQR tel que PQ= 5cm, QR= 8cm et $\widehat{PQR}$= 70°, puis ses bissectrices.*
3) *Construis le triangle LMN tel que LM= 9,3cm, $\widehat{LMN}$= 24° et $\widehat{MLN}$= 129°, puis ses hauteurs.*

Exercice 30:

1. *Construis un triangle ABD tel que : AD= 7cm, BD= 8cm et $\widehat{ADB}$= 140°.*
2. *Construis ABC sachant que la droite (AD) est la bissectrice de l'angle $\widehat{CAB}$ et la droite (DB) celle de l'angle $\widehat{ABC}$. Que peut-on dire de la droite (CD).*

Exercice 31:

Soit AIX un triangle rectangle en A. Les bissectrices issues de X et de I se coupent en D. Déterminer la mesure de l'angle DAX.

Exercice 32:

Sur un cercle $\mathscr{C}$ de centre O, place deux points M et R qui ne sont pas diamétralement opposés et tels que (MO) et (OR) ne sont pas perpendiculaires. Les tangentes en M et R se coupent en B. La droite (RO) coupe la droite (BM) en C. La droite (MO) coupe la droite (BR) en A.

a. *Montre que (BO) est bissectrice de l'angle $\widehat{MBR}$.*
b. *Montre que les droites (BO) et (AC) sont perpendiculaires.*
c. *Montre que le triangle BAC est isocèle.*

Exercice 33: **Comment démontrer que les hauteurs sont concourantes ?**

1. *Construis un triangle ABC tel que BAC = 80°, ABC = 40° et AB = 10 cm.*
2. *A la règle et au compas, construis les bissectrices des angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ABC}$.*
   Appelle I le point d'intersection des deux bissectrices.
   Appelle IJ la distance du point I à la droite (AB).
   Appelle IK la distance du point I à la droite (BC).
   Appelle IL la distance du point I à la droite (AC).
3. *Démontre IK=IL*
4. *Démontre que I appartient à la bissectrice de $\widehat{ACB}$.*

Exercice 34:

Soit AIN un triangle rectangle en A. Les bissectrices des angles $\hat{A}$ et $\hat{N}$ se coupent en O. La droite(OI) coupe la droite (AN) en R. La perpendiculaire à la droite (IN) passant par R coupe la droite (IN) en S.
Démontre que le triangle ARS est isocèle.

Exercice 35:

Soit un triangle JFC isocèle en C.
La médiane issue de C coupe la bissectrice de l'angle $\hat{F}$ en O.
Démontre que(OJ) est la bissectrice de l'angle de sommet J.

Exercice 36:

A, B, C sont trois points distincts d'un cercle de centre O et [AD] un diamètre de ce cercle. On complètera la figure fournie au fur et à mesure de la résolution du problème.

1. *Quelle est la nature des triangles ABD et ACD ?*
2. *La parallèle à (BD) passant par C coupe (AB) en E.*
   Démontre que (CE) est une hauteur du triangle ABC.
3. *La perpendiculaire à (BC) passant par A coupe le cercle en A et J, la droite (CE) en H et la droite (BC) en I.*
   a. *Que représente H pour le triangle ABC ?*
   b. *En déduis que (BH) est perpendiculaire à (AC).*
   c. *Montre que (BH) est parallèle à (CD).*
4. *Démontre que BHCD est un parallélogramme. On appelle K le point d'intersection de ses diagonales. Que représente K pour le segment [HD]*
5. *a. Quelle est la nature du triangle ADJ ? En déduire que (CI) et (DJ) sont parallèles.*
   b. Montre que I est le milieu de [HJ]. (on pourra utiliser le triangle HDJ, après avoir précisé la position de K sur le segment [HD])

NOMBRES RÉELS

I. Notion de nombre réel :

Activité 1 :

Voici un carré ABCD dont le côté mesure 1 cm.

1. *Trace la diagonale [AC] de ce carré , puis construis le carré AEFC.*
2. *Quelle est l'aire du carré AEFC ?*
3. *On désigne x la longueur du côté de ce carré, montre que $x^2 = 2$*
4. *a. Existe –il un entier naturel dont le carré vaut 2 ?*
   b. Donne les carrés des nombres suivants : 1,1; 1,2 ; 1,3 ; 1,4 et 1,5.
   Existe –t-il un nombre décimal d'ordre 1 dont le carré vaut 2 ?
   c. Donne les carrés des nombres suivants : 1,40; 1,41 ; 1,42 ; 1,43 et 1,44.
   Existe –t-il un nombre décimal d'ordre 2 dont le carré vaut 2 ?
   d. Recommence avec 1,414 et 1,415.
5. *Peux tu trouver un rationnel dont le carré vaut 2 ?*

Remarque 1:

La longueur du côté du carré évoquée dans l'activité 1 est un nombre irrationnel, on le note $\sqrt{2}$,c'est un nombre réel.

Activité 2 :

Ahmed et Ali possèdent deux vélos dont les roues sont identiques de rayon 50cm. Ils jouaient avec leurs vélos sur la cour de la maison de leur tante.

Ahmed pose à Ali la question suivante :

« Quelle distance parcourt ton vélo lorsque la roue fait un tour complet »

Ali propose à son frère de réaliser chacun l'expérience et mesurer la distance.

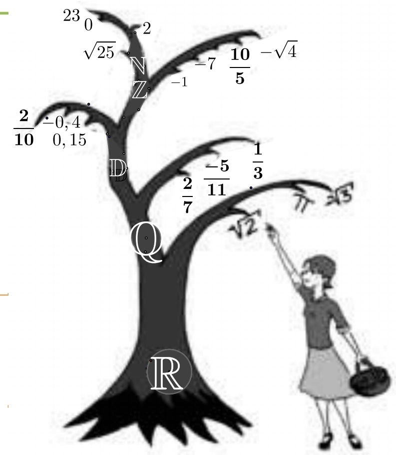
Ahmed dit : j'ai trouvé 3,1m et Ali dit qu'il trouvé 3,14m.

Donne l'expression du périmètre de la roue.

Que penses-tu des réponses des deux frères ?

Remarque 2:

- *La distance parcourue exprimée en mètre, par l'un des vélos lorsque la roue fait un tour est π. Ce nombre est un nombre irrationnel, c'est un nombre réel.*
- *Les activités précédentes ont permis de découvrir deux nombres et on pourra mettre en exergue d'autres nombres réels comme $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, … ,à travers de nouvelles activités.*



Définition 1et notation :

- *Les nombres connus c'est-à-dire les rationnels et les nombres tels que $\sqrt{2}, \pi, ...$ constituent un nouvel ensemble, appelé ensemble des nombres réels ; on le note $\mathbb{R}$..*
- *L'ensemble des réels positifs est noté $\mathbb{R}_+$.*
- *L'ensemble des réels négatifs est noté $\mathbb{R}_-$.*

Remarque 3:

Avec la notation précédente on a : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$..

II. Ordre dans $\mathbb{R}$:

II.1. Axe et nombres réels:

Activité 3:

Sur un axe gradué, place avec la plus grande précision possible les points d'abscisses $\sqrt{2}$ et π. Explique la démarche.

Remarque 4:

L'ensemble de nombres réels nous permet de repérer tout point sur une droite graduée.

Exercice d'application 1:

Place les nombres suivants : dans les colonnes convenables du tableau ci-dessous, puis représente-les sur un axe : 5,1 ; $-2,3$; $\frac{1}{4}$;$-\sqrt{2}$; π ; -8 ; 2,5

$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{D}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$

II.2. Ordre dans $\mathbb{R}$:

Activité 4:

En utilisant des méthodes différentes, compare :

$\sqrt{3}$ et 2 ; $-2,75$ et $-2,8$; π et 3,5 ; $\frac{4}{7}$ et $\frac{2}{3}$.

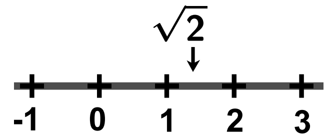
Règle 1:

On peut ordonner deux nombres réels soit :

- *En les repérant sur une droite graduée et en comparant leurs positions sur cette droite.*
- *En prenant les valeurs décimales exactes ou approchées et en comparant, de gauche à droite, les chiffres correspondant aux mêmes unités dans les parties entières puis décimales.*

Exemple 1:

- *On repère $\sqrt{2}$ et 1 sur une droite graduée, donc $\sqrt{2} > 1$*
- *En prenant les valeurs décimales exactes ou approchées :*



  - *3,12 et 3,5 : 5 > 1 donc 3,5 > 3,12*
  - $\frac{2}{5}$ *et* $\frac{3}{19}$: $\frac{2}{5}$ = 0,4 ; $\frac{3}{19}$ ≈0,15. *Donc* 0,4> 0,15 $\Rightarrow \frac{2}{5} > \frac{3}{19}$

Exercice d'application 2:

Range dans l'ordre croissant les nombres suivants :

$2,5\ ;\ -2\ ;\ \frac{1}{2}\ ;\ \sqrt{2}\ ;\ -\frac{2}{3}\ ;\ 2,14\ ;\ -\frac{1}{2}\ ;\ \pi\ ;\ 3,1\ ;\ \sqrt{3}$.

II.3. Encadrement d'un nombre réel :

Activité 5:

- *Trouve une valeur décimale exacte ou approchée de chacun des réels* $\frac{3}{4}$ *et* $\frac{2}{7}$
- *Peut-on trouve des valeurs décimales exactes pour les nombres* $\frac{2}{7}$ *et* $\sqrt{5}$.
  si non donne un encadrement de chacun de eux par des entiers consécutifs.
- *Donne un encadrement pour le nombre* $\frac{2}{7}$ *par deux décimales ayant un seul chiffre après la virgule. Comment appelle-on ces valeurs ?*
- *Même question avec deux chiffres après la virgule, trois chiffres après la virgule.*

Règle2:

On peut encadrer un nombre réel par deux entiers ou deux décimaux avec un, deux ou plusieurs chiffres après la virgule.

Exemple 2:

- $\frac{5}{3}$ *est compris entre 1 et 2 ; donc* $1 < \frac{5}{3} < 2$;
- $\sqrt{2}$ *est compris entre1,4 et1,5; donc* $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$.*On dit que 1,4 et 1,5 sont les valeurs approchées respectivement par défaut et par excès de* $\sqrt{2}$.
- π *est compris entre 3,14 et 3,15 ; donc* $3,14 < \pi < 3,15$; *On dit que 3,14 et 3,15 sont les valeurs approchées respectivement par défaut et par excès de* π.
- *On a également :* $2,236 < \sqrt{2} < 2,237$. *On dit que 2,236 et 2,237 sont les valeurs approchées respectivement par défaut et par excès de* $\sqrt{2}$.

III. Opérations sur les réels :

III.1. Addition des réels :

Tu connais l'addition dans $\mathbb{Q}$ et ses propriétés. Il existe aussi une addition dans $\mathbb{R}$, qui prolonge celle de $\mathbb{Q}$.

Règle3:

- *La somme de deux réels de même signe est un réel :*
  - *de même signe*
  - *qui a pour distance à zéro la somme des distances des deux facteurs de la somme.*
- *La somme de deux réels des signes contraires est un réel :*
  - *du signe de celui qui a la plus grande à zéro*
  - *qui a pour distance au point O la différence des distances des deux facteurs de la somme.*

Voici quelques unes de ses propriétés que tu admettras :

Propriété1 :

- *L'addition dans $\mathbb{R}$ est commutative et associative ;*
- *Le réel 0 est l'élément neutre pour l'addition ;*
- *Tout réel x a un opposé noté $opp(x)$(ou également$-x$) et on a: $x + opp(x) = 0$;*
- *Pour tous réels a, b et c ; on a : $a = b$ équivaut à $a + c = b + c$.*

Remarque 5:

- *Soustraire un réel c'est ajouter son opposé*
- *Les règles usuelles de suppression des parenthèses déjà vues dans $\mathbb{Q}$ restent les mêmes dans $\mathbb{R}$ et également les formules :*

$opp(opp(a)) = a$, $opp(a+b) = opp(a) + opp(b)$ et $opp(a-b) = opp(a) - opp(b)$

Exercice d'application 3:

1. Calcule $a = +3{,}5 - \sqrt{2} + opp(5 - 3\sqrt{2})$;
2. Calcule l'expression b suivante après avoir supprimé les parenthèses

   $b = -2 - (2\sqrt{3} - 4) + ((5 - \sqrt{3}) + 1)$

III.2. Multiplication des réels :

Tu connais aussi la multiplication dans $\mathbb{Q}$ et ses propriétés. Il existe aussi une multiplication dans $\mathbb{R}$, qui prolonge celle de $\mathbb{Q}$.

Règle4 :

Le produit de deux réels est un réel qui a :

- *Pour signe :*
  $+$ *si les deux nombres ont le même signe.*
  $-$ *si les deux nombres sont signes contraires.*
- *Pour distance au point O, le produit des distances des facteurs au point O*

Voici quelques unes de ses propriétés que tu admettras :

Propriété2 :

- *La multiplication dans* $\mathbb{R}$ *est commutative et associative ;*
- *Le réel 1 est l'élément neutre pour la multiplication ;*
- *Tout réel non nul* x *a un inverse noté* $inv(x)$ *ou également* $\frac{1}{x}$ *et on a:* $x \times \frac{1}{x} = 1$;
- *La multiplication est distributive par rapport à l'addition (et la soustraction)*
- *Pour tout réel*x, $x \times 0 = 0$.
- *Le produit de deux réels non nuls est un réel non nul.*

Remarque 6:

- *Si a et b sont deux réels on a :* $x \times y = 0$ *équivaut à* $x = 0$ *ou* $y = 0$ *;*
- *Diviser par un réel c'est multiplier par son inverse et on a les formules :* $inv(inv(a))=a$, $inv(a \times b)=inv(x) \times inv(b)$.
- *Les règles de distributivité double déjà vues restent inchangées dans* $\mathbb{R}$ *et seront davantage développées dans le chapitre intitulé Calcul littéral.*

Exercice d'application 4:

Calcule puis simplifie l'écriture, si c'est possible.

$$\frac{1}{2}\times-\sqrt{2};\ \frac{4}{3}\times\left(1+\sqrt{2}\right);\ inv(-5\times\frac{4}{2\sqrt{5}});\ inv\left(5+\sqrt{7}\right)\times inv\left(11-\frac{1}{2}\right)$$

III.3. Ecritures fractionnaires de nombres réels et opérations :

Activité 6: Somme de deux réels en écriture fractionnaire

1. *Calcule :* $\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\frac{\pi}{3}+\frac{2}{7}$.
2. *Écris sous forme de fraction et simplifie lorsque c'est possible :*

$$\frac{1{,}25}{3}+\frac{0{,}05}{3};\quad \frac{-5}{7}+\frac{-2}{14};\quad \frac{\sqrt{3}}{6}+\frac{2\sqrt{3}}{3};\quad \frac{\pi}{3}+\frac{3\pi}{5};\ \frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{6}.$$

Règle 5:

Pour tous réels a, b, c et d, avec c et d non nuls

1. $\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c}$
2. $\frac{a}{c}+\frac{b}{d}=\frac{a\times d+b\times c}{c\times d}$

Exercice d'application 5:

$\frac{-2\pi}{13}+\frac{15\pi}{13}$; $\frac{-\sqrt{5}}{4}+\frac{3\sqrt{5}}{13}$; $\frac{\sqrt{7}}{-6}+\frac{5\sqrt{7}}{-6}$; $\frac{2}{\sqrt{11}}-\frac{13}{4\sqrt{11}}$.

Activité 7: produit de deux réels en écriture fractionnaire

1. *Effectue* $\frac{3}{\pi}\times\frac{7}{2}$; $4\times\frac{\sqrt{2}}{3}$.
2. *Écris sous forme de fraction et simplifie l'orsque c'est possible*

$\frac{1,5}{3}\times\frac{0,9}{0,5}$; $\frac{3}{-6}\times\frac{1,8}{2}$; $\frac{2}{0,5}\times\frac{3}{0,5}$; $\frac{2\pi}{3}\times\frac{3}{4\pi}$.

Règle 6:

Pour tous réels a, b, c et d (b et d non nuls)

1. $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$
2. $c\times\frac{a}{b}=\frac{c\times a}{b}$.

Remarque 6:

a étant un réel non nul : $a\times\frac{1}{a}=\frac{a\times 1}{a}=1$ *; l'inverse de a est noté* $\frac{1}{a}$.

Exercice d'application 6:

Calcule les expressions suivantes :

$$\left[(\sqrt{3}\times(\frac{\sqrt{5}}{7}+\frac{1}{5})\right]\left[\sqrt{5}+(\frac{5}{3}\times\frac{1}{2})\right]\ ;\ \left(\sqrt{12}-\frac{5}{4}\times\left(\frac{2}{3}+1\right)\right)\left(\left(5+\frac{2}{\sqrt{3}}\right)\times\left(8-\frac{1}{2}\right)\right).$$

Activité 8: Quotient de deux réels en écriture fractionnaire

Calcule et compare :

$\frac{3}{5}\div 3$ *et* $\frac{3}{5}\div\frac{1}{3}$; $2\div\frac{3}{5}$ *et* $2\times\frac{5}{3}$; $\frac{4}{5}\div\frac{2}{7}$ *et* $\frac{4}{5}\times\frac{7}{2}$; $\frac{2}{\pi}\div\frac{3}{\pi}$ *et* $\frac{2}{\pi}\times\frac{\pi}{3}$.

Calcule et compare $2\div\frac{3}{5}$ *et* $2\times\frac{5}{3}$; $\frac{4}{5}\div\frac{2}{7}$ *et* $\frac{4}{5}\times\frac{7}{2}$; $\frac{2}{\pi}\div\frac{3}{\pi}$ *et* $\frac{2}{\pi}\times\frac{\pi}{3}$.

Règle 6:

Pour tous réels a, b, c et d non nuls, on a :

$$\frac{a}{\frac{b}{c}} = a \times \frac{c}{b} \;;\quad \frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{b} \times \frac{1}{c};\quad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}.$$

Exercice d'application 7:

Écris le plus simplement possible les quotients suivants :

$$\frac{\frac{\pi}{2}}{3};\ \frac{\pi}{\frac{2}{3}};\ \frac{\pi+1}{\frac{1}{2}};\ \frac{0{,}5}{\frac{1}{2}};\ \frac{\frac{\pi}{2}}{\frac{1}{2}};\ \frac{1}{2} \div \frac{-\sqrt{2}}{5};\ \frac{4}{\sqrt{3}} \div \left(1+\frac{1}{2}\right);\ \frac{-4\sqrt{5}}{9} \div \frac{3}{-5};$$

IV. Puissances d'un réel :

Activité 9:

Complète puis calcule si c'est possible:

$(-2) \times (-2) \times (-2) = (-2)^{\cdots}$; $(1{,}5) \times (1{,}5) \times (1{,}5) = (1{,}5)^{\cdots}$; $-\frac{1}{3} \times -\frac{1}{3} \times -\frac{1}{3} \times -\frac{1}{3} = (-\frac{1}{3})^{\cdots}$

$\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = (\sqrt{2})^{\cdots}$; $\sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} = (\sqrt{3})^{\cdots}$.

Définition 2:

a étant un réel non nul et n un entier naturel $n > 1$:

$a^n = a \times a \times a \times \ldots \times a$, *$a^n$ se lit : a exposant n ou également a puissance n.*

Convention :

$a^0 = 1$(a *non nul*) ; $a^1 = a$.

Exercice d'application 8:

Calcule, si possible

2^3; $(0{,}5)^4$; $(-\sqrt{3})^2$; $(-2\sqrt{5})^5$; $(\sqrt{10})^1$; $(\frac{3}{7})^2$ $\sqrt{20}^0$; 10^7 ; π^3.

Activité 10:

Utilise la calculatrice pour calculer les puissances ci-dessous puis compare-les :

2^{-3} *et* $\frac{1}{2^3}$; 5^{-2} *et* $\frac{1}{5^2}$; 10^{-4} *et* $\frac{1}{10^4}$.

Définition 3:

Soit a un réel non nul, n un entier naturel : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, *a^{-n} est l'inverse de a^n*

Exercice d'application 9:

Donne l'inverse de :

5^2; 3^3 ; $(1{,}5)^4$; 2^{-5}; 4^{-2}; π^{-2}; π^2.

Propriété 3:

a et b sont des réels non nuls n, m et p sont des entiers :

1. $a^n \times a^p = a^{n+p}$

2. $(a^n)^p = a^{n\times p}$

3. $\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}$

4. $\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$

Remarque 7:

a est un réel non nul, n un entier :

$a^n \times a^{-n} = a^{n-n} = a^0 = 1$.

Exercice d'application10 :

Parmi les écritures suivantes, lesquelles désignent les mêmes réels

$(a^3)^3$; a^5 ; $a^4 \times a$; $a^9 \times a^6$; $a^2 \times a^3$; $(a \times b)^5$; $5ab$; a^5b^5 ;

$2b^2$; $(2b)^2$; $(2b)^3$; $4b^2$; $(2b)^3$; $2b^3$; $8b^3$.

Exercices divers

Exercice 1:

Sachant que : -3,5≤ x <-2,7. Donne les encadrements de :
a= x+ 5, b= 2x , c= -x+3, d= -x- 5 et e= -2x-1.

Exercice 2:

On connait les encadrements suivants pour les réels x et y :
$3{,}24 \leq x \leq 3{,}26$; $3{,}243 \leq y \leq 3{,}245$.

1. *Donne un encadrement de leur somme.*
2. *Donne un encadrement de leur produit.*
3. *Peut-on affirmer quel est le plus grand des deux nombres ?*
4. *Quelle est la plus grande valeur possible de la différence entre ces deux nombres ?*

Exercice 3:

En mesurant les côtés d'un terrain rectangulaire, on a trouvé pour la longueur L 42m par défaut et pour largeur 31m par excès.

1. *Donne un encadrement de L et un encadrement de l*
2. *Donne un encadrement du périmètre. Quelle est l'erreur maximale dans le calcul du périmètre du terrain ?*
3. *Donne un encadrement de l'aire. Quelle est l'erreur maximale dans le calcul de l'aire du terrain ?*

Exercice 4:

Sachant que ab=$-4\sqrt{3}$, détermine les réels suivants :
$x = (-a)b$; $y = a(-b)$; $z = (-a)(-b)$ et $t = (2a)(-5b)$.

Exercice 5:

Compare les réels, au moyen ≤ dans les cas suivants:
a. $2\sqrt{11}$ *et* $3\sqrt{5}$ *; b.* $11\sqrt{19}$ *et* $13\sqrt{15}$ *; c.* $9\sqrt{11}$ *et* 10π.

Exercice 6 :

Calcule et simplifie lorsque c'est possible :

$$\frac{\pi}{3}+\frac{2}{3}\,;\ \frac{2}{\pi}+\frac{\sqrt{2}}{0{,}5}\,;\ \frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}\,;\ \frac{0{,}5}{0{,}7}+\frac{-2}{0{,}7}\,;\ \frac{4}{3}-\frac{1}{0{,}3}\,;\ \frac{\pi}{3}+\frac{3\pi}{5}\ .$$

Exercice 7:

Complète les égalités suivantes :

$\frac{3}{8} = \frac{\dots}{\dots}$; $\frac{\pi}{15} = \frac{\dots}{75} = \frac{2\pi}{\dots}$; $\frac{\pi}{15} = \frac{\dots}{75} = \frac{2\pi}{\dots}$; $\frac{-7}{13} = \frac{\dots}{\dots} = 1.$

Exercice 8:

Donne l'inverse de :

7 ; $\frac{2}{3}$; $\frac{-3}{4}$; $\frac{-7}{9}$; $\frac{1}{7}$; $0,4$; $\pi - 5$; $\frac{\pi}{3}$; $\frac{-4}{\pi}$.

Exercice 9:

Calcule puis simplifie lorsque c'est possible :

$\frac{\pi}{4} \times \frac{7}{2}$; $3 \times \frac{2\pi}{5}$; $\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{3\pi}{6}$; $\frac{0,5}{\frac{2}{3}}$; $\frac{\sqrt{3}}{\frac{2}{5}}$; $\frac{\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{3}}$; $\frac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{0,3}$

Exercice 10:

a et b étant deux réels quelconques.

1. *Montre que si* $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$, *alors* $\frac{a+b}{2+3} = \frac{a-b}{2-3}$.
2. *Montre que si* $\frac{a}{7} = \frac{b}{5}$, *alors* $\frac{a}{7} = \frac{2a+3b}{29}$.

Exercice 11:

Calcule les expressions suivantes :

$A = 2\sqrt{3} - (5 - \sqrt{3}) + [3\sqrt{3} - (10 - 3\sqrt{3})]$;

$B = 3\sqrt{2} - (\sqrt{5} - \sqrt{2}) + [4\sqrt{5} - (\sqrt{2} - 3\sqrt{5})]$;

$C = 5\pi - [(2 - \pi) + (\pi - (3\pi - 4))]$;

Exercice 12:

Calcule les produits suivants :

$A = (1 + \sqrt{2})(3 + \sqrt{2})$; $B = (4 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})$;

$C = (7 - \sqrt{5})(6 + \sqrt{5})$; $D = (7 - \sqrt{7})(6 - \sqrt{7})$.

Exercice 13:

Ecris plus simplement les expressions suivantes :

$A = (1 + 3\sqrt{2})(4 + 5\sqrt{2}) - 31$; $B = 10 + (7 + 2\sqrt{3})(2 - 4\sqrt{3})$;

$C = (7 - 4\sqrt{5})(6 + 3\sqrt{5}) + 3\sqrt{5}$; $D = (7 - 3\sqrt{7})(6 - 4\sqrt{7}) + (36 + 46\sqrt{7})$.

Exercice 14:

Calcule les produits suivants :

$(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}+2)$

$(\pi+\sqrt{2})(\pi-\sqrt{2})$

$(7-\sqrt{2})(7-\sqrt{2})$

Exercice 15:

1. *Calcule les expressions suivantes :*

   $A= 2\times\sqrt{2}-4+\sqrt{2}+7\times\sqrt{2}-3$;

   $B=2+\sqrt{3}\times 5-\sqrt{3}+5\times\sqrt{3}-\sqrt{3}$;

   $C=2-\sqrt{3}\times 6 \div 3\sqrt{3}+5\times\sqrt{3}-\sqrt{3}$.

2. *Quelles règles de priorité des opérations sur les nombres réels as-tu utilisé ?*

Exercice 16:

Calcule: $a=\dfrac{\dfrac{2+\sqrt{2}}{3}-\dfrac{2-\sqrt{2}}{5}}{2-\dfrac{2}{1-\sqrt{2}}}$; $b=\dfrac{\dfrac{3+\sqrt{2}}{5}\div\dfrac{2}{2-\sqrt{2}}}{2\sqrt{2}-\dfrac{2}{1+\sqrt{2}}}$

Exercice 17:

$(-\sqrt{2})\times(-\sqrt{2})\times(-\sqrt{2})\times(-\sqrt{2})=2^{\cdots}$;

$(1{,}5)\times(1{,}5)\times(1{,}5)\times(1{,}5)\times(1{,}5)=\left(\frac{2}{3}\right)^{\cdots}$;

$-\frac{1}{6}\times-\frac{1}{6}\times-\frac{1}{6}=\left(-\frac{1}{3}\right)^{\cdots}\times\left(-\frac{1}{2}\right)^{\cdots}$;

$2\sqrt{3}\times2\sqrt{3}\times2\sqrt{3}\times2\sqrt{3}\times2\sqrt{3}\times2\sqrt{3}=4^{\cdots}\times3^{\cdots}$;

$(-\pi)\times(-\pi)\times(-\pi)\times(-\pi)\times(-\pi)\times(-\pi)\times(-\pi)\times(-\pi)=(\pi^{-2})^{\cdots}$.

Exercice 18:

1. *Calcule les expressions suivantes :*

   $A= 2\times(-\sqrt{2})^{-3}-4+(-\sqrt{2})^{5}+7\times(\sqrt{2})^{-1}-3$;

   $B=2+(\sqrt{3})^{5}\times5-(\sqrt{3})^{4}+5\times(\sqrt{3})^{-2}-\sqrt{3}$;

   $C=2-(\sqrt{3})^{-4}\times 6 \div (3\sqrt{3})^{2}+4\times\sqrt{3}-\sqrt{3}$.

2. *Quelles règles de priorité des opérations sur les nombres réels as-tu utilisé ?*

Exercice 19:

Ecris plus simplement :

$\frac{\sqrt{2}+2}{2+2\sqrt{2}}$; $\frac{\pi^2-4}{4\pi-8}$; $\frac{4\pi^2(\sqrt{3})^6-8\pi^5(\sqrt{3})^3}{4\pi^5(\sqrt{3})^3-4\pi^3(\sqrt{3})^5}$.

Exercice 20:

Ecris plus simplement :

$\left(\frac{2\pi^2}{3\sqrt{2}}\right)^3$; $\left(\frac{3\pi^2}{2\sqrt{3}}\right)^4$; $\left(\frac{4(\sqrt{3})^5}{3\sqrt{5}}\right)^{-4}$; $\left(\frac{4(\sqrt{7})^{-1}}{3\pi^2}\right)^3$; $\left[\left(\frac{4(\sqrt{11})^{-1}}{3\pi^{-2}}\right)^{-1}\right]^2$.

Exercice 21:

1. *Vérifie que :*
   $6^2-5^2=11$
   $56^2-45^2=1111$
   $556^2-445^2=111111$
   $5556^2-4445^2=11111111$
2. *Peux-tu généraliser ?*

ANGLES AU CENTRE ET ANGLES INSCRITS

I. Angle au centre :

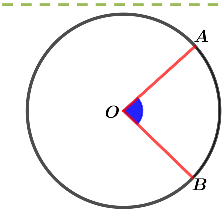
I.1. Notion d'angle au centre :

Activité 1:

1. *Trace un cercle $\mathscr{C}$ de centre O et de rayon r, puis place deux points A et B, sur ce cercle tels que $[AB]$ ne soit pas un diamètre de ce cercle.*
2. *Recopie et complète la phrase :*
   Le sommet de l'angle saillant $\widehat{AOB}$ coïncide avec le ... du cercle $\mathscr{C}$.
   Cet angle $\widehat{AOB}$ est appelé angle au centre.
3. *Place un point C sur le cercle $\mathscr{C}$ puis marque l'angle au centre $\widehat{AOC}$.*

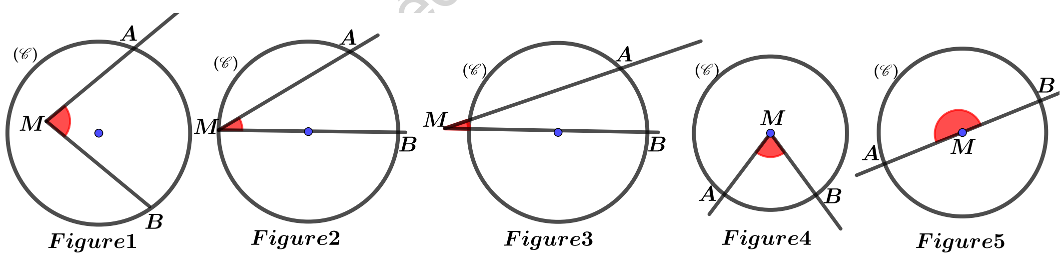
Définition 1:

Un angle au centre d'un cercle $\mathscr{C}$ est un angle formé par deux rayons du cercle et dont le sommet est le centre de ce cercle.
L'angle $\widehat{AOB}$ est un angle saillant au centre du cercle $\mathscr{C}$.



Exercice d'application 1:

Dans chacun des cas suivants, dis si oui ou non l'angle est un angle au centre du cercle $\mathscr{C}$. Justifie ta réponse.



I.2. Arc intercepté par un angle au centre :

Activité 2:

1. *Trace un cercle $\mathscr{C}$ de centre I et de rayon r, puis place deux points M et N sur ce cercle tels que $\widehat{MIN} = 110°$.*
2. *Marque en rouge la partie commune au cercle $\mathscr{C}$ et au secteur angulaire délimité par les deux demi-droites $[IM)$ et $[IN)$ et dont le sommet est O.*
   L'intersection de ce secteur angulaire avec le cercle est appelé arc intercepté par l'angle $\widehat{MIN}$

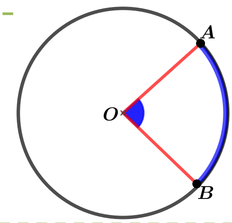
3. Trace en vert l'autre arc du cercle dont les extrémités sont M et N.

L'arc de cercle en rouge est appelé le petit arc de cercle noté $\overset{\frown}{MN}$

L'arc de cercle en vert est appelé le grand arc de cercle noté $\overset{\frown}{MN}$.

4. Détermine la mesure de l'angle au centre qui intercepte le grand arc de cercle.

Définition 2:



A et B deux points du cercle $\mathscr{C}$, non diamétralement opposés.

L'arc intercepté par l'angle saillant au centre $\widehat{AOB}$ est l'arc $\overset{\frown}{AB}$. On dit que $\widehat{AOB}$ est l'angle inscrit interceptant l'arc $\overset{\frown}{AB}$

Remarque 1:

Le grand arc $\overset{\smile}{AB}$ est intercepté par l'angle rentrant au centre dont les côtés $[OA)$ et $[OB)$.

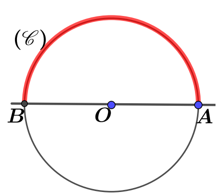
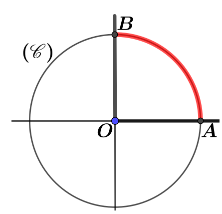
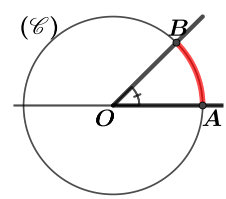
I.3. Longueur d'un arc intercepté par un angle au centre :

Activité 3:

L'unité de longueur est le cm, $\mathscr{C}$ est un cercle de centre O et de rayon r.

Recopie et complète le tableau ci-dessous en utilisant les éléments de symétrie d'un cercle pour justifier tes réponses.

Montre que ce tableau est un tableau de proportionnalité

			
Mesure en degré de l'angle $\widehat{AOB}$	180°		
Longueur en cm de l'arc intercepté	$\pi\ r$		

Propriété 1:

La longueur d'un arc du cercle est proportionnelle à la mesure de l'angle au centre qui intercepte cet arc.

Soit $\mathscr{C}$ est cercle, mes $\widehat{AOB}$ la mesure en degrés de l' angle au centre $\widehat{AOB}$.

Longueur de $\overset{\frown}{AB} = \frac{\pi r}{180} \times$ mes $\widehat{AOB}$; où r est le rayon du cercle $\mathscr{C}$.

Remarque 2:

La longueur de l'arc $\overset{\frown}{AB}$ est exprimée dans l'unité de mesure du rayon du cercle.

Exercice d'application 2:

$\mathscr{C}$ est un cercle du centre O et de rayon 2 cm.

Calcule en centimètre la longueur de chacun des arcs interceptés respectivement par un angle au centre de : 30°, 45°, 60°, 90°, 120°, 130°, 180°.

Remarque 3:

Tenant compte de la formule énoncée dans la propriété précédente, on admettra comme conséquence la propriété suivante :

Propriété 2:

1. *Dans un cercle si deux angles au centre ont la même mesure alors, ils interceptent deux arcs de même longueur.*
2. *Dans un cercle, si deux arcs ont la même longueur alors, ils sont interceptés par deux angles au centre de même mesure.*

Exercice d'application 3:

ABCDEF est un hexagone régulier inscrit dans un cercle $\mathscr{C}$ du centre O et de rayon 3cm.

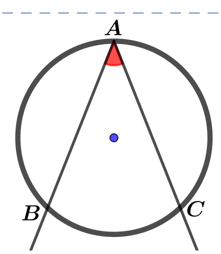
1. *Justifie que les angles au centre $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$, $\widehat{COD}$, $\widehat{DOE}$, $\widehat{EOF}$ et $\widehat{FOA}$ ont la même mesure. Calcule cette mesure.*
2. *Justifie que les arcs $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{BC}$, $\overset{\frown}{CD}$, $\overset{\frown}{DE}$, $\overset{\frown}{EF}$ et $\overset{\frown}{FA}$ ont la même longueur.*
   Calcule la longueur des arcs suivants : $\overset{\smile}{AB}$, $\overset{\smile}{BC}$, $\overset{\smile}{AC}$.

II. Angles inscrits :

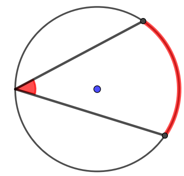
II.1. Notion d'angle inscrit :

Activité 4:

On considère la figure suivante :



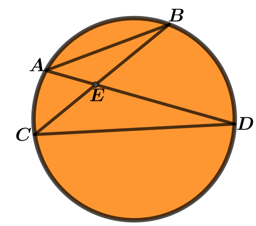
1. *Où se trouve le sommet de l'angle $\widehat{BAC}$?*
2. *En combien de points distincts les côtés de l'angle $\widehat{BAC}$ coupent le cercle ? Quels sont ces points ?*
3. *Marque en rouge la partie commune au cercle $\mathscr{C}$ et au secteur angulaire délimité par les deux demi-droites $[AB)$ et $[AC)$ et dont le sommet est A.*
   L'arc ne contenant pas A ainsi obtenu est intercepté par l'angle $\widehat{BAC}$.



Définition 3 :

Un angle inscrit dans un cercle est un angle formé par deux cordes issues d'un même point du cercle et qui intercepte un arc ne contenant pas ce point.

Exercice d'application 4:



On considère la figure ci-contre.

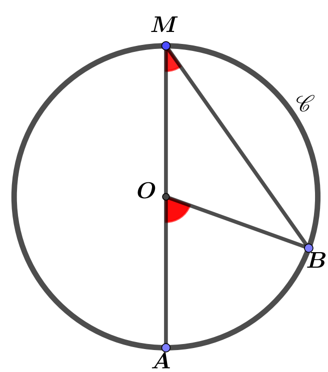
Les angles cités dans le tableau sont-ils des angles inscrits dans $\mathscr{C}$, si oui, quel est l'arc intercepté ? Réponds en recopiant et remplissant le tableau.

Angle	$\widehat{BAD}$	$\widehat{CED}$	$\widehat{ABC}$	$\widehat{BCD}$	$\widehat{BED}$
Inscrit					
Arc					

II.2. Relation entre angle inscrit et angle au centre :

Activité 5:

$\mathscr{C}$ est un cercle de centre O et A, B et M sont trois points de $\mathscr{C}$.



1. *Le point O est sur l'un des côtés de l'angle inscrit $\widehat{AMB}$.*
   Sur la figure ci-contre $[AM]$ est un diamètre de $\mathscr{C}$.
   Justifie que $mes\widehat{AMB} = \frac{1}{2} mes\ \widehat{AOB}$.
   (Tu pourras considérer le triangle isocèle MOB.)
2. *Le point O est intérieur à l'angle $\widehat{AMB}$.*
   Soit C le point diamétralement opposé à M.
   Fais une figure, puis montre en s'inspirant de la question précédente que :
   $mes\widehat{AMB} = \frac{1}{2} mes\ \widehat{AOB}$.
3. *Examine le cas où le point O est extérieur à l'angle $\widehat{AMB}$.*

Propriété 4:

La mesure de l'angle inscrit est égale à la moitié de la mesure de l'angle au centre interceptant le même arc.

Exercice d'application 5:

Soient A, B et C trois points d'un cercle $\mathscr{C}$ de centre O. le tableau suivant correspond à différents cas de figure. Recopie et complète le tableau.

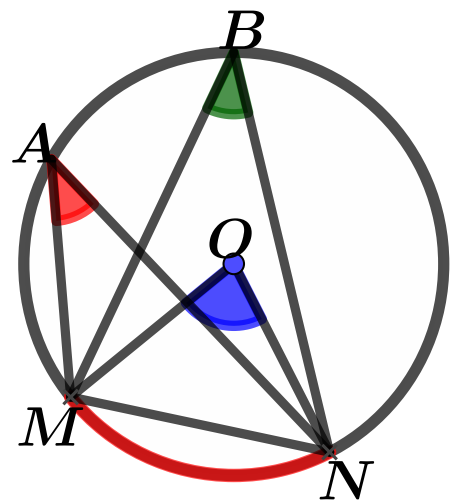
$mes\widehat{AOB}$		110°		306°
$mes\widehat{ACB}$	25°		104°	

II.3. Angles inscrits interceptant le même arc :

Activité 6:

On considère la figure ci-contre :

1. *Donne l'angle au centre interceptant l'arc* $\overset{\frown}{MN}$.
2. *Donne les angles inscrits interceptant l'arc* $\overset{\frown}{MN}$.
3. *En te servant de la propriété de l'angle inscrit, recopie et complète :* $\widehat{MON} = ...\widehat{MAN}$ *et* $\widehat{MON} = ...\widehat{MBN}$, *d'où* $\widehat{MAN} = ...$
4. *Les angles inscrits* $\widehat{MAN}$ *et* $\widehat{MBN}$ *interceptent le même arc* $\overset{\frown}{...}$, *ils sont donc...*



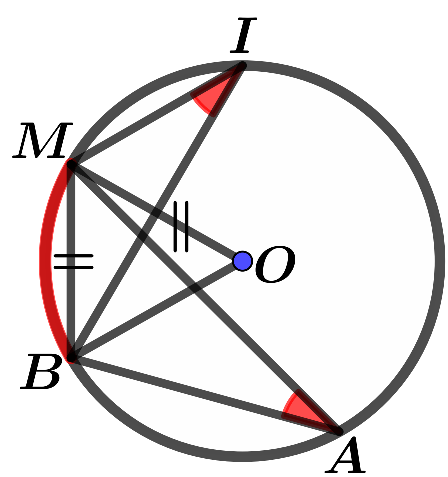
Propriété 5:

Dans un cercle, deux angles inscrits qui interceptent le même arc ont la même mesure.

Exercice d'application 5:

On considère la figure ci-contre où OM et MB ont la même mesure.

1. *Quelle est la nature du triangle OBM? En déduis la mesure de l'angle* $\widehat{MOB}$.
2. *Donne l'angle au centre interceptant l'arc* $\overset{\frown}{MB}$.
3. *Donne les angles inscrits de la figure interceptant l'arc* $\overset{\frown}{MB}$.
4. *Compare les angles* $\widehat{MOB}$ *et* $\widehat{MIB}$. *En déduis que :* $\widehat{MIB} = \widehat{MAB} = 30°$.



Activité 7:

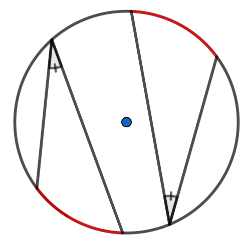
Etant donnés $\widehat{PIQ}$ *et* $\widehat{RJS}$ *deux angles de même mesure inscrits dans un cercle* $\mathscr{C}$ *de centre O et de rayon r. Soit* α *la valeur en degrés de la mesure commune des ces deux angles.*

1. *Complète les égalités suivantes :*
   $\widehat{POQ} = \cdots \widehat{PIQ}$ et $\widehat{ROS} = \cdots \widehat{RJS}$
2. *Calcule, en fonction de* α, *les longueurs des arcs* $\overset{\frown}{PQ}$ *et* $\overset{\frown}{RS}$ *. Conclus*

En s'appuyant sur l'activité précédente, on admet la propriété suivante :

Propriété 6:

- *Dans un cercle deux angles de même mesure interceptent deux arcs de même longueur.*
- *Dans un cercle deux arcs de même longueur sont interceptés par deux angles de même mesure.*



Exercice d'application 6:

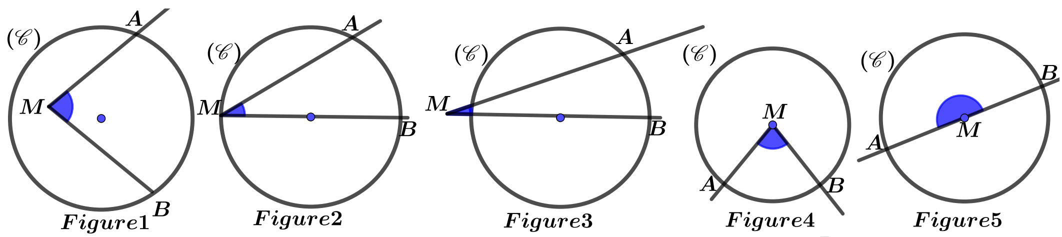
Le point O est le centre du cercle de diamètre $[AB]$ *auquel appartiennent les points C et D. Les angles* $\widehat{ABC}$ *et* $\widehat{ABD}$ *mesurent* $20°$.

1. *Fais une figure.*
2. *Quel est la mesure de l'angle* $\widehat{BCA}$*?*
3. *Calcule la mesure de l'angle* $\widehat{BAC}$.
4. *En déduis la mesure de l'angle* $\widehat{BDC}$ *et* $\widehat{BOC}$.
5. *Compare les arcs* $\overset{\frown}{AC}$ *et* $\overset{\frown}{AD}$ *puis* $\overset{\frown}{BC}$ *et* $\overset{\frown}{BD}$.

