Representação de Valores Números Binários Negativos

Prof. Alexandre Beletti

Cap. 2 – Weber
Apêndice A - Tanenbaum

Possibilidades

- Números inteiros positivos
- Números com sinal
  - Representação em sinal-magnitude
  - Representação em complemento de (B-1)
  - Representação em complemento de (B-2)

Números inteiros positivos

- Mais simplista de todas
- Não existe a representação de valores negativos
- A ULA não geraria os sinais de controle relativos a valores negativos
- n = número de dígitos
- Faixa de valores: $[\ 0\ ,\ B^n - 1\ ]$

Operações

- Cálculo do número: $\Sigma_{n-1} x_i B^i$
- Troca de sinal: não existe
- Soma de dois polinômios, dígito à dígito, da direita para a esquerda
- Vejamos a próxima tabela...

Tabela Verdade de Somador Completo

a	c	vem-um	d = a + c	vai-um
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Representação em sinal-magnitude

- Faz uso do dígito mais significativo (geralmente) para indicar o sinal
- Reduz a representação dos valores para a metade, pois a outra metade é utilizada para representar os valores negativos
- Faixa de representação:

$[-(B^{n-1}-1) , +(B^{n-1}-1)]$ ou $[-(B^{n-1}-1) , (B^{n-1}-1)]$

- Existe o duplo zero (+ e -)

Operações – Parte 1 de 2

- Cálculo do Valor:

$$a = S(a)M(a)$$

$S(a)$ é '+' ou '–' (0 ou 1), e $M(a)=\Sigma_{n-2}x_iB^i$

- Troca de sinal: troca-se somente "S(a)", mantendo a magnitude "M(a)".

Operações – Parte 2 de 2

- Soma de dois números:

S(a)	S(c)	S(d)	M(d)	exemplo
+	+	+	M(a)+M(c)	5 + 7 = 12
–	–	–	M(a)+M(c)	–5 + –7 = –12
+	–	se M(a)≥M(c), +	M(a)–M(c)	7 + –5 = 2
		se M(a)<M(c), –	M(c)–M(a)	5 + –7 = –2
–	+	se M(a)>M(c), –	M(a)–M(c)	–7 + 5 = –2
		se M(a)≤M(c), +	M(c)–M(a)	–5 + 7 = 2

Complemento de Um

- Também possui 1 bit de sinal, que é geralmente o mais significativo
- Vale zero para valores positivos
- Vale um para valores negativos
- Para tornar um número negativo faça o complemento (NOT - 0 por 1 e 1 por 0)
- Isso vale também para o bit de sinal
- Sistema obsoleto

Complemento de (B-1)

- O complemento de um número obtido subtraindo este número da maior quantidade representável: $B^{n-1} - a$.
- Por exemplo, na base 10 com 3 dígitos, o complemento de um número é obtido, fazendo 999 – a.
- Generalizando: $B - 1 - x_i$ para cada algarismo x_i
- Continua existindo o duplo zero (+ e -)

Exemplos de Complemento (B-1)

algarismo	B=2	B=3	B=4	B=8	B=9	B=10
0	1	2	3	7	8	9
1	0	1	2	6	7	8
2	–	0	1	5	6	7
3	–	–	0	4	5	6
4	–	–	–	3	4	5
5	–	–	–	2	3	4
6	–	–	–	1	2	3
7	–	–	–	0	1	2
8	–	–	–	–	0	1
9	–	–	–	–	–	0

Faixa de Valores e Exemplos de Faixas

Faixa de representação, para B par: $[\,-(B^n/2-1)\,,\ +(B^n/2-1)\,]$

Faixa de representação, para B ímpar: $[\,-(B^n-3)/2\,,\ +(B^n-1)/2\,]$

base	num.dig.	faixa	faixa em decimal
2	4	1000,1001,..,1111,0000,0001,..,0111	–7,–6,..,–0,+0,1,..7
3	3	112,120,121,..,222,000,001,..,111	–12,–11,–10,..,–0,+0,1,..,13
4	3	200,201,..,333,000,001,..,132,133	–31,–30,..,–0,+0,1,..31
8	3	400,401,..,777,000,001,..,376,377	–255,–254,..,–0,+0,..,255
9	2	45,46,..,88,00,01,..,43,44	–39,–38,..,–0,+0,1,..,39,40
10	2	50,51,..,98,99,00,01,..,48,49	–49,–48,..,–1,–0,+0,..,48,49