Exercices divers

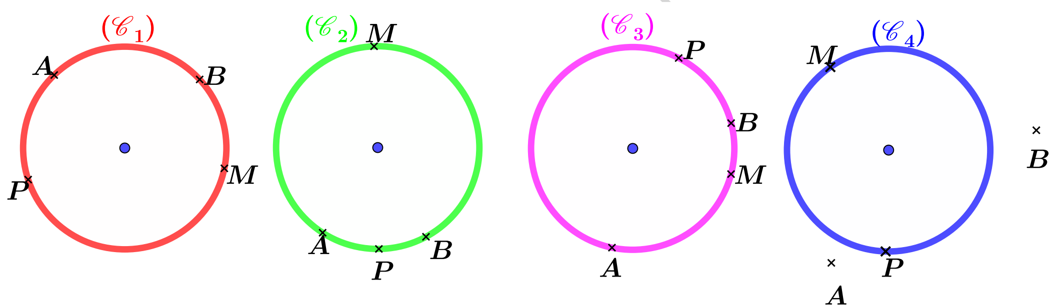
Exercice 1 :

Dans chacun des cas suivants, précise si l'angle $\widehat{AMB}$ est inscrit ou non dans le cercle.



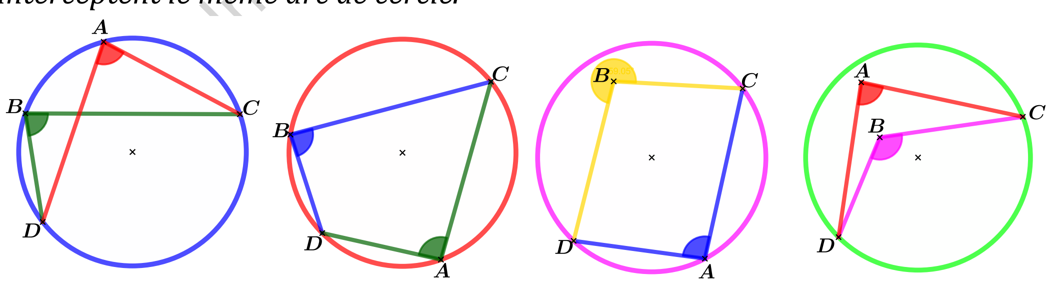
Exercice 2 :

Dans chacun des cas suivants, précise si le point P appartient à l'arc de cercle intercepté par l'angle $\widehat{AMB}$.

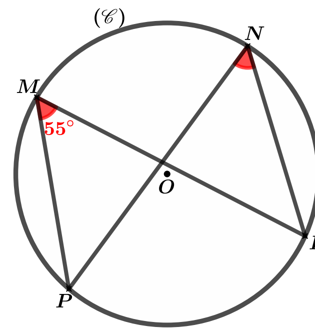


Exercice 3 :

Pour chacun des quatre cercles ci-dessous, précise si les angles marqués interceptent le même arc de cercle.



Exercice 4 :



Dans la figure ci-contre, les points P, M, N et R appartiennent à un même cercle 𝒞 de centre O.

Détermine, en justifiant, la mesure de l'angle $\widehat{PNR}$

Exercice 5:

On donne un cercle 𝒞 de centre 0 et de rayon 3 cm cm, construis ce cercle Avec la règle et le rapporteur construis un angle au centre:

- $\widehat{AOB}$ de 120°
- $\widehat{COD}$ de 78°

Exercice 6:

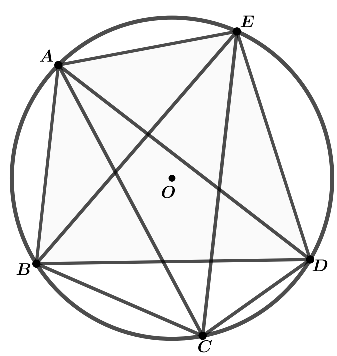
On donne le cercle 𝒞 de centre I, de rayon 4 cm. Construis un angle au centre $\widehat{EIF}$ de 90°.

Détermine la mesure d'un angle inscrit qui intercepte le même arc $\overset{\frown}{EF}$. Construis un angle correspondant à cette mesure.

Exercice 7:

Construis un angle inscrit qui intercepte le même arc qu'un angle au centre de mesure 58°.

Exercice 8:



𝒞 est un cercle de centre O. A, B, C, D et E sont des points de ce cercle (voir figure)

- *Cite les angles inscrits de sommet A.*
- *Cite les angles inscrits ayant pour sommet un point autre que A et qui interceptent le même arc qu'un angle inscrit de sommet A.*

Exercice 9:

𝒞 est un cercle de centre 0, [AB] une corde ne passant pas par 0 et E un point de l'arc $\overset{\smile}{AB}$. La bissectrice de l'angle au centre $\widehat{AOE}$ coupe l'arc $\overset{\frown}{AB}$. au point F.

Compare mes $\widehat{AOF}$ et mes $\widehat{AEB}$.

Exercice 10:

ABCD est un quadrilatère inscrit dans un cercle de centre 0 tel que :
mes $\widehat{ABD}$ = 30° et mes $\widehat{CAB}$= 45°.
Calcule la mesure de chacun des angles :$\widehat{DOA}$;$\widehat{BOC}$; $\widehat{ODA}$; $\widehat{DAO}$; $\widehat{OCB}$;et $\widehat{OBC}$.

Exercice 11:

$\mathscr{C}$ est un cercle de centre O. ABC est un triangle isocèle en A et inscrit dans le cercle $\mathscr{C}$. (d) et (l) sont les bissectrices respectives des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$.

(d) et (l) recoupent $\mathscr{C}$ respectivement aux points M et N.

Démontre que: mes $\widehat{ANC}$ = mes $\widehat{AMB}$.

Exercice 12:

On donne un cercle $\mathscr{C}$ de centre O. ABC est un triangle inscrit dans ce cercle tel que : mes $\widehat{ABC}$ = 85° et mes $\widehat{BCA}$ = 50°.

1. *Fais une esquisse.*
2. *Calcule mes BÔC et détermine la nature du triangle BOC.*
3. *Donne un programme de construction du triangle ABC.*

Exercice 13:

[AB] est un diamètre d'un cercle $\mathscr{C}$.

La médiatrice de [AB] coupe le cercle $\mathscr{C}$ aux points I et J.

P est un point de l'arc $\overset{\frown}{AJ}$., distinct de A et de J. Le point M projeté orthogonal de A sur (PI). Démontre que le triangle AMP est isocèle.

Exercice 14:

ABC est un triangle inscrit dans un cercle $\mathscr{C}$ de centre 0 tel que :

Les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BOC}$ sont adjacents ;

mes $\widehat{AOB}$ = 50° et mes $\widehat{BOC}$ = 100°.

Calcule la mesure de chacun des angles du triangle ABC.

Exercice 15:

ABC est un triangle inscrit dans un cercle $\mathscr{C}$ de centre O.

La bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$ recoupe le cercle $\mathscr{C}$ au point A'.

[A'B'] est la corde de $\mathscr{C}$ telle que (A'B') est parallèle à (AB).

Démontre que (B'C) //(AA ').

Exercice 16:

ABC est un triangle isocèle en A inscrit dans un cercle $\mathscr{C}$ de centre 0 tel que l'angle BÂC soit aigu. D est le point diamétralement opposé à B.

1. *Démontre que mes $\widehat{ADB}$ = mes $\widehat{ABC}$.*
2. *Démontre que les angles $\widehat{DAC}$ et $\widehat{ADB}$ sont complémentaires.*

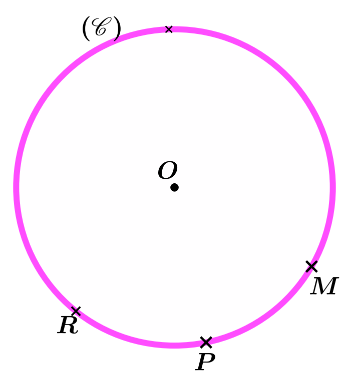
Exercice 17:

ABCD est un quadrilatère inscrit dans un cercle $\mathscr{C}$(0 ; r) et tel que :
mes $\widehat{BAD}$=l05° et mes $\widehat{ABC}$= 85°.
Calcule la mesure de chacun des autres angles de ce quadrilatère.

Exercice 19:

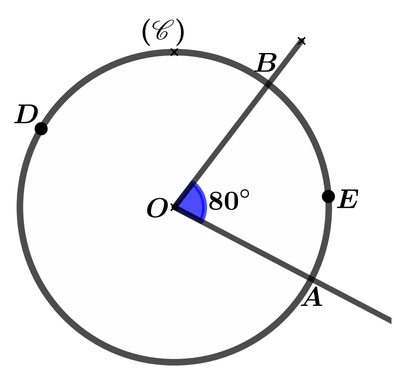
Dans la figure ci-contre, les points R, P et M appartiennent au cercle $\mathscr{C}$ de centre O.

1. *Reproduis la figure.*
2. *Colore l'arc de cercle intercepté par l'angle inscrit $\widehat{RPM}$.*
   b. Trace, puis colorie l'angle au centre qui intercepte le même arc de cercle.
3. *Sachant que $\widehat{RPM}$ = 105°. Détermine, en justifiant, la mesure de l'angle colorié à la question 2.b.*



Exercice 20:

Dans la figure ci-contre, les points A, E, B et D appartiennent au cercle $\mathscr{C}$, de centre O.
Détermine, en justifiant, la mesure de l'angle $\widehat{ADB}$. Détermine, en justifiant, la mesure de l'angle $\widehat{AEB}$.

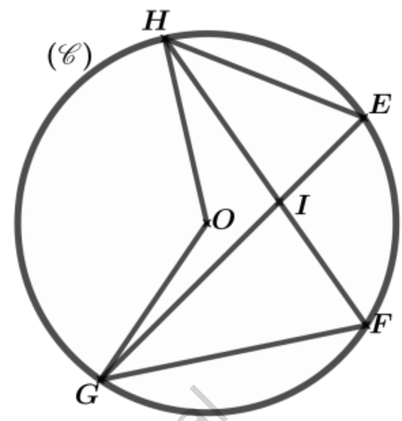


Exercice 21:

Sur la figure ci-contre, les points E, F, G et H sont sur le cercle $\mathscr{C}$ de centre O. Les droites (FH) et (EG) sont sécantes au point I.

$\widehat{HOG} = 130°$ et $\widehat{EHF} = 40°$

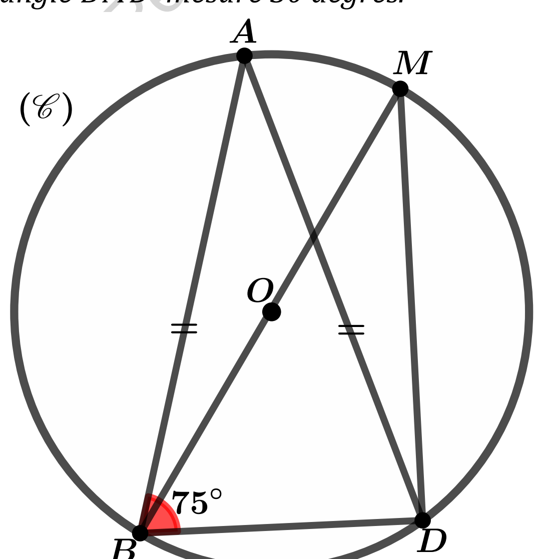
Calcule la mesure de chaque angle du triangle FGI. Justifie chaque réponse.



Exercice 22:

On considère la figure ci-dessous qui n'est pas en vraie grandeur.
On ne demande pas de refaire la figure.
ABD est un triangle isocèle en A tel que $\widehat{ABD} = 75°$;
($\mathscr{C}$) est le cercle circonscrit au triangle ABD; O est le centre du cercle ($\mathscr{C}$) ;

1. *Quelle est la nature du triangle BMD ?*
   Justifier la réponse.
2. a. *Calcule la mesure de l'angle $\widehat{BAD}$.*
   b. *Cite un angle inscrit qui intercepte le même arc que l'angle $\widehat{BMD}$.*
   c. *Justifie que l'angle $\widehat{BMD}$ mesure 30 degrés.*

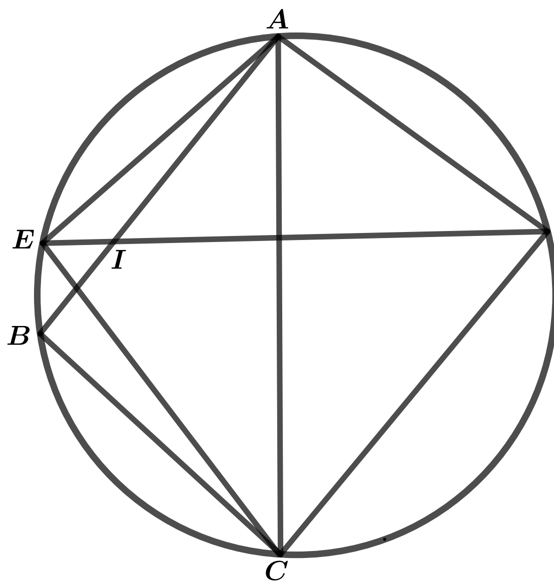


Exercice 23:

Dans la figure ci-dessous, on a :

mes $\widehat{CAB} = 35°$ *; mes* $\widehat{BID} = 130°$ *; mes* $\widehat{CED} = 54°$ *; mes* $\widehat{BAE} = 15°$.

1. *Détermine les mesures des angles CDE, DEA, CBA, et DCA .*
2. *Le centre du cercle est-il un point de [AC] ?*
3. *Les droites (AB) et (CD) sont-elles sécantes ?*



LES RADICAUX

I. Notion de radical :

Activité 1:

1. *Trouve le côté d'un carrée dont l'aire est 9 cm².*
2. *Construis un carrée ABCD du côté 2 cm.*
   a. *Trace la diagonale [AC].Construis un carrée ACEF.*
   b. *Calcule l'aire du triangle ABC, en déduis l'aire du carré ACEF et trouve son côté.*

Remarque 1:

Les nombres notes écrits $\sqrt{\mathbf{1}}$, $\sqrt{\mathbf{2}}$, $\sqrt{\mathbf{3}}$, $\sqrt{\mathbf{4}}$, $\sqrt{\mathbf{5}}$, …. sont des réels positifs.

Définition 1:

On appelle racine carrée du nombre positif $\boldsymbol{a}$, *le nombre positif dont le carré est a, on le note* $\sqrt{\boldsymbol{a}}$ *; il se lit : racine carrée de* $\boldsymbol{a}$ *ou radical de* $\boldsymbol{a}$.

Exemple 1:

$\sqrt{4} = 2$; $\sqrt{4^2} = 4$; $\sqrt{25} = 5$; $\sqrt{25^2} = 25$.

Exercice d'application1:

1. *Donne la racine carrée de chacun des nombres suivants :*

   16 ; 64; 144; $0,25$; $0,81$; $\frac{9}{81}$; $\frac{1}{4}$.

2. *Donne le carré de chacun des nombres suivants :*

$\sqrt{4}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{9}$, $\sqrt{11}$, $\sqrt{0,16}$.

Conséquence de la définition :

- $\sqrt{\boldsymbol{a}} \geq 0$
- Si $\boldsymbol{a} < 0$, $\sqrt{\boldsymbol{a}}$ n'a pas de sens
- $\boldsymbol{a} = 0$, $\sqrt{\boldsymbol{a}} = 0$.

Remarque 2:

Tout nombre réel positif a un radical, ce radical peut être :

- *Un entier naturel ; Exemple :* $\sqrt{9} = 3$
- *Un décimal positif ; Exemple :* $\sqrt{0,64} = 0,8$
- *Un rationnel positif ; Exemple :* $\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$.
- *Un nombre réel dont-on peut donner une valeur approchée ; Exemple :* $\sqrt{2} = 1;4142135\ldots$

Exercice d'application 2:

1. *Les affirmations suivantes sont elles vraies ou fausses :*
   a. $\sqrt{16}$ *est le nombre qui a pour carré 16.*
   b. $\sqrt{144} = 72$.
   c. *Il n'existe pas de nombre qui ait 7 pour carré.*
   d. $\sqrt{9,4} = 3,2$.
   e. *Il n'existe pas de nombre qui ait -9 pour carré.*
   f. $\sqrt{9,4} = 3,2$.
   g. *Un nombre entier impair ne peut pas avoir pour racine carrée un nombre entier.*
2. *Chacune des écritures suivantes a-t-elle un sens ?*

   $\sqrt{-7}$; $-\sqrt{7}$; $\sqrt{-2^3}$; $\sqrt{(-3)^2}$; $\sqrt{(-\frac{1}{4})^3}$; $\sqrt{5^{-2}}$; $\sqrt{(-\frac{1}{5})^{-6}}$.
3. *a. Donne, si possible, une écriture décimale ou fractionnaire des "nombres" suivants :*

   $\sqrt{49}$; $\sqrt{169}$; $\sqrt{\frac{16}{25}}$; $\sqrt{\frac{144}{9}}$; $\sqrt{256}$

   b. Encadre chacun des nombres suivants par deux entiers relatifs, puis donne une valeur arrondie au centième près :

   $\sqrt{7}$ - $\sqrt{18}$; $\sqrt{90}$; $\sqrt{\frac{144}{49}}$.

II. Opérations et racines carrées :

II.1. Produit et quotient :

Activité 2:

Calcule puis compare :

$\sqrt{4 \times 25}$ et $\sqrt{4} \times \sqrt{25}$; $\sqrt{0,64 \times 36}$ et $\sqrt{0,64} \times \sqrt{36}$; $\sqrt{\frac{16}{4}}$ et $\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{4}}$; $\sqrt{\frac{36}{25}}$ et $\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{25}}$.

Que peux-tu conclure ?

Règle 1:

$\boldsymbol{a}$ *et* $\boldsymbol{b}$ *étant deux réels positifs,* $\boldsymbol{b \neq 0}$

1. $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$
2. $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

Exercice d'application 3:

Écris plus simplement et donne la racine carrée :

$\sqrt{2} \times \sqrt{8}$; $\sqrt{3} \times \sqrt{12}$; $\sqrt{81 \times 100}$; $\sqrt{16 \times 36}$; $\sqrt{7} \times \sqrt{7}$;

$\sqrt{\frac{9}{100}}$; $\sqrt{\frac{75}{12}}$; $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{12}}$; $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{9}}$.

II.2. Somme et racine carrée :

Activité 3:

Calcule puis compare: $\sqrt{16+9}$ *et* $\sqrt{16} + \sqrt{9}$; $\sqrt{0,25+0,36}$ *et* $\sqrt{0,25} + \sqrt{0,36}$

Règle 2:

a *et* b *étant deux réels positifs ; on a :* $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$.

III. Transformation d'écritures de racines carrées :

III.1. Écriture sous forme $a\sqrt{b}$:

Activité 4:

Écris plus simplement : $\sqrt{32}$, $\sqrt{75}$, $\sqrt{96}$.

Règle 3:

a *est un réel qui n'a pas une racine carrée exacte, on simplifie* $\sqrt{a}$ *comme suite :*

$\sqrt{a} = \sqrt{b^2 c} = \sqrt{b^2} \times \sqrt{c} = b \times \sqrt{c}$. *Donc on dit qu'on a écrit* a *sous forme* $b\sqrt{c}$.

Exemple 2:

$\sqrt{75} = \sqrt{36 \times 2} = \sqrt{36} \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$.

Exercice d'application 4:

Écris plus simplement : $\sqrt{200}$, $\sqrt{54}$, $\sqrt{40}$, $\sqrt{84}$, $\sqrt{36}$ et $\sqrt{300}$.

III.2. Puissances et racines carrées :

Activité 5:

Calcule

$\sqrt{5^2}$, $\sqrt{3^4}$, $\sqrt{5^8}$, $\sqrt{6^3}$, $\sqrt{3^7}$, $\sqrt{10^2}$, $\sqrt{6^{11}}$ *et* $\sqrt{2^{12}}$.

Règle 4:

a *étant un nombre réel positif, et* n *un entier positif*

- $\sqrt{a^{2n}} = a^n$
- $\sqrt{a^{2n+1}} = \sqrt{a^{2n}} \times \sqrt{a} = a^n\sqrt{a}$

Exercice d'application 5:

Écris plus simplement :

$\sqrt{7^2}\sqrt{5^3}$, $\sqrt{2^3 \times 5^3}$, $\sqrt{1200}$, $\sqrt{3 \times 10^{-2}}$, $\sqrt{1,21}$; $\sqrt{0,005}$.

III.2. Écriture de quotient sans radical au dénominateur :

Activité 6:

Écris chacun des quotients ci-dessous, sans radical au dénominateur :

$\frac{1}{\sqrt{3}}$, $\frac{2}{1+\sqrt{5}}$, $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{5}}$, $\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$.

Règle 5:

Pour éliminer le radical au dénominateur d'un quotient, on multiplie souvent le numérateur et le dénominateur par l'expression conjuguée.

Exemple 3:

- $\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}^2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$
- $\frac{1}{2-\sqrt{7}} = \frac{1\times(2+\sqrt{7})}{(2-\sqrt{7})(2+\sqrt{7})} = \frac{2+\sqrt{7}}{2^2-\sqrt{7}^2} = \frac{2+\sqrt{7}}{4-7} = \frac{2+\sqrt{7}}{-3} = -\frac{2+\sqrt{7}}{3}$

Exercice d'application 6:

Écris le plus simplement possible sans radical au dénominateur

$\frac{1}{\sqrt{5}}$; $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$; $\frac{4}{\sqrt{2}-5}$; $\frac{\sqrt{3}}{4-\sqrt{3}}$; $\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$.

Exercices divers

Exercice 1 :

Dis si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifie ta réponse.

a. 49 est le carré de 7.

b. 8 a pour carré 64.

c. −9 a pour carré −81.

d. 144 est le carré de −12.

e. (−3)2 est le carré de 3.

Exercice 2 :

Sans utiliser de calculatrice, recopie et complète le tableau ci-dessous ($a \geq 0$).

a	a^2	$2a$	$\frac{a}{2}$	$\sqrt{a}$
9				
	16			
		2		
			1	
				6

Exercice 3:

On considère les trois séries de nombres suivantes.

S_1 : 16 ; 4 ; 8 ; 32 ; 256.

S_2 : 12,5 ; 625 ; 50 ; 5 ; 25.

S_3 : 72 ; 288 ; 20 736 ; 12 ; 144.

a. Dans un tableau similaire à celui de l'exercice précédent, place les trois séries de nombres dans les bonnes cases.

b. Trouve une quatrième série S_4 où le nombre 7 sera à placer dans une des colonnes.

Exercice 4:

Parmi les écritures suivantes, quelles sont celles qui ont un sens ?
$\sqrt{-16}$; $\sqrt{(-4)^2}$; $-\sqrt{16}$;$-\sqrt{-100}$; $(\sqrt{-5})^2$; $\sqrt{(-3)^2}$; $\sqrt{-7^2}$; $\sqrt{-(0,4)^2}$.

Exercice 5:

Calcule: $\sqrt{81}$; $\sqrt{11^2}$; $\sqrt{145}$; $\sqrt{360}$; $5\sqrt{98}$; $\left(\sqrt{2}\right)^3$; $\left(\sqrt{3}\right)^4$; $\left(\sqrt{7}\right)^5$.

Exercice 6:

Réponds par vrai ou faux en justifiant :

- $\sqrt{36}$ peut être égal à -6
- $\sqrt{(-5)^2} = -5$
- $\sqrt{(-7)^2} = 7$
- $\sqrt{(-4)\times(-9)} = 6$
- $\sqrt{2019}$ est compris entre 44 et 45
- $\sqrt{(\pi-4)^2} = \pi - 4$
- Il existe un nombre réel a tel que : $\sqrt{a^2} = a$
- La moitié de $\sqrt{18}$ est $\sqrt{2}$
- Le triple de $\sqrt{5}$ est $\sqrt{15}$
- *Le produit de 7 par* $\sqrt{3}$ *est* $\sqrt{147}$
- *La somme de* $\sqrt{7}$ *et* $\sqrt{9}$ *est égale à* $\sqrt{16}$
- *5 est le carré de* $\sqrt{2}+\sqrt{3}$
- *L'inverse de* $2\sqrt{3}$ *est* $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$.

Exercice 7:

Calcule:

$\sqrt{3}\times\sqrt{12}$; $\sqrt{3}\times\sqrt{12}$; $2\sqrt{5}\times 3\sqrt{20}$; $2\sqrt{3}\times 5\sqrt{30}$;

$\sqrt{\dfrac{125}{9}}\times\sqrt{\dfrac{315}{441}}$; $\sqrt{\dfrac{10}{16}}\times\sqrt{\dfrac{128}{45}}$; $\sqrt{\dfrac{18}{65}}\times\sqrt{\dfrac{27}{13}}$;

Exercice 8:

Écris le plus simplement possible :
$a = 3\sqrt{8}+\sqrt{32}-\sqrt{18}$; $b = 4\sqrt{27}+2\sqrt{48}-\sqrt{75}$; $c = 4\sqrt{125}+2\sqrt{320}-3\sqrt{80}$

Exercice 9:

Développe puis simplifie les expressions suivantes :

$a = (\sqrt{2}+1)(2-\sqrt{3})$; $b = (3\sqrt{3}-2)(5\sqrt{3}-\sqrt{2})$; $c = (3\sqrt{2}+5\sqrt{5})(5\sqrt{2}+\sqrt{5})$;
$d = (\sqrt{2}+1)^2$; $(3\sqrt{2}-2)^2$; $e = (3+\sqrt{2})\ (3-\sqrt{2})$; $f = (2\sqrt{5}+3\sqrt{2})^2$.

Exercice 10:

Ecris chacun des réels sans radical au dénominateur :

$\frac{2}{\sqrt{3}}$; $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$; $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$; $\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}$; $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$; $\frac{1}{\sqrt{7}-3}$; $\frac{7}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$; $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$; $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{11}-\sqrt{3}}$.

Exercice 11:

Ecris chacun des réels sans radical au dénominateur :

$\frac{-4}{2\sqrt{5}+\sqrt{3}}$; $\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{5}-\sqrt{3}}$; $\frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{7}+\sqrt{5}}$; $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2\sqrt{5}-\sqrt{3}}$; $\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{7}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$; $\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{7}}{4\sqrt{5}+2\sqrt{3}}$; $\frac{3\sqrt{5}-7\sqrt{2}}{2\sqrt{7}+5\sqrt{3}}$

Exercice 12:

Ecris plus simplement possible:

$a = \sqrt{9 \times 25 \times 4 \times 3}$; $b = \sqrt{3 \times 2 \times 5 \times 3 \times 2 \times 5 \times 5}$; $c = \sqrt{45} \times \sqrt{105}$;
$d = 5\sqrt{8} \times (-2\sqrt{12})$; $e = \frac{3\sqrt{5} \times 2\sqrt{45}}{4\sqrt{8} \times 3\sqrt{32}}$; $f = \sqrt{\frac{27}{8}} \times \sqrt{\frac{4}{81}}$

Exercice 13:

Calcule les produits suivants :

$A = (1+\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})$; $B = (\sqrt{8}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})$; $C = (\sqrt{7}-\sqrt{5})\ (\sqrt{7}+\sqrt{5})$;
$D = (3-5\sqrt{2})\ (2\sqrt{6}-4\sqrt{3})$.

Exercice 14:

1. *Ecris le nombre suivant sous la forme $a\sqrt{b}$, où a est un entier :*
   $A = 2\sqrt{48} - \sqrt{27} + 2\sqrt{75}$
2. *Est-ce que les nombres B et C sont égaux ?*
   $B = (\sqrt{2}+1)^2 - 4$ *et* $C = (\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+3)$.

Exercice 15:

Ecris les nombres suivants sous la forme $a + b\sqrt{c}$; où a, b et c sont des entiers:

$E = 2\sqrt{16} - 6\sqrt{7} - \sqrt{63} - \sqrt{700}$
$F = (\sqrt{3}+1)^2 - (\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)$.

Exercice 16:

Ecris le plus simplement possible:

$\sqrt{396}-\sqrt{539}+\sqrt{294}+\sqrt{704}-\sqrt{275}+\sqrt{176}-\sqrt{891}$;

Exercice 17:

Calcule et écris plus simplement les expressions suivantes :

$A=(\sqrt{2}+3\sqrt{3})\left(4\sqrt{3}+5\sqrt{2}\right)-15\sqrt{6}$; $B=10\sqrt{21}+(\sqrt{7}+2\sqrt{3})(2-4\sqrt{3})$;

$C=(7-4\sqrt{5})\left(\sqrt{3}+3\sqrt{5}\right)+3\sqrt{15}$; $D=(5-3\sqrt{7})(\sqrt{3}-4\sqrt{7})+(36+46\sqrt{21})$.

Exercice 18:

Complète les expressions suivantes par les signes + et –pour que les deux égalités soient vraies :

$\sqrt{24}\ ?\ \sqrt{150}\ ?\ \sqrt{294}\ ?\ \sqrt{216}\ ?\ \sqrt{54}=\sqrt{6}$;

$\sqrt{252}\ ?\ \sqrt{45}\ ?\ \sqrt{175}\ ?\ \sqrt{125}\ ?\ \sqrt{63}\ ?\ \sqrt{320}\ ?\ \sqrt{112}=10\sqrt{7}$.

Exercice 19:

Calcule et écris plus simplement les expressions suivantes :

$(\sqrt{7}-\sqrt{6})\left(\sqrt{7}+\sqrt{6}\right)$; $\sqrt{6}\left(\sqrt{7}+\sqrt{6}\right)+\sqrt{7}\left(\sqrt{7}-\sqrt{6}\right)$; $\dfrac{\sqrt{6}}{(\sqrt{7}-\sqrt{6})}+\dfrac{\sqrt{7}}{(\sqrt{7}+\sqrt{6})}$.

Exercice 20:

1. *Quels sont les nombres de la liste égaux à* $\dfrac{3}{7}$ *?*

   $\dfrac{\sqrt{3^2}}{\sqrt{7^2}}$; $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{91}}\times\dfrac{\sqrt{39}}{\sqrt{7}}$; $\dfrac{\sqrt{3^2}+\sqrt{39^2}}{\sqrt{7^2}+\sqrt{91^2}}$; $\dfrac{\sqrt{3^2}-\sqrt{39^2}}{\sqrt{7^2}-\sqrt{91^2}}$; $\dfrac{\sqrt{3^2+39^2}}{\sqrt{7^2+91^2}}$; $\dfrac{\sqrt{3^2-39^2}}{\sqrt{7^2-91^2}}$.

2. *Démontre que :* $\dfrac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\sqrt{6}$

Exercice 21:

Soient $A=\sqrt{5}+3$ *et* $B=\sqrt{5}-3$.

a. *Calcule* A^2, *AB et* B^2

b. *Démontre que* $\dfrac{A}{B}+\dfrac{B}{A}$ *est un entier relatif.*

c. *Ecris au moyen d'un seul radical* $\sqrt{14-6\sqrt{5}}$.

d. *Sachant que* $2{,}236\leq\sqrt{5}\leq 2{,}237$, *donne la valeur décimale approchée par défaut à* 10^{-3} *de A, B et* $\sqrt{14-6\sqrt{5}}$.

Exercice 22:

1. *Soit* $A=3\sqrt{2}-2\sqrt{3}$
   a. *Quel est le signe de A ?*
   b. *Calcule* A^2. *En déduis une écriture de* $\sqrt{30-12\sqrt{6}}$ *au moyen d'un seul radical.*
2. *Ecris au moyen d'un seul radical* $\sqrt{3+\sqrt{5}}+\sqrt{3-\sqrt{5}}$ *et* $\sqrt{4+\sqrt{7}}+\sqrt{4-\sqrt{7}}$.

Exercice 23:

Ecris le plus simplement possible:

$A=\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{1-\sqrt{2}}$;

$B=\frac{1}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{2})}+\frac{1}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{5})}+\frac{1}{(\sqrt{2}-\sqrt{5})(\sqrt{2}-\sqrt{3})}$.

Exercice 24:

a. *Complète les égalités suivantes :*
   $\sqrt{121}=\dots$; $\sqrt{12\ 321}=\dots$; $\sqrt{1\ 234\ 321}=\dots$.
b. *Peux-tu poursuivre, mais pas trop loin, cette liste ?*

Exercice 25:

a. *Complète les égalités suivantes :*
   $\sqrt{1}=\cdots$; $\sqrt{1+2+1}=\cdots$; $\sqrt{1+2+3+2+1}=\cdots$.
b. *Ecris trois autres égalités de ce type et vérifie- les par le calcul.*

Exercice 26:

1. *Est-il vrai que?*

   $\sqrt{1^3}=1$; $\sqrt{1^3+2^3+3^3}=1+2+3$; $\sqrt{1^3+2^3+3^3+4^3}=1+2+3+4$;

   $\sqrt{1^3+2^3}=1+2$; $\sqrt{1^3+2^3+3^3+4^3+2^3}=1+2+3+4+5$.

2. *Donne trois autres égalités de ce type et vérifie- les par le calcul.*

Exercice 27:

1. *Calcule :*

$\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2^2}}}}$; $\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{9}}}}$; $\sqrt{13+\sqrt{7+\sqrt{3+\sqrt{1}}}}$

2. *Trouve x pour que* $\sqrt{x+\sqrt{13+\sqrt{7+\sqrt{3+\sqrt{1}}}}}=5$

Exercice 28: le nombre d'or

On note le nombre réel : $a=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

1. *Montre que* $a^2=a+1$. *En déduis la valeur de l'expression :*

$$b=\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+a}}}}}$$

2. *Montre que :* $\frac{1}{a}=a-1$. *En déduis la valeur de l'expression :*

$$C=1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\frac{1}{a}}}}}}}$$

Exercice 29:

Soit un rectangle MNOP tel que : MN = $\sqrt{63}-\sqrt{28}$ *et NO =* $\sqrt{252}-\sqrt{175}$.

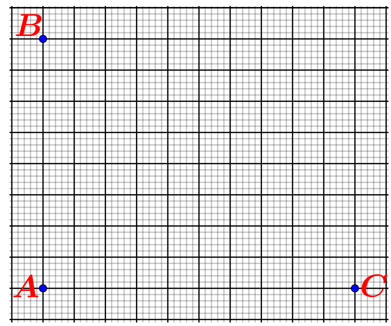
1. Montre que MNOP est un carré et que son aire est un entier.

Calcule son périmètre.

THÉORÈME DE PYTHAGORE

I. Triangle rectangle et cercle circonscrit : (Rappels et compléments)

Activité 1 :



a. Reproduit la figure ci-contre

b. Construis le centre du cercle qui passe par les trois points A, B, et C en traçant les médiatrices des côtés [AB] et [AC].

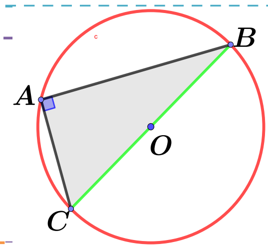
c. Trace ce cercle et construis un point M symétrique du point A par rapport à O

d. Démontre que le quadrilatère ABMC est un rectangle. Que peut-on en déduire pour les distances OA, OB, et OM ?

e. Conclus.

Propriété 1:

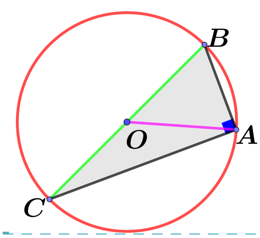
Si un triangle est rectangle, alors sont hypoténuse est le diamètre de sont cercle circonscrit.



Remarque 1:

Dans triangle rectangle :

- *Le milieu de l'hypoténuse est le centre du cercle circonscrit*
- *La longueur de la médiane issue du sommet de l'angle droit est égale au rayon du cercle circonscrit.*



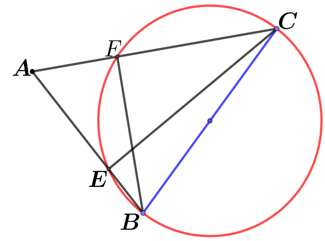
Activité 2 :

1. *Trace un cercle $\mathscr{C}$ de centre O et un diamètre [DE] de ce cercle.*
2. *Place un point F sur $\mathscr{C}$ distinct de D et E.*
3. *Trace le triangle DEF avec l'équerre et vérifie que ce triangle est rectangle. Quel est son hypoténuse ?*
4. *On veut démontrer que le triangle DEF est rectangle :*
   a. *Place un point G diamétralement opposé à F.*
   b. *Quelle est la nature du quadrilatère EFGD ? Justifie ta réponse. En déduis la nature du triangle DEF.*

Propriété 2:

Si l'un des côtés d'un triangle est un diamètre de son cercle circonscrit, alors ce triangle est rectangle (le diamètre du cercle est l'hypoténuse).

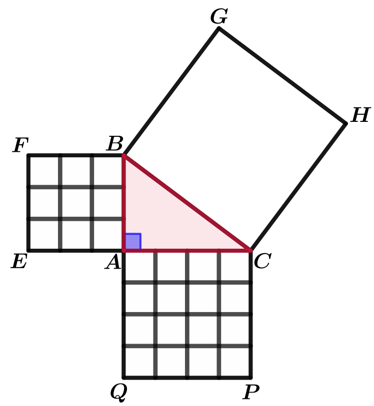
Exercice d'application 1:



Sur la figure ci-contre le cercle de diamètre [BC] recoupe les côtés [AB] et [AC] du triangle ABC en E et F. Démontre que (AB) est perpendiculaire à (EC) et que (AC) est perpendiculaire à (BF).

II. Propriété de Pythagore :

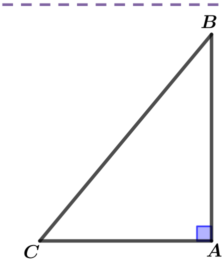
Activité 3:



ABC est un triangle rectangle en A tel que :
AB = 3 cm AC = 4 cm.
ABEF, ACPQ et BGHC sont des carrés d'aire respectives $\mathscr{A}_1$, $\mathscr{A}_2$ et $\mathscr{A}_3$.

- *Avec l'unité de longueur, mesure le côté [BC]*
- *Détermine $\mathscr{A}_1$ $\mathscr{A}_2$ et $\mathscr{A}_3$.*
- *Compare $\mathscr{A}_3$ avec $\mathscr{A}_1$ + $\mathscr{A}_2$.*

Propriété 3:



Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égale à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés. On écrit :
Soit ABC un triangle rectangle en A, alors : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

Remarque 2:

- *Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse est le côté plus grand.*
- *Cette propriété souvent appelée théorème de Pythagore et également propriété directe.*

Exercice d'application 2:

1. *Construis un triangle ABC rectangle en A tel que AB = 2,5 cm, AC = 6 cm. Calcule BC puis vérifie sur la figure.*
2. *Calcule les diagonales d'un rectangle de longueur 12 cm et largeur 9 cm.*

III. Réciproque de la propriété de Pythagore :

Activité 4:

Pour savoir, si son mur part bien à l'angle droit, le maçon utilise souvent le procédé suivant : partant à l'horizontal, il place deux marques à 40 cm sur l'un des murs et 30 cm sur l'autre. Il utilise alors une baguette de 50 cm. Si la distance entre les deux marques n'est pas exactement égale à la longueur de sa baguette, il sait que son mur n'est pas à l'angle droit, pourquoi ?

Propriété 4:

Si dans un triangle, le carré d'un côté est égale à la somme des carrés des deux autre côté, alors le triangle est rectangle.

Remarque 3:

Cette propriété souvent appelée réciproque du théorème de Pythagore et également propriété indirecte.

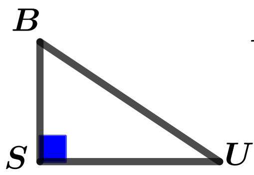
Exercice d'application 3:

L'unité de longueur est le centimètre. Dans chacune des colonnes du tableau dessous précise si le triangle ABC est rectangle : indique alors l'angle droit

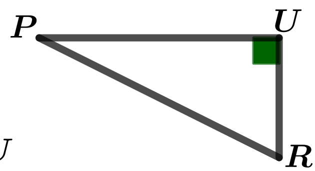
AB	6	4,8	10	4
BC	6,5	3,6	6	6
AC	2,5	6	8	5

Exercices divers

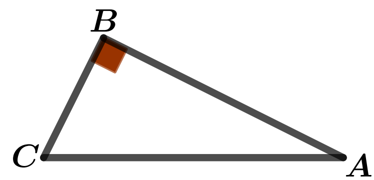
Exercice 1 : *Complète les phrases :*



L'hypoténuse de USB est ....



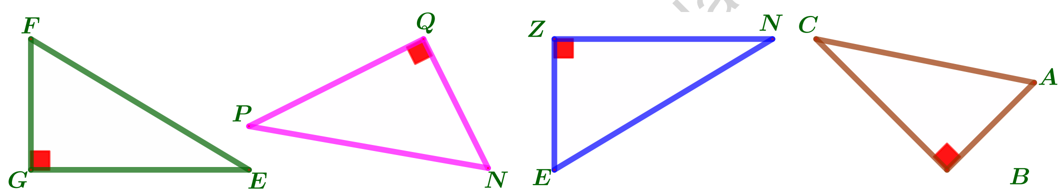
L'hypoténuse de PUR est ....



L'hypoténuse de BAC est ....

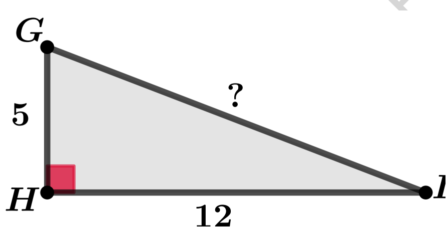
Exercice 2 :

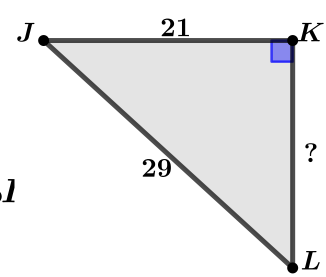
A côté de chaque triangle, écris l'égalité de Pythagore correspondante :

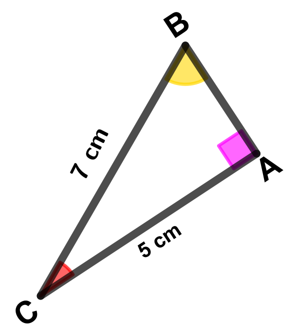


....

Exercice 3 : *Calcule GI, KL, AB et AC*

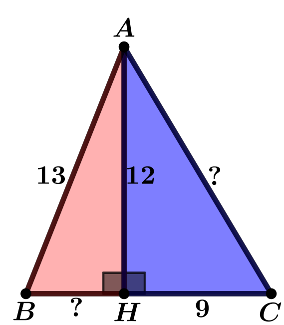






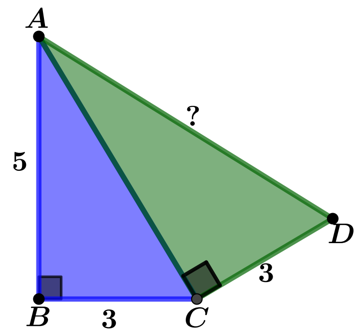
Exercice 4:

Calcule BH et AC.



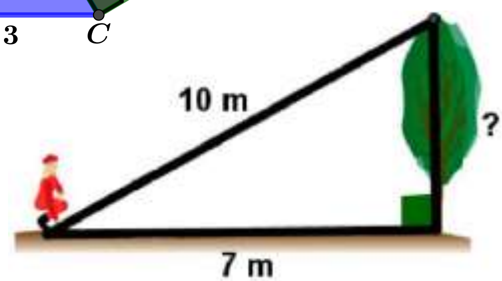
Exercice 5:

Calcule AD à 0,0001 près.



Exercice 6:

Calcule la hauteur, arrondie au centimètre près, de l'arbre.



Exercice 7:

Construis un triangle DEF rectangle en D tel que DE= 24 mm et EF = 74 mm. Calcule DF et mesure pour vérifier.

Exercice 8:

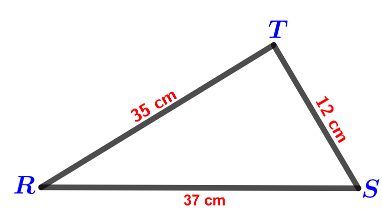
Construis un triangle ABC rectangle en A. Tel que AB = 5,6 cm et AC = 3,3 cm. Calcule BC et mesure pour vérifier.

Exercice 9:

Soit GHI un triangle rectangle en G, GH = 7 cm et GI = 3 cm. Calcule une valeur approchée de HI à 0,1 cm près.

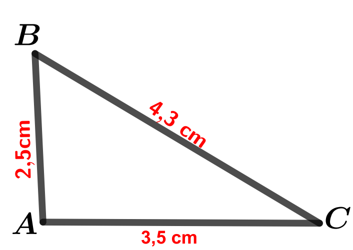
Exercice 10 :

Le triangle RST est-il rectangle ? Justifie.



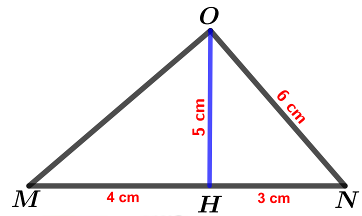
Exercice 11 :

Le triangle ABC est-il rectangle ? Justifie.



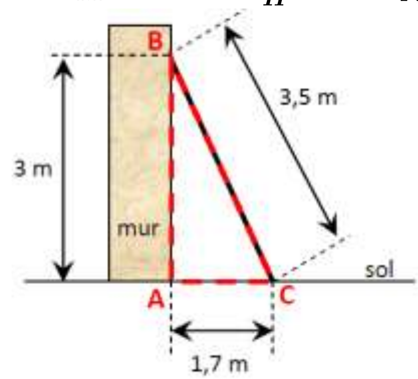
Exercice 12 :

La droite (OH) est-elle une hauteur du triangle rectangle OMN ?



Exercice 13 :

Sidi place une échelle de 3,50 m contre un mur . Sa hauteur sur le mur est de 3 m, et l'échelle est éloignée du mur sur le sol de 1,70 m. Le mur est-il perpendiculaire au sol ? Justifie.



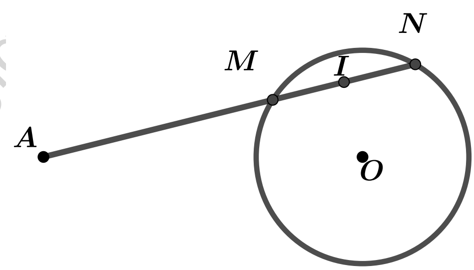
Exercice 14 :

Dan un triangle ABC, on appelle H le pied de la hauteur issue de A. Démontre que les cercles de diamètres [AB] et [AC] se coupent en A et H.

Exercice 15 :

Sur la figure ci-contre, M et N sont deux points du cercle **C** *de centre 0 ; les points A, M et N sont alignés ; I est le milieu du segment [MN].*

Démontre que le point I est sur le cercle de diamètre [AO].

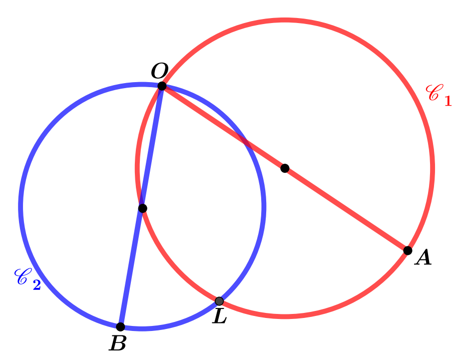


Exercice 16 :

Le cercle $\mathscr{C}_1$ de diamètre [OA]et le cercle $\mathscr{C}_2$ de diamètre [OB] se recoupent en L

Quelle est la nature des triangles OAL et OBL ? Justifie.

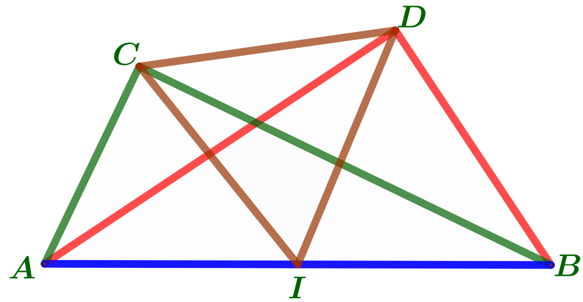
En déduis que les points A, B et L sont alignés.



Exercice 17 :

Les triangles rectangles ABC et ABD ont la même hypoténuse [AB]. On appelle I le milieu de [AB].

Quelle est la nature du triangle CDI ? Justifie.



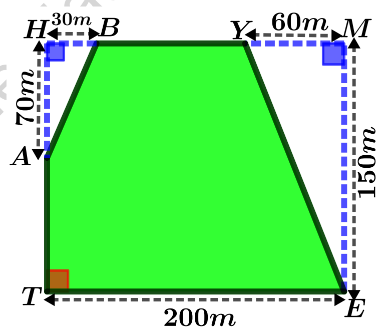
Exercice 18:

Avec la règle graduée et le compas, construis un triangle LIN rectangle en I tel que : LN = 8 cm et LI= 3 cm.

Exercice 19 :

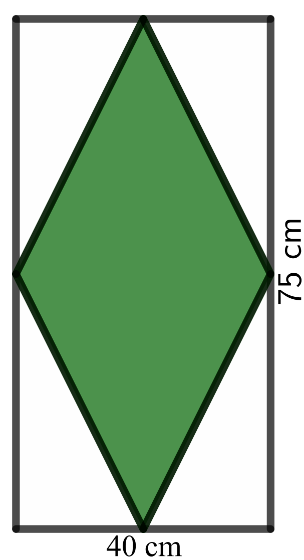
Monsieur Bemba possède un terrain TEYBA qu'il veut clôturer.

Calcule le périmètre du terrain TEYBA



Exercice 20 :

Un menuisier veut décorer une porte 75 cm sur 40 cm, en forme de losange en relief, obtenu en joignant les milieux des côtés. Combien mesure le côté du losange?.



Exercice 21 : *Le plus court chemin*

Un électricien à trois possibilités pour joindre A à B avec des fils électriques.

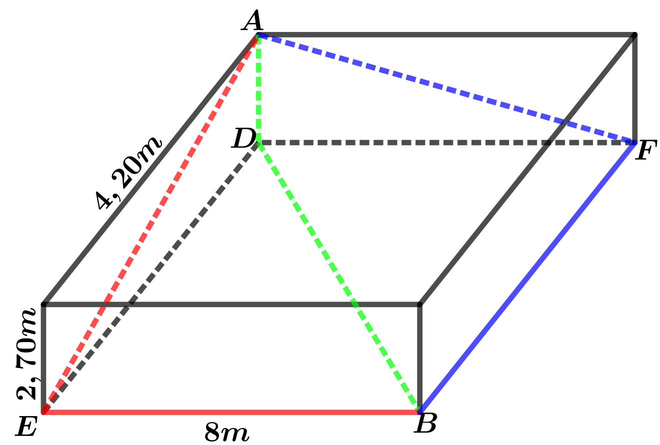
a) Chemin rouge AE + EB

b) Chemin bleu AD+DB

c) Chemin vert AF + FB

Quel chemin choisi pour économiser le fil ?

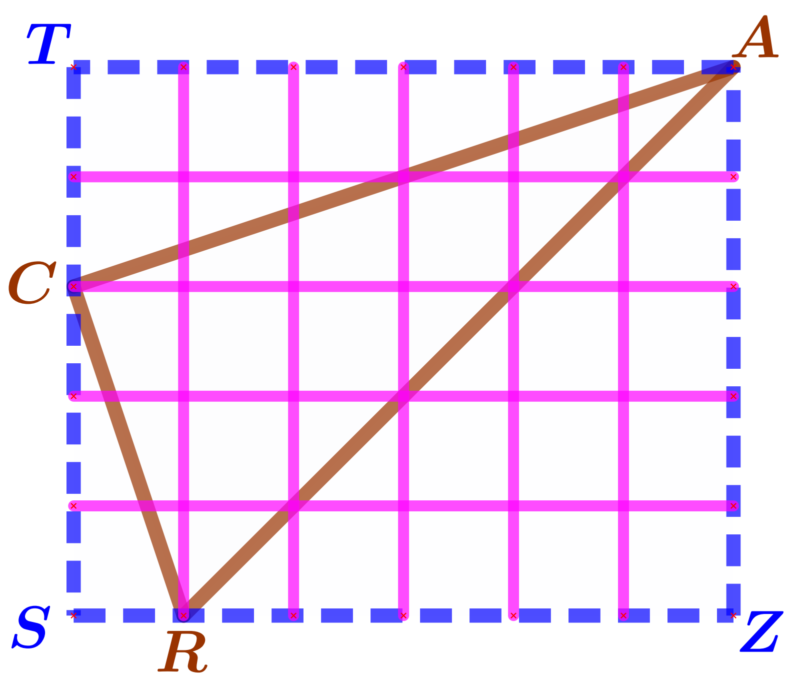
Justifie tes réponses.



Exercice 22 :

Le triangle CAR est-il rectangle ?

Justifie. (ATSZ est un rectangle)



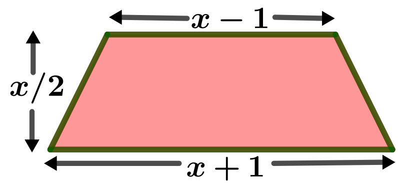
CALCUL LITTÉRAL

I. Expression littérale :

Activité 1:

Partie A :

On se propose de calculer l'aire de ce trapèze isocèle pour différentes valeurs :
$x = 6$; $x = 2{,}5$; $x = 9$.



1. *Quelle(s) méthode(s) peut-on utiliser ?*
2. *Trouve x sachant que :*
   a. *L'aire du trapèze est égale à 32 ;*
   b. *Le périmètre est égal à 48*

Partie B :

L'illusionniste: «Pense un nombre. Ajoute 10. Multiplie par 2. Ajoute ton âge(en années). Multiplie encore par 2. Ajoute 40. Divise par 2. Ote ton âge et divise encore par 2. Ote le nombre pensé au début. Ton résultat est 20, n'est-ce pas ?»
Le spectateur : c'est exact.

1. *Joue deux fois le rôle du spectateur.*
2. *Comment justifie que le résultat est toujours 20 ? pour cela il est nécessaire de désigner le nombre pensé au départ par une lettre (exemple x) et l'âge du spectateur par une autre lettre (exemple y).*

Définition 1:

Une expression littérale est une expression dans laquelle un ou plusieurs nombres sont désignés par des lettres.

Remarque 1:

- *Si une lettre apparaît plusieurs fois dans une expression littérale, elle désigne le même nombre ;*
- *Pour obtenir la valeur numérique d'une expression litterale, on remplace ses lettres par des nombres donnés.*

Exemple 1:

On donne les expressions suivantes :
$A = x + 5 + 3(x - 2) + \pi$; $B = (x - 1)(x + 6)$; $C = x + 5(y - 6) + 7$.

Remarque 2:

Dans une expression, quand une lettre représente un nombre dont la valeur n'est pas fixée, on dit que cette lettre est une variable. Si au contraire la valeur de lettre est fixe, on dit cette lettre est une constante.

II. Réduire un expression littérale :

Activité 2: **Réduction expression littérale**

Partie A : Par suppression des parenthèses

Dans un cahier d'un élève de 2[ème] AS on a observé un extrait d'un devoir comme suit :

Reproduis le tableau ci-dessous.

Calcule les expressions ; a + (b + c) ; a + b + c ; a + (b - c) ; a - (b + c) ; a - (b - c) ; a -b - c ; a + b - c ; a – b- c et a - b + c pour les valeurs données et reporte les résultats le tableau.

a	b	c	a + b + c	a + (b + c)	a – (b — c)	a -(b + c)	a – b -c	a – b + c	a + (b - c)	a + b - c
-4	11	3								
5	-5	-2								

Achève ce travail et tire des conclusions.

Partie B :

Réduis les expressions suivantes :

a. $7x - 12 + 3x + 8$;

b. $5a^2 + 11a - 10 - 6a^2 - 3a - 4$;

c. $2\sqrt{3} + (a + \sqrt{3}) - (3a - 3\sqrt{3}) + \sqrt{5} + a$;

d. $(\sqrt{5} - x) + (2y - \sqrt{5}) - (\sqrt{5} + x) + x + y + 3\sqrt{5}$.

Règle 1:

- *Réduire une expression c'est la transformé en une somme ayant moins des termes.*
- *Pour réduire une expression littérale par suppression des parenthèses, on utilise mes formules suivantes :*
  Pour trois nombres réels a, b et c on a :
  $a + (b + c) = a + b + c$; $a + (b - c) = a + b - c$;
  $a - (b + c) = a - b - c$; $a - (b - c) = a - b + c$.

Exercice d'application 1:

Réduis les expressions littérales suivantes :

$A = 27 - (-32 + a - b) + (45 - a - b) + (-64 + a - b)$

$B = (a - 12 + b) - (45 - a) + (b + 93) - (-12 + a - b)$

$C = (a + b - c) - (a + b + c) + (a - b + c)$

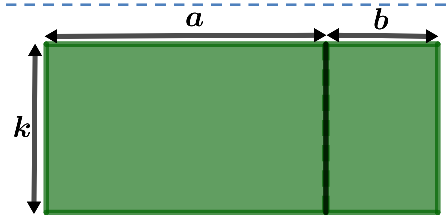
$D = 2a + b - c + 7) + (a + 2b + c - 6) + (a - b + 2c + 5)$.

III. Développer une expression :

II.1. Règles de distributivité :

Activité 3 : Calcul d'aires

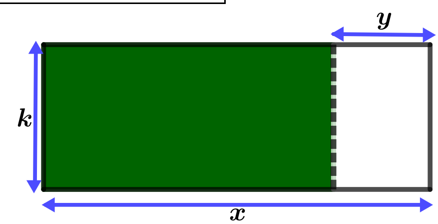
1- Dans un village, la famille d 'Ahmed possède le terrain de forme ci-contre. Pour calculer son aire, les deux fils Ibrahima et Ali ont donné les deux résultats suivants :



	Calculée par Ibrahima	Calculée par Ali
Aire	K(a+b)	Ka+kb

Compare les deux résultats. Qui a raison ?

2- De même, la famille voisine Koné a le terrain de forme ci-contre. Aide-la à calculer l'aire de la partie colorée.



Règle 2:

Pour tout x, y et k des nombres réels on a :

$k(x+y) = kx + ky$ et $k(x-y) = kx - ky$

Exercice d'application 2:

1. Développe les expressions suivantes :

   $A = 3{,}5(x + 2{,}1)$; $B = (-1{,}3)(y + 2)$; $C = x\,(2-y)$ et $D = (3y + 2) + 3y$.

2. Développe et réduis les expressions suivantes :

   $E = 4(x - \frac{1}{5}) - 7(x + \frac{1}{2}) + x - 9.$

   $F = y - 2\,(y - 7) + \sqrt{2}\,(\sqrt{2}y - 2) + 3\sqrt{2}$

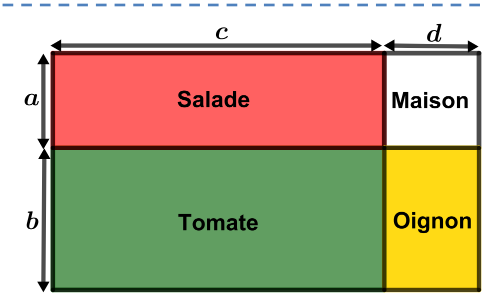
   $G = x\,(y + \sqrt{3}) - \sqrt{3}y(y + \sqrt{6}) + 2y + 5\sqrt{2}$

II.2 Règles de distributivité double :

Activité 4: Sur le terrain

Le terrain de la famille d'Amar est partagé en quatre parcelles, comme l'indique la figue ci-contre.

On cherche à exprimer l'aire de ce terrain de deux façons :



- En appliquant la formule donnant l'aire du rectangle ABCD.
- En additionnant les aires des parcelles. Recopie et complète l'égalité :

$$(a+b)(c+d) = \ldots. + \ldots + \ldots + \ldots$$

Tire une conclusion.

2. *En utilisant une méthode analogue à celle de la question 1, établis les formules pour $(a+b)(x-y)$,$(a-b)(x+y)$ et $(a-b)(x-y)$*

Règle 3:

Pour tout a, b, x et y de nombres réels, on a les formules suivantes :

- $(a+b)(x+y) = a(x+y) + b(x+y) = ax + ay + bx + by$
- $(a+b)(x-y) = a(x-y) + b(x-y) = ax - ay + bx - by$
- $(a-b)(x+y) = a(x+y) - b(x+y) = ax + ay - bx - by$
- $(a-b)(x-y) = a(x-y) - b(x-y) = ax - ay - bx + by$

Remarque 4:

On traitera sur des exemples les développements de :

- $(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a(a+b) + b(a+b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a(a-b) - b(a-b) = a^2 - ab - ba + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a-b)(a+b) = a(a+b) - b(a+b) = a^2 + ab - ba - b^2 = a^2 - b^2$

Ces égalités sont appelées les identités remarquables.

Exercice d'application 3:

Développe les expressions suivantes :

$(x+7)(y+\sqrt{2})$; $(x-\sqrt{2})(y+\sqrt{3})$; $(x+\pi)(y-4)$; $(2y+5)(x+y)$.

Développe puis réduis les expressions suivantes :

$A = (x+6)(x-7)$; $B = (4x+7)(5x+7)$; $C = (3y-4)(2-y)$; $D = (x+2)(5y+8)$.

Remarque 5:

On rappelle les règles suivantes :

$(-a)(b) = -ab$; $a(-b) = -ab$; $-(a)(-b) = ab$; $-(-ab) = ab$; $-(a(-b)) = ab$

Exemple 2:

$(5a)(0{,}4b) = 2ab$; $(0{,}05\,x)(100y) = 5\,x\,y$; $(+3a)(-5b) = -15ab$.

IV. Factoriser une expression littérale :

IV.1. Règle de factorisation par mise en évidence d'un facteur commun :

Activité 5:

Factorise les expressions suivantes :

$18x + 9y$; $48x - 12y$; $7t^2 + 8t$; $12u + 18u^2$

Remarque 6:

Nous avons transformé, par exemple, $ax + ay$ en un produit par la mise en en évidence d'un facteurs: $ax + ay = a(x+y)$.
Cette transformation est une factorisation.

Règle 4:

Factoriser une expression c'est la mettre sous la forme d'un produit de facteur ; schématiquement :

Factoriser

Étant donné A et B deux termes : $A + B = C \times D$; où C et D sont des facteurs.

Développer

Remarque 7:

On pourra utiliser également les formules de la distributivité simple et double de la multiplication par rapport à l'addition et à la soustraction pour factoriser une expression littérale.

Exercice d'application 3:

Factorise si, c'est possible les expressions suivantes :

$A = 5(x - y) + 5(x + y) + 2(2x + y)$;

$B = 2b - 5b + 3a - 15$;

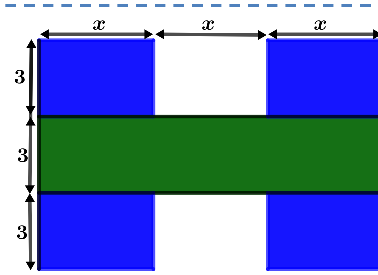
$C = 2x(1 - 4x) - 6x - 4x(x - 3)$;

$D = (x - 1)(2x + 3) - (x - 1) - (x - 1)(x + 5)$;

$E = (5x - 2)(1 - x) - (5x - 2)(2 + 3x) + (5x + 2)(2 - x)$.

V. Traduire une situation par une expression littérale :

Activité 6: Un peu d'aire



Sidi a constaté dans le plan de son quartier nouvellement construit, le lotissement ci-contre : quatre terrains bleus 3 m et x m.
une route de dimensions 3m et 3x m.

a. Exprime en fonction de x :

- *l'aire totale des quatre terrains ;*
- *l'aire de la route .*

b. *l'aire A de la surface totale est la somme des aires des quatre terrains et de la route.*
Recopie et complète les égalités suivantes :
A = ... x + ... x = (.....+ .....) x =..... x
c. *Explique les différentes étapes de calcul, puis conclus.*
d. *Retrouve l'expression trouvée en b. en calculant A comme une différence.*

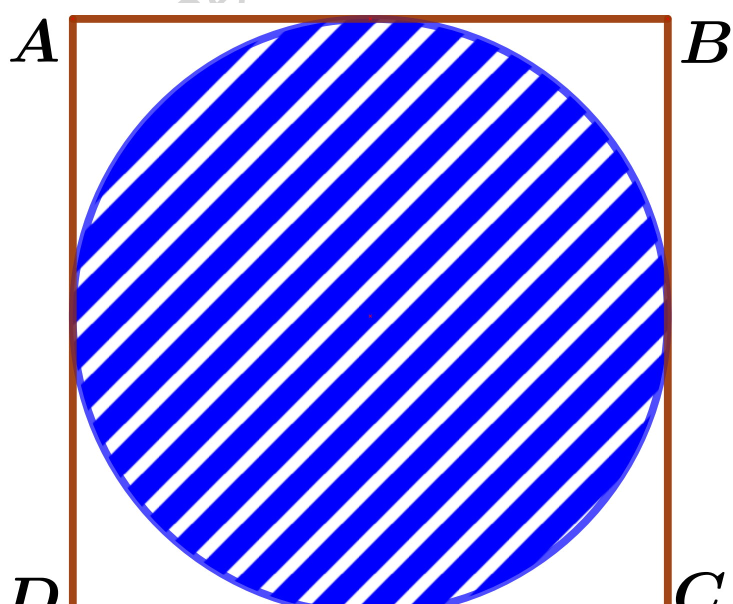
Remarque 8:

Dans des situations issues de la vie courante ou de la géométrie, l'usage des lettres permet de traduire les situations par les expressions littérales qui dépendent de ces lettres. L'avantage est d'obtenir une formule générale et on pourra aussi voir comment la situation varie.

Exercice d'application 4:

On donne la figure ci-dessous : (Cercle inscrit dans un carré ABCD, dont l'intérieur est hachuré)

1. *Ecris en fonction de r la longueur du coté du carré*
2. *Calcule l'aire de la partie hachurée*
3. *Pour r= 3 cm, donne la valeur exacte en cm² de l'aire de la partie non hachurée puis donne la valeur approchée au* $\frac{1}{10^{éme}}$ (*en remplaçant* $\pi = 3.14$)



Exercices divers

Exercice 1 : La distributivité simple.

Développe les expressions suivantes

$A= 2(4x +8)$; $B= 9(14–7x)$; $C=-3(-7–4a)$; $D= 4 x (5x –9a)$

Exercice 2 :

On donne les deux expressions : $E= 7x – 8$; $F= 4x^2 –3 x + 4$

1. *Calcule E pour $x = 2$ et pour $x =-2$*
2. *Calcule F pour $x = 2$ et pour $x =-2$*

Exercice 3 : Double distributivité.

Développe les expressions suivantes

$F= (2x + 5) (4x + 8)$; $G= (7x + 4) (8 - 7x)$;

$H= (x - 3) (7x - 4)$; $I= (4x + 1) (5 x-9a)$.

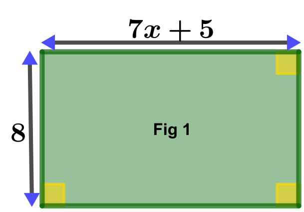
Exercice 4 :

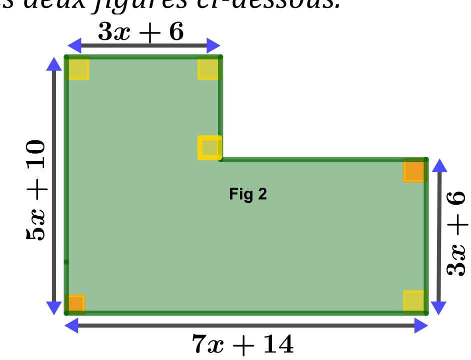
Développe et réduis les expressions suivantes

$J= 2(5x + 7)+8 (4x +9)$; $K= 5x(2x + 1)–7(8 -2x)$; $L=(9 - 2x)(2 x + 7) – 2x(8x+4)$

Exercice 5 :

1. *Exprime, en fonction de x, les périmètres des deux figures ci-dessous.*
2. *Exprime, en fonction de x, les aires des deux figures ci-dessous.*





Exercice 6 :

Brahim dit : « voici un programme de calcul :

- *Choisir un nombre ;*
- *Multiplier par 5 ;*
- *Ajouter 4.*
- *Multiplier par 2 ;*
- *Soustraire 8. »*

Amadou répond : « Tu te compliques, il suffit de multiplier le nombre choisi par 10. »

Brahim répond : « Tu dis n'importe quoi ! »

Qu'en penses-tu ? Justifie ta réponse.

Exercice 7 :

Recopie et complète les développements suivants :

$(x + 5)^2 = (x + 5)(x + 5) = x^? + ?(x \times 5) + 5^? = x^? + ?\,x + 5^?$;

$(x - 3)^2 = (x - 3)(x - 3) = x^? - ?(x \times 3)x + 3^? = x^? - ?\,x + 3^?$;

$(x + 7)(x - 7) = x^? - x \times \ldots + 7 \times \ldots - 7^? = x^? - 7^?$;

$(7x + 4)^2 = (7x + 4)(7x + 4) = (\ldots)^? + 7x \times \ldots + 4 \times \ldots + \ldots^? = (\ldots)^? + 2 \times \ldots + 4^?$.

$(7x - 4)^2 = (7x - 4)(7x - 4) = (\ldots)^? - 7x \times \ldots - 4 \times \ldots + \ldots^? = (\ldots)^? - 2 \times \ldots + 4^?$.

$(7x + 4)(7x - 4) = (\ldots)^? - 7x \times \ldots + 4 \times \ldots - 4^? = (\ldots)^? - 4^?$.

Exercice 8:

Développe les expressions suivantes :

$M = (8x + 9)^2$; $N = (7x - 12)^2$; $O = (8x + 9)(8x - 9)$; $P = (8x + 9)(9 - 8x)$.

Exercice 9:

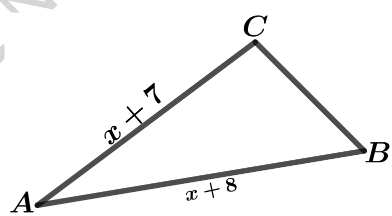
Factorise les expressions suivantes :

$Q = 8 + 12a$; $R = 18x - 12$; $S = 12ax + 20ay$; $U = 4jade - 14julie$.

Exercice 10:

Soit x un nombre positif compris entre 0 et 10.

La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur.



1. *Calcule AB et AC lorsque $x = 4$.*
   Lorsque $x = 4$, le triangle est-il rectangle ? Justifie ta réponse.
2. *Pour quelle valeur de x, le triangle est-il rectangle ? Justifie ta réponse.*

Exercice 11:

Au Etats-Unis, les températures sont exprimées en Fahrenheit (°F) alors qu'en France, elles sont exprimées en degrés Celsius (°C).

Pour convertir les degrés Fahrenheit en degrés Celsius, voici le programme de calcul qu'il faut effectuer :

- *Choisir la température en °F ;*
- *Retrancher 32 ;*
- *Multiplier par 5 ;*
- *Diviser le résultat obtenu par 9.*

Convertis 50°F puis -4°F en degrés Celsius

1) *Convertis 12°C , puis -8°C en degrés Fahrenheit*
2) *a)New York, la température est x°F. Exprime, en fonction de x, cette température en °C ;*
   b)A Paris, la température est y°C. Exprime, en fonction de x, cette température en °F;

Exercice 12:

On considère le programme de calcul ci-dessous :

- *Choisir un nombre ;*
- *Ajouter 1 ;*
- *Calculer le carré de la somme ;*
- *Soustraire le carré du nombre de départ ;*
- *Ecrire le résultat final.*

1. a. *Vérifie que lorsque le nombre de départ est 1, on obtient 3 au résultat final.*

   b. *Lorsque le nombre de départ est* $\frac{1}{3}$, *quel résultat final obtient-on ?*

   c. *Le nombre de départ est x, exprime le résultat final.*

2. *On considère l'expression P =* $(x+1)^2 - x^2$.
   Développe puis réduis l'expression P ;
3. *Quel est le nombre de départ doit-on choisir pour obtenir un résultat final égal à 15 ?*

Exercice 13:

Développe, réduis et ordonne les expressions suivantes :

$A = 3(4x + 7) + 4(2x - 9)$; $B = 7x(2x - 5) - x(2x - 5)$; $C = (2x + 5)(3x + 7)$;
$D = (2x - 5)(3x - 2)$.

Exercice 14:

Développe, réduis et ordonne les expressions suivantes :

$E = (2x + 3)(5x - 8) - (2x - 4)(5x - 1)$; $F = (5x - 2)(5x - 8) - (3x - 5)(x + 7)$;
$G = 2(x + 7)(3 - 2x) + (5x - 2)(4x + 1)$.

Exercice 15:

Développe, réduis et ordonne les expressions suivantes sans étape de calcul :

$H = (x + 5)^2$; $I = (4x + 6)^2$; $J = (x - 5)^2$; $K = (3x - 7)^2$; $L = (y + 3)(y - 3)$;
$M = (2x + 5)(2x - 5)$.

Exercice 16:

Développe, réduis et ordonne les expressions suivantes

$N = (3x - 23)^2$; $P = (52 + 13x)(13x - 52)$; $Q = (x + 2)^2 - 6(3x - 5)^2$

Exercice 17:

Recopie et complète les développements suivants :

$(x + ...)^2 = ... + ... + 9$; $(x - ...)^2 = ... - ... + 36$; $(x + ...)(... - ...) = ... - 64$;
$(... + ...)^2 = ... + 10x + 25$; $(... - ...)^2 = x^2 - 18x + ...$

Exercice 18:

Recopie et complète les développements suivants :

a. $(3x + ...)^2 = ... + ... + 49$

b. $(5x - ...)^2 = ... - ... + 36$

c. $(6x + ...)(... - ...) = ... - 64$

d. $(... + ...)^2 = ... + 70x + 25$

e. $(... - ...)^2 = 16x^2 - 72x + ...$

Exercice 19:

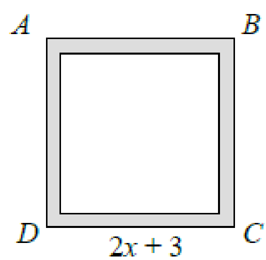
Ecris comment effectuer mentalement les calculs suivants à l'aide des identités remarquables.

a. 103^2 ; b. 98^2 ; c. 401×399.

2. *Calcule la valeur de 100001^2 puis vérifie le résultat à l'aide de la calculatrice. Que remarques-tu ?*

Exercice 20:

Sur la figure ci-contre, le carré ABCD a pour côté (2x + 3) centimètres. Afin d'obtenir une bande de 1cm de large, on découpe un petit carré à l'intérieur du grand carré. Exprime l'aire de la bande grise en fonction de x.



Exercice 21:

Factorise si c'est possible les expressions suivantes :

$A = (x + 2)(2x - 1) - (x + 2)(3x + 2)$; $B = (3x + 7)(2x - 9) - (3x + 2)(5x - 7)$;
$C = (8y + 3)(5x + 7) - 3(8y + 3)(2y - 1)$.

Exercice 22:

Factorise si c'est possible les expressions suivantes :

$D = (2x + 3)^2 + (x - 2)(2x + 3)$; $E = (2t - 7)^2 - (5t + 1)(2t - 7)$; $F = 2y^2 - y(4y - 7)$;
$G = (2u - 5)^2 + (2u - 5)(u + 3) + 2u + 5$.

Exercice 23:

Factorise si c'est possible les expressions suivantes :

$I = 25z^2 - 36$; $J = (3 - 2w)^2 - 4$; $K = (v - 4)^2 - (2v - 1)^2$.

Exercice 24:

On a le programme de calcul suivant :

- *Choisir un nombre entier n ;*
- *Mettre n au carré.*

- *Prendre le double du résultat ;*
- *Soustraire au résultat précédent le produit de n par l'entier qui le suit.*

Complète cette phrase : « Ce programme revient à multiplier un nombre par… »

Exercice 25:

1. *Démontre que pour tout entier n strictement positif :* $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n(n\ -1)}$;
2. *En déduis la valeur de A =* $\frac{1}{1_x2} + \frac{1}{2_x3} + \ldots\ldots \frac{1}{98_x99} + \frac{1}{99_x100}$.

Exercice 26:

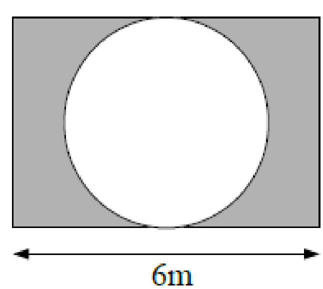
1. *a. Développe et réduis A =(x + 1)² − (x − 1)²*
   b. En déduis le résultat de 10001² −9999²
2. *Cherche un moyen permettant de calculer 9997² −9999ₓ9998 sans avoir à poser d'opérations.*

Exercice 27:

1. *Détermine les nombres dont le double est égal au triple du carré.*
2. *On donne l'expression suivante P =(x + y)² − 64.*
   a. *Développe l'expression P*
   b. *Factorise cette expression ;*
3. *On sait que la somme des carrés de deux nombres u et v, entiers positifs est égale à 34 et que le produit de ces deux nombres vaut 15.*
   a. *Calcule la somme de ces deux nombres*
   b. *Peux-tu les déterminer ?*

Exercice 28:

Un disque de rayon non nul est tangent aux deux cotes opposes d'un rectangle de longueur 6m. Calcule le rayon du disque pour que son aire soit égale à l'aire grise.

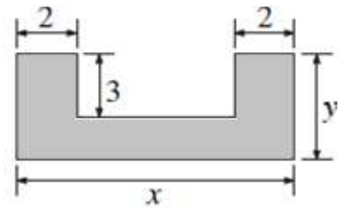


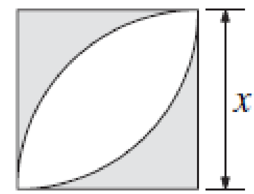
Exercice 29:

Un triangle ABC est tel que AB=6 cm ; AC= x cm et BC= $(x+3)$ *cm.*
Détermine la valeur que doit prendre x pour que ABC soit rectangle en A.

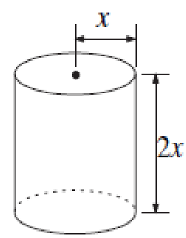
Exercice 30:

1. *Dans les cas suivants, exprime l'aire et le périmètre de la figure ombrée*





2. *Exprime par une formule l'aire et le périmètre de l'étiquette recouvrant latéralement cette boîte de conserve.*



Exercice 31:

1. Factorise $4x^2-12x+9$.

2. Factorise $(2x-3)^2-4$.

3. En déduis une factorisation de $4x^2-12x+5$.

Exercice 32:

On donne : $A = (3-x)^2 - (3-x)(5+x) + 5(9-x^2)$

1. Développe A.

2. Factorise A.

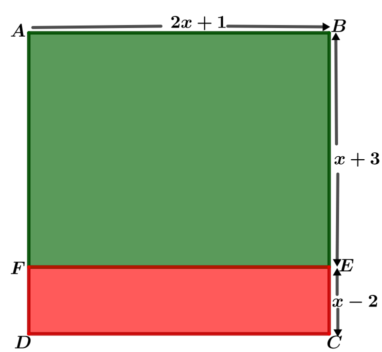
3. En choisissant la forme de A la plus adaptée, résous ces équations :

a. $A = 0$ *b.* $A = 39$.

Exercice 33: *L'unité de longueur est le centimètre.*

ABCD est un carré et ABEF est un rectangle. On a : $AB=BC=2x+1$ *et* $AF=x+3$ *; où x désigne un nombre supérieur à 2. Voir figure ci-contre*

1. *Exprime la longueur FD en fonction de x ;*
2. *En déduis que l'aire du rectangle FECD est égale à* $(2x+1)(x-2)$ *;*
3. *Exprime, en fonction de x , les aires du carré ABCD et du rectangle ABEF ;*
4. *En déduis que l'aire du rectangle FECD est* $(2x+1)^2-(2x+1)(x+3)$
5. *Les aires trouvées aux questions 2. et 4. sont égales, on a donc :* $(2x+1)^2-(2x+1)(x+3)=(2x+1)(x-2)$.



Cette égalité traduit- elle un développement ou une factorisation ?

TRIGONOMÉTRIE

I. Triangle rectangle et vocabulaire : Rappel

Activité 1:

ABC est un triangle rectangle en A, tel que AB = 4 cm, AC = 6 cm, utilise le rapporteur pour donner les mesures des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$.

a. Ces angles sont-ils complémentaires ou supplémentaires ?
b. Nomme les deux côtés de chaque angle.
c. Calcule le somme des angles : $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} + \widehat{BAC}$.

Propriété 1:

- Un triangle rectangle est un triangle qui possède un angle droit et deux angles aigus.
- Dans le triangle rectangle, un angle aigu est formé par son côté adjacent et l'hypoténuse.
- Le côté situé en face avec d'un angle aigu est appelé côté opposé à cet angle
- Dans tout triangle, la somme des mesures des angles est égale à 180°.
- Les angles aigus d'un triangle rectangle sont complémentaires (leur somme égale à 90°)

II. Cosinus d'un angle aigu :

Activité 2:

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que AB = 4 cm, AC = 3 cm.

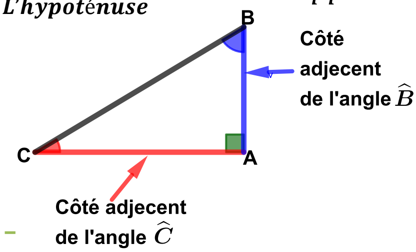
1. Calcule la longueur de l'hypoténuse.
2. Place un point K sur la demi-droite [BC) tel que BK= 10 cm. La parallèle à (AC) passant par K coupe [BA) en L. Vérifie que le triangle BLK est rectangle en point L. Détermine BL.
3. Pour chacun des deux triangles ABC et BLK, détermine l'hypoténuse et le côté adjacent de l'angle $\widehat{B}$ commun à ces deux triangles ?
4. Calcule les rapports $\frac{AB}{BC}$ et $\frac{BL}{BK}$. Que constates-tu ?

Définition 1 et notation:

Dans un triangle rectangle, le quotient : $\dfrac{\text{Côté adjecent d'un angle aigu}}{\text{L'hypoténuse}}$ *est appelé cosinus de cet angle.*

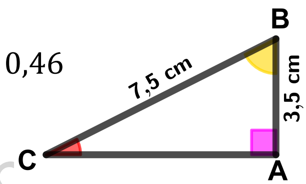
Si ABC est un triangle rectangle en A, on écrit :

$\cos\hat{B} = \dfrac{AB}{BC}$ et aussi $\cos\hat{C} = \dfrac{AC}{BC}$



Exemple 1:

Dans le triangle ci-contre, on a : $\cos\widehat{ABC} = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{3{,}5}{7{,}5} = 0{,}46$



Exercice d'application 1:

ABC est un triangle rectangle en B tel que BC = 7,5 cm et AC = 12,5 cm.

1. *Construis à main levée ce triangle et calcule* $\cos\widehat{ACB}$.
2. *Calcule la longueur du côté* $[AB]$. *En déduis* $\cos\widehat{ABC}$.

II. Sinus d'un angle aigu :

Activité 3:

On reprend les données de l'activité 1.

1. *Détermine la longueur LK.*
2. *Calcule les rapports* $\dfrac{AC}{BC}$ *et* $\dfrac{LK}{BK}$.
3. *Que représentent pour l'angle* $\hat{B}$ *les rapports :*
   $\dfrac{AC}{BC}$ *dans le triangle ABC ?* $\dfrac{LK}{BK}$ *dans le triangle BLK ?*

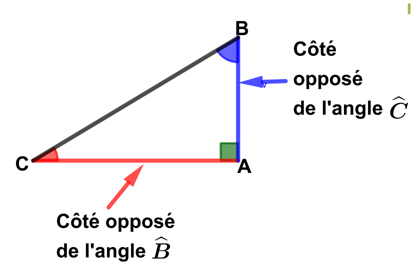
Définition 2 et notation :

Dans un triangle rectangle, le quotient :

$\dfrac{\text{Côté opposé d'un angle aigu}}{\text{L'hypotenuse}}$ *est appelé sinus de cet angle.*

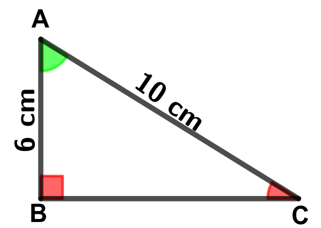
Si ABC est un triangle rectangle en A, on écrit :

$\sin\hat{B} = \dfrac{AC}{BC}$ et aussi $\sin\hat{C} = \dfrac{AB}{BC}$



Exemple 2:

Dans le triangle ci-contre, on a :

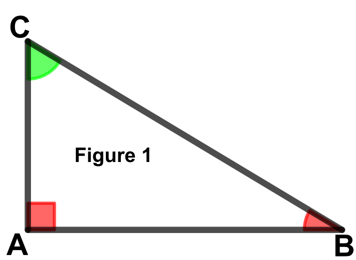


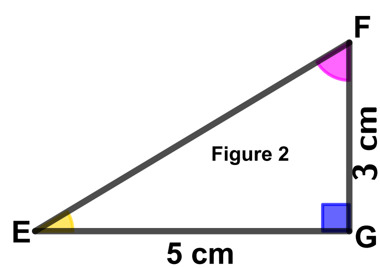
$$\sin \widehat{BCA} = \frac{AB}{AC} = \frac{6}{10} = 0{,}6.$$

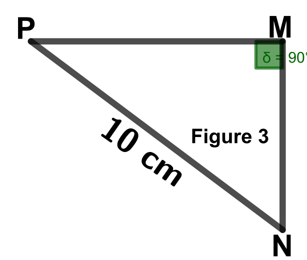
Exercice d'application 2:

On donne les trois triangles ci-dessous.

1. *Dans la figure 1, exprime en fonction des côtés* $\cos\widehat{ABC}$, $\sin\widehat{ABC}$, $\cos\widehat{ACB}$ *et* $\sin\widehat{ACB}$.
2. *Dans la figure 2, calcule* $\cos \widehat{GFE}$ *et* $\sin \widehat{GFE}$.
3. *Dans la figure 3, on donne :* $\cos \widehat{MPN} = \frac{4}{5}$, *calcule PM.* $\sin \widehat{MPN} = \frac{3}{5}$, *calcule NM et PM.*







Remarque 1:

On peut parler du cosinus et du sinus d'un angle aigu ou de sa mesure.

IV. Propriétés concernant le cosinus et le sinus :

Activité 4:

Soit ABC est un triangle rectangle en B tel que $\widehat{BAC} = \alpha°$.

1. *Vérifie que* $AB < AC$ *et* $BC < AC$.
2. *En déduis que :* $0 < \cos \alpha° < 1$ *et* $0 < \sin \alpha° < 1$
3. *Démontre que* $(\cos \alpha°)^2 + (\sin \alpha°)^2 = 1$

Propriété 2:

Pour tout angle aigu de mesure $\alpha°$, on a

1. $0 < \cos \alpha° < 1$, $0 < \sin \alpha° < 1$.
2. $(\cos \alpha°)^2 + (\sin \alpha°)^2 = 1$.

Remarque 2:

Dans un triangle rectangle dont l'un des angles aigu mesure a°, la relation $(\cos \alpha°)^2+(\sin \alpha°)^2=1$ peut s'écrire simplement $\cos^2\alpha°+\sin^2\alpha°=1$. Cette formule est appelée relation fondamentale de la trigonométrie.

Exercice d'application 3:

Soit α la mesure d'un angle aigu.

a. *On donne $\cos \alpha = 0{,}6$; calcule $\sin \alpha$ en utilisant la formule précédente.*

b. *On donne $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{5}$; calcule $\cos \alpha$.*

Activité 5 :

Soit ABC est triangle rectangle en B.

1. *Que peux-tu dire des angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ACB}$?*
2. *Compare $\cos \widehat{CAB}$ et $\sin \widehat{ACB}$ puis $\sin \widehat{CAB}$ et $\cos \widehat{ACB}$. Que remarques-tu ?*

Propriété 3:

Lorsque deux angles sont complémentaires, le sinus de l'un est égal au cosinus de l'autre.

Exercice d'application 4:

ABC est un triangle rectangle en A tel que $\cos \widehat{ABC} = \frac{1}{4}$, calcule une valeur approchée de la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$ au degré près.

V. Cosinus et sinus d'angles particuliers :

Activité 6 :

Construis un triangle ABC rectangle et isocèle en A tel que AB = AC = a, où a est nombre strictement positif.

1. *Exprime BC en fonction de a.*
2. *Recopie et complète : $\widehat{ABC}$ … $\widehat{ACB}$ = ….*
3. *Recopie et complète : $\cos 45° = \frac{\dots}{a\sqrt{2}} = \frac{\dots}{\sqrt{2}} = \frac{\dots}{2}$.*
4. *Calcule $\sin 45°$*

Activité 7:

Construis un triangle ABC équilatéral de côté a, où a est nombre strictement positif.

1. *Trace la hauteur issue de A qui coupe* $[BC]$ *en H*
2. *Recopie et complète : ABC est un triangle équilatéral, donc* $\widehat{ABC}$*=....*
3. *Calcul BH en fonction de a.*
4. *Dans le triangle BAH rectangle en H, calcule* AH^2 *en fonction de a et déduis-en que* $AH = \frac{\sqrt{3}}{2}a$.
5. *Dans le triangle ABH rectangle en H. Détermine les mesures des angles aigues du triangle ABH*
6. *Calcule cos 60° et sin 60°.*
   En déduis cos 30° et sin 30°.

Conclusion :

Le tableau ci-contre donne le cosinus et sinus des angles dont les mesures sont ; 30°, 45° et 60°.

a°	*30°*	*45°*	*60°*
Sin	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$

Cas particuliers :

On convient que :

- *Cos 0°* = 1 et sin 0°= 0.
- *Cos 90°* = 0 et sin 90°= 1.

Résumé :

Voici un tableau récapitulatif donnant le cosinus et sinus de quelques angles remarquables :

a°	*0°*	*30°*	*45°*	*60°*	90°
Sin	*0*	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	*1*
Cos	*1*	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	*0*

Exercices divers

Exercice 1 :

ABC est un triangle rectangle en A tel que : AC = 10,8 cm et BC = 13,5 cm.
Calcule cos $\hat{C}$.