Cálculo do Valor do Número

- Determinação do Sinal
  - Se estiver na metade superior inferior da faixa, ele é negativo
  - Se estiver na metade inferior da faixa, ele é positivo
  - Para bases pares, a regra pode ser simplificada: basta analisar o dígito mais significativo
- Determinação da Magnitude do Número

Cálculo do Valor do Número

- Determinação da Magnitude do Número
  - Se o número for positivo, então sua magnitude é dada por: $M(a)=\Sigma_{n-1} x_i B^i$
  - Se o número for negativo, para obter seu valor deve-se calcular o complemento de (B-1) de cada algarismo, ou seja, substitui-se cada dígito pelo seu complemento

Troca de Sinal

- Basta complementar em B – 1 cada um dos dígitos do número em questão
- Assim, no caso de "c = -(a)", temos $c = B^n - 1 - a$.
- Note ainda que:

$$-(-(a)) = -(B^n - 1 - a) = B^n - 1 - (B^n - 1 - a) = a.$$

Exemplo de Cálculo de Complemento B-1

base	num.dig.	número	sinal	magnitude	num.decim.
2	4	1110	–	1	–1
2	4	1001	–	6	–6
2	4	1010	–	5	–5
2	4	0101	+	5	+5
3	3	102	+	11	+11
3	3	111	+	13	+13
3	3	121	–	10	–10
10	2	98	–	1	–1
10	2	99	–	0	–0
10	2	45	+	45	+45
10	2	54	–	45	–45
10	2	76	–	23	–23
10	2	50	–	49	–49

Exemplos de Troca de Sinal em B-1

base	num.dig.	número	número negado	magnitude
2	4	1110	0001	1
2	4	1001	0110	6
2	4	1010	0101	5
2	4	0101	1010	5
3	3	102	120	11
3	3	111	111 (estouro)	13
3	3	121	101	10
10	2	98	01	1
10	2	99	00	0
10	2	45	54	45
10	2	54	45	45
16	2	01	FE	1
16	2	FF	00	0
16	2	98	67	103

Complemento de Dois

- Também possui 1 bit de sinal, que é geralmente o mais significativo
- Vale zero para valores positivos
- Vale um para valores negativos
- Sistema utilizado em diversos computadores modernos

Trans. Em Negativo – Compl. de Dois

- Primeiro: Para tornar um número negativo faça o complemento (NOT - 0 por 1 e 1 por 0)
- Adicione 1 ao resultado
- Adição em binário é idêntico, considerando
- Se ocorre o "vai-um" no bit da extrema esquerda, ele é descartado

00000110 (+6)
11111001 (−6 em complemento de um)
11111010 (−6 em complemento de dois)

Complemento de B

- Utilizamos a fórmula (B^n)-a
- Ao contrário do (B-1), a fórmula é aplicada sobre o número todo e não individualmente em cada algarismo
- Eliminamos a dupla representação do zero:

Faixa de representação, para B par: $[\,-(B^n/2)\,,\ +(B^n/2-1)\,]$
Faixa de representação, para B ímpar: $[\,-(B^n-1)/2\,,\ +(B^n-1)/2\,]$

Complemento B

- A faixa positiva permanece a mesma de B-1, mas a faixa negativa sobre um deslocamento de uma unidade para eliminarmos a representação dupla do zero:

base	num.dig.	faixa	faixa em decimal
2	4	1000,1001,..,1111,0000,..,0111	–8,–7,..,–1,0,1,..7
3	3	112,120,121,..,222,000,001,..,111	–13,–12,–11,..,–1,0,1,..,13
4	3	200,201,..,333,000,001,..,132,133	–32,–31,..,–1,0,1,..31
8	3	400,401,..,777,000,001,..,376,377	–256,–255,..,–1,0,1,..,255
9	2	45,46,..,88,00,01,..,43,44	–40,–39,..,–1,0,1,..,39,40
10	2	50,51,..,98,99,00,01,..,48,49	–50,–49,..,–2,–1,0,1,..,48,49