Exercice 2 :

ABC est un triangle rectangle en B tel que : AB = 7,5 cm et BC = 4,5 cm.
Calcule sin $\hat{A}$.

Exercice 3 : L'unité de longueur est le centimètre.

Dans un triangle MNL rectangle en N, tel que :
ML= 32,5 ; sin $\widehat{M} = \frac{5}{13}$ et cos $\widehat{M} = \frac{12}{13}$. Calcule MN et NL.

Exercice 4:

Dans un triangle RST rectangle en S, on a : sin $\hat{R} = \frac{2}{3}$, calcule cos $\hat{R}$.

Exercice 5 :

Dans un triangle RST rectangle en S, on a : cos $\hat{R} = \frac{9}{41}$, calcule sin $\hat{R}$.

Exercice 6 : L'unité de longueur est le centimètre.

Dans un triangle MNL rectangle en N, tel que : mes $\widehat{M}$ =30° et MN = 2.
Calcule ML et NL.

Exercice 7 : L'unité de longueur est le centimètre.

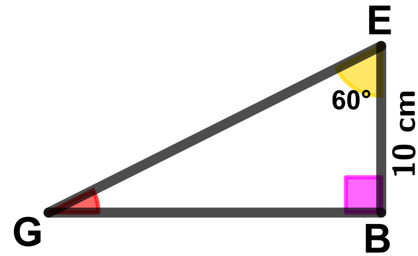
Dans un triangle MNL rectangle en N, tel que mes $\widehat{M}$ =60° et ML = 2.
Calcule NL et MN.

Exercice 8 : L'unité de longueur est le centimètre.

ABC est un triangle isocèle de sommet B tel que : AB = 8 cm et AC = 6 cm.
Calcule cos $\hat{C}$.

Exercice 9 :

BEG est un triangle rectangle en B tel que :
$\widehat{BEG}$= 60° et EB=10 cm.
Calcule EG et BG.

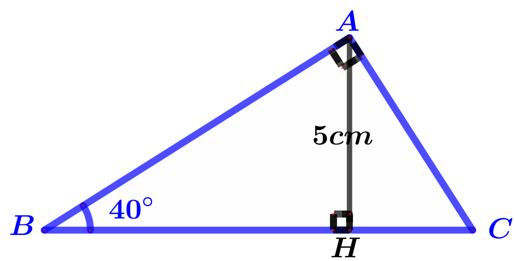


Exercice 10 :

1. *Construis un trapèze rectangle ABCD tel que :* $\hat{A} = \widehat{D} = 90°$ *, AB =7 cm, BC = 4 cm et CD = 5,4 cm. Explique la construction*
2. *Calcule une valeur approchée de la mesure de l'angle* $\hat{B}$ *puis en déduis la mesure de l'angle* $\hat{C}$ *de ce trapèze. Vérifie les mesures avec le rapporteur.*
3. *Calcule une valeur approchée de la longueur du côté* $[AD]$*. Vérifie en le mesurant.*

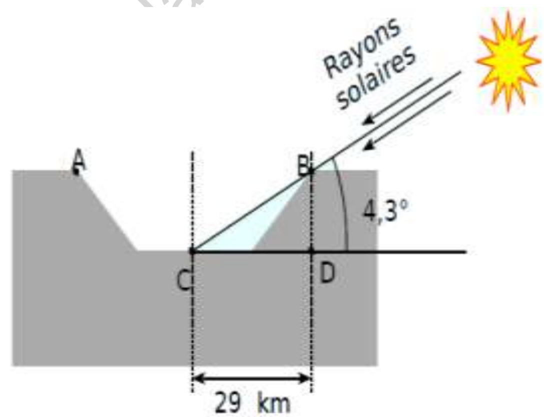
Exercice 11

ABC est un triangle rectangle en A, H est le pied de la hauteur issue de A, AH= 5cm et $\widehat{ABC} = 40°$*. Calcule la longueur AB arrondie au centième.*



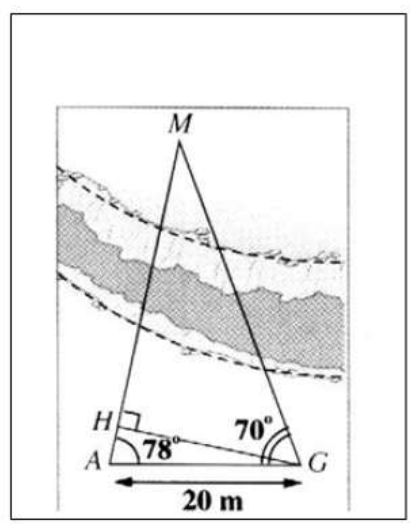
Exercice 12 : un cratère de la lune

Le schéma ci-contre représente un cratère de la lune. Le triangle BCD est un triangle rectangle en D Calcule la profondeur BD du cratère. Arrondis au dixième de km près.

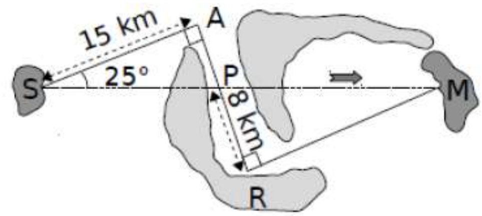


Exercice 13 : Problème du géomètre

Un géomètre veut calculer la distance entre son emplacement G et la maison M située de l'autre côté du fleuve.
Pour cela il mesure la distance entre G et un point accessible A. Il trouve AG=20m.
Il place son théodolite successivement en A et G pour mesurer les angles $\widehat{MAG}$ *et* $\widehat{AGM}$ *.Il trouve* $\widehat{MAG}$ *= 78° et* $\widehat{AGM}$ *= 70° (voir schéma ci- contre).*
Calcule GH, puis GM.

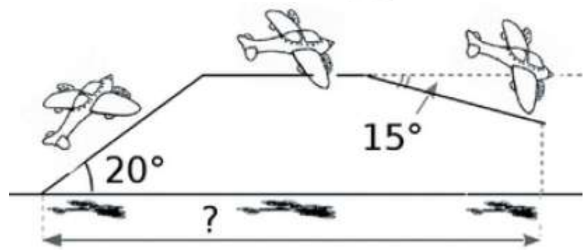


Exercice 14 : Déplacement d'une ile à l'autre



Samba voudrait aller de l'île nommée S à celle nommée M avec un petit avion d'une autonomie maximale de 40 km.
Daouda lui prête la carte ci- contre.
Samba réussira-t-il sa traversée ?

Exercice 15 :



Un avion décolle et prend l'altitude pendant une minute et demi, il poursuivit son trajet à cette altitude pendant 10 minutes et redescend pendant 2minutes (voir schéma ci-contre). La vitesse de l'avion reste constante à 480km /h.
En supposant que le soleil soit au zénith et que ses rayons soient perpendiculaires au sol, calcule la distance parcourue par l'ombre sur le sol.

Exercice 16 :

Le triangle LMN est rectangle en M et [MH] est sa hauteur issue de M.
On donne : ML = 2,4 cm , LN = 6,4 cm

1. *Calcule la valeur exacte du cosinus de l'angle $\widehat{MLN}$.*
   On donnera le résultat sous forme d'une fraction simplifiée.
2. *Sans calculer la valeur de cet angle, calcule LH.*
   Le résultat sera écrit sous forme d'un nombre décimal.

Exercice 17: *L'unité étant le centimètre.*
On considère le triangle ABC rectangle en A tel que AB = 5, BC = 9.
Construis le triangle ABC en vraie grandeur.

1. *Calcule la valeur exacte de AC.*
2. *Calcule la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ à un degré près par défaut.*
3. *Le cercle de centre B et de rayon AB coupe le segment [BC] en M. La parallèle à la droite(AC) qui passe par M coupe le segment [AB] en N. Complète la figure et calcule la valeur exacte de BN.*

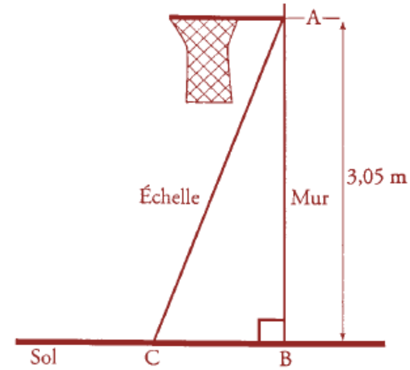
Exercice 18 :

ABCD désigne un rectangle tel que AB = 7,2 cm et BC = 5,4 cm.

1. *Construis en grandeur réelle ce rectangle et sa diagonale [AC].*
2. *Calcule la mesure arrondie au degré de l'angle$\widehat{DCA}$.*
3. *Démontre que les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{DCA}$ sont égaux.*
4. *La médiatrice du segment [AC] coupe la droite (AB) en E. Place le point E et montre que le triangle ACE est isocèle.*
5. *En déduis une valeur approchée de la mesure de l'angle $\widehat{ECD}$.*

Exercice 19:

1. *Monsieur Adama veut installer chez lui un panier de basket. Il doit le fixer à 3,05 m du sol. L'échelle dont il se sert mesure 3,20 m de long.*
   À quelle distance du pied du mur doit-il placer l'échelle pour que son sommet soit juste au niveau du panier ? (Donne une valeur approchée au cm près.)
2. *Calcule l'angle formé par l'échelle et le sol. (Donne une valeur approchée au degré près.)*



Exercice 20 :

ABCD désigne un rectangle tel que AB = 7,2 cm et BC = 5,4 cm.

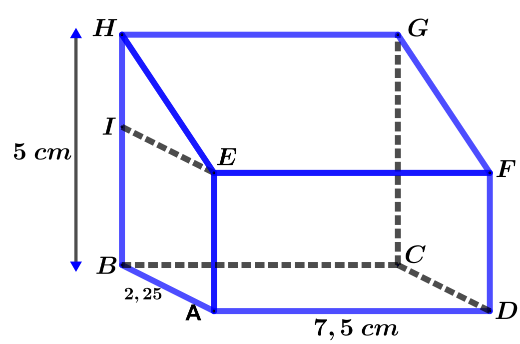
1. *Construis en grandeur réelle ce rectangle et sa diagonale [AC].*
2. *Calcule la mesure arrondie au degré de l'angle* $\widehat{DCA}$.
3. *Démontre que les angles* $\widehat{BAC}$ *et* $\widehat{DCA}$ *sont égaux.*
4. *La médiatrice du segment [AC] coupe la droite (AB) en E. Place le point E et montre que le triangle ACE est isocèle.*
5. *En déduis une valeur approchée de la mesure de l'angle* $\widehat{ECD}$.

Exercice 21 :

1. *Construis le triangle ABC rectangle en A tel que AB= 3,6 et BC = 6.*
2. *Calcule la mesure de l'angle* $\widehat{BCA}$ *(on donnera l'arrondi au degré).*
3. *Calcule AC.*
4. *Calcule l'aire du triangle ABC.*
5. *Soit H le projeté orthogonal du point A sur la droite (BC).*
   Exprime l'aire du triangle ABC en fonction de AH. En déduis AH.
6. *Calcule la longueur BH et en déduis l'aire du triangle AHC.*

Exercice 22:

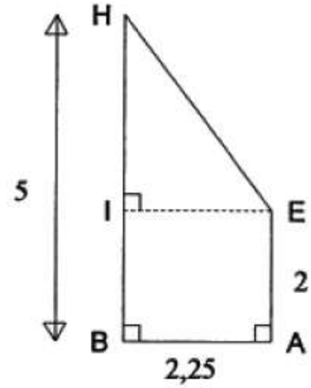
Dans le jardin de sa nouvelle maison, Ahmed a construit une terrasse rectangulaire qu'il désire recouvrir d'un toit.
Pour cela, il réalise le croquis suivant où l'unité de longueur est le mètre.
- Le sol ABCD et le toit EFGH sont des rectangles.
- Le triangle HIE est rectangle en I.



- Le quadrilatère IEAB est un rectangle.

- La hauteur du sol au sommet du toit est HB.

On donne : AB = 2,25 ; AD = 7,5 ; HB = 5.



Partie I

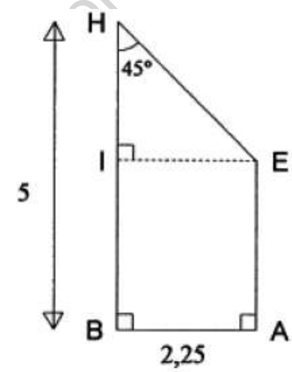
On suppose dans cette partie que AE = 2 .

1. *Justifie que HI = 3 .*
2. *Démontre que HE = 3, 75 .*
3. *Calcule au degré près la mesure de l'angle du toit avec la maison.*

Partie II

Dans cette partie, on suppose que $\widehat{EHI} = 45°$ et on désire déterminer AE.

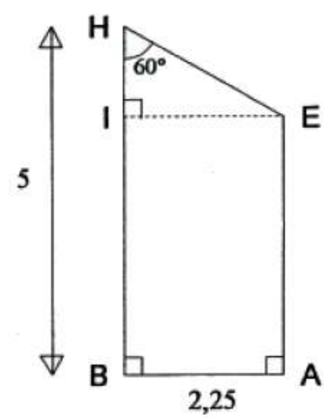
1. *Quelle est la nature du triangle HIE dans ce cas ?*
   Justifie ta réponse.
2. *En déduis HI puis AE.*



Partie III

Dans cette partie, on suppose que $\widehat{EHI} = 60°$ et on désire déterminer AE.

1. *Détermine la valeur arrondie au cm de HI.*
2. *En déduis la valeur arrondie au cm de AE.*



ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS

I. Équations : (Rappels)

I.1. Équations du type $a + x = b$:

Activité 1:

Le périmètre d'un triangle ABC est de 19cm. Le côté $[AB]$ mesure 5cm, le côté $[AC]$ mesure 7cm. Quelle est la longueur du côté $[BC]$?

Remarque 1:

On désigne par x la longueur du côté $[BC]$ et on traduit la situation présentée dans l'activité, on obtient ainsi une égalité dans laquelle intervient la lettre x. Ensuite on cherche à déterminer la valeur de cette inconnue.

Définition 1 :

- *Une équation du 1 er degré à une inconnue est une égalité dans laquelle intervient une lettre dont la valeur est inconnue.*
- *Résoudre une équation de ce type c'est chercher la (ou les) valeur de l'inconnue qui la vérifie(nt).*

Remarque 2:

Pour résoudre une équation de ce type on fait usage de la règle :
Si $a = b$; Alors $a + c = b + c$. où a, b et c sont des nombres relatifs.

Règle 1:

Une équation de type $a + x = b$, où x est l'inconnue, a et b deux nombres connus, a une solution unique donnée par $x = b - a$.

Exemple 1:

Résoudre les équation $x + 2 = -3$; $-\frac{1}{2} + x = \frac{1}{3}$; $x + \pi = 2$

Réponse :

$x + 2 = -3$	$-\frac{1}{2} + x = \frac{1}{3}$	$x + \pi = 2$
$x = -3 - 2$	$x = \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$	$x = 2 - \pi$
$x = -5$	$x = \frac{5}{6}$	

I.2. Équations du type $ax + b = 0$:

Activité 2:

Ahmed demande à fatma de choisir un nombre, de le multiplier par 2, d'ajouter 7 à ce produit elle a trouvé 0.

Quel nombre avait-il choisi?(désigne par x le nombre choisi par fatma)

Remarque 3:

Pour résoudre une équation de ce type on fait usage de la règle :

Si $a = b$; *Alors* $ac = bc$. *où a, b et c sont des nombres relatifs.*

Règle 2:

Une équation de type $ax + b = 0$, *où x est l'inconnue, a et b deux nombres connus et* $a \neq 0$, *a une solution unique donnée par* $x = \frac{-b}{a}$; *si* $a \neq 0$

Exemple 2:

Résous les équations suivantes :

$3x + 2 = 0$; $-\frac{1}{2}x = \frac{5}{3}$; $x\sqrt{2} + 1 = 0$; $5(x + 2) + 3 = 0$

Réponse:

Equation	$3x + 2 = 0$	$-\frac{1}{2}x = \frac{5}{3}$	$x\sqrt{2} + 1 = 0$	$5(x + 2) + 3 = 0$
Solution	$x = \frac{-2}{3}$	$x = \frac{\frac{5}{3}}{\frac{-1}{2}}$ $x = \frac{10}{-3} = -\frac{10}{3}$	$x = \frac{-1}{\sqrt{2}}$ $x = \frac{2\sqrt{2}}{2}$	$(5x + 10) + 3 = 0$ $5x + 10 + 3 = 0$ $5x + 13 = 0$ $x = \frac{-13}{5}$

I.3. Équations se ramenant au type $ax + b = C$:

Activité 3:

Lors du dernier contrôle trimestriel, Sidi a eu 12 en français, 11,5 en anglais et une note en Mathématiques qu'il a oublié.

Cependant, il sait qu'il a eu 13 de moyenne sur ces trois matières.

Sachant que les coefficients de français, d'anglais et de mathématiques sont respectivement 4, 3 et 5. Calcule la note de Sidi en mathématiques.

Remarque 4:

Résoudre ce problème passe par la résolution d'une équation du type $ax + b = c$,

Règle 3:

Une équation de type $ax + b = c$, où x est l'inconnue, a, b et c trois nombres connu et $a \neq 0$s, a une solution unique donnée par $x = \frac{c-b}{a}$; si $a \neq 0$

Exemple 3:

Résous les équations suivantes :

$3x + 2 = 0$; $-\frac{1}{2}x - 1 = \frac{5}{3}$; $x\sqrt{2} + 1 = -7$; $5(x+2) + 3 = 3$.

Réponse:

Équation	$3x + 2 = 5$	$-\frac{1}{2}x - 1 = \frac{5}{3}$	$x\sqrt{2} + 1 = -7$	$5(x+2) + 3 = 0$
Solution	$x = \frac{5-2}{3}$ $x = \frac{0-2}{3}x$ $= \frac{3}{3}$ $x =$	$x = \frac{\frac{5}{3}+1}{\frac{-1}{2}}$ $x = \frac{\frac{5}{3}+\frac{3}{3}}{\frac{-1}{2}}$ $x = \frac{16}{-3} = -\frac{16}{3}$	$x = \frac{-7-1}{\sqrt{2}}$ $x = \frac{-8}{\sqrt{2}}$ $x = \frac{-4\times 2}{\sqrt{2}}$ $x = \frac{-4\times(\sqrt{2})^2}{\sqrt{2}}$ $x = -4\sqrt{2}$	$(5x + 10) + 3 = 3$ $5x + 10 + 3 = 3$ $5x + 13 = 3$ $x = \frac{3-13}{5}$ $x = \frac{-10}{5}$ $x = -2$

Principe 1:

Pour résoudre une équation du premier degré, on peut utiliser souvent les étapes suivantes :

- *On développe, et on réduit les deux membres de l'équation ;*
- *On regroupe les constantes à droite en ajoutant la même valeur des deux côtés ;*
- *On regroupe les termes contenant l'inconnue à gauche en ajoutant la même valeur des deux côtés;*
- *On divise si possible des deux côtés par le coefficient de l'inconnue ;*
- *On conclut.*

Exercice d'application 1:

$-5(x+2) + 4 = \frac{1}{3}$; $\sqrt{3}(x - \sqrt{2}) + 5(\sqrt{6} - x) = \sqrt{2}(x + \sqrt{3}) - 7(x + \sqrt{6})$;

$3(x-2) = 4x + 1$; $7(\sqrt{5}x + \sqrt{7}) - \sqrt{5}(4x - 2) = 3(\sqrt{5}x + 4) - 2(\sqrt{5} - 6x)$;

$\sqrt{6}x - 3\sqrt{2} = 4\sqrt{3}$; $2(\sqrt{8}x + \sqrt{6}) - \sqrt{2}(3x - 2) = 3(4 - \sqrt{6}x) - 2(\sqrt{6} - 5x)$.

II. Inégalités et inéquations :

II.1. Ordre et opérations :

II.1.A. Ordre et addition :

Activité 4 :

1. Sans faire de calculs, compare les nombres dans les cas suivants :

   a. -3+5 et -3 +2 ; b. $5-\frac{2}{3}$ et $6-\frac{2}{3}$; c. $-9-\sqrt{3}$ et $-15-\sqrt{3}$; d. $\sqrt{2}+\frac{3}{4}$ et $\sqrt{3}+\frac{7}{4}$

2. On donne $3+m<4+m$. Remplace la lettre m par des réels de ton choix (parfois positifs, parfois négatifs), puis précise chaque fois si l'inégalité ainsi obtenue est vraie ou fausse.
3. Recopie puis complète les phrases en complétant :

Soient a, b, c et d quatre nombres réels	Si $a \leq b$, alors $b-a$ ...0 Si $a < b$, alors $a+c$ ... $b+c$ Si $a+c \geq b$, alors $a \geq$ ... Si $a-c < b$, alors $a <\cdots$ Si $a < b$ et $c < d$, alors $a+c$ ...

Propriété 1:

Etant donnés a, b, c et d quatre nombres réels, on a :	1. Si $a \leq b$, alors $b-a \geq 0$. 2. Si $a < b$, alors $a+c < b+c$. 3. Si $a+c \geq b$, alors $a \geq b-c$. 4. Si $a-c < b$, alors $a < b+c$. 5. Si $a < b$ et $c < d$, alors $a+c < b+d$.

Remarque 5:

Dans la suite, on utilisera assez souvent les points 2, 3 et 4 de cette propriété.

II.1.B. Ordre et multiplication :

Activité 5 :

A. Dans chacun des cas ci-dessous, compare a et b puis ac et bc. Quel règle peux-tu retrouver ?

1. $a=4$, $b=9$ et $c=2$; 2. $a=4$, $b=9$ et $c=-2$; 3. $a=-\frac{5}{2}$, $b=3$ et $c=4$;
4. $a=-\frac{5}{2}$, $b=3$ et $c=-4$; 5. $a=-2$, $b=-5$ et $c=\frac{1}{2}$; 6. $a=-2$, $b=-5$ et $c=-\frac{1}{2}$.

B. *Soient a, b et c trois réels. Recopie et complète le tableau suivant :*

	Signe de b-a	Signe de c	Signe de c(b-a)	Signe de bc-ac	Comparaison de bc et ac
$a>b$					
$a>b$					
$a<b$					
$A<b$					

Propriété 2 :

Soient a, b et k trois des réels, les nombres ac et bc sont

- *dans le même ordre que a et b si c est strictement positif. Et on écrit :*

$$c>0 \quad \text{et} \quad \begin{cases} a<b \text{ alors : } ac<bc \\ a>b \text{ alors : } ac>bc \end{cases}$$

- *dans l'ordre inverse si c est strictement positif. Et on écrit :*

$$c<0 \quad \text{et} \quad \begin{cases} a<b \text{ alors : } ac>bc \\ a>b \text{ alors : } ac<bc \end{cases}$$

II.2. Notion d'inéquation du premier degré à une inconnue:

Activité 6:

Une agence de location de véhicules propose les deux tarifs suivants :

- *1^er tarif : forfait 8 000 UM plus 10UM par kilomètre parcouru.*
- *2^ème tarif : 4 000 UM plus 18UM par kilomètre parcouru.*

A quelle condition sur la distance parcourue d en kilomètres le 1^er tarif est le plus avantageux pour le client ?

Remarque 6:

Les valeurs de d sont solutions de l'inéquation suivante :

$8\,000 + 10d \leq 4\,000 + 18d$

Définition 2 :

- *Une inéquation à une inconnue est une inégalité dans laquelle intervient une lettre dont on ignore la valeur.*
- *Résoudre une inéquation c'est chercher la (ou les) valeur(s) de l'inconnue qui la vérifie(nt).*

Exemple 4:

- $-2x \leq 1$ *est une inéquation à une inconnue (notée* x*) ;*
- $3y + 5 > -2$ *est une inéquation à une inconnue (notée* y*) ;*
- $-1 \geq -z + \sqrt{3}$ *est une inéquation à une inconnue (notée* z*) ;*
- $-t + 3\sqrt{5} < \frac{4}{7}$ *est une inéquation à une inconnue (notée* t*) ;*
- $u + \pi \leq 9 - 6\sqrt{2}$ *est une inéquation à une inconnue (notée* t*) ;*
- $x + \sqrt{2} < y - 6$ *est une inéquation à deux inconnues (notées* x *et* y*).*

Remarque 7:

Dans ces inéquations, intervient uniquement la lettre désignant l'inconnue : on dit que ces inéquations sont du premier degré.

II.3. Résolution d'inéquations du premier degré à une inconnue:

II.2.A. Résolution des inéquations du type $ax \leq b$, $ax \geq b$:

Activité 7:

En appliquant la propriété 2; résous les inéquations dans les cas suivants :

$3x \leq 7$; $-5y < \sqrt{75}$; $\sqrt{8}\, z > -6\sqrt{2}$; $-\sqrt{5}\, t \geq 10 + 3\sqrt{15}$; $(\sqrt{3} - \sqrt{7})\, u \leq \frac{8}{3}$.

Donne les solutions sous la forme la plus simple possible.

Remarque 8:

Pour mieux discerner les solutions des inéquations, on peut les représenter sur une droite graduée.

Exemple 5:

Résous l'inéquation : $2x \leq 5$

Réponse :

On multiplie les deux membres de l'inéquation par $\frac{1}{2}$,

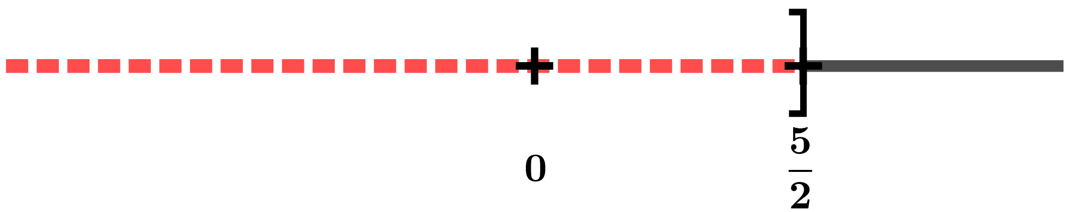
$$\frac{1}{2} \times 2x \leq 5 \times \frac{1}{2}$$

$$\frac{2x}{2} \leq \frac{5}{2}$$

$$x \leq \frac{5}{2}.$$

Les réels qui vérifient cette inéquation sont tous les réels inferieurs ou égaux à $\frac{5}{2}$. *Autrement dit l'ensemble des solutions de cette inéquation est l'ensemble des réels vérifiant la condition :* $x \leq \frac{5}{2}$. *Voici une représentation graphique*

Les points de la demi-droite pointillée sont l'ensemble des solutions de l'inéquation $2x \leq 5$.



Exercice d'application 2:

1. *Résous les inéquations suivantes:*

   $2x \geq 20$; $4x \leq 2\pi$; $-4x > \frac{1}{2}$; $\sqrt{6}x < 3\sqrt{2}$.

2. *En appliquant la propriété 1 transforme puis résous les inéquations suivantes :*

   $2x - 2 \geq 0$; $-4x + \frac{1}{2} \leq 0$; $x + \frac{2}{3} < 0$; $2x + 7 > 0$ $x + \sqrt{2} > 0$;

   $-\sqrt{3}x + 6 \leq 0$; $\sqrt{6}x - 12 \geq 0$; $-6x + 2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$; $\sqrt{8}x - 3\sqrt{2} \leq 4$.

II.2.B. Résolution des inéquations du type $ax + b \leq c$ ou $ax + b \geq C$:

Activité 8:

En appliquant la propriété 1 et 2; résous les inéquations dans les cas suivants :

$3x-5 \geq 7$; $1-5y > \sqrt{125}$; $\sqrt{18}z + 9 \leq -6\sqrt{2}$; $2 - \sqrt{5}t < -8 + 3\sqrt{45}$; $(\sqrt{3} - \sqrt{7})u > \frac{2\sqrt{12}}{3}$.

Donne les solutions sous la forme la plus simple possible.

Exemple 6:

Résous l'inéquation : $2x + 3 \geq -8$.

Réponse :

$2x + 3 - 3 \geq -8 - 3$

$2x + 0 \geq -11$

$2x \geq -11$

$\frac{1}{2} \times 2x \geq -11 \times \frac{1}{2}$

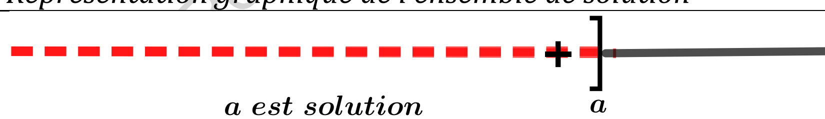
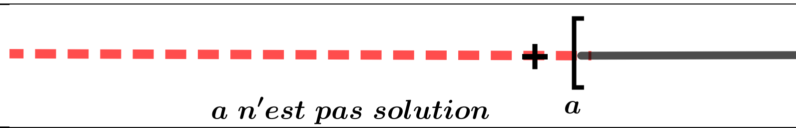
$\frac{2x}{2} \geq \frac{-11}{2}$

$x \geq \frac{-11}{2}$

L'ensemble des solutions de cette inéquation est l'ensemble des réels vérifiant la condition $x \geq \frac{-11}{2}$ *(Voir la représentation graphique ci-dessous)*

Résumé:

La résolution d'une inéquation, donne lieu à une inégalité. Le tableau ci-dessous donne des différents types d'inégalités :

Inégalité	*Représentation graphique de l'ensemble de solution*
$x \leq a$	
$x < a$	
$x \geq a$	
$x > a$	

Principe 2:

La technique de résolution d'une inéquation ressemble à la technique de résolution d'une équation.
Cependant, lors de la division par le coefficient de l'inconnue, si celui-ci est négatif, il faudra inverser le sens de l'inégalité.
Pour résoudre une inéquation du premier degré, on peut utiliser les étapes suivantes :

- *On développe, et on réduit les deux membres de l'inéquation ;*
- *On regroupe les constantes à droite en ajoutant la même valeur des deux côtés ;*
- *On regroupe les termes contenant l'inconnue à gauche en ajoutant la même valeur des deux côtés;*
- *On divise si possible des deux côtés par le coefficient de l'inconnue en faisant attention à son signe ;*
- *On conclut sur l'axe gradué des nombres relatifs en hachurant la partie qui n'est pas solution.*

Exemple 7:

Résous l'inéquation : $2(x+1)-(5x-2)>3(x+3)+4(x-1)$.

Réponse :

$2(x+1)-(5x-2)>3(x+3)+4(x-1)$ *Pour soustraire une différence, on soustrait*
$2(x+1)-5x+2>3(x+3)+4(x-1)$ *le premier terme et on ajoute le second*
$2x+2-5x+2>3x+9+4x-4$ *On développe chaque membre*
$-3x+4>7x+5$ *On réduit chaque membre*
$-3x+-7x>5+-4$ *On regroupe les termes en x*
$-10x>1$ *On divise par -10 qui est négatif, donc on*
$x<\frac{1}{-10}$ *Pense à changer le sens de l'inégalité*

Exercice d'application 3 :

Résous les inéquations suivantes et donne, pour chacune d'elles, une représentation graphique de l'ensemble des solutions.

$2x-2\geq 0$; $4x\leq 5$; $-4x+\frac{1}{2}=0$; $x+\frac{2}{3}<4$; $2x+7>0$; $\frac{2}{7}x-\frac{1}{3}\geq\frac{8}{7}$
$x+\sqrt{2}\leq 0$ $2(3x-5)-5(x-2)\leq 3(x+4)-2(5-2x)$;
$2(7x-4)-6(3x-1)<3(5-4x)-2(5x-6)$.

II.4. Mise en équation ou en inéquation d'un problème du premier degré:

II.4.A. Exemple de mise en équation d'un problème du premier degré:

Activité 9:

Trois enfants veulent acheter un ballon qui vaut 600 UM en partageant le frais. Le premier donne 50 UM de moins que le second qui lui même donne 50 UM de moins que le troisième.
Quelle sera la somme versée par chacun ?
Traduis le problème par une équation du premier degré, puis le résous.

Réponse :

1er étape : *Choix de l'inconnue*

On désigne par x la somme que doit verser le second enfant

2ème étape : *Traduire le problème par une équation*

La somme que doit verser le premier enfant est x-50 et celle que doit verser par le troisième est x+50, donc on a : $(x-50)+x+(x+50)=600$.

3ème étape : *Résolution de l'équation*

$(x-50)+x+(x+50)=600.$

$x-50+x+x+50=600.$

$3x=600.$

$x=200.$

La somme versée par le second est 200UM

Les sommes versées par les trois enfants 150UM ; 200UM et 250UM.

4ème étape : *Vérification*

$$(x-50)+x+(x+50)=(200-50)+200+(200+50)$$
$$=150+200+250$$
$$=350+250=600.$$

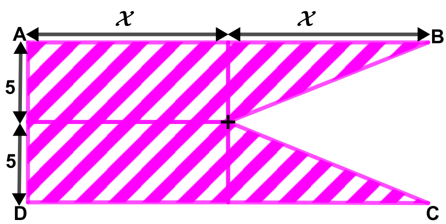
Principe 3:

Pour traduire un problème se ramenant à une équation du premier degré on doit passer par les étapes suivantes :

1. *Choix de l'inconnue : On pose par exemple x ou y l'inconnue de membre par le problème*
2. *Mise en équation : traduire le problème par une équation*
3. *Résolution de l'équation : trouver la (ou les) valeur(s) à l'inconnue précitée*
4. *Conclusion : vérifier la (ou les) valeur(s) trouvée(s) pour que l'équation soit exacte.*

Exercice d'application 4:

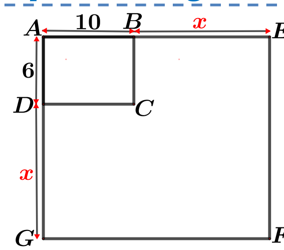
ABCD est un rectangle, l'unité de longueur est le centimètre. Trouvée x sachant que l'aire hachurée est 180 cm².



II.4.A. Exemple de mise en inéquation d'un problème du premier degré:

Activité 10: L'unité est le centimètre

On considère le rectangle ABCD ci-dessus.
On augmente ses dimensions d'une valeur x, pour obtenir un rectangle AEFG tel que la mesure de son périmètre soit inférieure ou égale à 96.
Ecris l'équation traduisant cette situation puis résous-la.

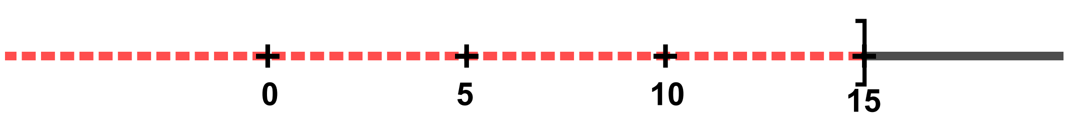


Réponse :

- *On choisit l'inconnue : Soit x la distance ajoutée aux dimensions du rectangle*
- *Mise en inéquation* $2(x+3)+2(x+10) \leq 96$ *(voir figure)*
- *Résoudre cette inéquation*

$$2(x+3)+2(x+10) \leq 96$$
$$2x+16+2x+20 \leq 96$$
$$4x+36 \leq 96$$
$$4x \leq 96-36$$
$$4x \leq 60$$
$$x \leq \frac{60}{4}$$
$$x \leq 15$$

Représentation graphique :



Les nombres vérifiant cette inéquation sont tous les nombres inferieurs à 15 et 15 lui-même.

Exercices divers

Exercice 1:

Résous dans ℝ les équations suivantes :

$2x = -9$; $2 - x = -7$; $-\frac{2}{3}x = 4$; $-\frac{2}{3}x = \frac{4\pi}{5}$; $5x + 8 = 0$; $5 - 4x = 0$.

Exercice 2:

Résous dans ℝ les équations suivantes en essayant d'appliquer une méthode systématique :

$2 - x = -7$; $3x + 5 = -\frac{7}{9}$; $7x - \frac{1}{4} = \frac{5}{11}$; $\sqrt{2} - 2x = 3\sqrt{2}$; $\frac{2}{7}x - \frac{6}{5} = \frac{9}{10}$

Exercice 3:

Résous dans ℝ les équations suivantes en essayant d'appliquer une méthode systématique :

$3x + 4 = 2x + 9$; $2x + 3 = 3x - 5$; $5x - 1 = 2x + 4$; $3x + 1 = 7x + 5$;
$5x + 2 = 9x + 7$.

Exercice 4:

Résous dans ℝ les équations suivantes :

$\frac{1}{2}x + 3 = x - 7$; $\frac{3}{2}x + 4 = 2x - 5$; $3x + 5 = -7x - \frac{1}{4}$;

$\frac{2}{3}x + \frac{9}{4} = -\frac{5}{6}x + \frac{15}{2}$

Exercice 5:

Résous dans ℝ les équations suivantes en supprimant d'abord les parenthèses :

$5 - (x - 3) = 4x - (3x - 8)$; $2 + x - (5 + 2x) - 7 = 3x + 7$; $4x + 3 - (x + 1) + 5 = 5x + 7$;
$2x + 1 - (2 + x) - 7 = 3x + 7$; $5(x - 1) + 3(2 - x) = 0$; $13x + 2 - (x - 3) = x - 5 - 3(x + 12) + 4x$.

Exercice 6:

Résous dans ℝ les équations suivantes en supprimant d'abord les parenthèses :

$7(x + 4) - 3(x + 2) = x + 7$; $2(x - 1) - 3(x + 1) = 4(x - 2)$;
$2\sqrt{2}(\sqrt{2} - 3x) + 1 = 3 - \sqrt{2}(x - 5\sqrt{2})$; $8(4 - 3x) + 1 = 53 - 3(x - 5)$;
$\sqrt{5}(x + 4) - 3(x + \sqrt{5}) = -3x + 2$; $\sqrt{3}(x - 1) + 3(x + 1) = 4(x - 2\sqrt{3})$.

Exercice 7:

Résous dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$\frac{2x-3}{3}=\frac{1}{4}\ ;\quad \frac{3+2x}{2}=\frac{7x-2}{3}\ ;\quad \frac{x+3}{2}-\frac{4x-3}{3}-1=\frac{5x-12}{6}\ ;$$

$$\frac{3-2x}{5}-\frac{x-2}{10}=\frac{5x+2}{2}-\frac{1}{5}\ ;\quad \frac{2x+3}{6}-\frac{x-3}{6}=\frac{x+2}{3}+2\ ;\quad \frac{x-1}{4}-5=\frac{2x-3}{2}+\frac{3}{4}\ ;$$

$$\frac{4x-3}{4}-\frac{3x-8}{8}+\frac{5x-2}{2}=\frac{2(3x-2)}{7}.$$

Exercice 8:

Résous dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$\frac{2x-7}{2}=\frac{8}{2x-7}\ ;\quad \frac{5x-3}{x-2}=-\frac{5}{x}\ ;\quad \frac{x-3}{x+3}=\frac{x-1}{x-3}\ ;\quad \frac{-3}{x+1}+\frac{3}{x(x+1)}=\frac{5}{x}\ ;$$

$$\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x}+\frac{1}{x-1}=0.$$

Exercice 9:

Le personnel d'une entreprise est composé d'hommes et de femmes. L'entreprise emploie 107 personnes. Si elle embauche 8 femmes de plus alors la composition de femmes représente les 40% de l'effectif total. Combien de femmes y a-t-il dans cette entreprise ?

Exercice 10:

Dans un jardin, le tiers de la surface est recouvert par des fleurs, un sixième par des plantes vertes et le reste, soit 150 m^2, est occupé par la pelouse. Quel est l'aire de ce jardin ?

Exercice 11:

On partage 9 800 ouguiyas entre 3 personnes. La première reçoit 240 ouguiyas de moins que la seconde et la part du troisième est égale aux trois quarts de la somme des parts des deux autres. Calcule la part de chaque personne.

Exercice 12:

La recette d'un match s'élève à 365 000 ouguiyas. Les spectateurs ont le choix entre deux possibilités. Soit prendre une place dans les tribunes à 500 ouguiyas soit prendre une place dans les "populaires" à 300 ouguiyas. II y a eu 1 000 spectateurs.
Combien de spectateurs ont pris place dans les tribunes ?

Exercice 13:

Dans une salle de spectacle, il y a des places à 150 ouguiyas, 200 ouguiyas et 250 ouguiyas. Le nombre de places à 200 ouguiyas est le double du nombre de places à 250 ouguiyas.
Le nombre de places à 150 ouguiyas est la moitié du nombre total de places.
Lorsque la salle est pleine la recette est de 94 600 ouguiyas.
Détermine le nombre de places de cette salle de spectacle.

Exercice 14:

Détermine, pour chacun des nombres −5 ; −2; −1 ; 0 ; 1 ; 3, lesquelles des inégalités suivantes il vérifie :

$-2x \leq 3$; $x-2 \leq 3$; $x+2 \leq \sqrt{3}$; $\sqrt{7}x-4 \geq 3x$; $9x - \frac{1}{2} \geq 4x$;

$(x-3)(x+2) \leq 0$; $\frac{x-3}{x-2} \leq 0$.

Exercice 15:

Résous dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes puis donne une représentation des solutions:

$-2x \leq 13$; $12x \leq \sqrt{3}$; $-2+x \leq \sqrt{12}$; $-7x-4 \geq 3$; $2-x \leq 13$; $-7x+4 \geq -3$;

$-2+5x \leq 13$; $\frac{1}{2}x-4 \geq 3$; $-\frac{2}{3}+x \leq 13$; $-x\sqrt{7}-4 \geq 3$; $-2x-\sqrt{24} \geq 6$;

$-2+x \leq \sqrt{13}$; $-3\sqrt{2}x-5 \geq 10$.

Exercice 16:

Résous dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes puis donne une représentation des solutions:

$3x-2 \leq x+4$; $3x+2 > 5x-2$; $2x+2 \geq x-5$; $2+x \geq 3x-4$; $4x-3 < -2x+3$; $\frac{1}{2}x+4 \leq 2$

$\frac{1}{2}x+3 < x-7$; $\frac{3}{2}x+4 > 2x-5$; $3x+5 \geq -7x-\frac{1}{4}$; $\frac{2}{3}x+\frac{9}{4} \leq -\frac{5}{6}x+\frac{15}{2}$.

Exercice 17:

Résous dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes en supprimant d'abord les parenthèses

$5 - (x - 3) > 4x - (3x - 8)$; $2 + x - (5 + 2x) - 7 \geq 3x + 7$;

$4x + 3 - (x + 1) + 5 < 5x + 7$; $2x + 1 - (2 + x) -7 \leq 3x + 7$;

$5(x - 1) + 3(2 - x) = 0$; $13x + 2 - (x - 3) < x - 5 - 3(x + 12) + 4x$.

Exercice 18:

Résous dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes en supprimant d'abord les parenthèses

$7(x + \frac{1}{2}) - 3(x + \frac{7}{2}) \leq x - \frac{1}{2}$; $\sqrt{8}\,(4 - 3x) + 1 > x\sqrt{2} - 2(x+5\sqrt{2})$;

$7(x + \sqrt{11} - 3(x + 2\sqrt{11}) \leq x + 7$; $2(x - \frac{2}{3}) - 3(x + \frac{3}{4}) \geq 4(x - \frac{1}{5})$;

$\frac{2}{7}(4-3x) + 1 > 3 - \frac{3}{7}(x-5)$; $\sqrt{6}\,(x -1) - 3\sqrt{6}\,(x +1) \geq 4\sqrt{2}\,(2 - x\sqrt{3})$.

Exercice 19:

Résous dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes puis donne une représentation des solutions:

$\frac{2x-3}{3} \leq \frac{1}{4}$; $\frac{3+2x}{2} \geq \frac{7x-2}{3}$; $\frac{x+3}{2} - \frac{4x-3}{3} - 1 > \frac{5x-12}{6}$;

$\frac{3-2x}{5} - \frac{x-2}{10} \leq \frac{5x+2}{2} - \frac{1}{5}$; $\frac{2x+3}{6} - \frac{x-3}{6} < \frac{x+2}{3} + 2$; $\frac{x-1}{4} - 5 \geq \frac{2x-3}{2} + \frac{3}{4}$;

$\frac{4x-3}{4} - \frac{3x-8}{8} + \frac{5x-2}{2} \geq \frac{2(3x-2)}{7}$.

Exercice 20:

Le fixe du salaire mensuel d'un représentant d'une société est de 11 000 ouguiyas. Le salaire mensuel global est constitué de ce fixe augmenté d'une commission de 4% sur le montant des ventes du mois. Détermine le montant des ventes si le représentant a touché 15 000 ouguiyas.

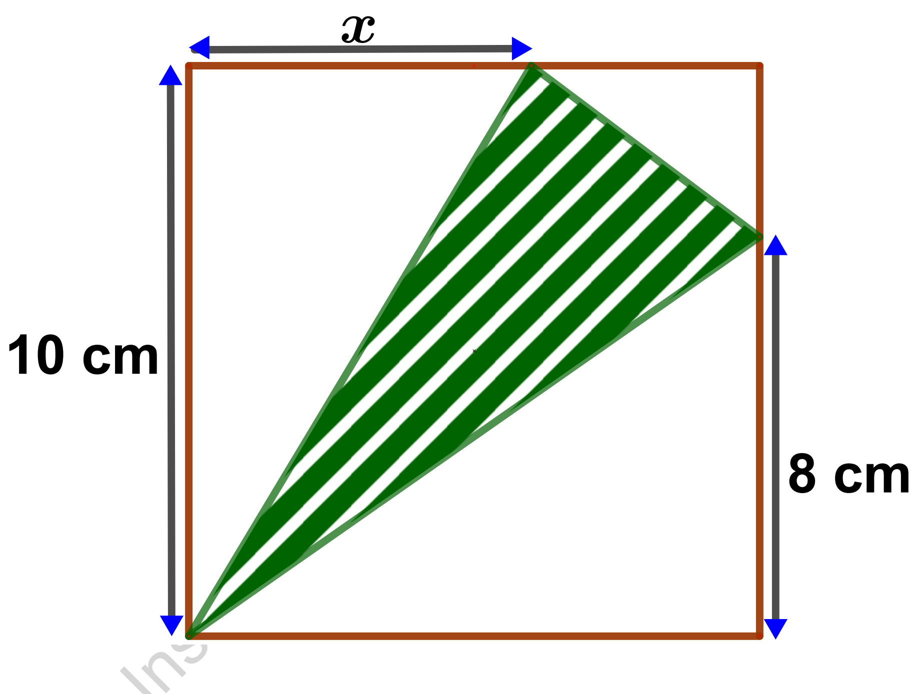
Quel doit être le montant mensuel des ventes pour que son salaire global soit supérieur à 20 000 ouguiyas?

Exercice 21:

Une mère a deux enfants. Le fils a 5 ans de moins que sa sœur, qui a 20 ans de moins que sa mère. La somme de leurs âges dépasse 70 ans. L'âge de la mère est plus du double de celui de sa fille. Quel est l'âge de chacun? (Les âges sont exprimés en nombres entiers.)

Exercice 22: Triangle inscrit d'un carré

Pour quelles valeurs de x , l'aire du triangle hachuré est-elle inférieure ou égale au quart de l'aire du carré ?



Exercice 23:

La somme de trois entiers consécutifs est plus grande que 367, mais plus petite que 372. Quels sont ces trois entiers?

Exercice 24:

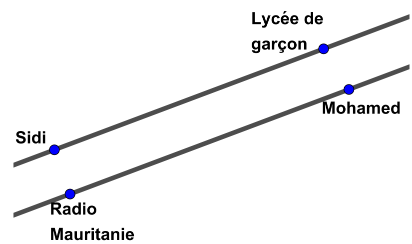
a. *Existe-t-il cinq entiers positifs consécutifs tels que : la somme des carrés des deux plus grands soit supérieure à la somme des carrés des trois autres?*
b. *Peux-tu trouver tous les quintuples nombres qui vérifient cette condition ?*

VECTEURS ET TRANSLATION

I. Vecteur géométrique :

I.1. Notion de vecteur :

Activité 1:



Examine la figure ci-contre représentant les avenues Unité Nationale et El-Emel à Nouakchott.

1. *Que peux-tu dire des directions de ces deux avenues ?*
2. *Mohamed quitte Radio-Mauritanie pour aller chez lui et Sidi va de chez lui au Lycée Garçons 2.Que peux tu dire des directions de trajets de Sidi et Mohamed ?*
3. *Si Mohamed quitte chez lui pour aller à Radio – Mauritanie. Que peux-tu dire des sens des parcours de Mohamed et Sidi.*

Remarque 1:

Sur les deux avenues représentées par deux droites parallèles, on définit deux sens de parcours, une même direction et une longueur du trajet.

Définition 1:

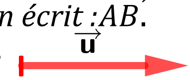
Lorsqu'on choisit deux points distincts A et B, dans cet ordre, on définit :

- *Une direction : Celle de la droite (AB) ;*
- *Un sens : Celui de A vers B ;*
- *Une longueur : la longueur du segment [AB] ;*

On dit que ces deux points A et B définissent un vecteur noté : $\overrightarrow{AB}$ et on lit « vecteur AB »

Remarque 2:

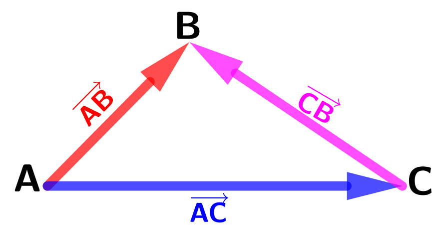
- *Il faut faire la distinction entre les notations AB, (AB), [AB), [AB] et $\overrightarrow{AB}$.*
- *On représente un vecteur par une flèche dont l'origine et l'extrémité sont indiquées, comme dans figure ci-contre.* 

- *Pour nommer un vecteur on utilise souvent deux lettres et on écrit :$\overrightarrow{AB}$.*
  On peut également nommer un vecteur par une seule lettre 

- *Si A=B (A et B sont confondus), $\overrightarrow{AB}$ est le vecteur nul, noté $\vec{0}$.*

Exemple 1:

Étant donnée trois points A, B et C comme indiqué. On représente les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{AC}$.(voir figure ci-contre)



I.2. Égalité de vecteurs :

Activité 2:

Sur un quadrillage, on considère trois points A, B et C .

1. On déplace A de 3 carreaux vers la droite et 4 carreaux vers le haut on obtient un point noté A' par le même procède construits B' et C'
2. Que peux – tu dire des droites (AA'), (BB') et (CC') ?
3. Compare les longueurs AA', BB' et CC' puis les sens de parcours de A vers A', de B vers B' et de C vers C' ?

Remarque 3:

Les couples des points (A , A'), (B , B') et (C , C') définissent la même direction celle des droites (AA'), (BB') et (CC'), la même longueur (AA' = BB'= CC') et le même sens (celui de A vers A', de B vers B' et de C vers C')

On dit que ces couples définissent des vecteurs égaux et on écrit: $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'}$.

Définition 2:

Deux vecteurs sont égaux s'ils ont :

a. La même direction ;
b. Le même sens ;
c. La même longueur.

II. Vecteurs et premières propriétés :

II.1. Vecteurs et parallélogramme :

Activité 3 :

Construis un parallélogramme ABCD.

1. Écris, à partir de cette configuration, des égalités de vecteurs
2. Que peux tu dire des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BA}$ (de la direction, du sens et des longueurs). On dit que ces vecteurs sont opposés.
3. Donne d'autres exemples de vecteurs opposés.
4. On donne 4 points A, B, C et D tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$
   a. Représente ces vecteurs ;
   b. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?

Propriété 1:

- *Si ABCD est un parallélogramme alors* $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$;
- *SI* $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ *alors le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.*

II.2. Vecteur et milieu d'un segment:

Activité 4 :

1. *Construis un segment [AB] de longueur 8 cm. Place le point I milieu du segment [AB]. Que peux-tu dire des vecteur* $\overrightarrow{AI}$ *et* $\overrightarrow{IB}$
2. *On donne trois points C, D et J tels que* $\overrightarrow{CJ} = \overrightarrow{JD}$.
   a. *Représente ces points*
   b. *Que peux-tu dire de J.*

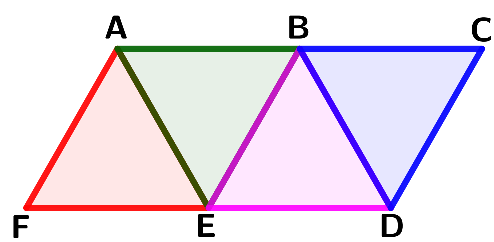
Propriété 2:

- *Si I est le milieu de [AB], alors* $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$
- *Si trois points A, B et I sont tels que* $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$, *alors I est le milieu de segment [AB].*

Exercice d'application 1:

On donne la figure ci-dessous,composée de quatre triangles équilatéraux égaux.

1. *Cite tous les vecteurs égaux à* $\overrightarrow{AF}$; *à* $\overrightarrow{AE}$.
2. *Cite tous les vecteurs opposés à* $\overrightarrow{AB}$
3. *Quelle est la nature de ABEF ?*
4. *Soit O le milieu de [BE]. Montre que :* $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OD}$ *et* $\overrightarrow{CO} = \overrightarrow{OF}$.



III. Translation :

III.1. Notion de translation :

Activités 5 :

Sur un quadrillage on considère un point A se trouvant sur un nœud. On déplace le point A de deux carreaux à gauche et de 4 carreaux vers le bas ; on obtient un point A'.

1. *Choisis un point B, puis construis B' obtenu par le procédé ci-dessus. Que peux–tu dire du quadrilatère AA'BB' ? En déduis que* $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BA'}$.
2. *Reprends, la question précédente en choisissant deux autres points M et N.*

Remarque 4:

On dit que B', M' et N' sont les images respectives des points B, M, N par le déplacement évoqué ci-dessus appelé la translation de vecteur $\overrightarrow{AA'}$

Activité 6 :

Étant donné un vecteur $\overrightarrow{AB}$ *et quatre points I, J, K et L.*

1. *Construis le point I' pour que ABII' soit un parallélogramme*
2. *Construis de même J', K' et L'pour que ABJ'J, ABK'K et ABL'L soient des parallélogrammes.*
3. *Complète :* $\overrightarrow{I?} = \overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{?J'} = \overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{K?} = \overrightarrow{A?}$

Définition 3:

Etant donné un point M et un vecteur $\overrightarrow{AB}$*, on appelle translaté ou l'image de M par la translation de vecteur* $\overrightarrow{AB}$*, notée* $t_{\overrightarrow{AB}}$ *, le point M' tel que :* $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AB}$.
Le point M' est appelé aussi le transformé du point M et on note : $t_{\overrightarrow{AB}}: M \mapsto M'$.

III.2. Premières propriétés d'une translation :

Activité 7:

ABCD un trapèze rectangle en A de bases $[AB]$ *et* $[CD]$*. I et J deux points (I≠J).*

1. *Construis la figure*
2. *Construis A', B', C' et D' les images respectives des points A, B, C et D par la translation de vecteur* $\overrightarrow{IJ}$.
3. *Soit K un point du segment [AD]. construis son image K' pour la translation* $t_{\overrightarrow{IJ}}$*. Que constantes-tu ? Que peux-tu dire dans le cas où K est le milieu de* $[AD]$*? Qu'en déduit-on ?*
4. *Choisis trois points M, N et P respectivement sur les droite* (AD), (AB)*et* (DC)*, puis construis leurs images par* $t_{\overrightarrow{IJ}}$
5. *Quelles sont les images des droites (AD), (AB) et (DC) par la translation* $t_{\overrightarrow{IJ}}$.
6. *Compare les angles* $\widehat{CBA}$ *et* $\widehat{C'B'A'}$.

De l'activité précédente et de l'exercice qui suit, on admet que par une translation :

Propriété 3:

- *Des points alignes ont pour images des points alignés.*
- *Une droite à pour image une droite de même direction (parallèle)*

- *Un segment à pour image un segment de même longueur.*
- *Le milieu d'un segment a pour image le milieu du segment image.*
- *Un cercle a pour image un cercle de même rayon*
- *Un angle a pour image un angle de même mesure.*
- *Deux droites perpendiculaires ont pour images deux droites perpendiculaires*
- *Deux droites parallèles ont pour images deux droites parallèles.*

Exercices d'application 2:

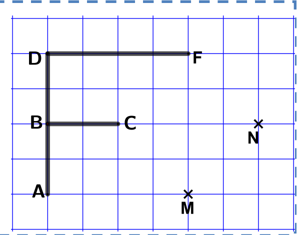
Soit un triangle ABC rectangle en A et soit I le milieu de $[AC]$.

1. *On considère la translation qui transforme B en I.*
   a. *Construis les images A' et C' de A et C par cette translation*
   b. *Que dire du triangle A'I C' ?*
   c. *Démontre que (AC) est perpendiculaire à (A'I)*
2. *Soit J le milieu de $[IC]$.*
   a. *Construis les images D et E des points B et C par la translation qui transforme A en J.*
   b. *Que dire du triangle JDE ? Justifie ta réponse*
   c. *Quelle est l'aire du polygone ABDEC ?*

III.3. Image d'une figure par une translation :

Activité 8:

Une teinturière veut reproduire son initiale figure (F) sur des nappes. Elle place deux points M et N. Aide-la à construire l'image de F par la translation qui transforme M en N. Fais la réalisation sur ton cahier.



Propriété 4:

L'image d'une figure $\mathscr{F}$ par une translation est une figure $\mathscr{F}'$ superposable à la figure à la première.

IV. Addition de deux vecteurs :

IV.1. Relation de Charles :

Activités 8:

Soit A, B et C trois points

Quelle est l'image du point A par la translation $t_{\overrightarrow{AB}}$, de B par la translation $t_{\overrightarrow{BC}}$ et de A par la translation $t_{\overrightarrow{AC}}$? Que remarques-tu ?

Remarque 5:

L'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ suivi de la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$ est la même que celle de A par la translation du vecteur $\overrightarrow{AC}$

Règle :

Étant donnés trois point A, B et C du plan, on admet que : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. Cette relation est appelée relation de Chasles . On dit que $\overrightarrow{AC}$ est la somme des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$.

Exercice d'application 3:

Complète les égalités suivantes en utilisant la relation de Chasles :

$\overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{JK} = \ldots..$; $\overrightarrow{TO} + \overrightarrow{OP} = \ldots..$; $\ldots + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BA}$

$\overrightarrow{E\ \ldots} + \overrightarrow{D\ \ldots} = \overrightarrow{ED}$, $\overrightarrow{A\ \ldots} + \overrightarrow{B\ \ldots} = \overrightarrow{\ldots A}$.

Remarque 6:

Le vecteur $\overrightarrow{AA}$ a pour longueur 0, on note ce vecteur $\vec{0}$ est on a : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA} = \vec{O}$ et on dit que $\overrightarrow{BA}$ est l'opposé de $\overrightarrow{AB}$ et on l'écrit : $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$

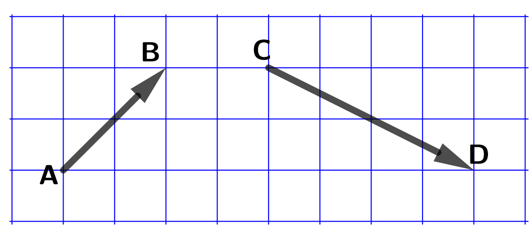
On écrit également :

De même $\overrightarrow{BB} = \overrightarrow{MM} = \overrightarrow{II} = \overrightarrow{JJ}$= ---- ---- --- = $\vec{O}$.

IV.2. Somme du deux vecteurs

Activité 9: *(Méthode pour faire la somme de deux vecteurs)*

Soit $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ deux vecteurs voir figure ci-contre.



1. *Construis B' l'image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{CD}$.*
   a. *Compare $\overrightarrow{BB'}$ et $\overrightarrow{CD}$.*
   b. *En déduis $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$.*
2. *Construis D' l'image de D par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$*
   a. *Compare $\overrightarrow{DD'}$ et $\overrightarrow{AB}$.*
   b. *En déduis $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AB}$.*
3. *Que peux-tu conclure ?*

De cette activité précédente on peut tirer la propriété suivante

Propriété 5:

Soient $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AB}$ deux vecteurs alors : $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AB} + \vec{0} = \overrightarrow{AB}$

Exercice d'application 4:

1. *Construis un carré ABCD de centre O*
2. *Construis les vecteurs $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{OC}$;*
3. *Simplifie les sommes : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB}$;*

IV.2. Somme du deux vecteurs et parallélogramme :

Activité 10:

Partie 1 :

Soit MNPQ un parallélogramme.

1. *Complète :*

   $\overrightarrow{M?} = \overrightarrow{?Q}$; $\overrightarrow{M?} = \overrightarrow{?N} + \overrightarrow{?P}$.

2. *En déduis que $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MQ}$*

Partie 2:

Soient O, A et B trois points non alignés. Soit D le point tel que $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$.

1. *Construis le point D. Quelle est la nature de quadrilatère (OADB) ?*
2. *Pour justifier la réponse à la question précédente*
   a. *Complète les égalités vectorielles suivantes :*

      $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{?A} + \overrightarrow{?D}$;

      $= \overrightarrow{O?} + \overrightarrow{O?}$

   b. *En déduis que : $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AD}$. Conclus .*

***Propriété 6 :* Règle du parallélogramme**

Soient A, B, C et D quatre points.

Dire que $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ équivaut à dire ABCD est un parallélogramme.

Méthode de construction d'une somme de deux vecteurs :

On remplace l'un des deux vecteurs par un représentant :

- *soit de même origine afin d'utiliser la règle du parallélogramme ;*
- *soit dont l'origine est l'extrémité de l'autre afin d'utiliser la relation de Chasles*

Exercice d'application 5:

EFGH est un parallélogramme de centre O.

1. *Construis les points S et T vérifiant :* $\overrightarrow{OT} = \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF}$; $\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{OH}$
2. *Démontre que* $\overrightarrow{OT} + \overrightarrow{OS} = \vec{0}$*. Que peux-tu en déduire?*
3. *Montre les égalités :* $\overrightarrow{EG} = \overrightarrow{ES} + \overrightarrow{ET}$; $\overrightarrow{FH} = \overrightarrow{FS} + \overrightarrow{FT}$.

V. *Vecteurs et centre de gravité d'un triangle :*

Activité 11:

Construis un triangle ABC puis trace les médianes $[AA']$, $[BB']$ *et* $[CC']$.
Elles se coupent en G, centre de gravité de ce triangle

1. *Construis le point D symétrique de G par rapport à A'*
2. *Quelle est la nature du quadrilatère BGCD ? Justifie ta réponse*
3. *Vérifie que G est le milieu de* $[AD]$.
4. *Démontre que* $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

Remarque 7:

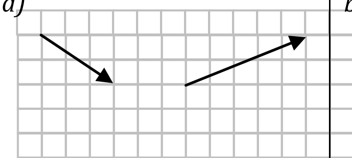
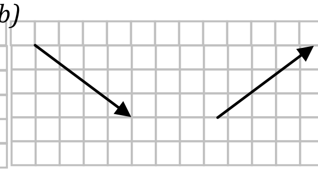
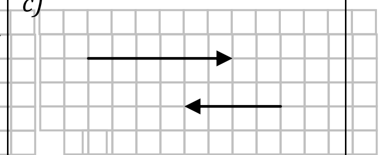
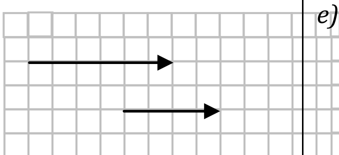
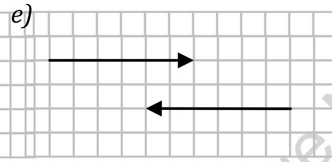
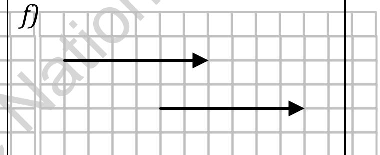
- *Si un point T vérifie la relation* $\overrightarrow{TA} + \overrightarrow{TB} + \overrightarrow{TC} = \vec{0}$*. On montre facilement que T est le centre de gravité du triangle, mais pour cela on a besoin d'introduire la notion de multiplication d'un vecteur par un entier ou par un réel de façon générale et on obtiendra ainsi une caractérisation vectorielle du centre de gravité.*

Cette notion de multiplication d'un vecteur par un réel est aussi nécessaire pour donner une caractérisation vectorielle de la droite des milieux.

Exercices divers

Exercice 1 :

Compléter par vrai ou faux : les vecteurs ont le(la) même :

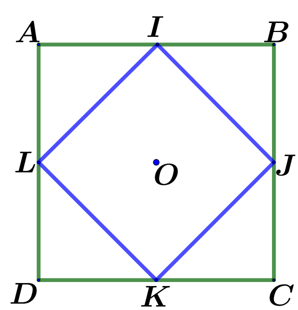
a) 			b) 			c) 		
Direction	*Sens*	*longueur*	*Direction*	*sens*	*longueur*	*Direction*	*sens*	*longueur*
d) 			e) 			f) 		
Direction	*Sens*	*longueur*	*Direction*	*sens*	*longueur*	*Direction*	*sens*	*longueur*

Exercice 2 :

ABCD est un carré, I, J, K, L les milieux des côtés.

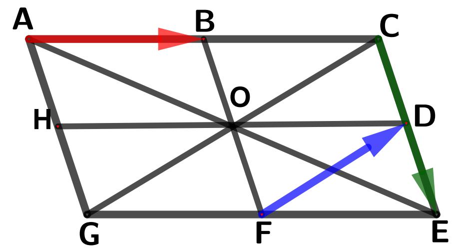
Complète le tableau suivant :

Vecteurs	*Même direction*	*Même sens*	*Même longueur*	*Vecteurs égaux*
$\overrightarrow{AI}$ *et* $\overrightarrow{KD}$	*oui*	*non*	*oui*	*non*
$\overrightarrow{IL}$ *et* $\overrightarrow{JK}$				
$\overrightarrow{IB}$ *et* $\overrightarrow{DC}$				
$\overrightarrow{IL}$ *et* $\overrightarrow{DB}$				
$\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{LJ}$				
$\overrightarrow{AL}$ *et* $\overrightarrow{AI}$				



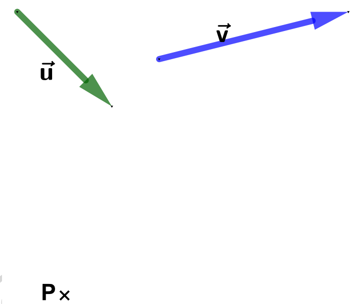
Exercice 3 :

Dans la figure ci-contre donne tous les vecteurs égaux à $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{FD}$ et $\overrightarrow{CE}$.



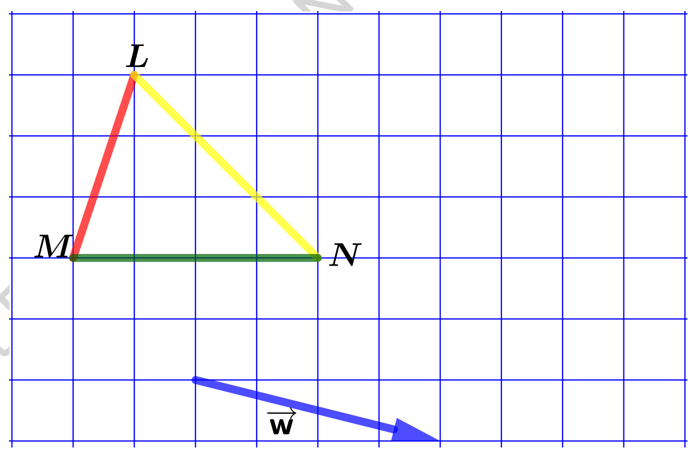
Exercice 4 :

Dans la figure ci-contre en utilisant la règle non graduée et le compas, place le point R, image du point P par la translation de vecteur $\vec{u}$ et le point S, image du point P par la translation de vecteur $\vec{v}$.



Exercice 5 :

Dans la figure ci-contre, en utilisant le quadrillage, trace le triangle L'M'N', image du triangle LMN par la translation de vecteur $\overrightarrow{W}$.



Exercice 6 :

Trace en triangle ABC.

Construis les points D, E et F tels que $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{CB}$

Cite des parallélogrammes de la figure.

Exercice 7 :

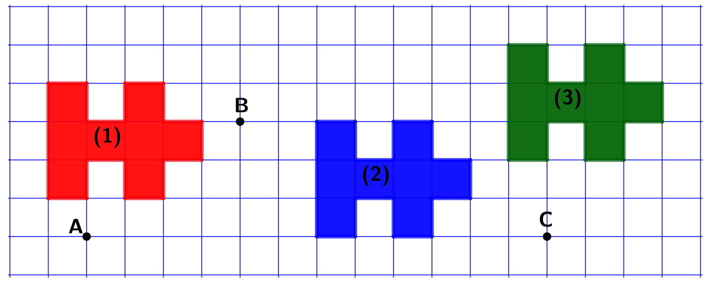
On considère un parallélogramme ABCD. I est le symétrique de B par rapport à A et J est le symétrique de D par rapport à C.

1) Écris les égalités de vecteurs relatives aux trois hypothèses.

2) Montre que IAJC est un parallélogramme.

Exercice 8 : Vrai ou faux

Réponds par vrai ou faux en justifiant ta réponse.

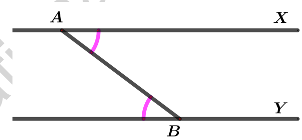


a. *Le motif 1 est l'image du motif 2 par la translation qui transforme C en B.*

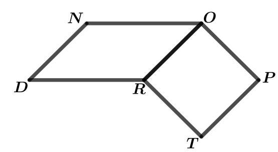
b. *Le motif 3 est l'image du motif 1 par la translation qui transforme A en C.*

c. *Le motif 3 est l'image du motif 2 par la translation qui transforme A en B.*

d. *Si MUSE est un parallélogramme alors E est l'image de M par la translation qui transforme U en S.*



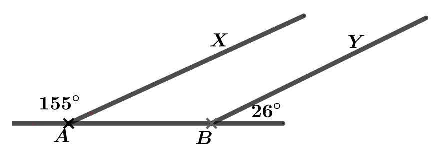
e. *La translation qui transforme A en B est la seule translation telle que la demi- droite [By) soit l'image de la demi-droite [Ax).*



f. *NORD et PORT étant des parallélogrammes, P est l'image de N par la translation qui transforme D en T.*

g. *Si le cercle $\mathscr{C}$ ' est l'image d'un cercle $\mathscr{C}$ par une translation, alors $\mathscr{C}$' est l'image de $\mathscr{C}$ par une symétrie axiale et par une symétrie centrale.*

h. *Si R est l'image de G par la translation qui transforme I en S, alors GRIS est un parallélogramme.*



i. *La demi-droite [By) est l'image de la demi-droite [Ax) par la translation qui transforme A en B .*

j. *La translation qui transforme A en B est la seule translation telle que (d') soit l'image de (d). Figure 1*

k. *La translation qui transforme A en B est la seule translation telle que [By) soit l'image de [Ax). Figure 2*

l. *Sur la figure ci-contre (d) est sa propre image par la translation qui transforme A en E. Figure 3*

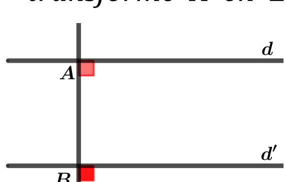


Figure 1

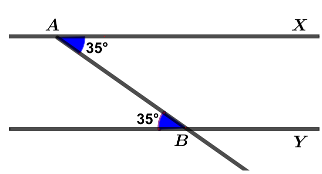


Figure 2

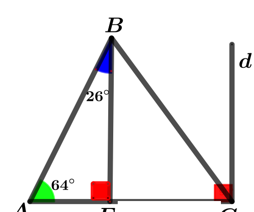
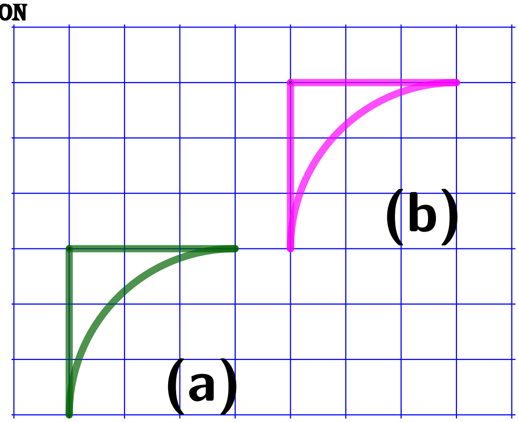


Fig 3

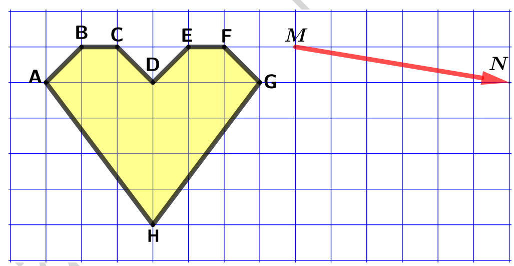
Exercice 9 :

Reproduis la figure ci-contre sur le quadrillage de ton cahier.
La figure (b) est l'image de la figure (a) par une translation .
Précise laquelle en marquant un point A et son image B.



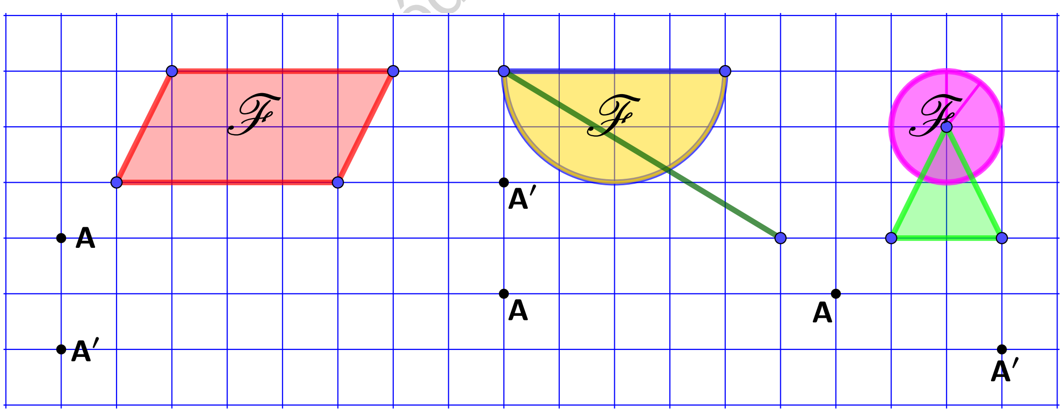
Exercice 10 :

Construis l'image du polygone ABCDEFGH par la translation qui transforme M en N.



Exercice 11 : En comptant les carreaux

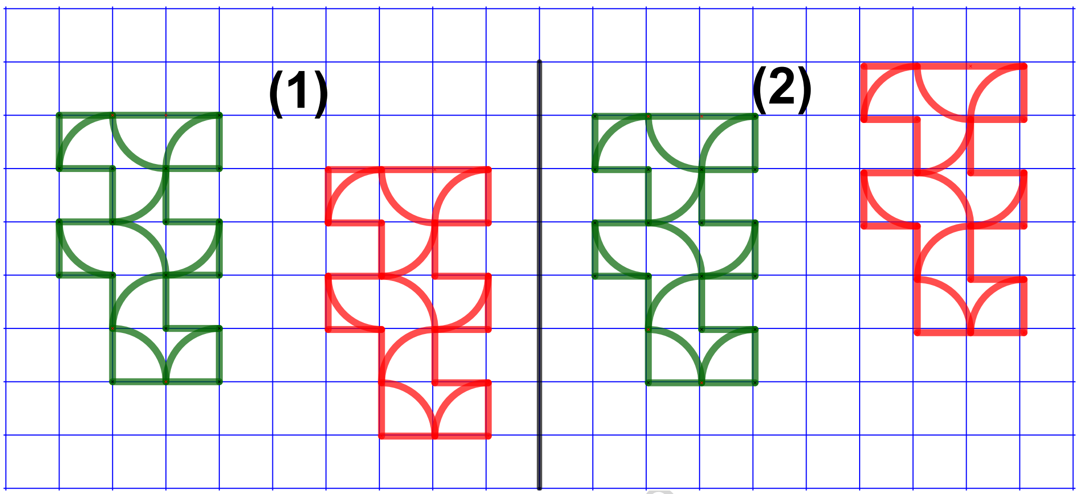
Dans chacun des cas suivants, reproduis la figure sur le quadrillage du cahier,



puis construis l'image de la figure ℱ par la translation qui transforme A en A'

Exercice 12 : Avoir le coup d'œil

Dans chacun des cas suivants, dis si la figure vert est l'image de la figure rouge par une translation.

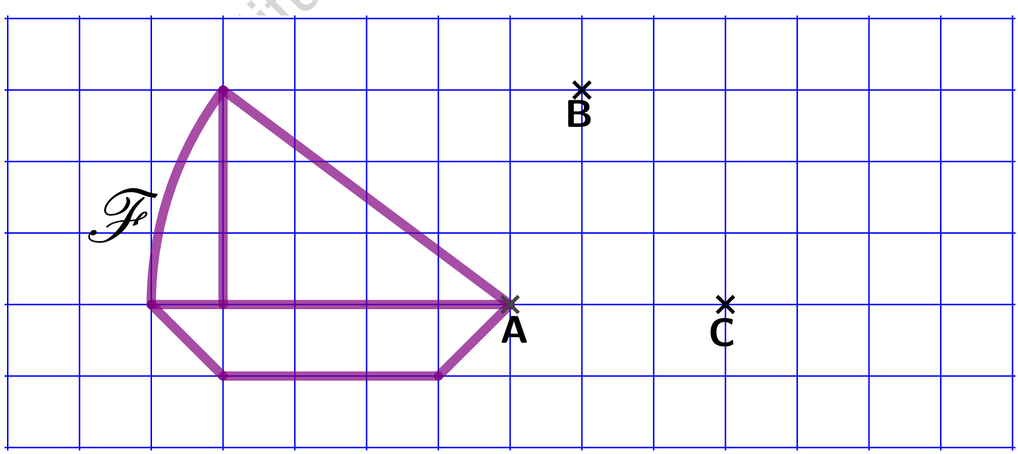


Exercice 13 : Le bateau

a. Reproduis la figure ci-contre sur le quadrillage du cahier.

b. Construis l'image ($\mathscr{F}_1$) de la figure ($\mathscr{F}$) par la translation qui transforme A en B.

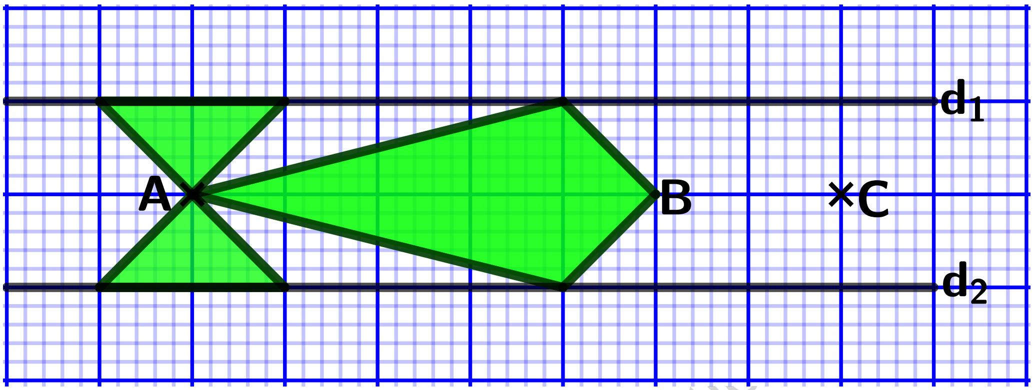
c. Construis l'image ($\mathscr{F}_2$) de la figure ($\mathscr{F}$) par la translation qui transforme A en C.



d. Que peut-on dire des figures ($\mathscr{F}_1$) et ($\mathscr{F}_2$).

Exercice 14 : Les poissons

a. Trace deux droites (d_1) et (d_2) sur toute la largeur de la page et reproduis le poisson (F) au centre de la page comme le montre la figure ci-dessous.



b. Construis les images F_1; F_2; F_3 de F par les translations qui transforment B en A ; A en B; A en C.

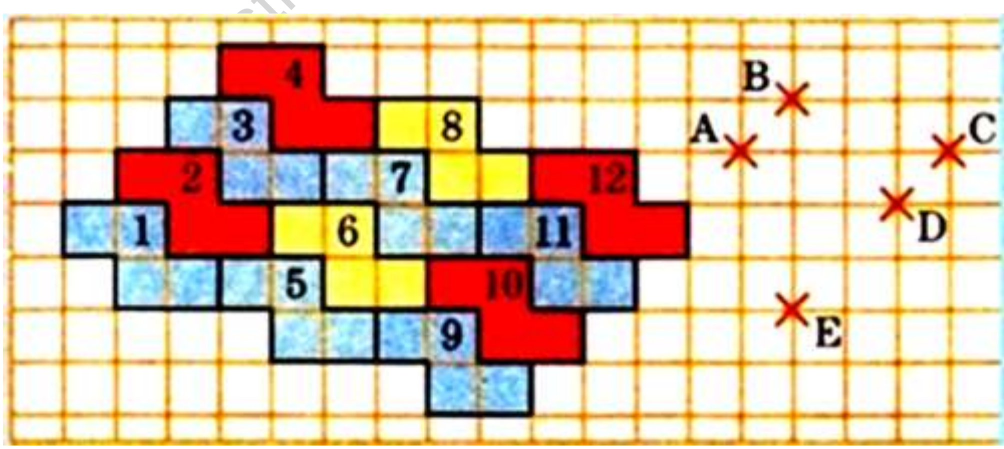
c. Construis l'image F_4 de F_1 par la translation qui transforme B en A.

d. Quelles sont les images de F_2; F_3 et F par la translation transformant C en A?

Exercice 15 : Dans tous les sens

Recopie et complète le tableau en observant la figure ci-dessous.

Le motif…	2	6		7	5	12	9	
Est l'image du motif		2	1		7		8	11
Par la translation qui transforme …	A en B		A en C	B en C		E en C		D en B



Construction avec les instruments

Exercice 16 : *Sur une feuille non quadrillée, trace un triangle ABC, place un point M à l'extérieur de ce triangle.*

a. Avec le compas seulement construis :
- *Le point N, image de B par la translation qui transforme A en M ;*
- *Le point P, image de C par cette translation.*

b. Trace le triangle MNP, image du triangle ABC.

Exercice 17:

Sur une feuille non quadrillée, trace un triangle ABC rectangle en B. Avec le compas et la règle non graduée. Construis les images du triangle ABC par les translations qui transforment A en B, B en C et C en A.

Exercice 18 :

a. Sur une feuille non quadrillée, trace une droit (d), place deux points E et F en dehors de (d), tels que (EF) ne soit pas parallèle (d). Avec la règle et le compas, construis la droite (d'), image de (d) par la translation qui transforme E en F.

b. Quelle est la droite (d') lorsque (EF) est parallèle à (d)?

Exercice 19 :

a. Sur une feuille non quadrillée, construis un triangle équilatéral ABC.

b. On appelle E et F les images respectives de B et C par la translation qui transforme A en C. Construis ces deux points ; quelle est la nature du triangle CEF ?

c. On appelle G et H les images de C et A par la translation transformant B en C. Construis ces deux points. Trace le triangle CGH.

d. Que peut-on dire des côtés et des angles du polygone ABEFGH ?

Avec les propriétés

Exercice 20 :

a. Sur une feuille non quadrillée, trace un cercle $\mathscr{C}$ de centre 0 et un diamètre [AB] de ce cercle. Place un point 0' à l'extérieur de $\mathscr{C}$ et construis le point B'. image de B par la translation t qui transforme 0 en 0'.

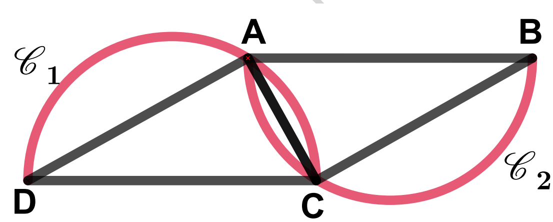
*b. Construis et définis le cercle $\mathscr{C}$ ', image de $\mathscr{C}$ par la translation **t**.*

Exercice 21 :

a. Construis un triangle ISO isocèle en S tel que IO = 3 cm et IS = 5 cm.
b. Place sur la demi-droite [IO) le point E tel que IE=7 cm.
c. Construis le point F image de 0 par la translation ***t*** qui transforme I en E.
d. Indique deux façons de construire le point G tel que EGF est l'image du triangle ISO. par la translation ***t***, Réalise ces constructions sur deux figures différentes.

Exercice 22 :

a. Sur une feuille non quadrillée, construis la figure F ci-dessous :
   - ABCD est un parallélogramme ; AB = 4 cm, AC= 2 cm ; (AC) ⊥ (AD).
   - $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ sont des demi-cercles de diamètre [DC] et [AB].



b. On appelle t la translation qui transforme D en A. Quelle est l'image du segment [DC] par t ? Définis et construis l'image de $\mathscr{C}_1$ par t.
c. On appelle E l'image de A par t. Construis E avec la règle, explique la construction.
d. Quelle est la nature du quadrilatère AEBC?

Propriétés, étude de figure.

Exercice 23 :

Trace un parallélogramme RAME. Par la translation qui transforme R en E, quelles sont les images:

a. du point A ?
b. de la droite (RA) ? de la droite (RE)?
c. du segment [RA] ? du milieu I de ce segment.

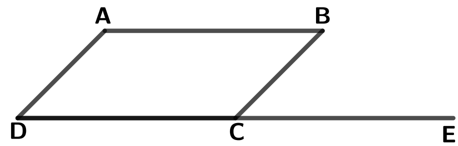
Exercice 24 : Trapèze

Trace un trapèze CHUT de bases [CH] et [UT].

a. Détermine les images de la droite (CH) par les translations t_1 ; t_2 ; t_3 et t_4 qui transforment : t_1 : C en H ; t_2 : C en T; t_3 : C en U; t_4 : T en U.
b. Détermine les images de la demi-droite [CH) par les translations t_2 et t_3.

Exercice 25 :

Trace un cercle $\mathscr{C}$ de centre 0 et un diamètre [AB] de cc cercle. Quelle est l'image de $\mathscr{C}$ par la translation qui transforme B en 0 ?

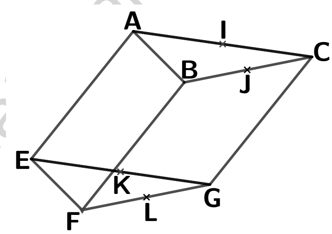


Exercice 26 :Translation et milieu

Sur la figure ci-dessus, ABCD est un parallélogramme, E est le symétrique de D par rapport à C. Dans la translation qui transforme D en C, quelles sont les images :

a) des points A et C ? b) du segment [AC] ?

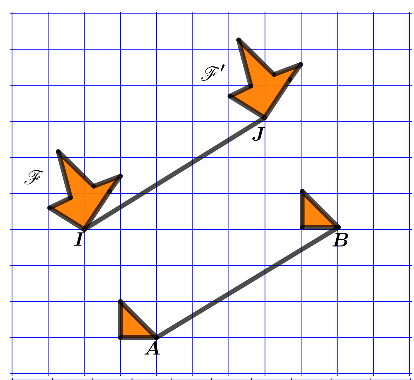
Exercice 27 : Parallélogramme et triangles



Sur la figure ci-contre, les quadrilatères AEFB et BFGC sont des parallélogrammes. I, J, K ct L sont les milieux des segments [AC], [BC], [EG] et [FG]. Dans la translation qui transforme B en F, quelles sont les images :

a. Des points A et C '?
b. Des segments [AB]. [BC] et [AC] ?
c. Des points I et J ? des médianes du triangle ABC ?

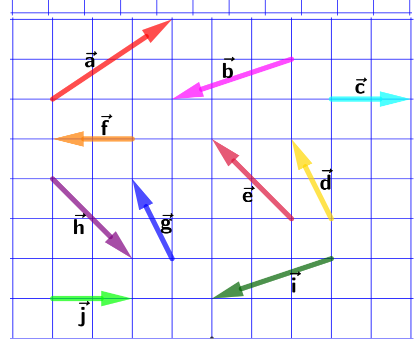
Exercice 28 :



Recopie et complète la description de la figure ci-contre .

a. $\mathscr{F}$ ' est l'image de $\mathscr{F}$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$
b. J est l'image de I par la translation qui transforme A en B, donc $\overrightarrow{...} = \overrightarrow{...}$

Exercice 29 :



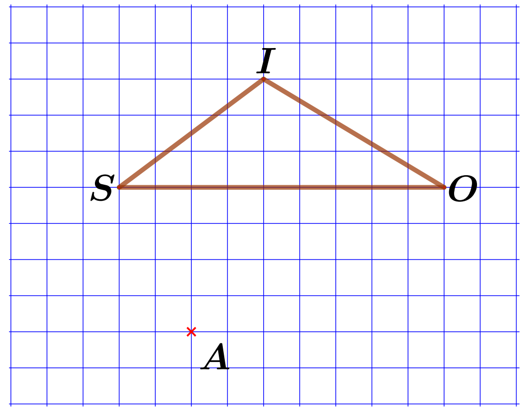
Parmi les vecteurs représentés ci-contre,

a. lesquels ont la même direction?
b. lesquels ont même direction et même sens ? Lesquels sont égaux?

Exercice 30 :

a. Reproduis la figure ci-contre sur un quadrillage et place les points B et C, respectivement images de S et 0 par la translation qui transforme I en A

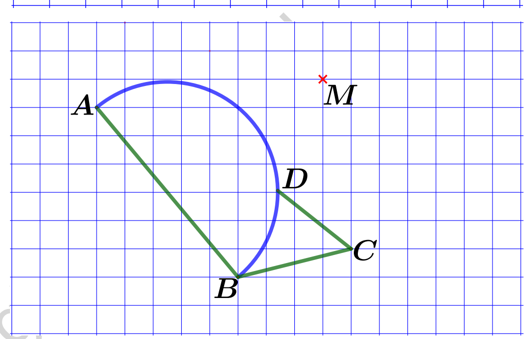
b. Complète les égalités $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{S.} = \overrightarrow{...}$ Schématise ces égalités vectorielles par des flèches. Trace le triangle ABC.