Exemplo em binário para 4 bits

- Negativos: de 1000 até 1111 (-8 a -1)
- Positivos: de 0000 até 0111 (0 até 7)
- Números iniciados por 1 são negativos e iniciados por 0 são positivos
- Note que as bases pares (2, 8, 10 e 16) possuem um número negativo a mais, que não tem equivalente positivo dentro da faixa

Determinação do Sinal

- Se estiver na metade superior da faixa ele é negativo
- Se estiver na metade inferior da faixa ele é positivo
- Para bases pares, a regra pode ser simplificada: basta analisar o dígito mais significativo

Determinação da Magnitude

- Se for positivo: $M(a)=\Sigma_{n-1}x_iB^i$
- Se for negativo, calculamos o complemento de B:

$$M(a)=B^n-a = B^n - \Sigma_{n-1}x_iB^i$$

Exemplo de Cálculo em Complemento de B

base	num.dig.	número	sinal	magnitude	num.decimal
2	4	1110	–	2	–2
2	4	1001	–	7	–7
2	4	1010	–	6	–6
2	4	1000	–	8	–8
2	4	0101	+	5	+5
2	4	0111	+	7	+7
3	3	102	+	11	+11
3	3	111	+	13	+13
3	3	112	–	13	–13
3	3	121	–	11	–11
10	2	98	–	2	–2
10	2	99	–	1	–1
10	2	45	+	45	+45
10	2	54	–	46	–46
10	2	50	–	50	–50

Trocar o Sinal

- Basta calcular (B^n)-a
- Note que o complemento do menor número negativo (maior magnitude) provoca estouro de representação

Exemplos de Troca de Sinal em Compl. B

base	num.dig.	número	número negado	magnitude
2	4	1110	0010	2
2	4	1001	0111	7
2	4	1010	0110	6
2	4	0101	1011	5
2	4	1000	1000 (estouro)	8 (–8)
3	3	102	121	11
3	3	111	112	13
3	3	121	102	10
10	2	98	02	2
10	2	99	01	1
10	2	45	55	45
10	2	54	46	46
10	2	50	50 (estouro)	50 (–50)

Exemplos – Aritmética Binária

Figura A.6
A tabela de adição em binário.

Adendo	0	0	1	1
Augendo	+0	+1	+0	+1
Soma	0	1	1	0
Vai-um	0	0	0	1

Figura A.7
Adição em complemento de um e complemento de dois.

Decimal	Complemento de 1	Complemento de 2
10	00001010	00001010
+ (-3)	11111100	11111101
+7	1 00000110	1 00000111
	vai-um	descartado
	00000111	

Exemplos de Soma em B-1

base	num.dig.	a	c	d = a + c	d corrigido
2	4	1110	0001	1111	1111
2	4	1111	0001	10000	0001
2	4	1001	0111	10000	0001
2	4	0110	1111	10101	0110
2	4	0101	1000	1101	1101
2	4	0011	0011	0110	0110
2	4	1111	1111	11110	1111
2	4	0001	1110	1111	1111
10	2	98	37	135	36
10	2	99	00	99	99
10	2	99	01	100	01
10	2	45	55	100	01
10	2	45	45	90	90
10	2	76	45	121	22

Exemplos de Soma em B-2

base	num.dig.	a	c	d = a + c	d corrigido
2	4	1110	0001	1111	1111
2	4	1001	0111	10000	0000
2	4	1111	0001	10000	0000
2	4	0110	1111	10101	0101
2	4	0101	1000	1101	1101
2	4	0011	0011	0110	0110
2	4	1111	1111	11110	1110
2	4	0001	1110	1111	1111
10	2	98	37	135	35
10	2	99	00	99	99
10	2	99	01	100	00
10	2	45	55	100	00
10	2	45	45	90	90
10	2	76	45	121	21

Subtração

- Seja qual for o método de representação, podemos transformar em uma soma
- Exemplo: d = a – c = a + (-c)
- Trocamos o sinal do subtraendo e somamos ao minuendo