Exercice 31 :

a. Reproduis la figure ci-contre sur un quadrillage et construis l'image de F par la translation de vecteur $\overrightarrow{CM}$.

b. On appelle K et L les points tels que: $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{BL} = \overrightarrow{CM}$. On appelle I le milieu de [AB] et J celui de [KL]. Quelle est l'image de I par la translation de vecteur $\overrightarrow{CM}$? Que peut-on dire du vecteur $\overrightarrow{IJ}$?



Exercice 32 : Égalités vectorielles

Trace un triangle ABC. On appelle I le milieu de [AB], J le milieu de [BC] et K le milieu de [CA].

a. Cite tous les parallélogrammes de la figure.

b. Cite les vecteurs égaux au vecteur $\overrightarrow{JK}$, les vecteurs égaux au vecteur $\overrightarrow{KI}$. Schématise ces égalités par des flèches de même couleur.

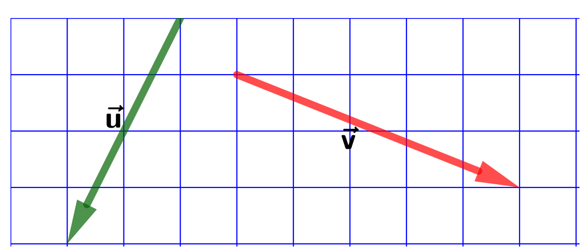
Somme de deux vecteurs

Exercice 33 :

Reproduis les vecteurs $\vec{U}$ et $\vec{V}$ sur le quadrillage du cahier.

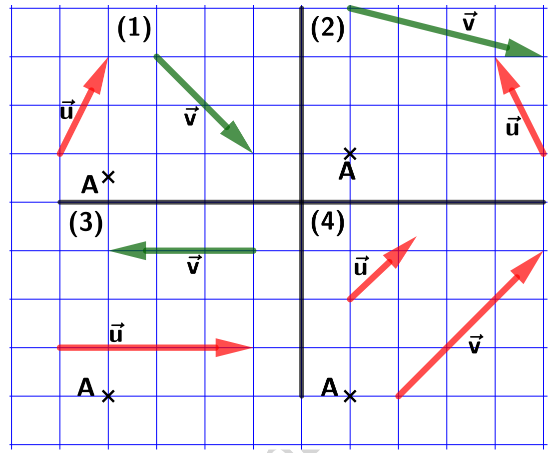
Place un point E, puis construis :

- Le point F, image de E par la translation de vecteur $\vec{U}$;
- Le point G, image de F par la translation de vecteur $\vec{V}$.



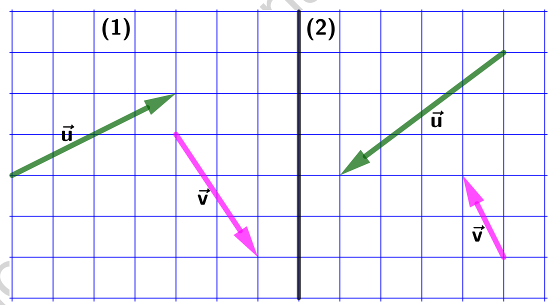
Exercice 34 : Avec un point intermédiaire

Dans chacun des cas suivants, reproduis les vecteurs $\vec{U}$ et $\vec{V}$ sur le quadrillage du cahier.
Place un point A. Construis le point C tel que : $\overrightarrow{AC} = \vec{U} + \vec{V}$ à l'aide du point B tel que: $\overrightarrow{AB} = \vec{U}$.



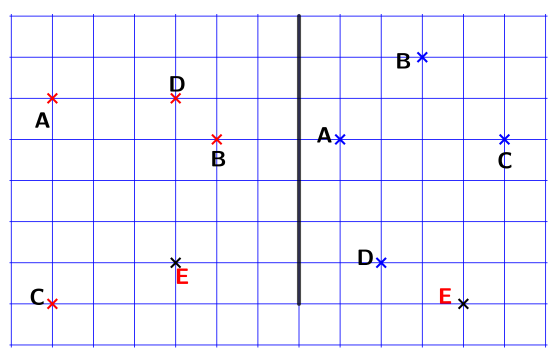
Exercice 35: Avec la règle du parallélogramme

Dans chacun des cas suivants, reproduis $\vec{U}$ et $\vec{V}$ sur le quadrillage du cahier. Place un point A.
Construis le vecteur $\overrightarrow{AC} = \vec{u} + \vec{v}$ à l'aide des points B et D tels que :
$\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ et $\overrightarrow{AD} = \vec{v}$.



Exercice 36 :

Dans chacun des cas suivants, place les points suivants A ; B ; C ; D et E sur le quadrillage du cahier en respectant leur disposition, puis construis le point F tel que
$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$.



Exercice 37 :

Trace un triangle ABC isocèle en C.

a. *Construis les points D et E tels que : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$.*
b. *Démontre que le quadrilatère ADEC est un losange. En déduis que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CE}$*
c. *Démontre que C est le milieu de [BE].*
d. *Démontre que le triangle BAE est rectangle.*

Exercice 38 :

1. *Trace un triangle ABD tel que AB=4,5 cm ; AD=3,5 cm et* $\widehat{BAD}$*=40°.*
2. *Construis le point C tel que* $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.
3. *Construis le point E, image du point D par la translation de vecteur* $\overrightarrow{BA}$.
4. *Montre que D est le milieu de [EC].*

Exercice 39 :

Trace un parallélogramme ABCD.

a. *Quels sont les points P et Q tels que :* $\overrightarrow{DP} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{CQ} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB}$
b. *Soit t la translation de vecteur* $\overrightarrow{AD}$*. Construis l'image E du point C par la translation t.*
c. *Trace en rouge, l'image du triangle ABC par la translation t.*
Montre que $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DE}$.

FONCTION LINÉAIRE

I. Proportionnalité : Rappels

Activité 1:

Voici des relevés effectués lors des téléchargements sur des ordinateurs

Durée (mn)	5	20	30
Nbre de messages	3	11	15

Durée (mn)	10	30	60	90	300
Mo Téléchargés	14	42	84	126	420

a- L'un de ces tableaux est un tableau de proportionnalité. Lequel ?

b- Pour ce tableau de proportionnalité recopie et complète :

≪ On multiplie par ……. pour passer de la 1er Ligne à la deuxième ligne≫.

Quelle est la signification de ce nombre pour la situation?

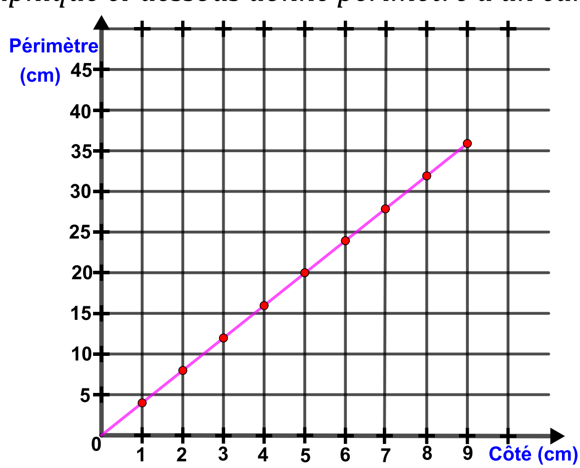
Remarque 1:

Ce nombre est appelé coefficient de proportionnalité.

Activité 2:

Partie1 : Utiliser la proportionnalité

Le graphique ci-dessous donne périmètre d'un carrée en fonction de son coté.



Complète le tableau suivant :

Mesure du côté du carré	2	4	6	8	…	x
Périmètre du carrée						

Partie 2: Tableau proportionnel

Le volume d'un prisme droit dont la surface de base est 40cm² est fonction de sa hauteur h

h (mm)	9	10	12	14	16	18	x
V (cm³)							

Complète ce tableau. Peux-tu écrire V = …..×h ?

II. Fonction linaire :

II.1. Notion de fonction linéaire :

Activité 3: (Un **tsunami**, du japonais tsu nami , litt. « vague du port »)

Dans l'océan pacifique, la vague de tsunami parcourt 400 Km en 30 mn. On suppose que la vitesse de cette vague est constante.

1. *Recopie et complète le tableau suivant :*

Durée	0	0,5	1	1,5	2	3	4	5
Distance parcourue								

2. *Exprime la distance d parcourue par la vague en fonction de la durée t*
3. *Le procédé qui à t associe le nombre 800t, on le note $d(t)$*
   a. *Calcule l'image 2.25 ;*
   b. *Détermine t pour que d(t)=3000 ;*
   c. *Interprète ces résultats pour la vague de tsunami.*

Définition 1 :

Étant donné un réel a, le procédé qui au nombre x associe le nombre ax est appelé fonction linéaire et on écrit $x \mapsto f(x) = ax$, le nombre a est le coefficient de la fonction linéaire et $f(x)$ est limage de x par f, on dit aussi que x est l'antécédent de $f(x)$.

Remarque 2:

Si est une fonction linéaire dont le coefficient est , alors $f(1) = a$.

Exercice d'application 1:

On propose ci–dessous 6 tableaux de valeurs est six relations mathématique

1. *Indique la relation qui correspond à chaque tableau*

Tableau 1 :

-5	0	5	12	x
105	100	95	88	?

Tableau 2 :

-5	0	5	12	x
10	0	-10	-24	?

Tableau 3 :

-5	0	5	12	x
90	100	110	124	?

Tableau 4 :

-5	0	5	12	x
-25	-50	-25	94	?

Tableau 5 :

-5	0	5	12	x
-2,5	0	2,5	6	?

Tableau 6 :

-5	0	5	12	x
5	10	15	22	?

a) $x \longmapsto x + 10$, *b)* $x \rightarrow -2x$, *c)* $x \longmapsto 2x + 10$, *d)* $x \rightarrow 0{,}5x$, *e)* $x \longmapsto 100 - x$,
f) $x \longmapsto x^2 - 50$

2. *Parmi les six relations ci-dessus. Lesquelles sont expressions de fonction linéaires ? Quels sont les coefficients des fonctions linéaires ?*

II.2. Propretés des fonctions linéaires :

Activité 4:

1. *Soit g la fonction linéaire définit par* $g(x) = 8x$
   a- Calcule l'image de 7 et l'antécédent de 42
   b- Imagine une situation que l'on peut modéliser par la fonction linéaire g
2. *Soit h la fonction linéaire telle que* $h(4) = 3$
   Ahmed ≪je peux alors calculer l'image de n'importe quel nombre par h≫ .
   Qu'en penses- tu ? Justifie ta réponse.
3. *f est une fonction linéaire et on note a son coefficient. Dans chaque cas dire si l'égalité est vraie ou fausse :*
   a) $f(1) = a$ *b)* $f(7 + 3) = f(7) + f(3)$; *c)* $f(7 - 3) = f(7) - f(3)$;
   d) $f(7 \times 3) = f(7) \times f(3)$; *e)* $f(7 \times 3) = 7f(3)$; *f)* $\frac{1}{8} f(16) = f(2)$.

Propreté 1:

Soit f une fonction linéaire. Pour tous nombres réels x, y et k, on a :
$f(x + y) = f(x) + f(y)$; $f(kx) = kf(x)$.

Remarque 3:

Soit f une fonction linéaire. Pour tous nombres réels x, y et k ($k \neq 0$), on a également : $f(x - y) = f(x) - f(y)$; $f\left(\frac{1}{K}x\right) = \frac{1}{K} f(x)$.

Exercice d'application 2:

Sans chercher à déterminer l'expression de la fonction linéaire f telle que $f(4) = 7$. Calcule $f(8)$ et $f(12)$. En déduis $f(3)$ puis $f(1)$.

II.3. Représentation graphique d'une fonction linéaire :

Activité 5:

Soit g la fonction linéaire telle que : $g(5) = 3$, on appelle a le coefficient de g.

a. Ecris la relation que lie a et 3, calcule a en utilisant cette relation
b. Recopie et complète le tableau ci-dessous

x	5	-2	-5	4
$g(x)$				

c. Représente graphiquement ce tableau. Qu'observes-tu ?
La droite passant par ces points est la représentation graphique de g.

Définition 2:

Soit $f : x \longmapsto ax$ une fonction linéaire. Le plan est muni d'un repère, on associe à chaque nombre x, le point $(x; ax)$. L'ensemble des points ainsi obtenus est appelé la représentation graphique de f.

Activité 6:

f est la fonction linéaire de coefficient 0.6.

a. Reproduis et complète ce tableau.

x	0	1	5	-2	-2,5	-10
$y = f(x)$						

Que peut-on dire de ce tableau.

a. Dans un repère d'origine O, place les points de coordonnées (x.y)où y=f (x) .
Exprime y en fonction de x.
b. Pourquoi tous les points sont alignés sur cette droite ?
Trace cette droite. Pour cela combien suffit –il de placer de points ?
Note (d) cette droite.
c. Soit M un point de (d) d'ordonnée -78. Quelle est son abscisse ?
d. Fatima dit : le point N (1050 ; 630) appartenant à (d). Brahim tu n'en sait rien, il est en dehors de la feuille ! Que penses-tu ? Justifie ta réponse.

Propriété 3:

La représentation graphique d'une fonction linéaire $f: x \mapsto ax$ est une droite qui passe par l'origine du repère.

Remarque 4:

Pour représenter une fonction linéaire, il suffit de connaitre un point d'abscisse *x non nul et son image f(x).*

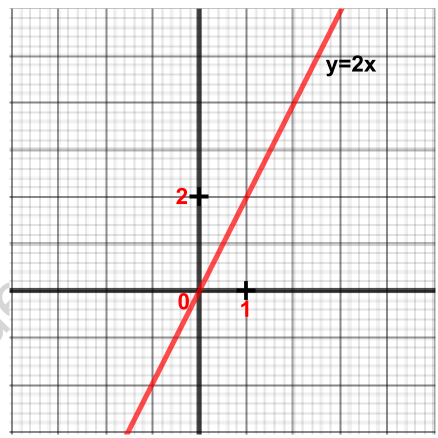
Exemple :

Représente graphiquement la fonction $f: x \mapsto 2x$.

Réponse :

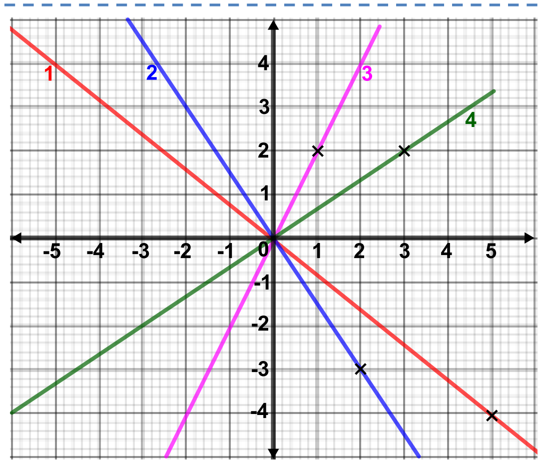
La représentation graphique de cette fonction linéaire est une droite passant par l'origine du repère et par le point $(1; f(1))$

On a f(0) = 0 et f(1) = 1×2 = 2. Marquons donc les points de coordonnées $(0; 0)$ et $(1; 2)$, puis traçons la droite passant par ces deux points. (Voir figure ci-contre)



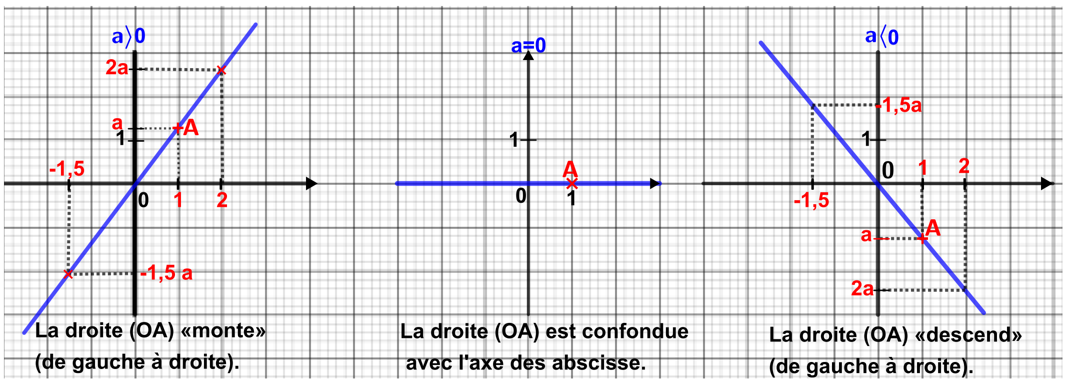
II.4. Influence du coefficient de linéarité :

Activité 7:



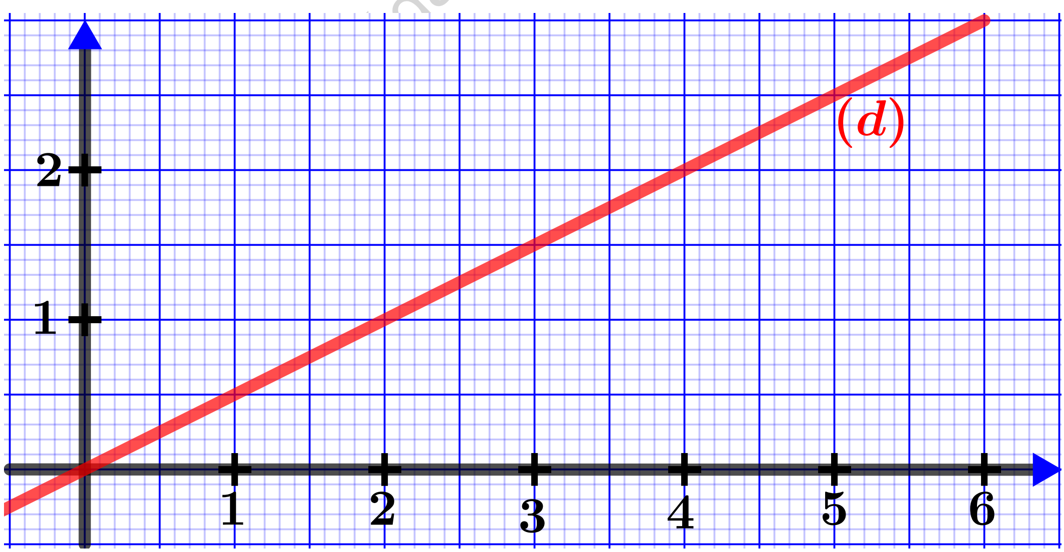
1. *Dans un repère, trace la droite représentant chacune des fonctions linéaires suivantes :*
   $x \mapsto 0{,}5x$; $x \mapsto x$; $x \mapsto 3x$;
   $x \mapsto -x$; $x \mapsto 2{,}5x$.
   Commente la position de ces droites selon le coefficient de linéarité.
2. *Pour chacune des droites tracées ci-contre, détermine le coefficient de la fonction linéaire représentée puis donne l'expression de cette fonction linéaire. Explique ton raisonnement.*

Résumé : ***Influence du coefficient de linéarité***



Exercice d'application 4:

1. *Dans un repère d'origine O, représente une unité graphique par 1 cm.*
   Trace la droite (d_1) *respectivement* (d_2) *qui représente la fonction linéaire* f *définie par* $f(x) = 1{,}5x$ *(respectivement* g *définie par* $g(x) = \frac{-1}{4}x$*)*
2. *Dans le graphique ci-dessous, la droite (d) représente une fonction linéaire h*
   a. *Lis l'image de 5 puis l'antécédent de 1.5 ;*
   b. *Détermine l'expression de la fonction h.*



Exercices divers

Exercice 1 :

On considère la fonction f *telle que :* $x \mapsto 2x^2 - 1$.

Calcule $f(0)$; $f\left(\frac{1}{3}\right)$; $f\left(-\frac{1}{3}\right)$.

Que peut-on dire des images par f de deux nombres a et-a.

Exercice 2 :

g *est la fonction définie par :* $g(x) = (x-1)^2 + 4$.

Calcule $g(0)$; $g(1)$ *et* $g(3)$.

Exercice 3 :

x *désignant un nombre non nul, on considère la fonction h définie par* $h(x) = \frac{1}{x}$.

1. *Calcule* $h(1)$; $h(2)$; $h\left(\frac{1}{2}\right)$ *et* $h\left(-\frac{2}{3}\right)$.
2. *Recopie et complète les schémas suivants*

$$2 \xrightarrow{h} \square \xrightarrow{h} \square \; ; \qquad -\frac{2}{3} \xrightarrow{h} \square \xrightarrow{h} \square$$

Exercice 4 :

Parmi les fonctions définies ci-dessous, indique lesquelles sont linéaires et dans ce cas, donne le coefficient de linéarité.

$f_1 : x \mapsto -3x$; $f_2 : x \mapsto 5x - 4$; $f_3 : x \mapsto x^2 + 1$; $f_4 : x \mapsto 3 - \frac{1}{2}x$; $f_5 : t \mapsto -\frac{2}{3}t$.

Exercice 5 :

Parmi les trois tableaux de valeurs ci-dessous, lesquelles sont des tableaux de valeurs d'une fonction linéaire ?

a.

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-6	-4	-2	0	2

b.

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	30	15	0	-15	-30

c.

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-4	-2	0	2	4

Exercice 6:

Reprends l'exercice 5 avec :

a.

x	0,8	2,6	21,4	35,7
$f(x)$	1,48	5,98	59,22	92,11

b.

x	$-3{,}4$	$-0{,}7$	5,8	7,1
$f(x)$	42,5	8,75	$-72{,}5$	$-88{,}75$

c.

x	0,02	0,54	1,87	3,16
$f(x)$	0,156	5,312	15,396	26,748

Exercice 7 :

Reprends l'exercice 5 avec :

a.

x	-15	-3	18	63
$f(x)$	10	2	-12	-42

b.

x	3×10^6	$4{,}5 \times 10^8$	$\frac{4}{3} \times 10^{15}$	$\frac{1}{8} \times 10^{22}$
$f(x)$	6×10^3	9×10^5	$\frac{8}{3} \times 10^{12}$	$\frac{1}{4} \times 10^{19}$

Exercice 8:

Dans chacun des cas suivants, réduis l'expression de $j(x)$, puis dis si la fonction j est une fonction linéaire.

a. $j(x) = 3x - 12 - 2(5x - 6)$

b. $j(x) = (3x - 2)^2 - (x + 4)(x + 1)$

c. $j(x) = 3(x - 7) - (8x + 5) - 5(x - 4)$.

d. $j(x) = (x + 3)^2 - (x^2 + 3x - 5)$.

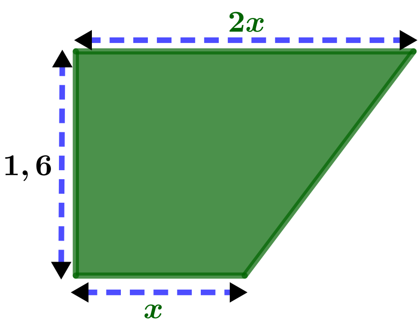
Exercice 9 :

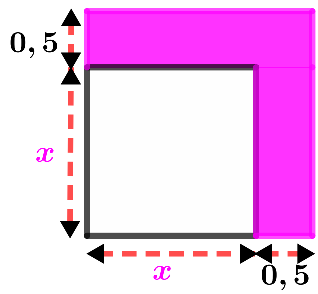
Soit f la fonction linéaire telle que $f(x) = 1{,}2x$.

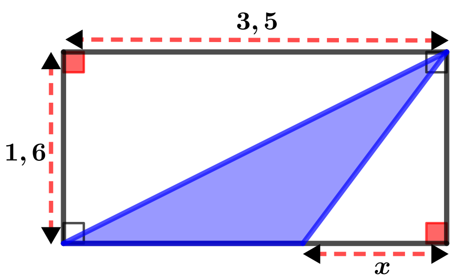
Calcule les images des nombres suivants : 2 ; $0{,}5$; -3 ; $\frac{1}{6}$; $-\frac{1}{2{,}4}$.

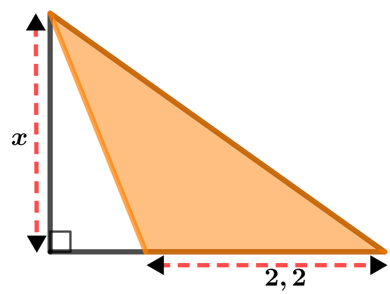
Exercice 10: (Unité de longueur: cm ; unité d'aire cm²)

Dans chacun des cas suivants, exprime l'aire $\mathscr{A}(x)$ de la surface colorée en fonction de x; précise si la fonction $x \mapsto \mathscr{A}(x)$ est linéaire.









Exercice 11 :

Soit h la fonction linéaire telle que $h(x) = 1,5x$.

a. Calcule $h(-1)$; $h(0)$; $h\left(\frac{2}{3}\right)$.

b. Trouve le nombre qui a pour image $-1,2$.

Exercice 12:

Soit g la fonction linéaire telle que $x :\mapsto -\frac{2}{3}x$.

Calcule $g(21)$; $g(-3)$; $g(0)$; $g(-5,1)$.

Exercice 13 :

Soit p la fonction linéaire telle que : $p(x) = 1,05x$.

a. Calcule $p(20)$; $p(100)$; $p(5)$.

b. Calcule les nombres qui ont pour images respectives : 36,75 ; 231 ; 598,5.

Exercice 14 : Détermination d'une fonction linéaire

Une fonction linéaire telle que : $f(5) = 12$.

Détermine son coefficient. Calcule $f(7)$.

Exercice 15 :

Dans chacun des cas suivants, est-il possible de déterminer une fonction linéaire f qui vérifie la ou les conditions données ?

a. $f(-8) = 51{,}6$.

b. $f(2) = 2{,}56$ *et* $f(5) = 6{,}4$.

c. $f(-1) = -1{,}2$ *et* $f(6) = 7{,}4$.

d. $f(0) = 3$.

Exercice 16 :

g est une fonction linéaire. Complète le tableau suivant :

x	-6			5	
$g(x)$		$-5{,}4$	0	$13{,}5$	$18{,}9$

Exercice 17 :

Reprends l'exercice 16, avec le tableau :

x	$-2\sqrt{3}$		0	2		$\sqrt{75}$
$g(x)$		-5		$\sqrt{3}$	3	

Représentation graphique

Exercice 18 :

a. *Représente dans un même repère orthogonal les fonctions :*
$f_1 : x \longmapsto 3x$; $f_2 : x \longmapsto -3x$

b. *Que peut-on dire des droites qui représentent ces deux fonctions ?*

Exercice 19 :

Reprends l'exercice 18 avec : $f_1 : x \longmapsto 0{,}5x$; $f_2 : x \longmapsto -0{,}5x$.

Exercice 20 :

Soit f la fonction, $f_1 : x \longmapsto 0{,}5x$.

Trace un repère du plan et place le point $A(5; f(5))$.

Que peut-on dire de la droite $(0A)$?

Exercice 21 :

Soit f la fonction : $x \longmapsto \frac{3}{7}x$.

Trace un repère et place le point $A(7; f(7))$, *puis trace la droite qui représente la fonction f.*

Exercice 22 :

Reprends l'exercice 21 avec :

a. $f : x \mapsto \frac{2}{3}x$ *et* $A(6; f(6))$;

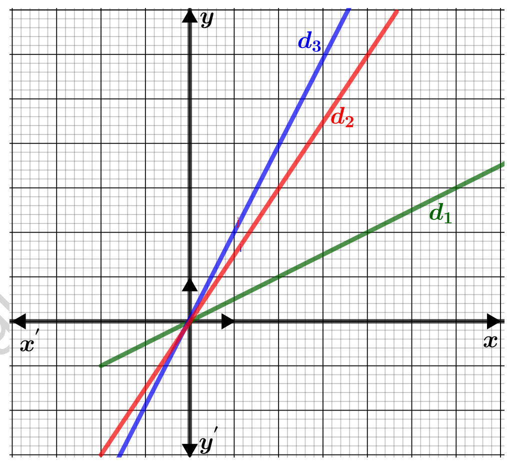
b. $f : x \mapsto 0{,}2x$ *et* $A\big(10; f(10)\big)$.

Exercice 23 :

a. *Trace un repère orthonormé du plan en prenant 3 carreaux pour unité de longueur.*

b. *Dans ce repère, trace les droites* (d_1) ; (d_2) ; (d_3) *et* (d_4), *qui représentent les fonctions linéaires de coefficients respectifs.*

$a_1 = 3;\ a_2 = -\frac{1}{3};\ a_3 = 6;\ a_4 = -\frac{1}{6}$.



Exercice 24 :

L'une des droites (d_1) ; (d_2) ; (d_3) *de la figure ci-contre est la représentation graphique de la fonction :* $x \mapsto \sqrt{2}x$.

Laquelle ? Explique ta réponse.

Exercice 25:

Trace un repère orthonormé en prenant 1cm pour unité de longueur. Place le point A(2; -6,4). La droite (OA) est la représentation graphique d'une fonction.

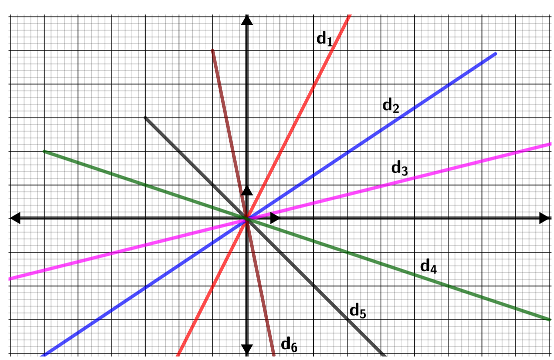
a. *Détermine cette fonction; Calcule* $f(1{,}5)$.

b. *Vérifie les réponses sur le graphique*

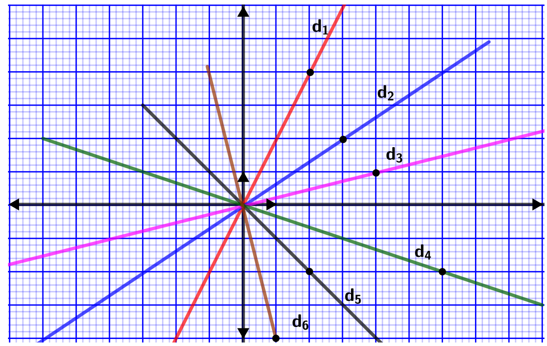
Exercice 26 :

Les droites (d_1) ;(d_2) ; (d_3); ... (d_6) *sont les représentations graphiques des fonction linéaires* $f_1;\ f_2;\ f_3; \dots f_6$.

A l'aide du graphique, détermine, puis donne les coefficients de ces fonctions linéaires, puis donne les expressions algébriques de ces fonctions.



Exercice 27 :



Les droites (d_1) ;(d_2) ; (d_3); … (d_6) sont les représentation graphiques des fonction linéaires f_1; f_2; f_3; … f_6. Pour chaque droite, relève les coordonnées du point marqué. A l'aide de celle-ci, détermine le coefficient de la fonction linéaire, puis donne l'expression algébrique de cette fonction.

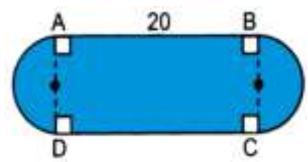
Exercice 28:

L'unité de longueur est le centimètre. ABC étant un triangle rectangle en A tel que AB = 3 et AC = x, on pose BC = $L(x)$.

Détermine la valeur de l'expression $L(x)$pour x = 0 ; x = 0,5 ; x = 1 ; … ; x = 4.

Exercice 29 :

La surface ci-contre est formée d'un rectangle ABCD et deux demi-disques de diamètres [AD] et [BC]



On pose AD = x. L'unité de longueur est le centimètre.

a. *Exprime en fonction de x le périmètre $p(x)$ de cette surface. La fonction p est- elle linéaire ?*
b. *Exprime en fonction de x l'aire $a(x)$ de cette surface. La fonction est-elle linéaire ?*

Exercice 30 :

Le tableau suivant représente le prix à payer en fonction des communications passées à partir d'un portable.

Durée des communications (en min)	*10*	*25*	*60*	*240*	*480*
Prix à payer (en UM)	*50*	*125*	*300*	*1200*	*2400*

1. *Le prix à payer est-il proportionnel à la durée des communications ? Si oui, donne le coefficient de proportionnalité. Que signifie ce coefficient ?*
2. *Exprime le prix à payer y en fonction de la durée des communications x.*
3. *Calcule pour une période donnée :*
   - La durée des communications, en heures, si le prix à payer est de 1000 UM.
   - Le prix à payer si la durée des communications est de 4h30min.
4. *Représente graphiquement cette fonction pour x variant de 0 à 100. dans un repère orthogonal d'unités graphiques :*

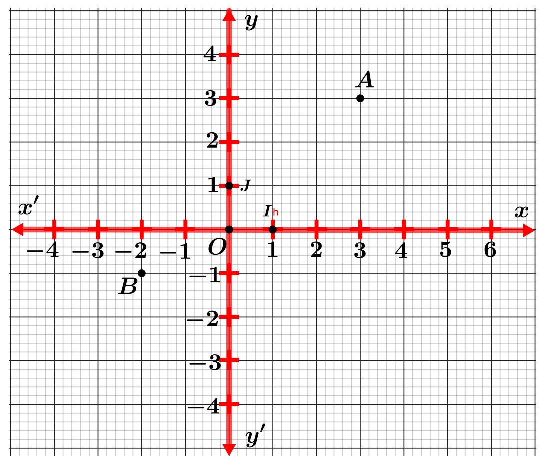
En abscisse : 1 cm pour 10 min ; En ordonnée : 1 cm pour 5 Ouguiyas.

REPÉRAGE DANS LE PLAN

I. Notion de repère

Activité 1:

Sur une feuille quadrillée, comme dans la figure ci-contre on a choisit deux droites perpendiculaires (xx') et (yy'); Elles se coupent en O.



- *(xx') est graduée en prenant comme origine le point O et comme point d'abscisse 1 le point I, premier nœud du quadrillage à droite de O sur (xx')*
- *(yy') est gradué en prenant la même origine O et comme point d'abscisse 1 le point J premier nœud au dessus de O sur la droite (yy') (voir figure).*

1. *On place sur la figure deux points A et B ; En utilisant le quadrillage.*
   a. *Marque les projetés orthogonaux sur axes (xx') et (yy') de chacun des points A et B.*
   b. *Lis respectivement les abscisses des projetés orthogonaux de A sur chacun des axes (xx') et (yy'), puis celles de B. Ecris : A(….;….) ; B(…..;….)*
2. *Choisis deux autres points C et D sur le quadrillage. Reprends les deux questions a. et b.*

Conclusion :

- *les axes (xx') et (yy') muni de leurs repères respectifs $(0;I)$ et $(O;J)$ définissent un repère $(0;I;J)$ du plan ; le point O est appelé origine de ce repère.*
- *Les axes (xx') et (yy') sont perpendiculaires, on dit que le repère est orthogonal. De plus $(OI = OJ = 1)$ on dit alors que $(0;I;J)$ est orthonormé.*
- *le point B est repéré par le couple de nombres $(-2\,;-1)$ appelés coordonnées du point B ; -2 est l'abscisse et -1 est l'ordonnée de ce point.*

Définition 1:

- Un repère$(O; I; J)$ est constitué de
  - son origine
  - l'axe des abscisses
  - l'axe des ordonnées
  - Si les axes sont perpendiculaires, on dit que le repère est orthogonal. De plus si $OI = OJ = 1$, on dit que le repère est orthonormé.
  - OI représente l'unité de mesure graphique sur l'axe des abscisses ; OJ représente l'unité de mesure sur l'axe des ordonnés.
- Chaque point M est repéré par un couple de nombres $(x_M; y_M)$ appelés coordonnées du point M ; x_M est appelé abscisse et y_M l'ordonnée de ce point.

Exemple 1:

Le point O est d'abscisse 0 et d'ordonnée 0
Le point I est d'abscisse 1 et d'ordonnée 0
Le point J est d'abscisse 0 et d'ordonnée 1
Le point A est d'abscisse 3 et d'ordonnée 3

Exercice d'application 1:

1. Trace un repère orthonormé $(O; I; J)$.
2. Place les points A,B, C et D de coordonnés respectives (1 ; 3), (-1 ; 2), (-1 ;5) et (-2 ;-3). Explique la construction.

II. Coordonnées du milieu d'un segment :

Activité 2:

Trace un repère $(O; I; J)$ orthonormé

1. Place les points A et B de coordonnés respectives (-3, 1) et (5 ; -7) ;
2. A l'aide du compas, construis M le milieu de [AB] ;
3. En projetant orthogonalement M respectivement sur les axes (OI) et (OJ), détermine les coordonnées $(x_M; y_M)$ du point M;
4. Vérifie que $x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$ et $y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$.

Propriété 1:

Étant donnés deux point A et B de coordonnées respectives $(x_A; y_A)$ et $(x_B; y_B)$ dans un repère$(O; I; J)$, si M le milieu du segment [AB] de coordonnées $(x_M; y_M)$ Alors $x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$ et $y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$

Exemple 2:

On donne A (-1,-2) et B (5,6)

le milieu M de [AB] a pour coordonnées :

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1+3}{2} = 2$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-2+6}{2} = \frac{4}{2} = 2\,.$$

III. Composantes d'un vecteur dans un repère :

Activité 3:

Soit $(O\,;I\,;J)$ un repère du plan, on donne A(2 ; 5) et B(3 ; 4)

1. *Place les deux points A et B puis construis le point M tel que ABMO est un parallélogramme*
2. *Calcule les coordonnées de K milieu segment [OB]*
3. *Sachant que K est aussi le milieu de [AM], calcule les coordonnées$(x_M; y_M)$ du point M*
4. *Peux–tu généraliser la démonstration en exprimant les coordonnées $(x_M; y_M)$ du point M en fonction de $(x_A; y_A)$ et $(x_B; y_B)$ les coordonnées respectives de A et de B.*

Définition 2:

Etant donnés deux points A et B de coordonnées respectives $(x_A; y_A)$ et $(x_B; y_B)$ dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$. On appelle composantes du vecteur $\overrightarrow{AB}$ les coordonnées $(x_M; y_M)$ du point M tel que (OMAB) est un parallélogramme et on a $x_M = x_B - x_A$ et $y_M = y_B - y_A$ et on écrit $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$.

Exemple 3:

On reprend, les données de l'activité 1 : Dans le plan muni d'un repère$(O; I; J)$, les points A et B ont pour coordonnées respectives (3 ,3) et (-2,-1). Calcule les composantes des vecteurs $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{AB}$.

Réponse :

$\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix} x_A - x_O \\ y_A - y_{AO} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-0 \\ 3-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix} x_B - x_O \\ y_B - y_{AO} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2-0 \\ -1-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2-3 \\ -1-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -4 \end{pmatrix}$.

Remarque 1:

- *Dans le plan muni d'un repère* $(O;I;J)$, *si un point M a pour coordonnées* $(x_M;y_M)$ *alors* $\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x_M - x_O \\ y_M - y_O \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x_M \\ y_M \end{pmatrix}$.
- *On pourra utiliser également le terme coordonnées pour désigner les composantes d'un vecteur.*

Exercice D'application 2:

Dans le plan muni d'un repère $(O;I;J)$, *on donne les points A (-3 ;1) ,B (4 ;-2), C(-2 ; 4) et D (5 ;1).*

1- Place les points A, B, C et D.

2- Calcule les composantes des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{CD}$ *. Que peux-tu conclure ?*

IV. Distance entre deux points :

Activité 4:

Soit $(O;I;J)$, *un repère orthonormé on donne A(2 ;6) et B (8 ;2)*

On projette A sur l'axe (xx') *on obtient A',et B sur l'axe* (yy') *on obtient B'*

Les deux segments [AA'] et [BB'] se coupent en un point qu'on note C.

a. *Que peut on dire des droites (AA') et (BB') ? En déduis la nature du triangle ABC ?*
b. *Sur l'axe (BC), calcule la distance BC en fonction de* x_B *et* x_C *.*
c. *Sur l'axe (AA'), calcule la distance AC en fonction de* y_C *et* y_A *.*
d. *En utilisant Pythagore, montre que* $AB^2 = (x_B - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2$.
e. Sachant que $x_C = x_A$ et $y_C = y_B$.

   En déduis que $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Définition 3:

La distance entre deux points A et B de coordonnées respectives $(x_A;y_A)$ *et* $(x_B;y_B)$ *dans un repère orthonormé est donne par*

La formule : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Exemple 4:

Dans un repère orthonormé,on donne les point A (4 ,2) et B (-6 , 7), calcule AB.

Réponse :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-10)^2 + (5)^2} = \sqrt{125} = \sqrt{25 \times 5}$$
$$= \sqrt{25} \times \sqrt{5} = 5\sqrt{5}.$$

Attention :

Si le repère n'est pas orthonormé cette formule est fausse.

Remarque 2:

la distance AB est aussi la longueur (ou la norme du vecteur $\overrightarrow{AB}$), dans la pratique il est donc préférable de commencer par calculer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB}$. On utilise aussi le terme coordonnées d'un vecteur.

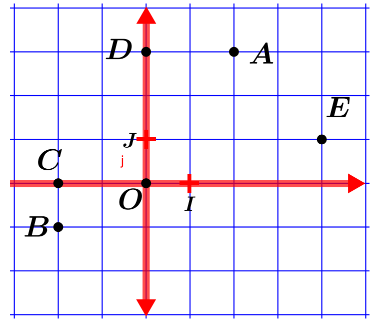
Exercice d'application 3:

L'unité est le centimètre

Le plan est rapport à un repère orthonormé$(O; I; J)$,

1. *Place les points A (-2, 1) ; B (1, 4) et c (6, -1) on complète la figure au fur et à mesure de l'exercice*
2. *Calcule les distance AB, AC et BC ;*
3. *Démontre que le triangle ABC est rectangle ;*
4. *Soit J l'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$;*
   a. *Détermine les coordonnées du point D ;*
   b. *Quelle est la nature du triangle AJB ?*

Exercices divers

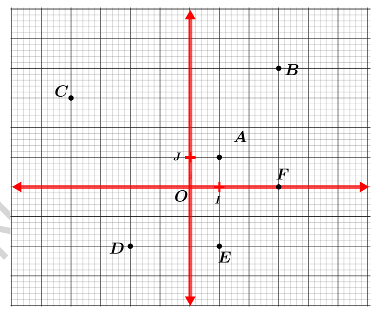


Exercice 1 :

Dans le repère (O ; I ; J) ci-contre, lis les coordonnes des points suivants :

1. A ; 2. B ; 3. C ; 4. D

5. E ; 6. I ; 3. J ; 4. O



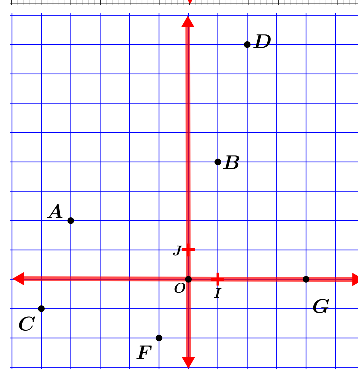
Exercice 2 :

On considère la figure ci-contre.

Calcule les composantes des vecteurs suivants :

2. $\overrightarrow{AB}$ *;* *2.* $\overrightarrow{CA}$ *;* *3.* $\overrightarrow{AE}$*;*

4. $\overrightarrow{AC}$ *;* *5.* $\overrightarrow{DE}$ *;* *6.* $\overrightarrow{AF}$



Exercice 3 :

Dans le repère ci-contre.

1. *Lis les coordonnées des points A ; B ; C ; D ; F et G.*
2. *Calcule les composantes des vecteurs suivants* $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BJ}$; $\overrightarrow{FA}$; $\overrightarrow{GF}$; $\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{BD}$; $\overrightarrow{FJ}$ *et* $\overrightarrow{BD}$
3. *Dans cette liste, quels sont les vecteurs égaux ? Lesquels sont opposés ?*

Exercice 4:

1. *Construis un repère orthogonal (O ; I ; J).Place A de coordonnées (-3 ;4)*
2. *Construis un représentant du vecteur* $\vec{u}$ *de composantes* $\binom{4}{-3}$
3. *Place les points B et C tels que :* $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ *et* $\overrightarrow{CA} = \vec{u}$.
4. *Calcule les coordonnées des points B et C.*
5. *Que peux-tu dire du point A ? Justifie ta réponse.*

Exercice 5:

Dans le plan muni d'un repère orthogonal, on considère les points A(1; 2) ; B(−2; 5) et C(−3;−3). Calcule les composantes des vecteurs $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$ *et* $\overrightarrow{AC}$.

Exercice 6:

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les points :
E(2 ; -1) ; F(-3 ; 4) et G(1 ; 4).
Détermine les coordonnées du point H pour que EFGH soit un parallélogramme.

Exercice 7:

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O; I; J), l'unité étant le centimètre, on considère les points : A(2 ; 3) ; B(5 ; 6) ; C(7; 4) ; D(4; 1).

1. Fais la figure sur un papier quadrillé.
2. Calcule les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB}$ et celles du vecteur $\overrightarrow{DC}$.
En déduis la nature du quadrilatère ABCD.
3. Calcule les distances AC et BD.
4. Montre que ABCD est un rectangle.(On pourra utiliser les résultats obtenus en 3.)

Exercice 8:

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les points :
A(3; 5) ; B(2 ; -1) ; C(−2 ; −4) et D(-1 ; 2).

1. *Place ces points. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD?*
2. *Prouve que ABCD est un rectangle.*

Exercice 9:

Construis un repère orthonormé (O ; I ; J).

1. *Place les points A(3 ; -9) et B(−1 ; -5)*
2. *Place les points C et D tels que le quadrilatère ABCD soit un parallélogramme de centre I.*
3. *Détermine les composantes des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{AD}$.*

Exercice 10:

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J), on considère les points :
A(1; 4) ; B(4 ; 6) et C(2 ; 3).

1. *Place ces points dans le ce repère*
2. *Quelles sont les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.*
3. *Prouve que ABCD est un losange.*

Exercice 11:

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J), on considère les points :
A(-2 ; 5) ; B(0 ; 9) et D(8 ; 0).

1. *Quelles sont les coordonnées du point C tel que ABCD soit un parallélogramme ;*
2. *Calcule AC et BD. En déduis que ABCD est un rectangle.*

Exercice 12 :

Dans un repère orthogonal(O; I, J), place les points A(2; 3), B(4;−1),C(5; 3) et D(−2;−1).

Quelles sont les coordonnées du point E tel que $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

Exercice 13: L'unité de longueur est le centimètre.

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O; I; J).

1. Place les points : A(-1; 0) ; B(1; -2) et C(3; 4).

2. Montre que $AB = 2\sqrt{2}$; $AC = 4\sqrt{2}$ *et* $BC = 2\sqrt{10}$.

3. En déduis que le triangle ABC est rectangle et préciser l'angle droit.

4. Place le point D tel que $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$.

5. Quelle est la nature du quadrilatère CDBA? Justifie la réponse.

Exercice 14:

Dans un repère orthonormé, le point A a pour coordonnées (-2 ; 3) et le point B a pour coordonnées (4 ; -5). A partir des coordonnes des points A et B on propose les calculs suivants :

$\left(\frac{-2+4}{2} ; \frac{3-5}{2}\right)$; $\begin{pmatrix} 4+2 \\ -5-3 \end{pmatrix}$; $\sqrt{(4+2)^2 + (-5-3)^2}$

Dans chaque cas, quelle est la notion géométrique ainsi mise en évidence ? (La figure n'est pas demandée.)

Exercice 15:

Dans un repère (O; I, J) orthogonal, place les points suivants :
A(1 ; 5) ; B(−4 ; 2) ; C(−2 ;−1) ; D(1 ; −2) et E(4 ; 2).

2. Construis les points R, S et T tels que :
a) $\overrightarrow{AR} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$; *b)* $\overrightarrow{AS} = \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DB}$; *c)* $\overrightarrow{CT} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{ED}$.
Lis les coordonnées des points R, S et T.

3. Calcule les composantes des vecteurs suivants :
a) $\overrightarrow{AR}$; *b)* $\overrightarrow{AB}$; *c)* $\overrightarrow{AC}$; *d)* $\overrightarrow{AS}$ *e)* $\overrightarrow{ED}$; *f)* $\overrightarrow{DB}$; *g)* $\overrightarrow{CT}$; *h)* $\overrightarrow{BC}$; *i)* $\overrightarrow{ED}$.

4. Quelles relations lient les composantes du vecteur somme $\vec{u} + \vec{v}$ *à celles des vecteurs* $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ *dans les cas précédents.*

Exercice 16:

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O ; I ; J) d'unité graphique le centimètre.

1. Place les points A(-2 ; 1), B(1 ; 4) et C(6 ;-1).

On complétera la figure au fur et à mesure de l'exercice.

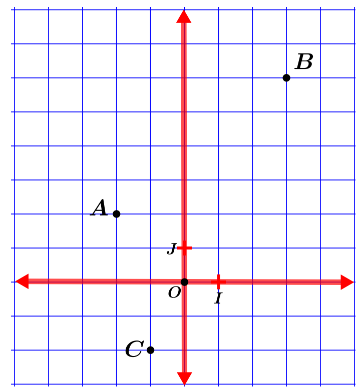
2. Calcule les longueurs AB, AC et BC ; on donnera les valeurs exactes.

3. Démontre que le triangle ABC est rectangle.

4. Soit M le milieu de [AC]. Calcule les coordonnées du point M.

Exercice 17:

Reproduis la figure ci- contre



1. *Complète-la avec les points suivants :* $D(4; 2)$, $E(1 ; -2)$ *et* $F(-3 ; 1)$.
2. *Place les points G ; H et K tels que :* $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CE}$; $\overrightarrow{CH} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CF}$ *et* $\overrightarrow{BK} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CE}$.
   a. *Lis leurs coordonnées*;
   b. *Vérifie-les par le calcul.*

Exercice 18:

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J) (unité : 1 cm).

1. *Place les points E(6; 3);F(2; 5)etG(-2;-3)et trace le cercle(C)de diamètre [EG].*
2. a. *Calcule les coordonnées du centre H de (C).*
   b. *Calcule le rayon du cercle (C).*
3. a. *Détermine la longueur HF.*
   b. *En déduire la nature du triangle EFG.*
4. a. *Construis le point K image de G par la translation de vecteur* $\overrightarrow{FE}$.
   b. *Quelle est la nature du quadrilatère EFGK ? Justifie ta réponse.*

Exercice 19:

Le plan est rapporté au repère orthonormé (O; I; J). L'unité de longueur est le centimètre.

1. *Place les points A(3; 5) ; B(-1; 2) et C(1; 1).*
   Calcule les coordonnées du point K, milieu du segment [AB].
2. *Quelle est la nature du triangle AKC ?*
3. *Construis le point E, image du point B par la translation de vecteur* $\overrightarrow{CA}$.
   a. *Quelle est la nature du quadrilatère CAEB ?*
   b. *Calcule les coordonnées du point E.*

Exercice 20:

Soit (O; I; J) un repère orthonormé du plan. L'unité est le centimètre. On considère les points suivants : A (2; 3), B (6 ; 1) et C (-1;-3).

1. *Fais une figure et place ces points.*
2. *Calcule les coordonnées du milieu M du segment [BC].*
3. a. *Calcule les composantes du vecteur* $\overrightarrow{AC}$.
   b. *Construis le point D image du point B par la translation de vecteur* $\overrightarrow{AC}$.
   Calcule les coordonnées de D.
4. *Calcule les valeurs exactes des longueurs AD et BC.*
   Quelle est la nature du quadrilatère ABDC ? Justifie ta réponse.

Exercice 21: L'unité de longueur est le centimètre.

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O; I; J).

1. Place les points : A(2 ; -2), B(-3 ; 1) et C(1 ; 2).

On complétera la figure au fur et à mesure de l'exercice.

2. a. Calcule les distances AB, AC et BC.

b. Démontre que le triangle ABC est un triangle rectangle isocèle.

3. Calcule les coordonnées du point M, milieu du segment [AC].

4. a. Construis le point D, image du point A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.

b. Que représente le point M pour le segment [BD] ? Justifie ta réponse.

c. Quelle est l'aire du quadrilatère ABCD.

STATISTIQUE

I. Effectif, mode et effectif cumulé: (Rappels et compléments)

Activité 1:

Un groupe d'élèves de 3°AS d'un collège décide d'enquêter au sein de leur village sur l'âge des adhérents du club d'éducation en matière de Population (EMP). Voici les résultats obtenus :

14 – 17 – 15 – 16 – 15 – 15 – 16 – 16 – 16 – 15 – 15 – 16 – 17 – 14 – 17 – 16 – 16 – 17 – 16 – 18 – 18.

1. *Quelle est la population concernée par cette étude ?*
2. *Quel est le caractère étudié ?*
3. *Quelles sont les valeurs relevées de ce caractère ?*
4. *Représente les résultats sous forme d'un tableau.*
5. *Donne la valeur du caractère qui a le(s) plus grand(s) effectif(s).* *Comment l'appelle-t-on ?*
6. *Donne le nombre total des adhérents à ce club.*
7. *Donne le nombre total des adhérents ayant un âge inférieur ou égal à 16 ans.*
8. *Donne le nombre total des adhérents ayant un âge supérieur à 15.*

Définition 1:

L'effectif total correspond à la somme de tous les effectifs. (Noté souvent N)

- *On appelle effectif cumulé croissant associé à une valeur la somme des effectifs des valeurs inférieures.*
- *On appelle effectif cumulé décroissant associé à une valeur la somme des effectifs des valeurs supérieures.*

Exemple 1:

Le tableau suivant donne l'âge des adhérents à un club sportif du collège

Age des adhérents	*12*	*13*	*14*	*15*	*16*
Effectif	*2*	*6*	*9*	*5*	*3*
Effectif cumulé croissant	*2*	*8*	*17*	*22*	*25*
Effectif cumulé décroissant	*25*	*23*	*17*	*8*	*3*

- *8 adhérents ont un âge inférieur ou égal à 13ans. L'effectif cumulé de 13 est 8 ;*
- *22 adhérents ont un âge inférieur ou égal à 15ans. L'effectif cumulé croissant de 15 est 22 ;*
- *8 adhérents ont un âge supérieur ou égal à 15ans. L'effectif cumulé décroissant de 15 est 8 ;*
- *23 adhérents ont un âge supérieur ou égal à 13ans. L'effectif cumulé décroissant de 13 est 23 ;*

Exemple 2:

Etude de la taille des 25 adhérents au club Mathématiques du collège

Taille des adhérents	[140;150[	[150;160[	[160;170[	[170;180[
Effectif	3	8	10	4
Effectif cumulé croissant	3	11	21	25
Effectif cumulé décroissant	25	22	14	4

- *3 adhérents ont une taille inférieure à 150 cm.*
- *8 adhérents ont une taille comprise entre 150 cm (compris) et 160 cm (exclus).*
- *11 adhérents ont une taille inférieure à 160 cm.*

Donc 11 est l'effectif cumulé croissant des deux premières classes du tableau.

- *4 adhérents ont une taille supérieure à 170 cm.*
- *10 adhérents ont une taille supérieure ou égale à 160 cm.*

Donc 14 est l'effectif cumulé décroissant des deux dernières classes du tableau.

II. Fréquence et fréquence cumulé:

Activité 2 : Au PMI

Dans une PMI on a noté le nombre de naissances pendant 40 jours.

Voici le relevé des résultats :

3 - 4 - 5 - 3 -1 - 3 - 4 - 1 - 5 - 4 - 3 - 0 - 2 - 3 - 3 - 2 - 2 - 4 - 3-1;

3 - 2 - 4 - 1 -1 - 4 - 3 - 3 - 2 - 3 - 2 - 3 - 0 - 4 - 2 - 3 - 3 - 1 - 4-2.

a. *Dresse le tableau des effectifs de cette série statistique.*

b. *Combien de jours a-t- on des naissances inférieures ou égales à 2 ?*

c. *Combien de jours a-t- on des naissances inférieures ou égales à 3 ?*

d. *Est-il vrai que dans plus du quart des jours on a obtenu un nombre de naissances plus petit ou égal à 2 ?*

e. *Est-il vrai que dans 25% des jours, on obtient un nombre de naissances supérieur à 3 ?*

Le nombre de jours ayant une naissance inférieure ou égale à 2 s'appelle effectif cumulé de la valeur 2.

f. *Reproduis et complète le tableau ci-dessous en calculant les effectifs cumulés, les fréquences et les fréquences cumulées.*

Naissances	0	1	2	3	4	5
Effectif noté n_i :						
Effectif cumulé croissant noté $N_{i\uparrow}$:						
Effectif cumulé décroissant noté $N_{i\downarrow}$:						
Fréquence notée : $f_i = \frac{n_i}{N}$						
Fréquence cumulée croissante notée: $f_i = \frac{N_{i\uparrow}}{N}$						
Fréquence cumulée décroissante notée : $f_i = \frac{N_{i\downarrow}}{N}$						

g. *Représente les effectifs cumulés par un diagramme en bâtons.*

Définition 2:

- *La fréquence cumulée croissante d'une valeur(ou une classe)d'une série statistique est le quotient de l'effectif cumulé croissant de cette valeur(ou classe) par l'effectif total.*
- *La fréquence cumulée décroissante d'une valeur(ou d'une classe) d'une série statistique est le quotient de l'effectif cumulé décroissant de cette valeur(ou cette classe) par l'effectif total.*

Exemple 3:

On complète le tableau de l'exemple 1 en calculant les fréquences cumulées, on obtient

Age des adhérents	12	13	14	15	16
Effectif	2	6	9	5	3
Effectif cumulé croissant	2	8	17	22	25
Effectif cumulé décroissant	25	23	17	8	3
Fréquence	0,08	0,24	0,36	0,20	0,12
Fréquence cumulée croissante	0,08	0,32	0,68	0,88	1
Fréquence cumulée décroissante	1	0,92	0,68	0,32	0,12

Sur les 25 adhérents au club, 22ont un âge inférieur ou égal à 15. Ainsi $\frac{22}{25}$ est la fréquence cumulée croissante de 15.

Remarque 1:

- *On peut exprimer une fréquence cumulée par :*
  - *Un décimal compris entre 0 et 1*
  - *Un pourcentage celui des adhérents ayant 15 ans ou moins de 15 ans d'âge*
- *On peut aussi trouver les fréquences cumulées à partir de la somme des fréquences.*

Exercice d'application 1:

Le tableau ci-dessous, présente les notes obtenues par les 40 élèves d'une classe de 3ème AS, on a regroupé les résultats obtenus en classe de valeurs.

Classe de notes	[0;4[	[4;8[	[8;12[	[12;16[	[16;20[
Effectif	5	7	14	8	6
Effectif cumulé croissant					
Effectif cumulé décroissant					
Fréquence(%)					
Fréquences cumulées croissantes					
Fréquences cumulées décroissantes					

1. *Reproduis et complète le tableau ci- dessus;*
2. *Que représente l'effectif cumulé croissant de la classe [8 ; 12[;*
3. *Que représente l'effectif cumulé décroissant de la classe [8 ; 12[;*
4. *En choisissant une échelle convenable, construis des diagrammes en barres pour représenter les effectifs cumulés croissants, puis les effectifs cumulés décroissants (deux tracés différents).*
5. *Construis les histogrammes des fréquences cumulées croissantes.*

III. Moyenne, médiane et étendue d'une série :

II.1. Moyenne d'une série statistique :

***Activité 3 :* Taille des élèves**

Voici le relevé des tailles (en cm) de 30 élèves de 4ème AS.

145 - 152 - 175 -182 - 154 - 158 - 162 - 165 - 155 - 170 - 162 - 148

175 - 180 - 150 -164 - 163- 172 - 167 - 165 - 157 - 171 - 166 - 160

170 - 152 - 168 -166 - 170- 155

1. *Calcule la taille moyenne à partir des valeurs relevées.*
2. *Reproduis et complète le tableau :*

Classe	*[140;150[*	*[150 ;160[*	*[160 ;170[*	*[170 ;180[*
Effectif				

3. *Calcule la moyenne de cette série statistique présentée dans le tableau ci-dessus*
4. *Détermine le centre d'une classe, qui est la moyenne de ses valeurs extrêmes dans chaque cas ;*
5. *Calcule une valeur approchée de la moyenne de la série statistique en utilisant les centres des classes ;*
6. *Compare les résultats des questions 3 et 5 et la moyenne calculée directement à partir des valeurs relevées.*

Définition 3:

La moyenne d'une série statistique est le quotient de la somme de toutes les valeurs de cette série par son effectif total. Elle est appelée moyenne pondérée si les données sont présentées dans un tableau des effectifs.

Exemple 4:

Voici cinq notes de Mathématiques d'un élève : 13 ; 08 ; 12 ; 15 ; 12.

Sa moyenne est : $\frac{13+08+12+15+12}{5}$ *=12,2*

Exemple 5:

On donne le tableau de répartition suivant des âges des adhérents du club de Mathématiques

Age des adhérents	*12*	*13*	*14*	*15*	*16*
Effectif	*2*	*6*	*9*	*5*	*3*

La moyenne est : $\frac{12\text{x } 2+13\text{x}6+14\text{x}9+15\text{x}5+16\text{x}3}{25}$ *=14,04*

Exemple 6:

On donne le tableau de répartition suivant la taille des adhérents au club de Mathématiques

Taille des adhérents	[140 ;150[	[150 ;160[	[160 ;170[	[170 ;180[
Centre de la classe	145	155	165	175
Effectif	3	8	10	4

Dans ce cas on ne connait pas les 25 valeurs relevées, on ne connait que les effectifs des classes. On effectue un calcul approché de la moyenne, en considérant que les valeurs relevées dans chaque classe sont égales au centre de cette classe.

La moyenne est : $\frac{145\times 3+155\times 8+165\times 10+175\times 4}{25}=161$

Remarque 2:

Dans les exemples 5 et 6, il s'agit du calcul d'une moyenne pondérée.

Exercice d'application 2:

Dans un registre de note d'un professeur, on trouve les notes suivantes:

3; 8; 10; 14; 3; 7; 11; 13; 5; 6; 11; 10; 4; 9; 12; 2; 7; 4; 8;16; 8; 15; 9; 12; 13; 14; 10; 11 ; 12; 12; 10; 15; 16 ;17 ; 18; 16 ; 15 ; 19 ; 15 ; 16

a. *Dresse un tableau des effectifs*
b. *Calcule la moyenne de cette série de notes.*
c. *Regroupe les notes en intervalles d'amplitude 5; par exemple [0; 5[; [5 ; 10[.*
d. *Calcule une valeur approchée de la moyenne dans le cas de classes.*
e. *Compare les moyennes, calculées dans les deux cas.*

II.2. Etendue et médiane :

Activité 4 : Répartition en groupes

Pour apporter une aide adaptée à ses élèves, le professeur d'arabe partage sa classe en deux groupes :

Groupe A de 13 élèves et groupe B de 14 élèves. Un test a été proposé à tous les élèves.

Voici les résultats sous forme d'un tableau :

Groupe	Note	Etendue	Moyenne	médiane
A	4 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ;9 ; 10 10 ; 10 ; 11 ; 11 ; 12 ; 13			
B	8; 9 ; 9; 10 ; 11 ; 11;12 13 ; 13 ; 14 ; 15 ; 15 ; 16 ;17			

1. *Que peut-on dire de la $7^{ème}$ note : 10 du groupe A ?*
2. *Que peut-on dire de la valeur 12,5. moyenne de la $7^{ème}$ et $8^{ème}$ du groupe B.*
   Si l'étendue d'une série est la différence entre la plus grande et la plus petite note.
3. *Calcule la moyenne de chaque groupe, donne sa médiane, compare ces deux série statistiques.*
4. *Complète le tableau précédent.*
5. *Donne la médiane de cette classe.*

Définition 4:

La valeur de la médiane est celle qui partage les valeurs ordonnées d'une série statistiques en deux groupes de même effectif :

- *Les valeurs inférieures ou égales à la médiane*
- *Les valeurs supérieures ou égales à la médiane*

Exemple 7:

Un professeur a classé par ordre croissant les notes des 13 garçons et 14 filles d'une classe :

- ***Garçons :*** *7 ; 8 ; 9 ; 9 ; 10 ;1 0 ; 11 ; 12 ; 13 ; 14 ; 14 ; 15 ; 17.*
  11 ($7^{ème}$ note) est la note médiane
- ***Filles :*** *7 ; 7 ; 9 ; 9 ; 10 ;11 ; 12 ; 13 ; 13 ; 13 ; 14 ; 14 ; 15 ; 15.*
  12,5 (moyenne de la $7^{ème}$ $8^{ème}$ et notes) est la note médiane

Définition 5:

On appelle étendue d'une série statistique, la différence entre la plus grande et la plus petite valeur de cette série.

Exemple 8:

- *Dans la série des notes des garçons, l'étendue est 17-7=10 ;*
- *Dans la série des notes des filles, l'étendue est 15-7=8.*

Exercice d'application 3 :

Un enquêteur a noté le prix en UM d'une même marchandise dans 9 points de ventes différents dans les 9 Moughataas de Nouakchott.

Voici le résultat de cette enquête :

142 ; 138 ; 142 ; 139 ; 140 ; 141 ; 138 ; 141; 143.

1. *Détermine la valeur médiane de la série de prix ;*
2. *Quelle est l'étendue de cette série ?*

III. Polygones des effectifs ou fréquences cumulées :

Activité 5 :

Les tailles des élèves d'une classe, de la périphérie de Nouakchott, sont données dans le tableau suivant :

Taille	140	145	150	155	160	165	170	175
Effectif	4	6	12	14	8	4	2	1
Effectif cumulé								

1. a. Complète le tableau ci-dessus
   b. Trace le diagramme en bâtons représentant cette série
   c. Trace le polygone joignant les extrémités des bâtons
2. On regroupe les résultats dans le tableau suivant

Taille	[140; 150[	[150; 160[	[160; 170[	[170 ; 180[
Effectif				
Effectif cumulé croissant				

a. Complète le tableau ci-dessus
b. Représente ce tableau par un histogramme
c. Détermine le centre de chaque classe puis trace des bâtons ayant pour issus des centres des classes et dont les hauteurs sont égales aux bandes de l'histogramme.
d. Joins les extrémités de ces bâtons.

La courbe ainsi obtenue est appelée polygones des effectifs cumulés croissants.

Remarque 3:

Par un procédés similaire, on peut aussi obtenir la courbe appelée polygone des effectifs cumulés décroissants.

Activité 6:

On reprend l'activité précédente en substituant les fréquences cumulées croissantes aux effectifs cumulés croissants.

Remarque 4:

On pourra également obtenir la courbe appelée polygone des fréquences cumulées décroissantes

Exercices divers

Exercice 1:

On a lancé 160 fois un dé : les résultats obtenus sont rassemblés ci-dessous.

1. *Complète le tableau.*

Valeur	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*Total*
Effectif	*24*	*32*	*30*	*16*	*36*	*22*	*160*
Fréquence							
Fréquence(%)							

2. *Calcule les effectifs cumulés croissants et décroissants, puis les fréquences cumulées croissantes et décroissantes.*

Exercice 2 :

Le tableau ci-contre récapitule les tailles en cm des 36 élèves d'une classe de Première.Ces valeurs ont été regroupées en 5 classes.

1. *Complète le tableau.*

Classes	*[160 ; 165[*	*[165 ; 170[*	*[170 ; 175[*	*[175 ; 180[*	*[180 ; 185[*	*Total*
Effectifs	*2*	*7*	*8*	*15*	*4*	*36*
Effectifs cumulés croissants						
Fréquences(en %)						
Fréquences cumulées croissantes						

2. *Représente les fréquences cumulées croissantes par un histogramme et trace les polygones des fréquences cumulées croissantes.*

Exercice 3 :

Le tableau ci-dessous récapitule les 65 notes attribuées par un correcteur lors d'un examen.

6; 9; 11; 14; 7; 12; 10;16 ; 10 ; 13; 7; 8; 8; 14; 4; 11; 9; 8; 13; 9; 12;14; 13;11; 12; 10;10;10; 11; 13; 4; 11; 11; 15; 7;12; 10; 9; 5; 8; 12; 9;12 ; 18; 13; 6; 9; 14; 7;11; 15; 8; 12; 5; 10; 7;11; 2; 13; 11; 15; 8; 9; 5; 12.

1. *Détermine les effectifs de la série statistique. Quel est le mode de cette série?*
2. *Représente les effectifs par un diagramme en bâtons.*
3. *Ces notes ont été regroupées en 5 classes.*
   a. *Complète le tableau ci-dessous.*

Classe	*[2 ; 6[*	*[6 ; 10[*	*[10; 14[*	*[14 ; 18[*
Centre de la classe				
Effectif				
Effectif cumulé croissant				

   b. *Représente le polygone des effectifs cumulés croissants.*

Exercice 4 :

Dans la première composition, Ahmed et Brahim, élèves en 3°AS, ont obtenue les notes indiquées dans le tableau ci-dessous. Calcule les moyennes obtenues par ces deux élèves en tenant compte des coefficients.

	EMR	Arabe	Français	Anglais	Histoire - Géographie	Sc. Naturelles	Physique- Chimie	Mathématiques	Education Physique
Coefficient	3	5	4	2	2	2	2	6	1
Ahmed	15	14	13	16	18	14	15	16	17
Brahim	16	14	14	14	17	15	15	16	Dis.

Exercice 5 :

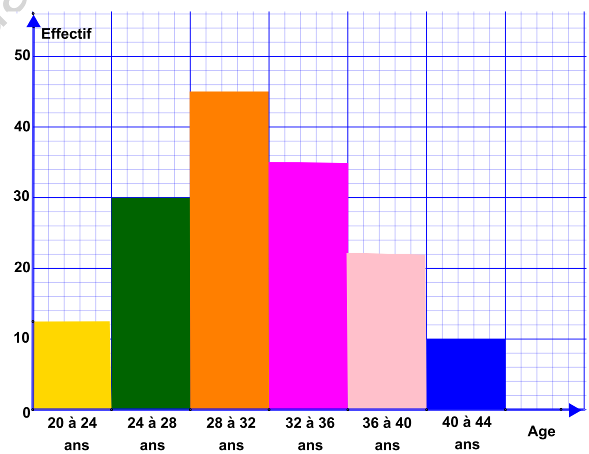
Calcule la taille moyenne du groupe de personnes de cette statistique

Taille T(m)	$1,50 \leq T < 1,60$	$1,60 \leq T < 1,70$	$1,70 \leq T < 1,80$	$1,50 \leq T < 1,60$	$1,50 \leq T < 1,60$	Total
Effectif	8	21	34	7	3	

Exercice 6 :

Le diagramme ci-contre donne la répartition des 150 employés d'une entreprise selon leur âge.

a. *Quelle est la population étudiée ?*
b. *Quel est le caractère étudié ?*
c. *Ce caractère est-il qualitatif ou quantitatif ?*
d. *Calcule l'âge moyen des employés de cette entreprise.*



Exercice 7 :

Dans un collège, la moyenne en Mathématiques des 440 élèves (tous niveaux confondus) est de 11,6. On connait également la moyenne des notes pour les garçons qui est de 12,5 et celle des filles qui est 11. Combien y a-t-il de garçons et de filles dans ce collège ?

Exercice 8 :

Le tableau ci-dessous rassemble la répartition des 80 communications téléphoniques d'un abonné pendant un mois selon leur durée.

Durée en minutes	*Fréquence en %*	*Fréquences cumulées croissantes*
[0 ; 1[	*10*	
[1 ; 3[	*17,5*	
[3 ; 5[	*20*	
[5 ; 10[	*25,5*	
[10 ; 15[	*17*	

1. *Complète le tableau ;*
2. *Trace le polygone des fréquences cumulées croissantes.*

Exercice 9 :

On donne la série suivante :

Valeur	*5*	*8*	*9*	*13*	*19*
Effectif	*2*	*6*	*8*	*6*	*3*

1. *Quel est le mode de cette série?*
2. *Quelle est l'étendue de la série ?*
3. *Calcule la moyenne de la série.*
4. *Détermine la médiane de la série*
5. *Si on enlève :*
   - *les trois plus petites valeurs de la série, quelle est la médiane ?*
   - *les trois plus grandes valeurs de la série, quelle est la médiane ?*
6. *Combien de valeurs égales à 10 doit-on ajouter pour avoir une médiane égale à 9,5 ?*

Exercice 10 :

On donne le tableau suivant:

Classes	*[5 ; 10[*	*[10 ; 20[*	*[20 ; 30[*	*[30 ; 40[*	*[40 ; 50[*
Effectif	*3*	*9*	*6*	*9*	*1*
Fréquence					
Fréquences cumulées croissantes					

1. *Quelles sont les classes modales de la série ? Complète le tableau*
2. *Quelle est l'étendue de la série ?*
3. *Calcule la moyenne de la série.*
4. *Trace la courbe des fréquences cumulées croissantes, puis détermine la médiane*

Exercice 11:

Le tableau ci-dessous présente la série des notes obtenues par les élèves de 3°AS lors du dernier devoir en classe :

Note sur 20	5	6	8	9	11	12	13	15	18	19
Effectif	1	2	6	2	1	4	2	3	1	1

1. *Quel est l'effectif de la classe de 3°AS?*
2. *Calcule la note moyenne de ce devoir. En donne la valeur arrondie au dixième de point.*
3. *Quel est le pourcentage, arrondi à l'unité, de l'effectif total représentent les élèves ayant obtenu une note inférieure ou égale à 8 ?*
4. *Détermine la note médiane de cette série. Que représente cette note ?*

Exercice 12 :

Madame A et Monsieur B sont tous les deux professeurs de Mathématiques et ont tous les deux une classe de troisième ayant 20 élèves. Ils comparent les notes obtenues par leurs élèves au dernier devoir commun.

Notes attribuées par Madame A

7 - 8 - 12 - 12 - 18 - 5 - 11 - 6 - 3 - 8 - 5 -18 - 9 - 20 - 6 - 16 - 6 - 18 - 7 - 15

Notes attribuées par Monsieur B

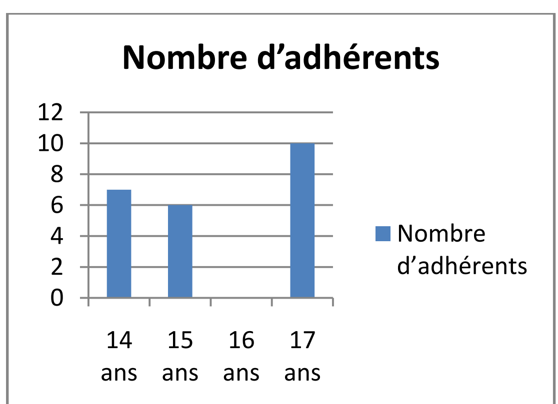
8 - 8 - 9 - 12 - 11 - 8 - 13 - 15 - 7 - 9 - 10 -10 - 12 - 8 - 10 - 14 - 12 - 11 - 14 - 9

1. *Construis, sur la copie et sur un même dessin, les diagrammes en bâtons représentant les deux séries de notes. (Utilise deux couleurs différentes.)*
2. *Calcule la moyenne de chaque série.*
3. *Détermine une médiane de chaque série.*
4. *Compare ces deux classes.*

Exercice 13 :

L'histogramme ci-contre illustre une enquête faite sur l'âge des 30 adhérents d'un club sportif mais le rectangle correspondant aux adhérents de 16 ans a été effacé.

1. *Calcule le nombre d'adhérents ayant 16 ans.*
2. *Quel est le pourcentage du nombre d'adhérents ayant 15 ans ?*
3. *Quel est l'âge moyen des adhérents du club ? Donne une valeur arrondie au dixième.*



4. *Complète le tableau ci-dessous pour réaliser un diagramme semi-circulaire représentant la répartition des adhérents selon leurs âges.*

Âge	*14 ans*	*15 ans*	*16 ans*	*17 ans*	*Total*
Nombre d'adhérents					
Mesure de l'angle en degrés					*180*

EXERCICE 14

Ci-après, sont présentées les notes d'un contrôle notées sur 5 pour une classe de 25 élèves.

1. *Reproduis et complète le tableau de notes suivant :*

Note sur 5	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*
Effectif	*1*	*4*	*7*		*3*	*2*
Effectif cumulé croissant						

2. *Calcule la moyenne des notes de la classe.*
3. *Quelle est la médiane des notes de la classe ?*
4. *Calcule la fréquence des notes inférieures ou égales à 3 points sur 5.*

Exercice 15 :

Au cours d'une course d'athlétisme (400m), le temps mis par chaque coureur a été chronométré. Ces mesures (en secondes) sont reportées ci-dessous :
48,65 – 49,20 – 50 – 50,12 – 50,13 – 50,45 – 51 – 51,80 – 51,85 – 51,90 – 52,05 – 52,20 – 52,60 – 53,28 – 54,80

1. *Quelle est l'étendue de cette série ?*
2. *Donne la moyenne arrondie au centième de cette série.*
3. *Donne la médiane de cette série.*
4. *Quel pourcentage des coureurs qui ont mis moins de 52,50 secondes pour 400 mètres ?*

Exercice 16:

1. *Ecris une série de 5 nombres naturels différents telle que sa moyenne soit égale à 12 et sa médiane 15.*
2. *Ecris une série de 4 nombres naturels différents telle que sa moyenne soit égale à 15 et sa médiane 12.*

Exercice 17 :

Au cours d'une enquête réalisée sur 671 élèves d'un collège, on relève la durée d (en minutes) passée par chacun d'entre eux pour effectuer leur travail scolaire chaque jour.
Les résultats ont été regroupés en quatre classes dans le tableau ci-après.
1. Complète ce tableau en arrondissant les fréquences à 1%.
2. En remplaçant chaque classe par son centre, calcule la durée moyenne passée chaque jour par un élève pour effectuer son travail scolaire. On donnera cette durée arrondie à la minute.

Durée du travail d	Centre de la classe	Effectif	Fréquence %
$0 \leq d < 30$	15	106	16
$30 \leq d < 60$			
$60 \leq d < 90$		235	
$90 \leq d < 120$		144	
Total		671	100

Exercice 18:

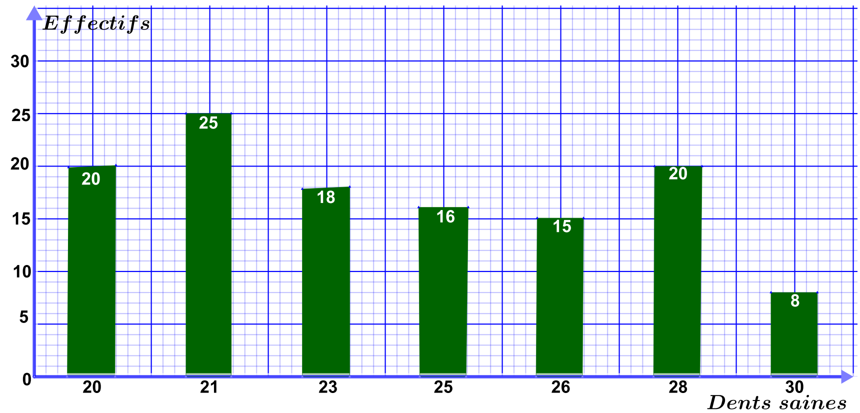
Une station de ski réalise une enquête auprès de 300 skieurs qui la fréquentent. Les résultats de l'enquête sont notés dans le tableau ci-dessous et indiquent la répartition en classe des skieurs en fonction de leur âge (en années) :

âge	[0 ; 10[	[10; 20[	[20; 30[	[30; 40[	[40; 50[	[50; 60[	[60; 70[	[70; 80[	[80; 90[
Centre de la classe	5								
Effectif	27	45	48	39	42	36	33	24	06
Eff. cumulé croiss.									

1. *Complète le tableau en indiquant le centre de chaque classe d'âge et les effectifs cumulés croissants.*
2. *Calcule l'âge moyen des skieurs fréquentant cette station.*
3. *Quelle est la fréquence, en pourcentage, de skieurs ayant un âge strictement inférieur à 20 ans ?*
4. *Construis le polygone des effectifs cumulés croissants afin de déterminer graphiquement une valeur approchée de l'âge médian des skieurs fréquentant la station (unités graphiques: 1 cm pour 5 ans en abscisse, 1 cm pour 20 skieurs en ordonnée).*

Exercice 19 :

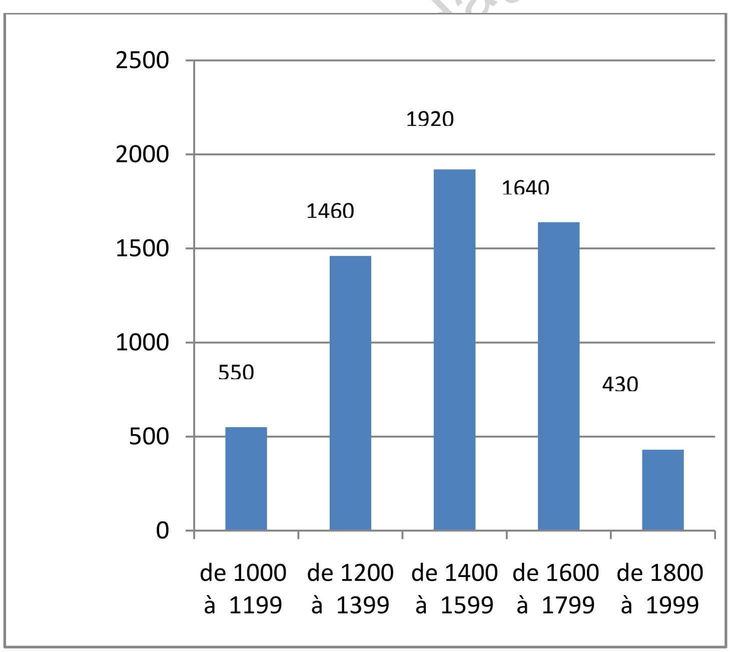
Un dentiste a compté le nombre de dents saines chez chacun de ses patients adultes pendant un mois il a obtenu le diagramme des effectifs ci-dessus.



1. *Combien de patients a-t-il examiné ?*
2. *Quel est le nombre médian de dents saines ?*
3. *Quel est le pourcentage de patients qui ont moins de 27 dents saines?*
4. *Quel est le pourcentage de patients qui ont plus de 27 dents saines?*

Exercice 20 :

Une usine teste des ampoules électriques en étudiant leur durée de vie (en heures) sur un échantillon d'ampoules. Les résultats de ce test sont représentés par le diagramme des effectifs suivant :



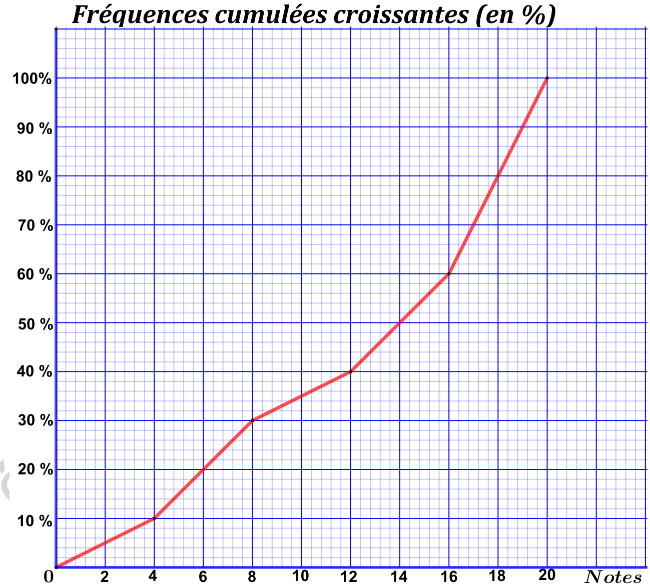
1. *Combien d'ampoules ont une durée de vie :*
   a. *Supérieure ou égale à 1000 heures ?*
   b. *Supérieure ou égale à 1400 heures ?*
2. *Quel est le pourcentage d'ampoules qui ont une durée supérieure ou égale à 1400 heures ?*
3. *Dresse le tableau indiquant les intervalles de durée de vie et les effectifs correspondants.*
4. *Calcule la durée moyenne de vie d'une ampoule de cet échantillon (on fera comme si toutes les ampoules d'une même classe avaient pour durée de vie le centre (milieu) de cette classe).*

Exercice 21:

Le graphique ci-contre représente le polygone des fréquences cumulées croissantes des notes obtenues par les élèves d'une classe :

Fréquences cumulées croissantes (en %)

Fréquences cumulées croissantes (en %)



Complète le tableau suivant :

Classe	*effectifs*	*Effectifs cumulés croissants*	*Fréquences cumulées croissantes*
[0 ; 4[			
[4 ; 8[			
[8 ; 12[			
[12 ; 16[			
[16 ; 20[			
	30		

Exercice 22:

Dans deux classes de 24 élèves chacune, on demande aux collégiens qui utilisent tous l'autobus, combien de temps ils passent dans ce moyen de transport pour se rendre à leur collège.

1. *Reproduis et complète la première colonne du tableau suivant qui présentent les résultats de cette enquête, en sachant que tous les élèves ont donné une réponse.*

Temps en minutes	Effectif	Fréquences fi	Fréquences cumulées croissantes
$0 \leq t < 15$	6		
$15 \leq t < 30$	24		
$30 \leq t < 45$			
$45 \leq t < 60$	3		

2. *Quel est l'effectif d'élèves passant au moins 30 minutes dans l'autobus pour se rendre au collège ?*
3. *Détermine les valeurs maximale et minimale de la variable étudiée.*
4. *Complète la colonne des fréquences correspondant à cette étude statistique ?*
5. *Complète la colonne des fréquences cumulées croissantes.*
6. *Représente le polygone des fréquences cumulées croissantes.*
   En déduis la valeur médiane.

Exercice 23:

Dans une entreprise, les salaires, en ouguiyas se répartissent de la façon suivante :

Classes	Effectifs	Classes	Effectifs
[4000 ; 4200[	12	[4600 ; 4800[	18
[4200 ; 4400[	20	[4800 ; 5000[	6
[4400 ; 4600[	40	[5000 ; 5200[	4

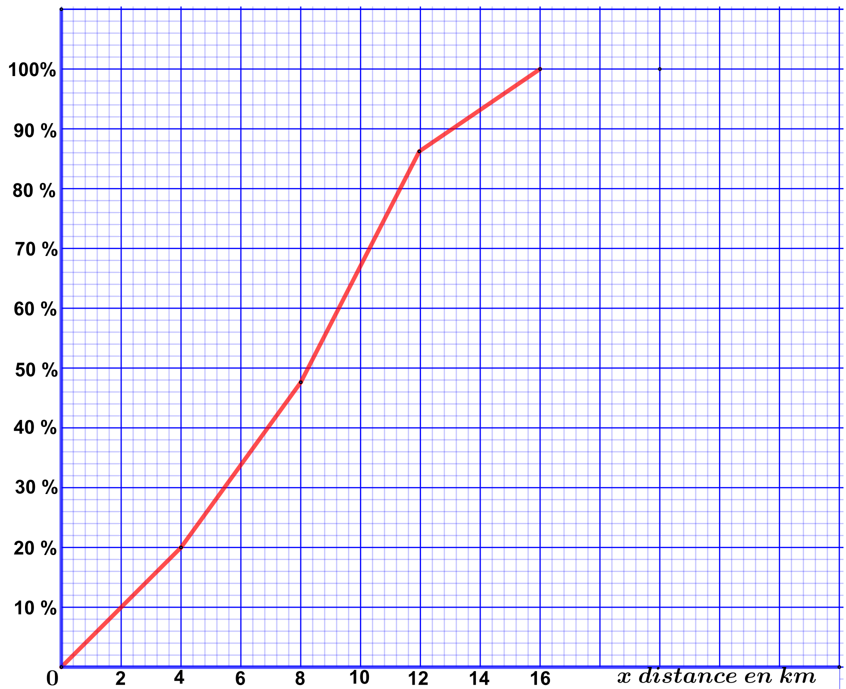
1. *Représente un histogramme des effectifs.*
2. *Calcule les effectifs cumulés croissants et décroissants.*
3. *Quel est le salaire médian dans cette entreprise ?*
4. *Quel est le salaire moyen dans cette entreprise ?*

Exercice 24:

Une enquête a été menée auprès de 40 employés d'une petite entreprise sur la distance qu'ils avaient à parcourir pour se rendre de leur domicile à leur lieu de travail. Les résultats de l'enquête ont été traduits par la courbe des fréquences cumulées croissantes, dans le repère orthogonal, d'origine O, d'axe des abscisses [Ox) et d'axe des ordonnées [Oy).

Les unités sont représentées sur chaque axe.

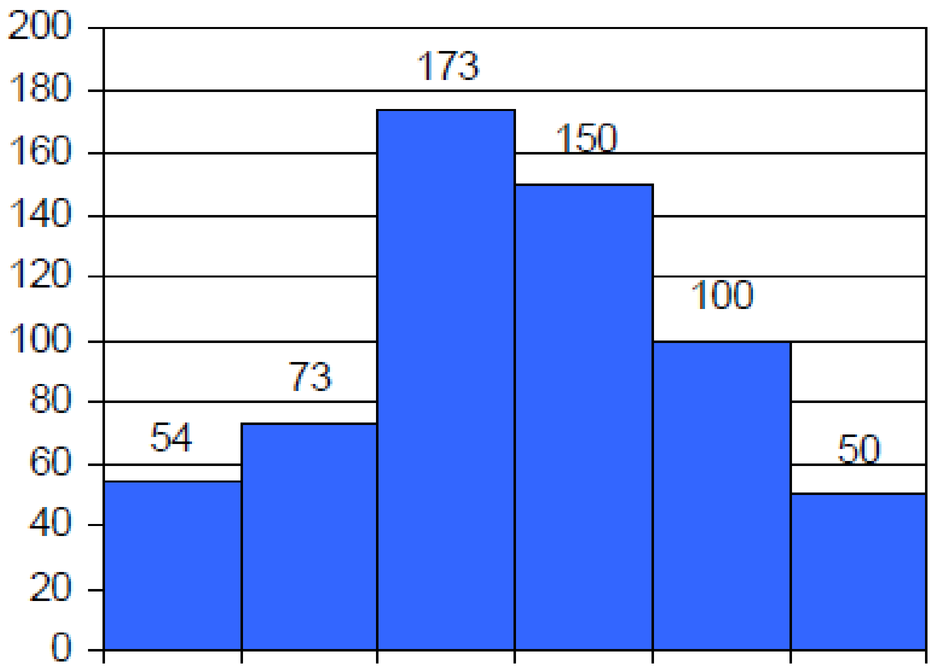
Le tableau suivant est un tableau de propositions. Entoure la bonne réponse juste dans le tableau pour chaque proposition. Tous les pourcentages sont calculés par rapport au nombre total d'employés de l'entreprise.



Propositions	**Réponses**		
Le pourcentage d'employés parcourant moins de 8 km représente :	*25 %*	*45 %*	*10 %*
Le pourcentage d'employés parcourant plus de 12 km et moins de 16 km est :	*15 %*	*100 %*	*6 %*
Le nombre d'employés parcourant une distance comprise entre 12 km et 16 km est :	*6*	*15*	*3*
40 % d'employés parcourent :	*Moins de 12 km*	*Plus de 12 km*	*De 8 km à 12 km*
Le pourcentage d'employés parcourant au moins 8,5 km est :	*20 %*	*50 %*	*80 %*
Pour cette série la valeur 8,5 km est :	*La médiane*	*La moyenne*	*Le mode*

Exercice 25:

Une enquête sur l'argent de poche quotidien, exprimé en ouguiyas, de 600 jeunes enfants a donné les résultats suivants regroupés sous la forme de l'histogramme suivant :



1. *Complète le tableau suivant :*

Somme d'argent	*Effectif* n_i	*Centre de classe* $x\,i$	*Produit* $n\,i \times x\,i$	*Effectif cumulé croissant*	*Effectif cumulé décroissant*	*Fréquence* $f\,i$	*Angle en degré*
[0 ; 5[							
[5 ; 10[							
[10 ; 15[							
[15 ; 20[							
[20 ; 25[							
[25 ; 30[							
Total						*1*	*360°*

2. *Regroupe les données sous la forme d'un diagramme à secteurs.*
3. *Calcule le montant moyen.*
4. *À l'aide du polygone des effectifs cumulés croissants et décroissants, donne la valeur du montant médian.*

SPHÈRE ET BOULE

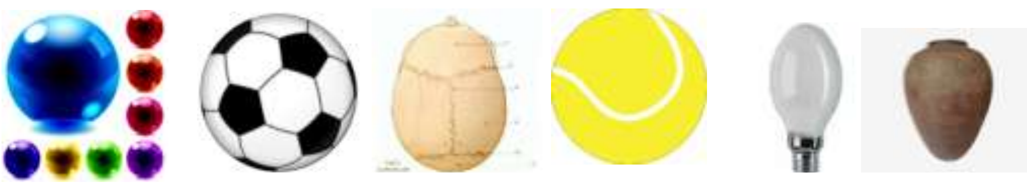
I. Sphère :

I.1. Notion de Sphère :

Activité 1:

Partie A :

Voici certains objets que tu connais. Peux-tu donner une description de chaque objet ?

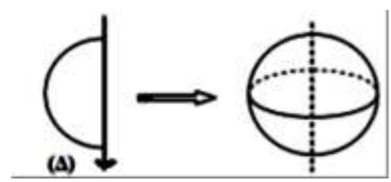


Boules **Ballon** **Crâne** **Balle de Tennis** **Ampoule** **Vase**

Partie B :

On fait tourner un demi-cercle de centre O autour de l'axe (Δ).

Quel solide obtient-on?



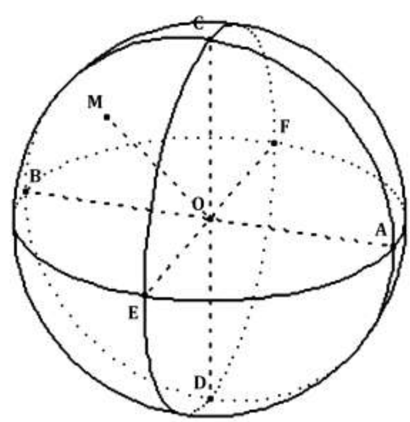
Remarque 1:

Si l'on fait tourner un demi-cercle autour de son diamètre qui reste fixe, alors on engendre un solide de révolution appelé sphère.

Définition 1:

Soit un point de l'espace et r un nombre positif non nul.

La sphère de centre O et de rayon r est l'ensemble des points de l'espace dont la distance au point O et r. On la note S(O ; r)



Remarque 2:

- *Une sphère est une figure géométrique caractérisée par deux éléments essentiels : son centre O et son rayon r.*
- *Si OM= OA= OD= OF= OB=r, on dit que les segments $[OM]$, $[OA]$, $[OB]$, $[OD]$ et $[OF]$ sont des rayons de cette sphère.*

Propriété 1:

- *Si M est sur la sphère de centre O et de rayon r alors OM = r.*
- *Si OM = r alors M est sur la sphère de centre O et de rayon r.*

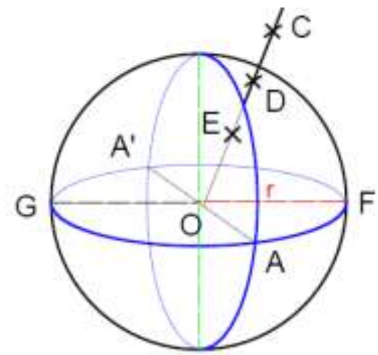
Activité 2:

Prends une orange perce-la à l'aide d'une tige. En combien de points, cette tige perce-t-elle « la peau de l'orange ». Conclus.

Règle :

Deux points A et B d'une sphère sont dits « diamétralement opposés » si le centre de la sphère est le milieu du segment [AB]. Ce segment alors diamètre de cette sphère.

Conséquence :



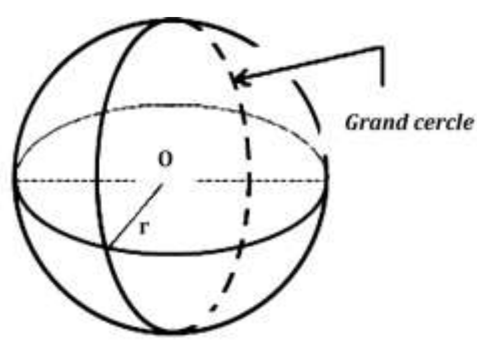
- *OC > r, donc C n'appartient pas à la sphère (à l'extérieur de la sphère).*
- *OE < r, donc E n'appartient pas à la sphère (à l'intérieur de la sphère).*
- *OD = r, donc D appartient à la sphère.*
- *F et G sont diamétralement opposés sur cette sphère.*
- *C et E ne sont pas diamétralement opposés sur cette sphère.*
- *C et E ne sont pas diamétralement opposés sur cette sphère.*
- *A et D ne sont pas diamétralement opposés sur cette sphère.*

Définition 2 :

Un grand cercle d'une sphère de centre O et de rayon r est un cercle de même centre O et de même rayon r.

I.2. Représentation en perspective cavalière :

Activité 4:



1. *Commence par trace un cercle de contre O et de rayon r ;*
2. *Trace à main levée deux grands cercles aplatis à diamètres perpendiculaires, que l'on représente par des " ellipses" .*

On obtient ainsi la représentation en perspective cavalière de sphère S(O ;r).

II. Boule :

II.1. Notion de Boule :

Activité 5:

Partie A :

Voici certains objets que tu connais. Peux-tu donner une description de chaque objet ?

Un Oeuf

Une vase

Une bobine

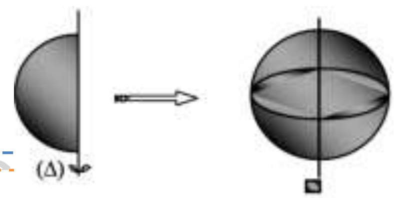
Un citron

Un globe

Des boules en acier

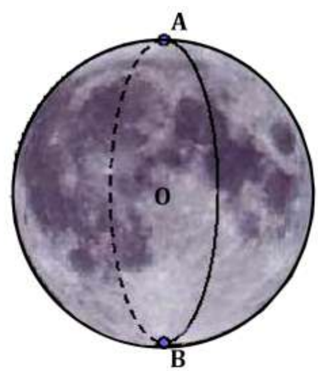
Partie B :

On fait tourner un demi-disque de centre O autour l'axe (Δ). Quel solide obtient-on ?



Remarque 3:

Si l'on fait tourner un demi-disque autour de son diamètre qui reste fixe, alors on engendre un solide de révolution appelé boule.



Définition 3:

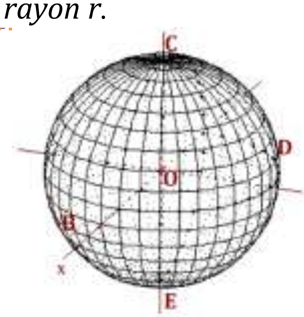
Étant donnés un point O de l'espace et un réel positif non nul r.
La boule de centre O et de rayon r est l'ensemble des points dont la distance au point O est inferieure ou égale à r. On la note B(O ; r).

Propriété 2:

- *Si M est dans la boule de centre O et de rayon r alors $OM \leq r$.*
- *Si $OM \leq r$ alors M est sur la boule de centre O et de rayon r.*

Remarque 4:

- *Si $OM > r$, alors le point M est à l'extérieur de la boule et vice versa.*
- *Dans le cas d'une boule, on définit de la même manière les notions de rayon, diamètre, points diamétralement opposés et grands cercles déjà évoquées dans le partie du cours consacrée à la sphère.*



II.2. Représentation en perspective cavalière d'une boule :

Activité 6:

1. *Commence par trace un disque de contre O et de rayon r ;*
2. *Trace à main levée deux disques délimités par grands cercles aplatis à diamètres perpendiculaires, que l'on représente par des ''ellipses plnes''.*

On obtient ainsi la représentation en perspective cavalière de sphère B(O ;r).

Remarque 5:

La représentation une boule est semblable à celle d' une sphère sauf que l'on fait apparaitre que l'objet est plein.

Attention :

On ne peut pas réaliser un patron d'une sphère, ni celui d'une boule.

III. Éléments métriques dans sphère et la boule:

***Activité 7:* Mathématiques et Histoire**

Le savant grec Archimède fut le premier à faire un lien entre sphère et cylindre.
Par exemple, il a démontré la propriété suivante :
« La surface d'une sphère est la même que la surface latérale du cylindre dans lequel elle est inscrite ».

1. *On note r le rayon de la sphère.*
Détermine le rayon et la hauteur du cylindre en fonction de r.
2. *Quelle est donc la formule de l'aire d'une sphère ?*

Remarque 6:

Cette formule est assez difficile à établir pour le niveau de 3°AS.

***Activité 8:* L'unité est le centimètre**

On donne une demi-sphère de rayon r. Construis un cylindre de rayon r et de hauteur h = r

Remplis avec du sable la demi-sphère, puis verse le contenu dans ce cylindre.

Que remarques-tu ?

Formules de l'aire d'une sphère et du volume d'une boule :

- *L'**aire** d'une sphère de rayon r est égale à $4\pi r^2$.*
- *Le **volume** d'une boule de rayon r est égal à $\frac{4}{3}\pi r^3$*

Exemple1:

1- Calcule le volume enmm³ d'une boule de pétanque de 72 mm de diamètre.

2- Donne une valeur approchée au cm³ puis $\frac{1}{10}$ ème de litre prés.

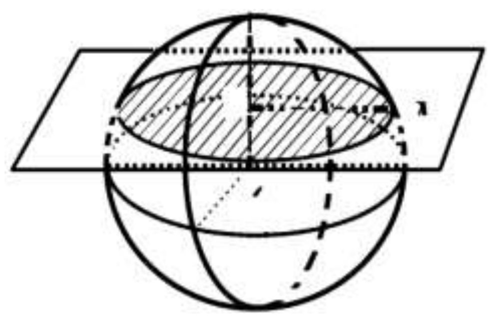
Réponse:

$r = \frac{72}{2} = 36\ m^3$; $v = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi 36^3}{3} = \frac{4\pi 46656}{3} \cong 195432\ mm^3$.

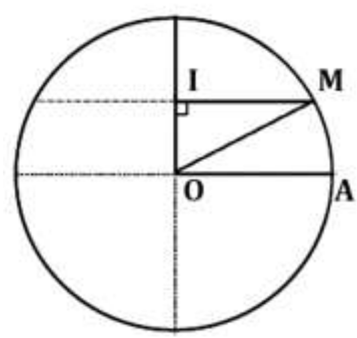
Exercice d'application 1:

1. Quel est le rayon d'une sphère dont l'aire est égale à 200 cm^2 ? Quel est le volume que peut contenir cette sphère ?
2. Puis-je verser le contenu d'une sphère de 5 cm de rayon dans un cylindre creux de 5 cm de rayon et de 7 cm de hauteur ?
3. Un verre parallélépipédique (à base carrée de côté 3cm et de hauteur 8cm) contient 63 ml d'eau. Quelle est la hauteur d'eau dans ce récipient ? On y plonge deux glaçons sphériques de 2 cm de diamètre. L'eau va-t-elle déborder du verre?

IV. Section d'une la sphère(ou d'une boue) par un plan :



Si on coupe une sphère par un plan, le plan coupe la sphère en deux parties. La partie supérieure s'appelle une calotte sphérique.
Le plan fait apparaître sur la sphère un cercle dont le centre (ici le point I) est un point d'un diamètre de la sphère. Ce cercle est appelé **petit cercle**.



Plaçons-nous dans le plan contenant les points O, I et M. Si on désigne par h la distance entre le point I et le centre O de la sphère, et en appliquant le théorème de Pythagore au triangle rectangle OIM en I, on obtient la relation: $OM^2 = OI^2 + IM^2$

OM est le rayon R de la sphère, donc : $R^2 = h^2 + r^2$,

d'où : $r = \sqrt{R^2 - h^2}$.

Propriété 3:

La section d'une sphère de rayon r avec un plan situe à une distance d du centre de cette sphère est un cercle de rayon $\sqrt{R^2 - h^2}$.

Conséquence :

- *Si la distance d est égale à 0 le plan passe alors par le centre de la sphère et le rayon de la section est égal à* $\sqrt{R^2 - h^2} = \sqrt{R^2} = R$, *le cercle est donc un grand cercle.*
- *Si la distance est égale à R, le plan est tangent à la sphère et le rayon est donc égal à* $\sqrt{R^2 - R^2} = \sqrt{0} = 0$. *La section est donc un point (cercle de rayon 0)*
- *Si la distance est supérieur à R, le plan est extérieur à la sphère, la formule racine* $\sqrt{R^2 - h^2}$ *n'a pas de sens il n'y a donc pas de section circulaire.*

Remarque 7:

La section d'une boule par un plan est un disque.

Exemple 2:

On considère une sphère de centre 0 et de rayon r= 5 cm. Cette sphère est coupée par un plan situé à une distance de 3 cm de son centre. Quelle est le rayon de la section obtenue.

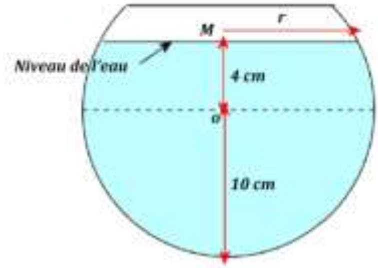
Réponse :

$R = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$ *cm.*

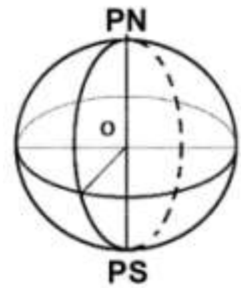
Exercice d'application 2:

Le poisson de Samba, est dans un bocal ayant la forme d'une sphère tronquée (fixée sur un socle). Le rayon de la sphère est de 10 cm. La distance de la surface plane de l'eau au centre O de la sphère est 4 cm.

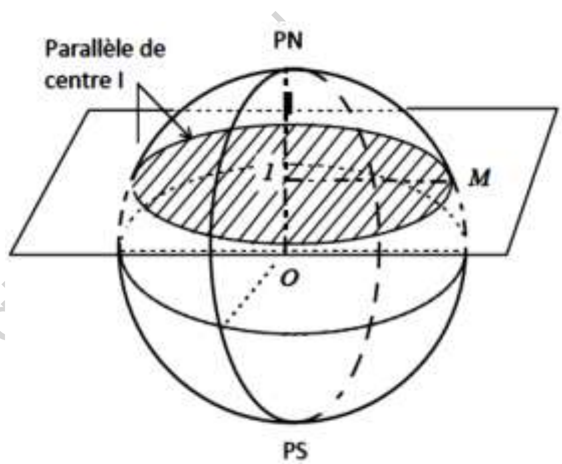
1. *a. Calcule r (donne la valeur arrondie au mm près).*
   b. Quelle est la forme de la surface plane de l'eau ?
   c. Calcule l'aire de cette surface (donne le résultat au cm^2 *près)*
2. *Calcule le volume d'eau nécessaire pour remplir le bocal au niveau des pointillés.*
   (Donne le résultat au cm^3 *près, puis au litre près)*



V. La sphère terrestre :

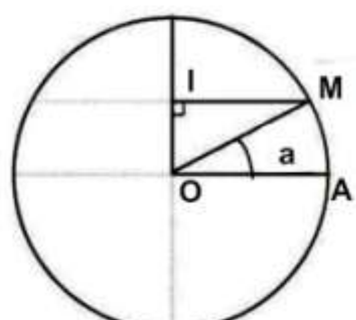


La Terre est une sphère (légèrement aplatie aux pôles) dont le rayon est arrondi à 6 400 km.
Le segment formé par les deux pôles est un diamètre de la Terre.
*L'**équateur** est un grand cercle de la Terre; sa longueur se calcule donc par la formule : $L = 2\pi R$, où R est le rayon de la Terre. On obtient : $L = 2\times \pi \times 6400 \approx 40\,000$ km.*
*Tous les **méridiens** sont d'autres grands cercles, passant eux par les deux pôles, et leur longueur est aussi d'environ 40 000 km.*



*Un **parallèle** est un petit cercle de la Terre, déterminé par la section de la Terre par un plan parallèle au plan de l'équateur. La longueur d'un parallèle dépend de son rayon; ce rayon dépend de la longueur séparant le centre du parallèle du centre de la Terre. Il peut se calculer ainsi qu'il est montré au paragraphe IV. Mais les parallèles ont été repérés d'une autre manière. C'est l'angle formé par un point de l'équateur, le centre de la Terre et un point du parallèle qui va permettre de déterminer le parallèle. Cet angle porte le nom de **latitude**. Plaçons-nous dans le plan contenant les points O, I et M. Le point M est un point du parallèle de centre I.*

La latitude de ce parallèle est l'angle α, formé par les points A, O et M :

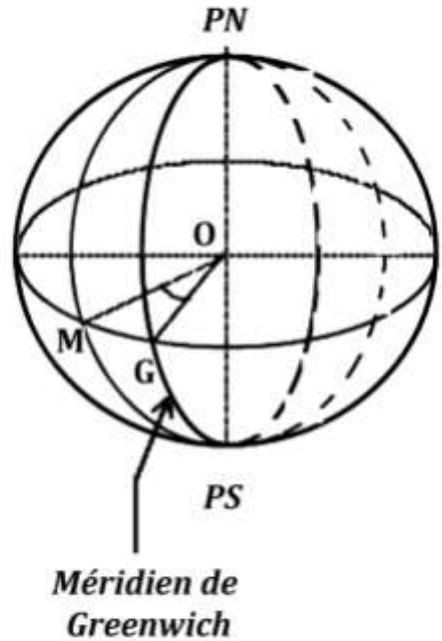


Les droites (IM) et (AO) étant parallèles, les angles $I\widehat{M}O$ et $M\widehat{O}A$ sont alternes-internes, donc égaux. Donc dans le triangle rectangle IMO, on peut utiliser le Cos : **$r = R \times \cos \alpha$.**
La latitude d'un parallèle est un angle compris entre 0° et 90°; on ajoute une indication de sens pour dire si le parallèle est entre l'équateur et le pôle Nord, ou bien entre l'équateur et le pôle .On dira donc d'un point qu'il a une latitude de 54°N ou de 46°S, par exemple.

Coordonnées géographiques :

Pour repérer un point sur la Terre, on le situe à la fois sur un méridien et sur un parallèle.

Chaque méridien est repéré par rapport à un méridien de référence : le méridien de Greenwich. Greenwich est une petite ville de la banlieue de Londres. Si M est le point d'un méridien situé sur l'équateur, et G le point du méridien de Greenwich situé sur l'équateur, l'angle $G\hat{O}M$ est la ***longitude*** *du méridien passant par le point M.*

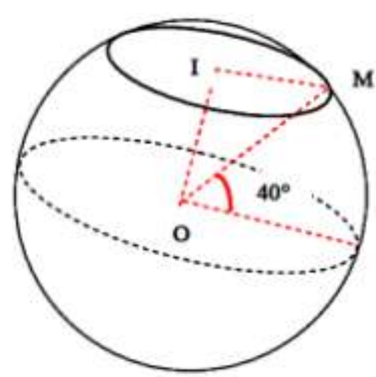


La longitude d'un méridien est un angle compris entre 0° et 180°; on ajoute une indication de sens pour dire si le méridien est à l'Est ou à l'Ouest du méridien de Greenwich.

On dira donc d'un point qu'il a une longitude de 48°E ou de 132°O, par exemple.

Exemple 3:

Calcule la longueur du 40$^{\text{ème}}$ parallèle Nord.



Réponse :

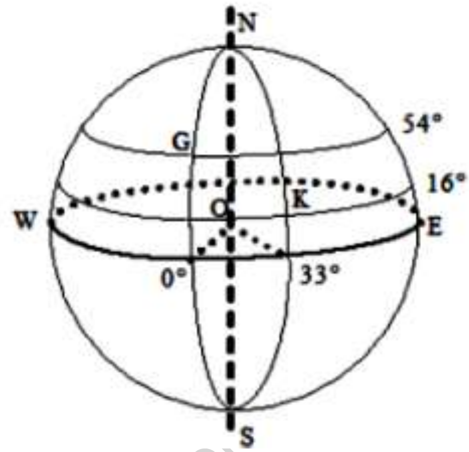
On a $I\hat{O}M = 90 - 40 = 50°$

Dans le triangle OIM rectangle en I, $\sin I\hat{O}M = \dfrac{IM}{OM}$ *donc :* $IM = 6370 \times \sin 50°$.

D'où la longueur du 40$^{\text{ème}}$ parallèle est : $L = 2\pi \times 6370 \times \sin 50° \approx ....30644{,}54$ *km.*

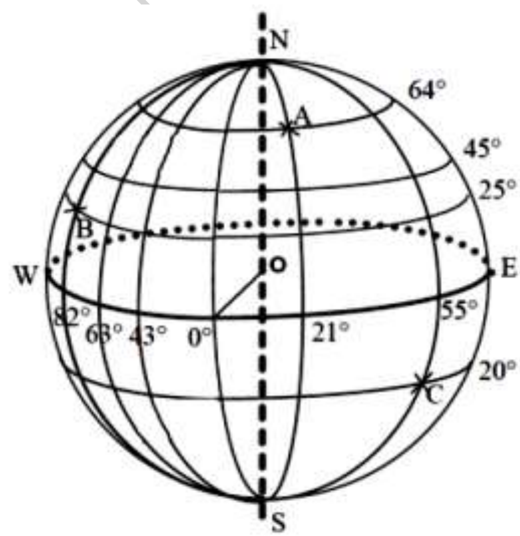
Exercice d'application 3:

On assimilera la terre à une sphère de 6 400 km de rayon et de centre O. Les points N et S représentent respectivement le pôle Nord et le pôle Sud. Le cercle de diamètre [OE] est l'équateur. Le demi–cercle de diamètre [NS] qui passe par G s'appelle Méridien de Greenwich.



On repère un point sur la terre par la donnée de : sa longitude est l'angle en degrés qu'il fait avec le Méridien de Greenwich suivi de la lettre O (Ouest) ou E (Est) : sa latitude est l'angle en degrés entre le parallèle du point et l'équateur, suivi de la lettre N (Nord) ou S (Sud).

a. *Quelle est la longitude pour Khartoum (repéré par le point K) ? Quelle est sa latitude ? On peut donc donner les coordonnées de Khartoum sous la forme (longitude ; latitude)*
b. *Quelles sont les coordonnées pour Khartoum ?*
c. *Quelles sont les coordonnées des 3 villes suivantes :(Voir figure ci-contre)*



A : Oslo ; B : Miami ; C : St Denis de La réunion.

Exercices divers

Exercice 1:

S est une sphère de centre O et de rayon 8cm, B la boule de même centre et de même rayon.

Les points E, F, G et H sont des points de l'espace tels que :OE=3cm ; OG= 8cm et FH=5cm.

Réponds par vrai ; faux ou je ne sais pas aux affirmations suivantes :

a. $E \in S$; *b.* $E \in B$; *c.* $F \in S$; *d.* $F \in B$; *e.* $G \notin S$; *f.* $H \in B$.

Exercice 2:

1. *Dessine en perspective cavalière une sphère de centre O et de rayon 5cm. Place les points A, A', C, C', D et D' tels que* $[AA']$, $[CC']$ $[DD']$ *soient des diamètres de la sphère.*
2. *Trace un petit et grand cercle de cette sphère.*

Exercice 3:

a. *Construis un triangle rectangle en A tel que AB=2cm et AC=4cm.*
b. *Construis le cercle circonscrit à ce triangle.*
c. *Autour de quel côté du triangle faut-il tourner ce cercle pour obtenir une sphère.*

Exercice 4:

1. *Construis un rectangle ABCD tel que AB=5cm et AD=2cm puis construis le cercle circonscrit à ce rectangle.*
2. *On fait tourner cette figure autour de la médiatrice du segment* $[AB]$. *Décris le solide engendré par :*
   a. *Le cercle* b. *Le rectangle*

Exercice 5:

Sachant que l'équateur terrestre mesure environ 40 000 km, calcule le rayon de la Terre.

Exercice 6:

Un bateau navigue le long d'un méridien de latitude 12°S à la latitude 13° N. Quelle est environ la distance parcourue?

Exercice 7:

1. Calcule l'aire d'une sphère de rayon 28 cm. (On prendra $\pi = 22/7$)
2. Calcule le rayon d'une sphère dont l'aire vaut 1 9620,5 cm^2. (on prendra $\pi = 3{,}14$).

Exercice 8:

Calcule l'aire d'une sphère et le volume de la boule dont le rayon est 12 km.

Exercice 9:

Sur un globe terrestre, l'arc de méridien allant du pôle à l'équateur mesure 15,7 cm. Calcule le rayon du globe, puis son volume.

Exercice 10:

Une sphère a une aire de 1 256 cm^2. Calcule le rayon de cette sphère puis le volume de la boule contenue dans cette sphère.

Exercice 11:

Une sphère a un rayon de 1 cm. Quelle est la longueur de l'arête d'un cube ayant la même aire qu'elle?

Exercice 12:

Calcule la longueur du 38ème parallèle. (Parallèle de latitude 38°).

Exercice 13:

Calcule l'aire et le volume de chacune des planètes suivantes. Donne les résultats en écriture scientifique.

Planète	Mercure	Terre	Mars	Jupiter
Rayon (en km)	2 420	6 400	3 395	71 600

Exercice 14:

Une sphère mesure 30 cm de diamètre. Elle est coupée par un plan à 5 cm de son centre.
Calcule l'aire du disque d'intersection entre ce plan et la boule.

Exercice 15 :

Un cube de 60 cm d'arête est inscrit dans une sphère (ses sommets sont 8 points de la sphère).

a. Calcule la longueur exacte d'une diagonale d'une face du cube; on l'appelle d.

b. *Fais un dessin (échelle : 1/10) de la coupe de la sphère par un plan passant par deux diagonales parallèles de deux faces parallèles du cube.*
c. *Calcule le diamètre de la sphère.*
d. *Calcule l'aire de la sphère.*

Exercice 16:

L'atmosphère couvre la terre sur une hauteur moyenne de 400 km.

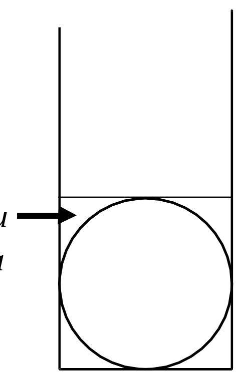
a. *Calcule le volume d'air présent autour de la terre. On rappelle que le rayon de la terre est environ 6 400 km.*
b. *En admettant que la masse moyenne d'un litre d'air est 1 kilogramme, exprime en tonnes la masse totale de l'atmosphère.*

Exercice 17:

Une boule est plongée dans un cylindre qui a le même rayon qu'elle R = 237 mm. On verse de l'eau dans le cylindre jusqu'à ce que le niveau arase exactement la boule.

Il s'agit en répondant aux questions suivantes de calculer la hauteur de l'eau dans le cylindre lorsque l'on retire la boule.

a. *Calcule le volume de la boule V1*
b. *Calcule le volume V2 : eau + boule*
c. *Quelle est la hauteur de l'eau dans le cylindre quand il y a la boule ?*
d. *Calcule la hauteur de l'eau dans le cylindre quand on a retiré la boule.*



Exercice 18 :

1. *Si on connaît le rayon R d'une sphère, on peut calculer par étape :*

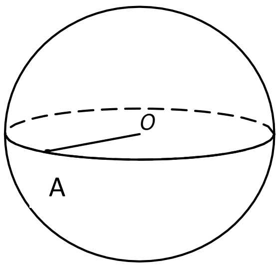
$D = 2R$	$x\pi \rightarrow$	$P = 2\pi R$	$x\ R/2 \rightarrow$	$A_d = \pi R^2$	$x4 \rightarrow$	$A_S = 4\pi R^2$	$x\ R/3 \rightarrow$	$V = 4/3.\pi R^3$
	Périmètre d'un grand cercle.		Aire d'un grand disque		Aire de la sphère		Volume de la boule	

2. <u>*Si on connaît le diamètre D*</u>
   On calcule R; D = 2R donc R = ...
3. <u>*Si on connaît le périmètre P d'un grand cercle*</u>
   On calcule R; P = 2πR donc R = ...
4. <u>*Si on connaît l'aire A_d d'un grand disque*</u>
   On calcule R; $A_d = \pi R^2$ donc R = ...
5. <u>*On connaît l'aire A_S de la sphère*</u>
   On calcule R; $AS = 4\pi R^2$ donc R = ...

Exercice 19:

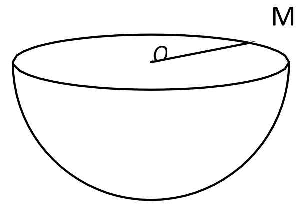
Calcule l'aire et le volume de chacun des solides suivants :

Cas n°1 : OA =25 cm



Cas n°2 : AB =3476 km

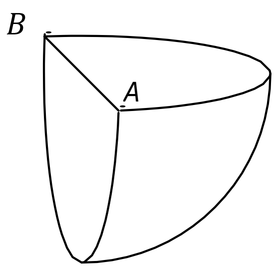
Cas n°3 : OM =1,2 m



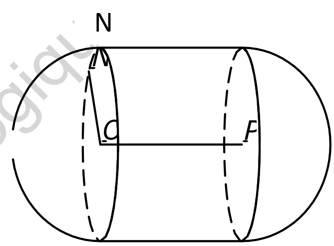
Exercice 20:

Calcule le volume de chacun des solides suivants :

Cas n°1 : AB =12 cm



Cas n°3 : OP =5 cm, ON =2cm



***Exercice 21**:*

Demba et Brahim sont deux commis de cuisine. Chacun d'eux doit éplucher un lot de pommes de terre que nous considérerons comme parfaitement sphériques.

Demba doit éplucher 81 pommes de terre de 2 cm de rayon chacune.

Brahim doit éplucher neuf grosses pommes de terre de 6 cm de rayon chacune.

a. On supposera qu'un centimètre cube de pomme de terre a une masse de 0,8g. Calcule la masse des lots de chaque commis de cuisine.

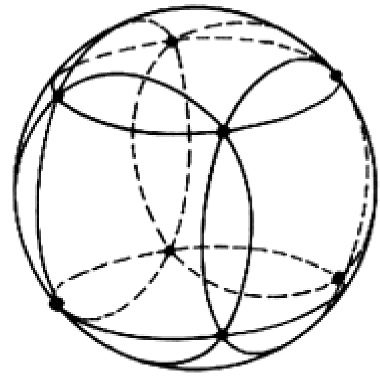
b. On suppose qu'il leur faut 0,4 seconde pour éplucher un centimètre carré de surface de pomme de terre. Calcule le temps nécessaire à chacun pour éplucher son lot.

c. On suppose que les épluchures ont 1 mm d'épaisseur. Calcule le pourcentage de perte que représentent les épluchures pour chaque lot, en supposant que les épluchures pèsent elles-aussi 0,8 g/cm^3.

d. Quelles conclusions peut-on tirer des résultats précédents ?

Exercice 22 :

Les 8 points d'intersection des motifs décoratifs de la boule de pétanque sont les sommets d'un cube.



Sachant que ces cercles sont tous identiques :

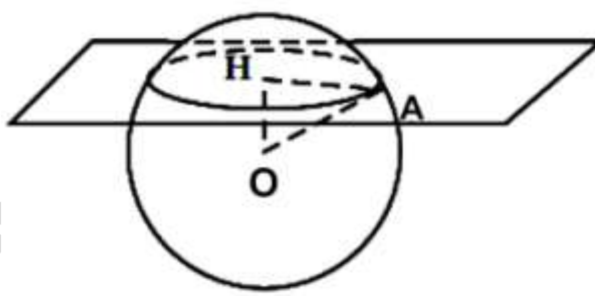
a. *Calcule le rayon de ces cercles.*

b. *Calcule le côté du cube.*

Exercice 23:

On rappelle la formule du volume d'une boule qui est : $\frac{4}{3} \times \pi \times R^3$

1. *Calcule la valeur, arrondie au cm^3, du volume d'une boule de rayon R = 7 cm.*
2. *On réalise la section de la sphère de centre O et de rayon OA = 7 cm par un plan, représenté ci-contre. Quelle est la nature de cette section?*
3. *Calcule la valeur exacte du rayon HA de cette section sachant que OH = 4 cm.*



Exercice 24 :

On rappelle les formules suivantes :

- *Volume d'un cylindre est donnée par :* $V_{cylindre} = \pi \times r\ 2 \times h$ *; avec r le rayon et h la hauteur du cylindre.*
- *Volume d'une boule est donnée par :* $V_{boule} = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3$ *; avec r le rayon de la boule.*

Une entreprise doit construire des plots en béton pour border des trottoirs. Ces plots sont formés d'un cylindre de révolution surmonté d'une demi-boule.
La hauteur du cylindre doit être de 40 cm et son rayon de 20 cm.

1. *Calcule la valeur arrondie au cm^3 du volume du cylindre.*
2. *Calcule la valeur arrondie au cm^3 du volume de la demi-boule.*
3. *Calcule le volume de béton nécessaire pour fabriquer 1 000 plots. Donne la réponse en m^3.*

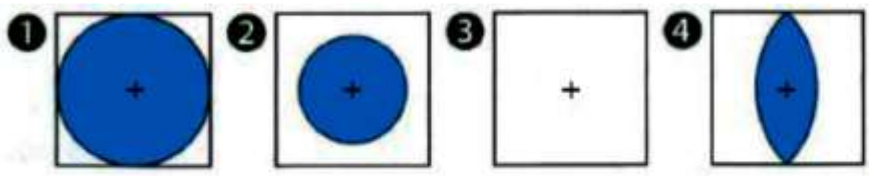
Exercice 25:

Une sphère est contenue dans un cube le diamètre de la sphère est égal à l'arête du cube.

On coupe cet ensemble par un plan parallèle à une face du cube.

Parmi les dessins ci- dessous quels sont ceux qui peuvent représenter la section ?

Précise alors la position du plan .

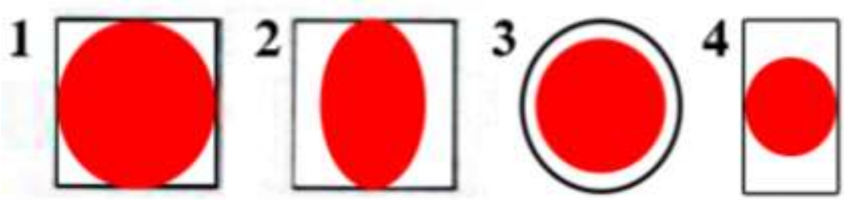


Exercice 26:

Une boule est contenue dans un cylindre, le diamètre et la hauteur du cylindre ont la même longueur que le diamètre de la boule.

On coupe cet ensemble par un plan parallèle ou perpendiculaire à l'axe du cylindre.

Parmi les dessins ci- dessous, quels sont ceux qui peuvent représenter la section ? Précise alors la position du plan.



Exercice 27:

1. *Construis une sphère S de centre O et de rayon 3, puis construis un diamètre* $[AB]$ *de* S.
2. *Construis un point C libre de la sphère, puis construis le cercle circonscrit au triangle ABC .Que représente ce cercle pour la sphère ?*
3. *Quelle est la mesure de l'angle* $A\hat{C}B$ *?*
4. *Déplace les points A ; B et C. que peux-tu conjecturer ?*
5. *Démontre cette conjecture.*

Exercice 28:

A et B sont deux points diamétralement opposés sur une sphère de centre O et de rayon 2,5 cm. C est un point d'un grand cercle $\mathscr{C}$ de la sphère qui passe par A et B tel que AC= 4cm.

1. *Trace le cercle $\mathscr{C}$ en vraie grandeur et place les points A, B et C.*
2. *Quelle est la nature du triangle ABC ? Calcule BC*

Exercice 29:

Parmi les réponses proposées, quelle est la bonne réponse ?

affirmation	*Réponse A*	*Réponse B*	*Réponse C*
Dans l'espace, l'ensemble des points M tels que : OM≤ 5cm est…	*le cercle de disque O et de rayon 5cm*	*la sphère de centre O et de rayon 5cm*	*La Boule de centre O et de rayon 5cm*
A et B deux points diamétralement opposés. par les points A et B….	*il ne passe aucun grand cercle*	*il passe un seul grand cercle*	*il passe plusieurs grand cercle*
Une sphère a pour centre O et pour diamètre 6cm. Sa section par un plan situé à 3cm du point O est….	*un cercle de rayon 3*	*un disque de rayon 3*	*un point*
Une sphère a pour centre O et pour diamètre 10cm. Sa section par un plan situé à 3cm du point O est….	*un cercle de rayon 3*	*un cercle de rayon 4*	*un point*
Une sphère a pour rayon 9cm. Son aire en cm² est…	*18π*	*81π*	*324π*
Une boule a pour diamètre 12cm. Son volume en cm³ est…	*432π*	*288π*	*144π*

Exercice 30:

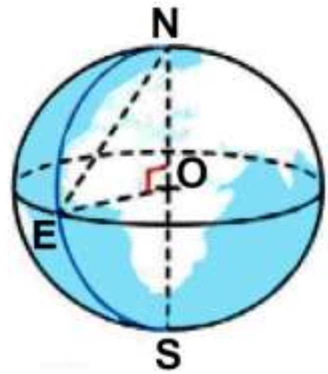
Parmi les réponses proposées, indique la(ou les) bonne(s) réponse(s)

affirmation	*Réponse A*	*Réponse B*	*Réponse C*
L'ensemble des points M tels que : $OM \leq 5cm$ est…	*dans le plan, le cercle de centre O et de rayon 5cm*	*dans l'espace, la boule de centre O et de rayon 5cm*	*dans l'espace, la Sphère de centre O et de rayon 5cm*
S est une sphère de centre O et de diamètre MN= 13cm. On coupe cette sphère par un plan perpendiculaire à $[MN]$. La section est cercle de centre I tel que IM=4cm. Alors	*le plan de section est situé à 2,5 de O.*	*le rayon du cercle de section est 6cm.*	*la longueur du cercle de section est 36 π*
Une boule a pour rayon 2,7cm. Alors ….	*un cylindre ayant 2,7cm de rayon et 5,4cm de hauteur a le même volume.*	*l'arrondi en cm^3 du volume de cette boule est $82cm^3$.*	*si on la peint, l'arrondi de l'aire à peindre est $92cm^2$.*
Une boite en forme parallélépipède rectangle de dimensions 4,3cm ; 8,7cm et 13cm contient 6 boules de golf de rayon 2,1cm. Alors….	*le volume d'une balle est 12,348 πcm^2.*	*Le volume inoccupé dans la boîte (arrondi au cm^3) est $254cm^2$.*	*l'arrondi au cm^2 d'une balle est 55 cm^2.*

Exercice 31:

On assimile la Terre à une sphère de rayon 6370. N désigne le pôle Nord, P désigne le pôle sud et E désigne l'équateur.
Calcule la distance entre les points N et E arrondie au kilomètre :

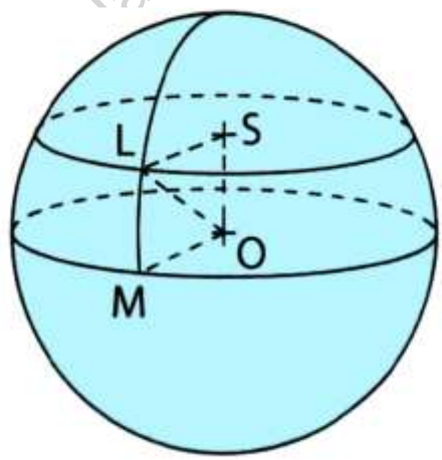
a. *En ligne droite à travers la terre ;*
b. *« à vol d'oiseau » à la surface de la terre.*



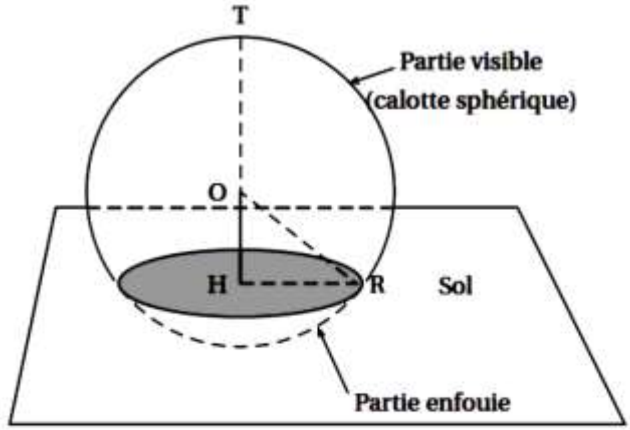
Exercice 32:

Le dessin ci-contre représente la Terre qui est assimilée à une sphère de rayon 6370.
Le cercle de centre O passant par M représente l'équateur. Le point L représente Londres. L est situé sur la sphère et sur le cercle de centre S (voir figure). On admettra que l'angle $\widehat{LSO}$ est droit. On donne OS=4 880km.

a. *Calcule SL au kilomètre près.*
b. *Donne l'arrondi au degré près de la mesure de l'angle $\widehat{SOL}$*
c. *En déduis au degré près la latitude Nord de Londres par rapport à l'équateur.(c'est-à-dire l'angle $\widehat{LMO}$)*



Exercice 33:



Pour attirer davantage de visiteurs dans sa ville, un maire décide de faire construire l'Aquarium du Pacifique. Les architectes prévoient de poser un énorme aquarium à l'entrée, dont la vitre a une forme sphérique. La figure ci-dessous représente la situation. Cette figure n'est pas en vraie grandeur.

1. *a. Calcule le volume en m^3 d'une boule de rayon 5m. Donne l'arrondi à l'unité près.*

   On rappelle la formule du volume d'une boule de rayon R : $V_{boule} = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3$

En réalité, l'aquarium est implanté dans le sol. La partie supérieure (visible aux visiteurs) est une « calotte sphérique ».
La partie inférieure (enfouie) abrite les machines.

   b. *Quelle est la nature géométrique de la section entre le plan horizontal du sol et l'aquarium* ***(la partie grisée sur la figure)****?*

   c. *Le point O désigne le centre de la sphère. On donne les dimensions réelles suivantes : OH = 3m; RO = 5m; HR = 4m, où H et R sont les points placés sur le sol comme sur la figure. Le triangle OHR est-il rectangle ? Justifie ta réponse*

2. *T est un point de la sphère tel que les points T, O, H soient alignés comme sur la figure. Calcule la hauteur HT de la partie visible de l'aquarium.*
3. *Le volume d'une calotte sphérique de rayon 5m est donné par la formule :*
   $V_{calotte} = \frac{\Pi \times h^2}{3} \times (15 - h)$ *où h désigne sa hauteur (correspondant à la longueur HT sur la figure). Calcule le volume en litres de cette calotte sphérique.*
4. *Pour cette question, on prendra comme volume de l'aquarium 469 000 litres. Des pompes délivrent à débit constant de l'eau de mer pour remplir l'aquarium vide.*
   En 2 heures de fonctionnement, les pompes réunies y injectent 14 000 litres d'eau de mer.
   Au bout de combien d'heures de fonctionnement, les pompes auront-elles rempli l'aquarium.

Exercice 34:

Un avion qui se trouvait au point de coordonnées 10°E et 25°N se déplace de 30°parallèlement à l'équateur dans le sens que le sens de la rotation de la terre. Quelles sont ses nouvelles coordonnées.

Exercice 35:

Reproduis la figure où la sphère représente la Terre et où N et S désignent les pôles Nord et Sud. Trace le méridien et le parallèle du lieu M indiqué.